

POSUDEK DIPLOMOVÉ PRÁCE "BIFURKACE OBYČEJNÝCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC Z BODŮ FUČÍKOVA SPEKTRA" STUDENTKY VENDULY EXNEROVÉ

Cílem diplomové práce bylo studovat vlastnosti Fučíkova spektra pro soustavu obyčejných rovnic

$$\begin{aligned} -u'' &= av^+ - bv^- \\ -v'' &= cu^+ - du^- \end{aligned}$$

na intervalu  $(0, \pi)$  se smíšenými okrajovými podmínkami, tj.

$$u(0) = v(0) = 0, u'(\pi) = v'(\pi) = 0.$$

Práce navazuje na článek E. Massy a B. Rufa, který se podobným problémem zabývá pro Dirichletovu a pro Neumannovu úlohu, a zobecňuje některé jejich výsledky.

Práce je rozdělena do tří částí. V první části jsou shrnuty potřebné vlastnosti Sobolevových prostorů funkcí jedné reálné proměnné, definice slabého řešení studovaných okrajových úloh a hladkostí vlastních funkcí.

Ve druhé části je podrobně vyřešena úloha o Fučíkově spektru pro jednu rovnici s Dirichletovými, Neumannovými a smíšenými okrajovými podmínkami. Úloha s Dirichletovými okrajovými podmínkami byla vyřešena S. Fučíkem v r. 1976, další výsledky dopočítala autorka práce. Jednou z základních myšlenek je zde důkaz, že vlastní funkce úlohy se smíšenými podmínkami na intervalu  $(0, \pi)$  jsou ty funkce, jejichž sudým prodloužením jsou vlastní funkce Dirichletovy okrajové úlohy na intervalu  $(0, 2\pi)$  a lichým počtem nulových bodů uvnitř intervalu  $(0, 2\pi)$ .

Tato myšlenka umožňuje přenést některé z výsledků E. Massy a B. Rufa na systémy rovnic. Vzhledem k tomu, že takový obecný systém by byl charakterizován osmi parametry, je prvním krokem redukce množiny parametrů pomocí symetrií. Dále jsou studovány vlastnosti řešení, množiny nulových bodů vlastních funkcí, dolní odhady spektra a popis Fučíkových ploch parametrů pro něž existuje netriviální řešení. Charakterizace množin parametrů, v nichž neleží body Fučíkova spektra, kterou bychom získali sudým prodloužením, je poměrně slabá. Autorce se podařilo získat silnější výsledek (Věta 11).

Práce je napsaná pěkně, je přehledná a dobře čitelná. V práci jsem našla jeden nezdůvodněný důkaz (str. 25) a některé drobné překlepy nebo formulační nejasnosti (jejich seznam je přiložen). Autorka prokázala také schopnost samostatné práce - kromě věty 11 dokázala také některé z vět článku E. Massy a B. Rufa, kde byl původní důkaz příliš stručný nebo nebyl zcela správný.

Navrhuji, aby práce byla přijata jako práce diplomová a na základě obhajoby byl V. Exnerové udělen titul Mgr.