Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě
Univerzity Karlovy v Praze

☐ posudek vedoucího ☒ posudek oponenta
☒ bakalářské práce ☐ diplomové práce

Autor/ka: Marek Bernát
Název práce: Pottsův antiferromagnet
Studijní program a obor: Obecná fyzika
Rok odevzdání: 2010

Jméno a tituly vedoucího/oponenta: doc. RNDr. Miloš Zahradník CSc.
Pracoviště: KMA MFF UK
Kontaktní e-mail: mzahrad@karlin.mff.cuni.cz

Odborná úroveň práce:
☐ vynikající ☒ velmi dobrá ☐ průměrná ☐ podprůměrná ☐ nevyhovující

Věcné chyby:
☒ téměř žádné ☐ vzhledem k rozsahu přiměřený počet ☐ méně podstatné četné ☐ závažné

Výsledky:
☐ originální ☒ původní i převzaté ☐ netriviální kompilace ☐ citované z literatury ☐ opsané

Rozsah práce:
☐ veliký ☒ standardní ☐ dostatečný ☐ nedostatečný

Grafická, jazyková a formální úroveň:
☐ vynikající ☒ velmi dobrá ☐ průměrná ☐ podprůměrná ☐ nevyhovující

Tiskové chyby:
☐ téměř žádné ☒ vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet ☐ četné

Celková úroveň práce:
☐ vynikající ☒ velmi dobrá ☐ průměrná ☐ podprůměrná ☐ nevyhovující

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky vedoucího/oponenta:

Viz přiloženou samostatnou stránku s podrobnějším popisem a úvodem do problematiky práce, zde vyjímam jen závěr:

Zmíněný model nabízí zajímavé chování již při nulové teplotě - totiž zbytkovou entropii. Jedna kapitolka práce je věnována jejímu přibližnému výpočtu, další pak počítá vedoucí první členy nízkoteplotního rozvoje. Tyto výpočetní partie tvoří jádro předložené práce. Myslím, že tematika této pěkné bakalářské práce přiměřeného rozsahu by mohla být dále propracovávána a stát se odrazovým můstkem k dalšímu, podrobnějšímu zkoumání uvedených modelů.
Bakalářská práce je napsána přehledně a jasně, i po formální stránce je celkově v pořádku. Našel jsem jen menší množství překlepů a formulačních resp. jazykových nedokonalostí v použité angličtině, jazyku práce.

Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:

Možná by stálo za zdůraznění, proč jste zvolil právě uvedenou mřížku (důležitou ale obtížnou i při zkoumání Isingova ferromagnetu a rozhraní typu 1,1,1 v třírozměrné situaci).

Práci

☒ doporučuji
☐ nedoporučuji
uznat jako diplomovou/bakalářskou.

Navrhuji hodnocení stupněm:
☒ výborně ☐ velmi dobře ☐ dobře ☐ neprospěl/a

Místo, datum a podpis vedoucího/oponenta: V Praze dne 10. září 2010

Miloš Zahradník

Posudek bakalářské práce Pottsův antiferromagnet

studenta Ústavu teoretické fyziky MFF UK Marka Bernáta

V historii matematického modelování fázových přechodů hraje Pottsův model velmi důležitou roli. Je přímým zobecněním nejjednodušího (co se formulace problému týče) a nejzákladějšího modelu této teorie, totiž modelu Isingova a představuje navíc jakýsi most od tohoto modelu, oblíbeného hlavně fyziky a matematickými fyziky, i k problémům diskrétní matematiky, kombinatoriky a teorie grafů. Speciálně Pottsův antiferromagnet (v případě Isingova modelu je většina prací věnována ferromagnetickému modelu, z přirozených důvodů) je již v podstatě i přeformulovanou otázkou o chování systémů "obarvených grafů" (počet použitých barev odpovídá velikosti množiny hodnot spinů) tedy typickým problémem z oblasti diskrétní matematiky - kde i pojmy jako partiční suma apod. mají pak svůj vlastní název a příslušné třídy polynomů a jejich kořenů jsou v dané branži též intensivně zkoumány, byť pod jinými názvy a převážně i s jinou motivací.

