

Univerzita Karlova v Praze

Fakulta sociálních věd

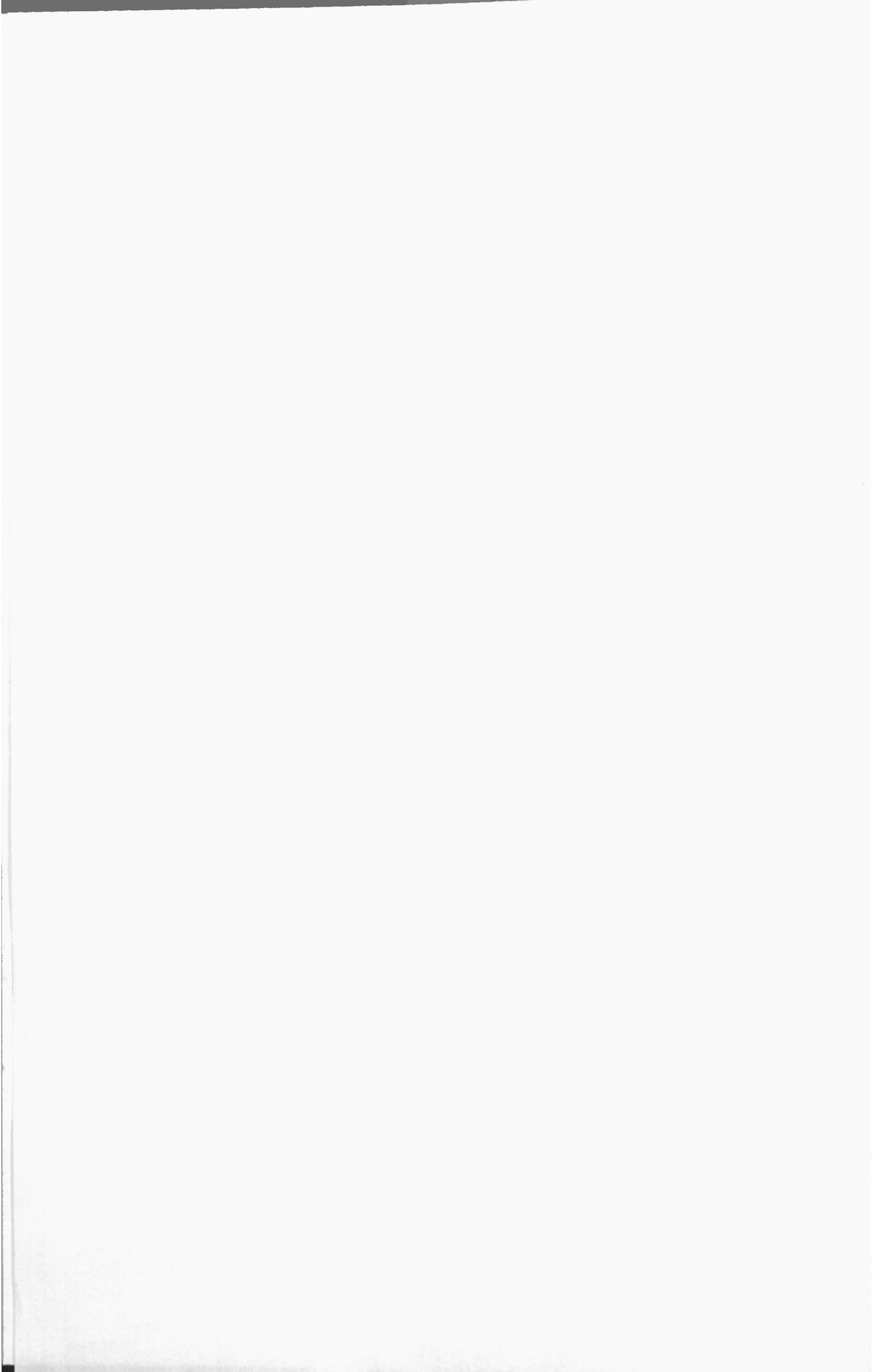
Institut ekonomických studií

Essays in Applied Econometric Modeling of
Central European Financial Markets

Dizertační práce

Vít Bubák

Akademický rok 2009/2010



Charles University in Prague

Faculty of Social Sciences

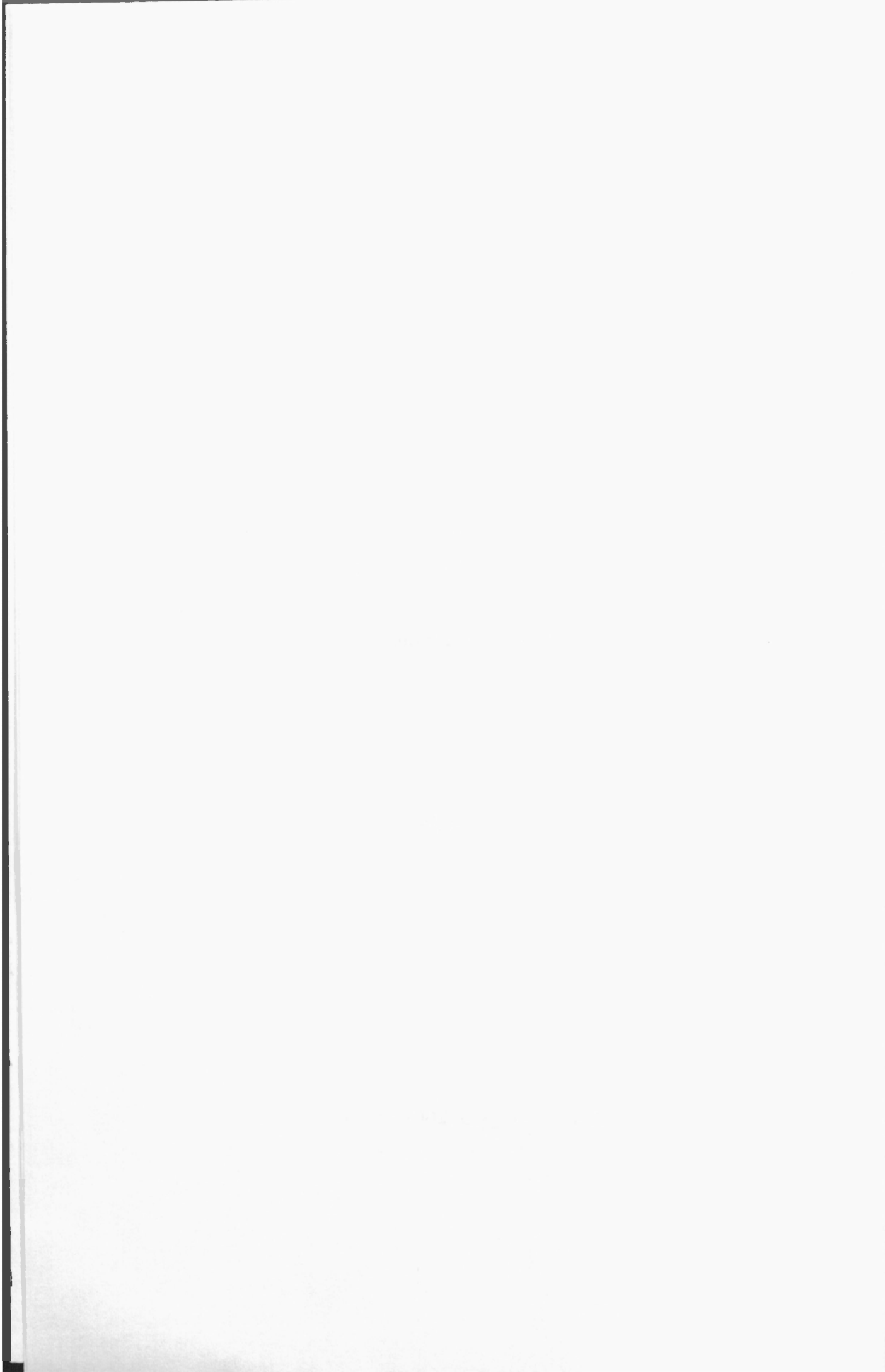
Institute of Economic Studies

Essays in Applied Econometric Modeling of
Central European Financial Markets

Dissertation Thesis

Vít Bubák

Academic year 2009/2010



Contents

Acknowledgments	iv
Vita and Publications	v
General introduction	1
Introduction générale	7
1 The Distribution and Dynamics of Central European Exchange Rates: Evidence from Intraday Data	15
1.1 Introduction	16
1.2 Theoretical Framework	19
1.3 Measuring Daily Variance	21
1.4 Data Description and Preliminaries	23
1.5 Empirical Results	25
1.5.1 Distribution of Daily Returns and Realized Variance	25
1.5.2 A Model for Daily Returns and Realized Variance	28
1.5.3 Forecasting Exercise	32
1.6 Conclusion	34
1.7 Copulas	36
1.8 Tables	37
1.9 Figures	41
2 Volatility Transmission in Central European Foreign Exchange Mar- kets	47
2.1 Introduction	48
2.2 Related Literature	50
2.3 Methodology	53
2.4 Data	57
2.5 Empirical Results	59
2.5.1 Sample Periods and Granger Causality Tests	61

2.5.2	Volatility Transmission Model	61
2.5.3	Spillover Index	65
2.6	Conclusion	65
2.7	Tables	67
2.8	Figures	71
3	Dependence Structures on Central European Equity Markets	77
3.1	Introduction	78
3.2	Methodology	81
3.2.1	Model for marginal distributions	81
3.2.2	Models for the dependence structure	82
3.2.3	Estimation	82
3.3	Data Description	83
3.4	Empirical Results	85
3.5	Applications	88
