Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě
Univerzity Karlovy v Praze

❑ posudek vedoucího ✔ posudek oponenta
✔ bakalářské práce ❑ diplomové práce

Autor/ka: Michal Pavelka
Název práce: Simple flows of visco-elastic fluids
Studijní program a obor: Fyzika
Rok odevzdání: 2010

Jméno a tituly vedoucího/oponenta: Mgr. Vít Průša, Ph.D.
Pracoviště: Matematický ústav Univerzity Karlovy
Kontaktní e-mail: prusv@karlin.mff.cuni.cz

Odborná úroveň práce:
❑ vynikající ✔ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Věcné chyby:
❑ téměř žádné ✔ vzhledem k rozsahu přiměřený počet ❑ méně podstatné četné ❑ závažné

Výsledky:
❑ originální ✔ původní i převzaté ❑ netriviální kompilace ❑ citované z literatury ❑ opsané

Rozsah práce:
❑ veliký ✔ standardní ❑ dostatečný ❑ nedostatečný

Grafická, jazyková a formální úroveň:
❑ vynikající ✔ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Tiskové chyby:
❑ téměř žádné ✔ vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet ❑ četné

Celková úroveň práce:
❑ vynikající ✔ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky vedoucího/oponenta:

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky oponenta jsou uvedeny v Příloze 1.

Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:

Otázky a náměty do diskuse jsou uvedeny v Příloze 1. Autor by měl reagovat na připomínky vznesené v odstavci 2.1.

Práci
✔ doporučuji
❑ nedoporučuji
uznat jako diplomovou/bakalářskou.

Navrhuji hodnocení stupněm:
✔ výborně ❑ velmi dobře ❑ dobře ❑ neprospěl/a

Místo, datum a podpis vedoucího/oponenta:

27. srpna 2010, College Station

[redacted]

POSUDEK BAKALÁŘSKÉ PRÁCE „SIMPLE FLOWS OF VISCO-ELASTIC FLUIDS“

VÍT PRŮŠA

1. Obsah práce

V posuzované práci je studován klasický[1] Oldroyd-B model pro popis viskoelastické tekutiny, tedy kupříkladu (zředěného) roztoku látky obsahující makromolekulární řetězce v newtonovské tekutině.

Autor popisuje odvození Oldroyd-B modelu na základě představ kinetické teorie – zde sleduje postup použitý v Bird et al. (1987) – a následně pro tento model řeší (analyticky) několik klasických problémů. Konkrétně, autor se zabývá ustáleným prouděním v rovinném kanálu buzeném buď konstantním nebo oscilujícím tlakovým gradientem nebo pohybem stěny kanálu (Poiseuille proudění a Couette proudění) a prouděním v mezikruží mezi dvěma válci (Couette proudění) a nakonec prouděním mezi dvěma (soustřednými) kulovými plochami rotujícími kolem společné osy.

Závěrečná část práce je věnována numerickému řešení proudění tekutin popsaných Oldroyd-B modelem, jmenovitě je řešen problém pro časově nezávislé Poiseuille a Couette proudění. Autor uvádí, že pro numerické řešení je použit kód vyvinutý Damanik et al. (2009).

2. Poznámky

2.1. Podstatné nedostatky.

2.1.1. *Odvození Oldroyd-B modelu.* Odvození Oldroyd-B modelu, tak jak je popsáno v práci, je formálně správné, ovšem formulace předpokladů je zatížena mnoha nepřesnými a zavádějícími vyjádřeními. Třetí předpoklad kupříkladu zní:

> Solvent velocity field differences in a neighborhood of the dumbbell can be approximated by gradient of the field. Thus, the velocity field is considered to be locally homogeneous.

Obvykle se homogenním rychlostním polem rozumí konstantní rychlostní pole, což nutně vede k tomu, že výše uvedené vyjádření je nesmyslné. V práci Bird et al. (1987), ze které autor vychází, je možnému nedorozumění zabráněno tím, že se předem definuje v jakém smyslu bude termín *homogeneous* používán, konkrétně:

> The flow field of the polymer solution is taken to be homogeneous, in the sense that the rate-of-strain tensor is the same at all points in the flow field.

