

Oponentský posudek bakalářské práce

Název: Coupling a rychlost konvergence diskretních MCMC algoritmů

Autor: Martin Kalas

Tato práce se zabývá tématem rychlosti konvergence marginálního rozdělení diskretních markovských řetězců ke stacionárnímu rozdělení. Odhady rychlosti této konvergence jsou velmi důležité například při používání tzv. Markov Chain Monte Carlo algoritmů.

Ty slouží ke generování přibližných realizací ze složitých rozdělení pomocí konstrukce markovského řetězce, jehož stacionárním rozdělením je právě požadované cílové rozdělení. Odhad rychlosti, s jakou se marginální rozdělení tohoto řetězce blíží (cílovému) stacionárnímu rozdělení, pak umožňuje rozhodnout, v jakém čase už je marginální rozdělení řetězce podobné stacionárnímu s požadovanou přesností.

Na začátku práce jsou stručně shrnuty potřebné vlastnosti markovských řetězců a představeny teoretické pojmy, které budou dále potřeba při formulaci a důkazu konvergenční věty a odhadu rychlosti konvergence. Těmito pojmy jsou hlavně vzdálenost pravděpodobnostních rozdělení v totální variaci, coupling pravděpodobnostních rozdělení a mixing time markovského řetězce. Také jsou zde přehledně odvozeny některé jejich vlastnosti, které budou využívány v dalších částech práce.

Třetí kapitola zavádí pojem couplingu markovských řetězců a s jeho využitím ukazuje odhad vzdálenosti marginálních rozdělení řetězce pomocí času koalescence. Ve čtvrté a páté kapitole jsou pak představeny netriviální příklady markovských řetězců a s využitím dříve odvozených výsledků je odhadnuta rychlost jejich konvergence ke stacionárnímu rozdělení.

K práci mám následující připomínky, resp. dotazy:

- V tvrzení klíčové konvergenční Věty 15 je formulován odhad vzdálenosti marginálního rozdělení řetězce v čase t od stacionárního rozdělení. Platí tento odhad pro všechny časy $t \in \mathbb{N}$ nebo jen pro $t \geq t_0$ pro nějaké vhodné $t_0 \in \mathbb{N}$?
- Tvrzení Věty 15 hovoří o existenci konstant α a C , v důkazu věty však nejsou vůbec zmíněny (byť jejich existence z důkazu skutečně vyplývá). Znamená to, že jde o čistě existenční výsledek, nebo je možné odvodit konkrétní vyjádření těchto konstant? Jak by vypadalo jejich vyjádření pomocí konstant θ a r používaných v důkazu?
- V prvním odstavci části 2.5 autor uvádí, že vzdálenost marginálního rozdělení řetězce od stacionárního rozdělení je neklesající funkcí času. Je tomu skutečně tak?

Práce podává pěkný a ucelený přehled o dané problematice, kterou také ilustruje na zajímavých a netriviálních příkladech. Struktura práce je velmi přehledná a umožňuje snadnou orientaci čtenáře v celém textu. Přehlednosti výrazně pomáhá i seznam použitého značení uvedený na začátku práce.

Celkově je práce na vysoké formální, odborné i jazykové úrovni. Autor bezpochyby prokazuje, že si danou problematiku a základní aparát moderní teorie pravděpodobnosti důkladně osvojil a bez problémů se v tomto tématu orientuje.

Předložená práce splňuje všechny požadavky kladené na bakalářskou práci na MFF UK, proto ji doporučuji přijmout jako bakalářskou práci k obhajobě.

V Praze dne 20. 6. 2011

Mgr. Jiří Dvořák