3.5.1	Portfolio Selection	89
3.5.2	Value-at-Risk	91
3.6	Conclusion	93
3.7	Tables	95
3.8	Figures	103
	Résumé de la thèse	105
	References	165

ACKNOWLEDGEMENTS

I would like thank my advisors, prof. Gunther Capelle-Blancard and prof. Jan Ámos Vášek, for their help, patience, and *understanding*. Special thanks go to Filip Zikeš, whose enthusiasm and genuine curiosity have been a constant inspiration during my work on the thesis. I am also grateful to Evžen Kočenda for giving me an opportunity to work with him on one part of the thesis.

I would also like to thank my parents for their continuous support throughout my studies and Lea, for being there at all times. To her and to my family this thesis is dedicated. A large part of the research in my thesis was generously supported by the Grant Agency of the Czech Republic and the Czech Ministry of Education.

REMERCIEMENTS

J'aimerais tout d'abord remercier mes directeurs de these, Monsieur le Professeur Gunther Capelle-Blancard et Monsieur le Professeur Jan Ámos Vášek, pour leur aide, patience et *compréhension*. Des remerciements spéciaux vont à Filip Zikeš, dont l'enthousiasme et la curiosité ont été une inspiration constante au cours de mon travail sur la thèse. Je suis également reconnaissant à Monsieur le Professeur Evžen Kočenda de m'avoir donné l'occasion de travailler avec lui sur une partie de la these.

Je tiens également à remercier mes parents pour leur soutien continu tout au long de mes études et Lea, d'être là en tout temps. A elle et à ma famille, cette thèse est dédiée. Une grande partie de la recherche dans ma thèse a été généreusement soutenu par l'Office des subventions de la République tchèque et le Ministre tchèque de l'Education.