Pátý předpoklad zní:

> Drag force exerted on the first bead caused by the relative motion of the solvent and the bead is expressed by Stoke's law as [...]

Autor patrně míní „Stokes' law“, což je vztah pro odpor (drag), který klade viskózní tekutina pohybu kulovitého tělesa (při malých rychlostech), viz Stokes (1851). Na druhou stranu ovšem autor požaduje (šestý předpoklad)

> All beads have the same masses m and the same friction coefficients r, and they can be treated as point-like particles.

což je očividně v rozporu s předchozím požadavkem na platnost Stokes zákona. Částice (bodová) není koule. Nahlédneme-li opět do Bird et al. (1987), zjistíme, že Bird et al. (1987) je v tomto ohledu opatrnější a Stokes vztah uvádí pouze jako inspiraci pro vztah vyjadřující sílu působící proti směru pohybu.

> A simple expression that we can use for this force is one that is *reminiscent* [kurzíva doplněna] of Stokes' law; specifically, we take the drag force to be proportional to the difference between the (approximately averaged) bead velocity and the mass-average velocity of the solution.

Skutečnost, že pro odpor prostředí je používán vztah, který *připomíná* Stokes vztah a nikoliv Stokes vztah samotný, je pochopitelně klíčová.

Dále nelze nechat bez povšimnutí fakt, že pokud je jeden z předpokladů (třetí předpoklad) založen na užití mechaniky kontinua (Stokes vztah), pak nelze v dalším z předpokladů tvrdit, že

> Moreover, we must add a term for thermal noise caused by molecules of the solvent.

neboli náhle pohlížet na tekutinu obklopující danou „molekulu“ z perspektivy kinetické teorie, tedy jako na soubor jednotlivých atomů/molekul. Podobným způsobem by bylo možné kritizovat i další použité předpoklady a jejich vzájemnou konzistenci.

Byl bych rád, kdyby výše uvedená kritika byla správně pochopena. Velmi oceňuji skutečnost, že se autor pokusil řádně zformulovat všechny předpoklady nutné k odvození Oldroyd-B modelu, nicméně, pokud se autor rozhodl pro pečlivý popis odvození modelu, pak by se měl vyvarovat výše popsaných chyb. Vzhledem k tomu, že odvození Oldroyd-B modelu v rámci

[1] Model je prvně diskutován v práci Oldroyd (1950).

kinetické teorie je založeno na řadě heuristických argumentů, není „nesoulad" mezi jednotlivými předpoklady nijak závažným nedostatkem, nesoulad mezi jednotlivými předpoklady si ovšem zaslouží komentář a rozhodně by čtenář neměl nabýt dojmu, že je mu předkládáno rigorózní odvození Oldroyd-B modelu.

2.1.2. *Ustálené proudění.* Studium *ustáleného* paralelního proudění pro Oldroyd-B tekutinu neumožňuje netriviálně posoudit vliv relaxačního času, což je ostatně patrné i z autorových výsledků týkajících se Poiseuille a Couette proudění. Podstatné vlastnosti modelu se projeví teprve pokud je studováno časově proměnné proudění (náhlá aplikace tlakového gradientu, proudění buzené zrychlující stěnou kanálu[2] a podobně). Autor by tedy měl vysvětlit, proč věnuje tolik pozornosti ustálenému proudění.

2.1.3. *Numerická metoda.* Numerická metoda[3] uváděná autorem jakožto metoda použitá pro numerické řešení zkoumaných problémů je metoda pro řešení soustavy popisující proudění tekutiny v Oberbeck–Boussinesq aproximaci (nestlačitelná tekutina s konstantní viskozitou bez jakýchkoliv viskoelastických vlastností), což zdaleka neodpovídá problému, který autor řeší v posuzované práci. Autor buď netriviálním způsobem upravil již existující kód (v tom případě by to ovšem mohl v práci zmínit) nebo omylem uvádí špatný odkaz.

