

**Posudek oponenta bakalářské práce Jany Klůjové**  
Banach-Tarského paradox

## 1 Popis problému

V bakalářské práci jsou studovány paradoxní a ekvirozložitelné množiny. Jsou dokázány některé jejich vlastnosti a z nich plynoucí Sierpiňského-Mazurkiewiczův paradox a Hausdorffův paradox. Důkaz Banach-Tarského paradoxu prezentován není, protože byl obsahem předchozí bakalářské práce.

## 2 Hodnocení obsahu a formy

V práci je studována zajímavá a mnohdy překvapivá část matematiky. Autorka se s abstraktní teorií vyrovnala dobře a práce je čitelná a srozumitelná. Je logicky strukturovaná, pěkně stylisticky napsaná, vysázena v systému  $\text{\LaTeX}$ .

K matematickému obsahu hlavní části práce mám drobné výhrady, které uvádím na konci posudku.

## 3 Otázky pro obhajobu

Proč stačí na straně 16 řádku 2 shora ( $16^2$ ) ukázat, že neexistuje netriviální redukované slovo, jehož odpovídající zobrazení dává identitu?

Vyjasněte prosím úvahu v odstavci začínajícím na straně 16, 4. řádek shora ( $16^4$ ).

## 4 Závěr

Domnívám se, že práce splňuje předepsané požadavky a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

V Praze, 14. 6. 2011

Mgr. Petr Kaplický, Ph.D., KMA MFF UK

## 5 Drobné připomínky

1. 5<sup>4</sup>: množiny  $F$  a  $W$  se ztotožňují zřejmým způsobem, mělo by to být zmíněno. Tato poznámka se objevuje až na str. 10 před Větou 1.6
2. Věta 1.3, 2): mělo by být zmíněno vzhledem k jaké akci
3. 8<sup>9</sup>: prohozená role  $A$  a  $B$
4. 13<sub>9</sub>:  $S$  je asi jedna konkrétní volná pologrupa generovaná  $\tau$  a  $\rho$  z Věty 1.6
5. 14<sup>12</sup>: mělo by být řečeno kde leží  $i, j$
6. 20<sub>3</sub>: chybí odkaz na vlastnost (1) z důkazu Věty 2.3
7. 21<sub>2</sub>: chybí odkaz na vlastnost (2) z důkazu Věty 2.3
8. 22<sup>6</sup>: chybí odkaz na Pozorování 2.5

Následující poznámky se týkají spíše drobných formulačních nedostatků.

1. 3<sub>10</sub>: “Potom ... jsou slova.” je zbytečná věta
2. 7<sup>4</sup>, 7<sup>11</sup>: nelíbí se mi značení  $f = g \times \{0\}$ , kde  $f, g$  jsou zobrazení
3. 8<sub>4</sub>: srozumitelnější by bylo  $B \cup A$
4. 14<sup>9</sup>: není třeba předpokládat, že  $G$  je grupa, protože je  $G$  dáno
5. 14<sub>10,11</sub> patří k předchozímu odstavci
6. 14<sub>3</sub>: Část věty “a akce grupy ... bodů” je zbytečná, už víme, že  $gM$  a  $hM$  je disjunktní pro  $g, h \in G, g \neq h$
7. 15, Definice 2.1: “volná množina generátorů” není definovaná, zato máme “volnou grupu”