VITA

- 1980 Born, Czech Republic
- 2002 B. S. in Economics, Charles University in Prague
- 2005 M. S. in Economics, Charles University in Prague (*summa cum laude*)
- 2008 M. A. in Economics, University of Iowa, Iowa City
- 2010 Ph. D. in Economics under double supervision (*en cotutelle*)
Charles University in Prague and Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne

PUBLICATIONS

- [1] BAUER, PATRIK AND VÍT BUBÁK (2003): "Informative Value of Firm Capital Structure", *Prague Economic Papers*, **3**, pp. 587-588.
- [2] BUBÁK, VÍT AND FILIP ŽIKEŠ (2006): "Seasonalities and the Non-Trading Effect on Central European Stock Markets", *Czech Journal of Economics and Finance*, **56**(1-2), pp. 69-79.
- [3] BUBÁK, VÍT AND FILIP ŽIKEŠ (2006): "Trading Intensity and Intraday Volatility on the Prague Stock Exchange: Evidence from an Autoregressive Conditional Duration Model", *Czech Journal of Economics and Finance*, **56**(5-6), pp. 223-245.
- [4] BUBÁK, VÍT AND FILIP ŽIKEŠ (2009): "The Distribution and Dynamics of Central-European Exchange Rates: Evidence from Intraday Data", *Czech Journal of Economics and Finance*, **59**(4), pp. 334-359.

General Introduction

This thesis consists of three chapters concerned with applied econometric modeling of Central European (CE) financial markets. The first chapter ("The Distribution and Dynamics of Central European Exchange Rates: Evidence from Intraday Data") lays out a solid empirical framework for accurate modeling and forecasting of Central European exchange rates using intraday data. In sharp contrast to the parametric methodology generally encountered in the empirical literature, the analysis present in this chapter relies on flexible and computationally simple non-parametric approach. The second chapter ("Volatility Transmission in Central European Foreign Exchange Markets") adopts the same non-parametric framework to study the volatility transmission among the CE exchange rates and the U.S. dollar. In particular, this chapter provides a thorough analysis of the extent to which shocks to foreign exchange volatility in one forex market transmit to current and future volatility in the other forex markets under study as well as of the dynamic evolution of the corresponding volatility spillovers over time. Finally, the third chapter ("Dependence Structures on Central European Equity Markets") investigates the existence of asymmetric dependence structures between the Central European and major Western equity markets and their possible implications for portfolio diversification and risk management. In the following paragraphs, we briefly review the motivation behind each chapter as well as its main contributions.

Chapter One

For most of the past decade, the Central European currencies enjoyed a period of relative stability. Inevitably, the significant increase in their volatility triggered by the recent economic crisis raised questions, of which perhaps the most important was one concerning the ability of the Czech Republic, Hungary and Poland to fulfill the exchange rate stability criterion stipulated in the Maastricht Treaty.¹ As the CE currencies continue to suffer from the relatively high volatility, it becomes clear that the choice of the appropriate monetary and exchange rate policies will be crucial to ensure that the stability criterion is met. Along with this realization comes an implicit recognition that the design and implementation of such policies would not be possible without a thorough understanding of the statistical properties of the currencies in question. A practical framework for accurate modeling and forecasting of the exchange rate volatility in particular could help make the relevant policies more efficient.

¹The exchange rate stability criterion requires that for at least two years prior to the entry into the Eurozone, the applicant country's currency remain within a normal fluctuation band around the central parity, thus effectively setting limits to the currency's volatility during the pre-accession period; see Antal & Holub (2007).

A good knowledge of the CE exchange rates dynamics is just as relevant for asset pricing and risk management. For example, frequent and potentially large unexpected exchange rate movements adversely affect the performance of export-orientated businesses. Papaioannou (2006) discusses specific types of exchange rate risk that these companies face at times of increased currency volatility, including transaction costs associated with hedging against unfavorable exchange rate movements and economic costs arising from increased uncertainty about future relative competitiveness. Containing these and related risks demands effective risk management decisions that are impossible without sound knowledge of the underlying exchange rate behavior. Furthermore, understanding the conditional probability distribution of exchange rate returns and their volatility is equally critical for accurate estimation of various models used in pricing and hedging of derivative securities written on the exchange rate.

Motivated by these concerns, the first chapter provides a natural starting point for accurate modeling and forecasting of the CE exchange rates using high-frequency data. Relying on model-free nonparametric measures of ex-post volatility based on the use of 5-minute intraday returns, our approach contrasts with the existing literature that almost invariably employs a parametric framework to model the exchange rate volatility. In terms of our contribution, we first extend the current understanding of the CE exchange rates behavior by describing the conditional distribution and dynamics of Czech koruna (EUR/CZK), Hungarian forint (EUR/HUF), and Polish zloty (EUR/PLN) exchange rate returns and volatility in the period from 2002 to 2008. Our findings confirm some stylized facts about the behavior of exchange rate returns and volatility. In particular, we find that, when properly scaled by model-free estimates of daily realized volatility, the daily returns on the EUR/CZK, EUR/HUF and EUR/PLN exchange rates are approximately normally distributed and independent over time. Given the properties of the 5-minute intraday returns, we also find that a relatively simple correction to the realized variance suffices to account for the bias arising from the microstructure noise contaminating the data. The resulting daily realized variance exhibits substantial positive skewness and very persistent, long-memory type of dynamics.