Není jasné, zda-li autor řeší problém pro ustálené proudění nebo pro časově proměnné proudění, přesněji, není zřejmé zda-li se používá numerické schéma vyvinuté pro ustálené proudění (což by odpovídalo uvedené slabé formulaci problému) nebo zda-li se používá numerické schéma pro časově proměnné proudění a s jeho pomocí se následně hledá ustálený stav (což by odpovídalo citované práci Damanik et al. (2009)).

2.1.4. *Okrajové podmínky.* Okrajové podmínky pro tenzor $\mathbf{M}$ jsou ve všech případech numerických výpočtů převzaty z analytických řešení odvozených v předchozí kapitole. To samozřejmě otevírá otázku, jak postupovat v případě, že je nutné numericky řešit problém, pro který není známo analytické řešení a nelze tak zadat okrajové podmínky pro $\mathbf{M}$ prostým převzetím hodnot $\mathbf{M}$ z analytického řešení. Tento problém by autor mohl v práci přinejmenším zmínit.

2.2. Drobné detaily.

2.2.1. *Odvození Oldroyd-B modelu v rámci mechaniky kontinua.* Autor uvádí, že alternativní odvození Oldroyd-B modelu v rámci termodynamiky kontinua bylo popsáno v Málek and Rajagopal (2007), což ovšem plně neodpovídá skutečnosti. Práce, ve které jsou poprvé zkoumány modely třídy „rate type" z pohledu popisovaného autorem (odvození modelu na základě maximalizace produkce entropie a na základě pojmu přirozené konfigurace), je práce Rajagopal and Srinivasa (2000).

2.2.2. *Typografické, tiskové a jazykové chyby.* Autor se – vzhledem k rozsahu práce – pochopitelně nevyhnul mnoha tiskovým chybám, kupříkladu hned v úvodní kapitole píše *avaraging* namísto *averaging*. Nemá zřejmě smysl uvádět seznam všech překlepů.

Co se týče anglického jazyka, je v práci opět řada chyb. Uvádím pouze ty nejčastější/nejzávažnější. V daném kontextu (psát počítačový program) je mnohem lepší (více užívané) spojení *write a code* nikoliv *create a code*. Derivace vzhledem k prostorovým proměnným je *spatial derivative* nikoliv *spacial derivative*. Na obrázky je nutné odkazovat jako na *figures* nikoliv *pictures*, a to obzvlášť v případě, že titulek obrázku je *Figure*. Důvod je následující, význam slova picture je[4]

> A painting, drawing, photograph, or other visual representation on a surface; esp. such a representation as a work of art.

kdežto význam slova figure je

> A delineation illustrating the text of a book; a diagram, an illustration. When used as a reference usually abbreviated to *fig*.

Je namátkou uvádím několik tiskových chyb v matematických formulích. Člen na pravé straně rovnice (2.39) je pochopitelně $(\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v}$ nikoliv $(\mathbf{v}\cdot\nabla)\cdot\mathbf{v}$. V odstavci 2.4.3 autor používá symbol $\cdot$ pro násobení vektoru/tenzoru číslem, což neodpovídá definici $\cdot$ uvedené v první kapitole. V rovnici (2.49) chybí na pravé straně u všech proměnných (p, $\mathbf{D}$ a $\mathbf{M}$) symbol tilda $\tilde{}$, kterým autor označuje bezrozměrné proměnné.

Rovnice, i když jsou vysázené na samostatném řádku, jsou gramaticky součástí textu, proto je nutné dodržovat veškerá pravidla pro interpunkci[5]. Kupříkladu v rovnicích (2.46) až (2.48) chybí na každém řádku čárka a rovnice (2.49) má být zakončena tečkou.