Obecnou metodu zkoumání takovýchto modelů na diskrétní mřížce různé dimense nabízí tzv. klastrové (cluster) rozvoje, ve fyzice známé i pod jménem Mayerovy rozvoje. Vznikly původně jako metoda popisu chování neideálního plynu, do matematické fyziky se dostaly mnohem později a plné pochopení toho, že jde vlastně o zcela obecnou, univerzální matematickou metodu z teorie mocninných řad mnoha proměnných (nikoli tedy "jen" specifickou perturbační techniku pro určité modely statistické fyziky) přišlo až v posledních desetiletích. Jde přitom o následující obecnou kombinatorickou úlohu, z teorie formálních mocninných řad: Napsat daný polynom nekonečně mnoha proměnných (tedy třeba tu partični sumu Isingova či Pottsova modelu) jako exponenciálu jisté mocninné řady. Řady s "rozumným" chováním, jejíž členy s rostoucími indexy (ty indexy mají povahu různých geometrických figur vytvořených z párů, tripletů apod. přes které byly zavedeny "mikroskopické interakce" v daném systému na mříži, kam jsme model posadili) mají sice stále složitější povahu, ale jejich velikost rychle ubývá s rostoucí složitostí figur. (Někdy jde o exponenciální ubývání, jindy je situace složitější - ale i pak mívá smysl brát třeba jen několik prvních členů takového rozvoje a aproximovat jimi hledané veličiny jako je volná energie.) Použité mřížky mohou být různého druhu, nejčastěji užívané jsou pravidelné krychlové (v různých dimenzích) či třeba trojúhelníkové nebo hexagonální v rovině. Zkoumané modely lze uvažovat a definovat přímo už i v kontinuu, ale mřížka pravidelná nebo i nepravidelná, (kvasi) periodická či případně i náhodná nabízí technická zjednodušení a leckdy i lépe odpovídá reálně zkoumané situaci.

Uvedená práce je dle mého názoru zdařile napsaným úvodem do problematiky takovýchto rozvojů. V nízkoteplotních aplikacích se obvykle začíná přepisem spinového modelu do ekvivalentní řeči Peierlsových konturů. Ty tvoří nové elementární objekty, "indexy" nesoucí jednotlivé proměnné (které můžeme chápat jako Gibbsovy faktory, tedy exponenciály energií těch konturů). Je důležité brát tyhle veličiny obecněji jako komplexní čísla, abstraktní proměnné, "aktivity" příslušných geometrických objektů. Stane se potom kupodivu, že některé formule dostanou lépe pochopitelný smysl až při analytickém přechodu k záporným či obecně komplexním, "nefyzikálním" hodnotám takovýchto aktivit. Tím se navíc zařadí do jedné "poruchové" teorie, kromě modelů ferromagnetu (Onsagerova formule) či neideálního plynu zahrnující i výpočty některých důležitých determinantů typu mřížového Laplaciánu.

Po nezbytném stručném úvodu se autor v další části práce soustředuje na studium právě Pottsova antiferromagnetu na jedné speciální, "kostkované" ("diced") mřížce. Představme si například "plato na vejce, která jsou kostkami" resp. velikou krychli složenou z mnoha malých krychliček a rozříznutou kolmo k diagonále; kostky dotčené tím řezem nebo ležící nad ním necháme odpadnout. Při pohledu zeshora vidíme pak systém šestiúhelnikových jamek. (Docela přirozená volba, chceme li např. zkoumat rozhraní kolmá k diagonále v magnetických třírozměrných modelech.) Chování v práci zkoumaného systému je pak přepsatelné v řeči nového modelu, "žijícího na trojúhelníkové mřížce" a s interakcemí přes trojúhelníky nejbližších sousedů. Při nízkých teplotách je rozumné a technicky možné užít Peierlsovu metodu (vhodně definovaných) kontur, tak jak to v podobných modelech bývá zvykem. Zmíněný model však nabízí zajímavé chování již při nulové teplotě totiž zbytkovou entropii. Jedna kapitolka práce je věnována jejímu přibližnému výpočtu, další pak počítá vedoucí první členy nízkoteplotního rozvoje. Tyto výpočetní partie tvoří jádro předložené práce.

Myslím, že tematika této pěkné, bakalářská práce přiměřeného rozsahu by mohla být dále propracovávána a stát se odrazovým můstkem k dalšímu, podrobnějšímu zkoumání uvedených modelů. Bakalářská práce je napsána přehledně a jasně, i po formální stránce je celkově v pořádku. Našel jsem jen menší množství překlepů a formulačních resp. jazykových nedokonalostí v použité angličtině, jazyku práce. Navrhuji známku výborně

V Praze 10.9.2010 doc. Miloš Zahradník CSc. Katedra matematické analýzy MFF UK