An important part of the analysis is devoted to the construction and estimation of a simple three-equation model for daily returns, realized variance and the time-varying volatility of realized variance. The particular specification of the model that we suggest captures very well all salient features of the data. In addition, the model is shown to perform remarkably well out-of-sample, delivering accurate volatility forecasts. It may therefore serve well as an auxiliary model for estimating various continuous-time stochastic volatility models used for pricing derivative securities written on the Czech koruna, Hungarian forint and Polish zloty exchange rates.

Chapter Two

Motivated by the impact of the recent economic crisis, the second chapter contributes to the extant literature on information transmission between the financial markets with a thorough analysis of volatility transmission among CE exchange rates and the U.S. dollar. In contrast to the existing empirical literature, our analysis relies once again on model-free estimates of daily exchange rate volatility based on intraday data. The non-parametric approach seems to be especially suitable for the analysis of volatility transmission. Not only does it allow to treat volatility as observable (as opposed to latent), thus making our results independent of the volatility models commonly in use. An important benefit of using high-frequency data is also an improved estimation of low-frequency volatility and thus an improved inference about volatility transmission.

As already mentioned, the second chapter shares some of its motivation with Chapter 1. However, there are two additional dimensions. For one, the joint behavior of the volatility of Central European currencies is of key importance for international investors, especially those contemplating the diversification benefits of allocating part of their portfolio to Central European assets. According to Jotikasthira, Lundblad & Ramadorai (2009), developed-country-domiciled mutual and hedge fund holdings already account for about 14-19% of the free-float adjusted market capitalization in Central Europe (17.7% in the Czech, 18.25% in the Hungarian and 14.55% in the Polish equity markets). Since international stock market co-movements tend to be stronger in periods of distress and therefore high volatility (King & Wadhvani, 1990), an increase in foreign exchange volatility further amplifies the variability of internationally allocated portfolios for investors whose consumption is denominated in a developed-country currency. The associated rise in the cost of hedging foreign exchange risk then plays an important role in the investment decision-making process and requires a good understanding of the underlying foreign exchange volatility. The relevance of volatility for the construction of portfolios in the CE foreign exchange markets is also shown in de Zwart, Markwat, Swinkels & van Dijk (2009).

Another dimension to the problem of exchange rate stability that was not previously mentioned is more fundamental in nature and has to do with the common source(s) of foreign exchange risk faced by the new EU members. Specifically, Kočenda, Kutan & Yigit (2008) notice that an important common source of the foreign exchange risk, which can be interpreted as a measure of currency stability, is the questionable perspective of the monetary and especially fiscal policies in new EU members. Moreover, Fidrmuc & Horváth (2008) show that the low credibility of exchange rate management implies a higher volatility of exchange rates in many of the new EU countries. Also, both real and nominal macroeconomic factors have been shown to play important roles in explaining

the variability of and contribute to the foreign exchange risk in the set of countries studied in this chapter (Kočenda & Poghosyan, 2009). As these countries are in the process of coping with the Maastricht criteria to qualify for euro adoption, identifying patterns of volatility transmission requires a detailed analysis.

The empirical strategy adopted in Chapter 2 can be summarized as follows. First, we propose a simple and flexible multivariate time-series specification for the series of realized volatilities of the four exchange rates. Allowing explicitly for the time-varying nature of the volatility of realized volatility, our model can be seen as a multivariate generalization of the HAR-GARCH model of Corsi, Mittnik, Pigorsch & Pigorsch (2008): in fact, our original motivation for generalizing the multivariate HAR model with an MGARCH structure is driven by the findings of the previous chapter (see also Bubák & Žikeš, 2009) that a univariate HAR-GARCH model fits very well the realized variances of the Central European exchange rates. Having estimated the model, the analysis then proceeds by executing a series of pairwise Granger causality tests, used in turn to formally test for the volatility spillovers within the model. Finally, to properly assess the overall magnitude and evolution of the volatility spillovers over time, we formulate a dynamic version of the Diebold-Yilmaz spillover index Diebold & Yilmaz (2009).

Our empirical results document the existence of volatility spillovers between the Central European foreign exchange markets. Separating the analysis into two periods, the pre-crisis period (2003-2007) and the post-crisis period (2008-2009), we find that within each period, each Central European currency is characterized by a different volatility transmission pattern. For example, during the pre-2008 period, volatilities of both the Czech koruna and Polish zloty were affected by both the short-term and the long-term volatility components of the Hungarian forint as well as by the long-term volatility component of the U.S. dollar. In contrast, the volatility of the Hungarian forint seemed irresponsive to any foreign component other than the medium-term volatility component of the Czech koruna. Furthermore, the Hungarian forint was also the only CE currency that was not significantly affected by the volatility of U.S. dollar.

These patterns change quite dramatically when we look at the crisis period of 2008-2009. While the pairwise Granger causality tests indicate virtually no volatility spillovers between the currencies, with the exception of the U.S. dollar Granger-causing the Czech koruna, the level of the Diebold-Yilmaz index increases substantially with respect to the pre-2008 period. Thus, we find that in periods characterized by increased market uncertainty, the Central European exchange rates and U.S. dollar volatilities co-move more closely, which has important implications for the stability of the region as a whole.

Our findings are equally important for the international investors. The uncovered differences in volatility patterns and their drivers lend new insights on the implementation

of investor trading strategies (de Zwart, Markwat, Swinkels & van Dijk, 2009). Further, the synthesis of our findings is relevant from the perspective of research on investment strategies as Groh & von Liechtenstein (2009) show that all three CE countries under research score high in terms of attractiveness for risk-capital investors.

Chapter Three

In the third chapter, we investigate the structure and the degree of dependence between three major Central European equity markets (Prague, Budapest and Warsaw) and three major Western stock markets (Frankfurt, London and New York). The need to understand the nature of dependence between these markets takes its motivation from the continuing integration of the CE markets into the world economy.