Výraz typu $\mathbf{S} + \lambda \overset{\triangledown}{\mathbf{S}}$ pochopitelně vypadá lépe pokud jsou účaří všech symbolů zarovnána, tedy takto $\mathbf{S} + \lambda\overset{\triangledown}{\mathbf{S}}$, v LaTeX toho lze dosáhnout příkazem `\accentset{\triangledown}{\mathbf{S}}`, přičemž je nutné použít balíčky `accents` a `amssymb`.

[2]Varianty takzvaného Stokes prvního a druhého problému. S ohledem na Oldroyd-B model jsou dostupné práce Tanner (1962), Phan-Thien and Chew (1988) a Fetecau and Fetecau (2003). Jmenované práce se zabývají Stokes problémem v původní podobě, tedy v poloprostoru, výsledky ale lze – pravděpodobně – upravit i pro rovinný kanál konečné šířky.

[3]Damanik et al. (2009).

[4]Definice jsou převzaty z Simpson and Weiner (1989).

[5]Chicago Manual of Style (2003) praví:

> Mathematical equations, whether run in with the text or displayed on a separate line, are grammatically part of the text in which they appear. Thus, equations must be edited not only for the correct presentation of the mathematical characters but also for correct grammar in the sentence. Punctuation of mathematical expressions requires special attention. For example, if several expressions (i.e., a "list" of expressions) appear in a single display, they should be separated by commas or semicolons.

Poznámky uvedené v odstavci 2.2.2 je samozřejmě nutné brát s rezervou a v mnoha ohledech jsou přespříliš malicherné, nicméně i drobné chyby se podílí na celkovém vyznění textu a snaha potlačit je na nejnižší možnou míru se autorovi jistě vyplatí nejen při psaní vědeckých textů.

3. Hodnocení

Výše uvedené poznámky jsou pokusem o přehnaně kritické hodnocení práce, navzdory všem uvedeným nedostatkům se ale jedná o práci, která je na velmi dobré úrovni, a ve které autor dostatečně prokázal schopnost pracovat s odbornou literaturou, dobrat se jistých původních výsledků a následně sepsat vědecký text většího rozsahu. Práci lze nepochybně *doporučit k uznání jako bakalářskou práci.* Bude-li se autor danou problematikou zabývat i nadále (kupříkladu v navazujícím magisterském studiu) lze očekávat, že dosáhne vynikajících publikovatelných výsledků.

Reference

(2003). *Chicago Manual of Style* (15th ed.). University Of Chicago Press.

Bird, R. B., C. F. Curtiss, and R. C. Armstrong (1987). *Dynamics of polymeric liquids* (Second ed.). John Wiley & Sons.

Damanik, H., J. Hron, A. Ouazzi, and S. Turek (2009). A monolithic FEM-multigrid solver for non-isothermal incompressible flow on general meshes. *J. Comput. Phys. 228*(10), 3869–3881.

Fetecau, C. and C. Fetecau (2003). The first problem of Stokes for an Oldroyd-B fluid. *Int. J. Non-Linear Mech. 38*(10), 1539–1544.

Málek, J. and K. Rajagopal (2007). Incompressible rate-type fluids with pressure and shear-rate dependent material moduli. *Nonlinear Anal., Real World Appl. 8*(1), 156–164.

Oldroyd, J. G. (1950). On the formulation of rheological equations of state. *Proc. R. Soc. A-Math. Phys. Eng. Sci. 200*(1063), 523–541.

Phan-Thien, N. and Y. T. Chew (1988). On the Rayleigh problem for a viscoelastic fluid. *J. Non-Newton. Fluid Mech. 28*(1), 117–127.

Rajagopal, K. R. and A. R. Srinivasa (2000). A thermodynamic frame work for rate type fluid models. *J. Non-Newton. Fluid Mech. 88*(3), 207–227.

Simpson, J. and E. Weiner (Eds.) (1989). *The Oxford English Dictionary.* Oxford University Press.

Stokes, G. G. (1851). On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums. *Trans. Cambridge Phil. Soc. 9*, 8–106.

Tanner, R. I. (1962). Note on Rayleigh problem for a visco-elastic fluid. *Z. Angew. Math. Phys. 13*(6), 573–580.