Indeed, while in the 1990's when the CE markets evolved fairly independently (Gilmore & McManus, 2002, Gilmore, Lucey & McManus, 2008), the recent years have witnessed an increase in co-movements of these markets with the rest of the financial world (Voronkova, 2004, Chelley-Steeley, 2005, Sheppard, 2006). To some extent, this has been due to the succession of the CE countries to the EU in 2004; the CE economies are now nearly fully integrated European markets presenting the investors with the political, legal and economic risks comparable to those found in the original EU 15. Still, perhaps the most evident testimony to the extent of dependence and financial integration of the CE economies within the global financial markets was borne by the economic events of 2008. These events had a profound effect on the CE markets: the flight to liquidity and fear of currency crises prompted large sell-offs of market assets, resulting in a drop in combined total market capitalization of these markets of 240 billion euros by the end of the year 2008 alone, or more than half of its value at the end of 2007. This compares to the similar losses of about 50% and 40% in the markets in London and New York.

The question then remains of why to study the dependence? The reason has to do with an empirical evidence that the distributions of many common economic variables are not normal. In the univariate case, perhaps the most widely documented departures from normality include negative skewness and excess kurtosis (see e.g., Campbell, Lo & MacKinlay, 1996). In the multivariate case, perhaps the most important departure occurs in the form of asymmetric dependence; one example of such dependence - one whose presence has been empirically demonstrated by Karolyi & Stulz (1996), Longin & Solnik (2001), Campbell, Koedijk & Kofman (2002), Fortin & Kuzmics (2002), and Hu (2006), among others - takes place when two asset returns exhibit greater correlation during market downturns than during market upturns.

When faced with such empirical evidence, several problems arise. For one, the standard mean-variance framework fails. The usual correlation coefficient that *normally*

suffices to describe the dependence structure can no longer be used for this purpose. Indeed, it is well known that when the underlying dependence structure is nonlinear (but monotonic), the usual correlation coefficient will underestimate the (real) dependence. Consequently, the diversification benefits may not obtain. Similarly, the calculation of the commonly used risk measures such as Value-at-Risk can lead to erroneous decisions and inadequate management of risk. In the presence of lower tail dependence, for example, the risk measures based on the multivariate Gaussian model substantially underestimate the risk of an investment. A good understanding of the dependence structures is therefore crucial for successful investment decision-making process.

The third chapter aims to provide an empirical evidence on the existence and the structure of dependence between the CE equity markets. In terms of our empirical strategy, we first test for the presence of asymptotic dependence in the pairwise index return distributions, that is the dependence of extreme events, paying a particular attention to the dependence in their lower tails. As a next step, we employ a semiparametric copula framework to model the dependence between the pairs of asset markets. The copulas provide a convenient way to separate the marginal distributions from the dependence structure and allow us to focus on the latter without making strong assumptions about the former. Finally, we use the estimated copula models to address the question whether the presence of nonlinear dependence structures found is economically significant. To this end, we carry out a simple portfolio selection exercise in which we apply the estimated copula models to derive the optimal weights for simple two index portfolios. Comparing the optimal weights to those obtained under the assumption of bivariate normality enables us to draw conclusions about potential pitfalls associated with using the usual mean-variance framework. Finally, we calculate two risk-measures commonly used in practice (Value-at-Risk, expected shortfall) to investigate the extent to which ignoring skewness in the marginal distributions and asymmetric dependence in the joint distribution leads to under-estimating the true level of risk.

Our results document the presence of lower tail dependence between the CE and Western markets and among the CE markets themselves. In particular, we find significant lower tail dependence between the U.K., Czech and Hungarian markets and between the U.S. and the Czech markets. A highly significant lower tail dependence is also found between all three CE markets. In line with the previous literature, we find practically no asymptotic dependence in the upper tails of the pairwise distributions, the only exception being the relationship between the markets in the U.K. and the U.S. The results of portfolio exercise suggest that the asymmetry in the tails of the joint distribution of the CE index returns plays a nontrivial role in an investor's decision making process, as does neglecting the asymmetric dependence structure.

Introduction Générale

Cette thèse de doctorat se compose de trois chapitres sur la modélisation économétrique appliquée des marchés financiers d'Europe centrale (EC). Le premier chapitre ("The Distribution and Dynamics of Central European Exchange Rates: Evidence from Intraday Data") établit un cadre empirique solide pour la modélisation et la prévision précise des taux de change d'Europe centrale en utilisant les données intrajournalières. Contrairement à la méthodologie paramétrique généralement rencontrée dans les études empiriques, l'analyse présente dans ce chapitre repose sur une approche non-paramétrique flexible et simple à calculer. Le deuxième chapitre ("Volatility Transmission in Central European Foreign Exchange Markets"), adopte le même cadre non-paramétrique pour étudier la transmission de volatilité entre les taux de change EC et le dollar américain. En particulier, ce chapitre fournit une analyse approfondie de la mesure dans laquelle les chocs à la volatilité des taux de change dans un marché se transmettent à la volatilité actuelle et future dans les autres marchés des taux de changes à l'étude ainsi que de l'évolution dynamique des retombées de la volatilité correspondantes. Enfin, le troisième chapitre ("Dependence Structures on Central European Equity Markets") enquête sur l'existence de structures de dépendance asymétrique entre les marchés d'Europe centrale et les grands marchés occidentaux d'actions et les implications potentielles de ces structures pour la diversification du portefeuille et de gestion des risques. Dans les paragraphes suivants, nous examinons brièvement les motivations de chaque chapitre, ainsi que leurs principales contributions.

Chapitre 1

Pour la plupart des dix dernières années, les monnaies d'Europe centrale ont connu une période de relative stabilité. Inévitablement, l'augmentation significative de leur volatilité déclenchée par la récente crise économique a soulevé des questions, dont peut-être la plus importante a été celle concernant la capacité de la République tchèque, de la Hongrie et de la Pologne à remplir le critère de stabilité des taux de change stipulés dans le traité de Maastricht.² Comme les devises EC continuent de souffrir de la volatilité relativement élevée, il devient évident que le choix de la politique monétaire et du taux de change approprié sera crucial pour s'assurer que le critère de stabilité soit respecté. Avec cette prise de conscience vient une reconnaissance implicite que la conception et la mise en œuvre de telles politiques ne seraient pas possibles sans une compréhension

²Le critère de stabilité des taux de change exige que, pour au moins deux ans avant l'entrée dans la zone euro, la monnaie du pays candidat, restée dans une marge de fluctuation normale autour de la parité centrale, ce qui a effectivement fixé des limites à la volatilité de la monnaie pendant la période de préadhésion; voir Antal & Holub (2007).

approfondie des propriétés statistiques des monnaies en question. Un cadre pratique pour la modélisation et la prévision précise de la volatilité des taux de change en particulier, pourraient contribuer à rendre ces politiques plus efficaces.

Une bonne connaissance des taux de change EC dynamique est également pertinente pour l'évaluation des actifs et la gestion des risques. Par exemple, les fréquents mouvements des taux de change inattendus et potentiellement importants nuisent aux performances des entreprises orientées vers l'exportation. Papaioannou (2006) discute des types de risque de taux de change spécifiques auxquels ces entreprises font face à des moments de volatilité augmentée des devises, y compris les coûts de transaction associés à la couverture contre les fluctuations défavorables des taux de change et aux coûts économiques découlant de l'incertitude accrue à propos de la compétitivité future relative. Incluant ces derniers et les risques connexes exige des décisions efficaces de gestion des risques qui sont impossibles sans une bonne connaissance du comportement du taux de change sous-jacent. En outre, la compréhension de la distribution de probabilité conditionnelle des rentabilités des taux de change et leur volatilité est tout aussi essentiel pour l'estimation précise des divers modèles utilisés dans la tarification et la couverture de titres dérivés écrit sur le taux de change.

Motivé par ces préoccupations, le premier chapitre fournit un point de départ naturel pour la modélisation et la prévision précise des taux de change EC en utilisant les données à haute fréquence. S'appuyant sur les mesures non-paramétriques modèle-libre de la volatilité *ex post* qui repose sur les données intrajournalières de 5 minutes, notre approche contraste avec la littérature existante qui emploie presque toujours le cadre paramétrique pour modéliser la volatilité des taux de change. En ce qui concerne nos contributions, nous étendons premièrement la compréhension actuelle du comportement des taux de change EC en décrivant la distribution conditionnelle et la dynamique des rendements et de la volatilité de la couronne tchèque (EUR/CZK), du forint hongrois (EUR/HUF), et du zloty polonais (EUR/PLN) dans la période allant de 2002 à 2008. Nos résultats confirment certains faits stylisés sur le comportement des rendements des taux de change et la de la volatilité. En particulier, nous constatons que, lorsqu'elles sont bien réduites par les estimations de la volatilité réalisée quotidienne en modèle-libre, les rentabilités quotidiennes de l'EUR/CZK, EUR/HUF et EUR/PLN sont à peu près normalement distribuées et indépendantes au fil du temps. Compte tenu des propriétés des rentabilités intrajournalières de 5 minutes, nous trouvons également qu'une correction relativement simple de la variance réalisée suffit à tenir compte du biais résultant du bruit de microstructure contaminant les données. La variance réalisée qui en résulte montre une asymétrie positive substantielle et très persistante, de type de dynamique à longue mémoire.

Une partie importante de l'analyse est consacrée à la construction et à l'estimation d'un modèle simple de trois équations pour les rentabilités quotidiennes, la variance réalisée et la volatilité de la variance réalisée. La spécification particulière du modèle que nous proposons saisit très bien toutes les caractéristiques principales des données. En outre, nous voyons que le modèle fonctionne remarquablement bien en dehors de l'échantillon (out-of-sample), fournissant des prévisions exactes. Il peut alors servir convenablement comme un modèle supplémentaire pour estimer les différents modèles de volatilité stochastique à temps continu, utilisée pour la tarification des instruments dérivés écrits sur les taux de change de la couronne tchèque, du forint hongrois, et du zloty polonais.

Chapitre 2

Motivé par l'impact de la récente crise économique, le deuxième chapitre contribue à la littérature existante sur la transmission d'information entre les marchés financiers par une analyse approfondie de la transmission entre la volatilité des taux de change EC et le dollar américain. Contrairement à la littérature empirique existante, notre analyse s'appuie une fois de plus sur les estimations modèle-libre de la volatilité du taux de change quotidien basées sur les données intrajournalières. Une approche non-paramétrique semble être particulièrement bien appropriée pour l'analyse de la transmission de la volatilité. Non seulement elle permet de traiter la volatilité comme étant observable (par opposition à latente), ce qui rend nos résultats indépendants de la volatilité des modèles communément en usage. Un avantage important de l'utilisation de données à haute fréquence est également une meilleure estimation de la volatilité à basse fréquence et donc une inférence améliorée sur la transmission de la volatilité.

Comme déjà mentionné ci-dessus, le deuxième chapitre partage une partie de sa motivation avec le Chapitre 1. Cependant, il y a deux dimensions additionnelles. D'une part, le comportement conjoint de la volatilité des monnaies d'Europe centrale est d'une importance capitale pour les investisseurs internationaux, en particulier ceux qui envisagent les avantages de diversification en allouant une partie de leurs portefeuilles dans les actifs d'Europe centrale. Selon Jotikasthira, Lundblad & Ramadorai (2009), les fonds mutuels et de couverture, des pays développés (domiciliés) représentent déjà environ de 14% à 19% de la capitalisation boursière (ajustée par le flottant) en Europe centrale (17,7%, 18,25% et 14,55% respectivement dans les marchés tchèque, hongrois, et polonais des actions). Étant donné que les co-mouvements sur les marchés boursiers internationaux ont tendance à être plus forts en périodes de crise et donc de la volatilité élevée (King & Wadhvani, 1990), une augmentation de la volatilité des taux de changes amplifie encore la variabilité des portefeuilles alloués aux actions internationales pour les investisseurs

dout la consommation est libellée dans une monnaie de pays développé. La hausse des coûts de la couverture du risque des taux de change associée avec ce développement joue alors un rôle important dans le processus de décision d'investissements et exige une bonne compréhension de la volatilité des devises sous-jacentes. La pertinence de la volatilité pour la construction de portefeuilles sur les marchés des changes EC est également indiquée dans de Zwart, Markwat, Swinkels & van Dijk (2009).

Une autre dimension du problème de la stabilité des taux de change qui n'a pas été mentionnée précédemment est plus fondamentale dans la nature et a à voir avec les sources communes du risque de change auxquels sont confrontés les nouveaux États membres. Plus précisément, Kočenda, Kutan & Yigit (2008) remarquent qu'une source commune importante des risques de change, qui peut être interprétée comme une mesure de stabilité monétaire, est un point de vue discutable de la politique monétaire et en particulier des politiques budgétaires dans les nouveaux États membres de l'Union européenne (UE). De plus, Fidrmuc & Horváth (2008) montrent que la faible crédibilité de la gestion des taux de change implique une volatilité plus élevée des taux de change dans plusieurs nouveaux pays membres de l'UE. En outre, les deux facteurs macroéconomiques, réels et nominaux, jouent des rôles importants à l'explication de la variabilité et contribuent au risque de change dans l'ensemble des pays étudiés dans ce chapitre (Kočenda & Poghosyan, 2009). Comme ces pays actuellement font face aux critères de Maastricht afin de se qualifier pour l'adoption de l'euro, l'identification des modes de transmission de volatilité nécessite donc une analyse détaillée.

La stratégie empirique adoptée dans le chapitre 2 peut être résumée comme suit. Premièrement, nous proposons une spécification multivariée de séries chronologiques, à la fois simple et flexible, pour les séries des volatilités réalisées sur les quatre taux de change. En permettant explicitement pour la nature dynamique de volatilité de la volatilité réalisée, notre modèle peut être vu comme une généralisation multivariée du modèle HAR-GARCH de Corsi, Mittnik, Pigorsch & Pigorsch (2008); en fait, notre motivation originale pour généraliser un modèle de HAR multivarié avec une structure MGARCH est justifiée par les conclusions du chapitre précédent (voir aussi Bubák & Žikeš, 2009) qu'un modèle univarié HAR-GARCH s'intègre très bien aux variances réalisées des taux de change d'Europe centrale. Après avoir estimé le modèle, l'analyse procède ensuite par l'exécution d'une série des tests de causalité au sens de Granger, utilisée à son tour pour tester formellement les retombées de la volatilité dans le modèle. Enfin, pour évaluer correctement l'ampleur globale et l'évolution des retombées de la volatilité au fil du temps, nous formulons une version dynamique de l'indice des retombées de Diebold & Yilmaz (2009).

Nos résultats empiriques démontrent l'existence des retombées de la volatilité sur les

marchés du changes en Europe centrale. Par séparation de l'analyse en deux périodes (avant la crise: 2003-2007, et après la crise: 2008-2009), nous constatons que, dans chaque période, chaque monnaie d'Europe centrale se caractérise par un mode différent de transmission de volatilité. Par exemple, durant la période 2003-2007, les volatilités de la couronne tchèque et du zloty polonais ont été affectées par les composantes de volatilité du forint hongrois à court terme et à long terme, ainsi que par une composante de volatilité du dollar américain à long terme. En revanche, la volatilité du forint hongrois semblait insensible à toute composante de volatilité étrangère autre que la composante de volatilité de la couronne tchèque à moyen terme. En outre, le forint hongrois a également été la seule monnaie d'Europe centrale qui n'ait pas été significativement affectée par la volatilité du dollar américain.

Ces relations changent assez radicalement lors de l'examen de la période de crise de 2008-2009. Alors que les tests de causalité au sens de Granger n'indiquent pratiquement aucune retombée de la volatilité entre les monnaies à l'exception du dollar américain qui influence, au sens de Granger, la couronne tchèque, le niveau de l'indice de Diebold-Yilmaz augmente sensiblement par rapport à la première période. Alors, nous constatons que dans les périodes caractérisées par l'incertitude accrue sur les marchés, les volatilités du taux de change des monnaies d'Europe centrale et du dollar américain se co-déplacent de plus près, ce qui a des implications importantes pour la stabilité de la région dans son ensemble.

Nos résultats sont également importants pour les investisseurs internationaux. Les différences découvertes dans les schémas de volatilité et dans leurs conducteurs ouvrent de nouvelles perspectives sur la mise en œuvre de stratégies de négociation des investisseurs (de Zwart, Markwat, Swinkels & van Dijk, 2009). En outre, la synthèse de nos résultats est pertinente du point de vue de la recherche sur les stratégies d'investissement puisque Groh & von Liechtenstein (2009) montrent que les trois pays EC réussissent haut la main en terme d'attractivité pour les investisseurs de capital-risque.

Chapitre 3

Dans le troisième chapitre, nous étudions la structure et un degré de dépendance entre les trois marchés principaux des actions d'Europe centrale - Prague, Budapest et Varsovie, et trois grands marchés boursiers occidentaux - Francfort, Londres et New York. La nécessité de comprendre la nature de la dépendance entre ces marchés prend sa motivation dans l'intégration continue des marchés EC dans l'économie mondiale.

En effet, contrairement aux années 1990 lorsque les marchés EC évoluaient de façon relativement autonome (Gihmore & McManus, 2002, Gihmore, Lucey & McManus, 2008), les dernières années ont vu une augmentation des co-mouvements et de l'intégration de

ces marchés dans le reste du monde financier (Voronkova, 2004, Chelley-Steeley, 2005, Sheppard, 2006). Cela est dû en partie à l'accès des pays d'Europe centrale à l'Union européenne en 2004; les économies EC sont maintenant des marchés européens, presque entièrement intégrées et présentant pour les investisseurs des risques politiques, juridiques et économiques comparables à ceux trouvés auparavant dans l'UE-15. Pourtant, peut-être le témoignage le plus évident de la mesure de la dépendance et de l'intégration financière des économies EC dans les marchés financiers mondiaux a été pris en charge par les événements économiques de 2008. Ces événements ont eu un profond effet sur les marchés EC: le vol à la liquidité et la peur des crises monétaires ont provoqué grandes cessions d'actifs du marché, résultant en une baisse de la capitalisation boursière totale de ces marchés de 240 milliards d'euros à la fin de l'année 2008, ou plus de la moitié de sa valeur à la fin de l'année 2007. Cela se compare aux pertes similaires sur les marchés de Londres et de New York, d'environ 50% et 40%.

La question reste à savoir pourquoi étudier la dépendance? La raison a à voir avec une preuve empirique que les distributions de nombreuses variables économiques ne sont pas normales. Dans le cas univarié, les départs de normalité les plus largement documentés comprennent asymétrie négative et aplatissement (voir, par exemple, Campbell, Lo & MacKinlay, 1996). Dans le cas multivarié, le départ le plus important se produit sous la forme de dépendance asymétrique; un exemple de cette dépendance - celui dont la présence a été démontrée de façon empirique par Karolyi & Stulz (1996), Longin & Solnik (2001), Campbell, Kocdijk & Kofman (2002), Fortin & Kuznics (2002), et Hu (2006), parmi d'autres - se produit lorsque les rentabilités des deux actifs présentent une plus grande corrélation en période de ralentissement du marché qu'en période de reprise.

Face à ces preuves empiriques, plusieurs problèmes se posent. D'une part, le cadre standard de moyenne-variance échoue. Le coefficient de corrélation ordinaire qui *normalement* suffit pour décrire la structure de dépendance ne peut plus être utilisé à cette fin. En effet, il est bien connu que lorsque la structure de dépendance sous-jacente est non-linéaire (mais monotone), le coefficient de corrélation ordinaire sous-estime la dépendance réelle. Par conséquent, les avantages de la diversification ne peuvent pas suivre. De même, le calcul des mesures de risque couramment utilisées, tels que la Valeur en Risque (Value-at-Risk), peuvent conduire à des décisions erronées et une gestion inadéquate des risques. En présence de dépendance de queue à gauche, par exemple, des mesures de risque fondées sur le modèle gaussien multivarié sous-estiment largement le risque d'un investissement. Une bonne compréhension des structures de dépendance est alors crucial pour la réussite de processus décisionnel d'investissement.

Le troisième chapitre vise à fournir une preuve empirique de l'existence et de la structure de dépendance entre les marchés d'actions EC. En ce qui concerne notre

stratégie empirique, nous vérifions tout d'abord la présence de la dépendance asymptotique dans les paires de distributions des rentabilités, c'est-à-dire la dépendance à l'égard d'événements extrêmes, en accordant une attention particulière à la dépendance sur les queues à gauche des distributions. Dans le pas suivant, nous employons un cadre semi-paramétrique de copules pour modéliser la dépendance entre les paires de marchés d'actifs. Les copules constituent un moyen pratique de séparer les distributions marginales de la structure de dépendance et permettent de nous concentrer sur celui-ci sans faire d'hypothèses fortes sur le précédent. Enfin, il est fait l'appel à les modèles de copules estimés pour aborder la question de savoir si la présence des structures de dépendance non-linéaire est économiquement significative. A cette fin, nous effectuons un exercice simple de choix de portefeuille, dans lequel sont appliquée des modèles de copules estimés pour calculer les poids optimaux des portefeuilles composés des paires d'indices. En comparant les poids optimaux à ceux obtenus en vertu de l'hypothèse de normalité bivariée, nous pouvons tirer des conclusions sur les pièges potentiels associés à l'utilisation du cadre usuel moyenne-variance. Enfin, nous calculons deux mesures de risques couramment utilisées en pratique (Value-at-Risk, expected shortfall) pour enquêter sur la mesure dans laquelle l'asymétrie et la dépendance asymétrique conduisent à sous-estimer le niveau véritable du risque.

Nos résultats documentent la présence d'une dépendance de queue à gauche entre les pays d'Europe centrale et de l'Ouest et parmi les marchés d'Europe centrale eux-mêmes. En particulier, nous trouvons une dépendance de queue à gauche significative entre les marchés britannique, tchèque et hongrois et entre les marchés américain et tchèque. Une dépendance de queue à gauche très significative se trouve également entre tous les trois pays d'Europe centrale. En accord avec la littérature antérieure, nous ne trouvons pratiquement aucune dépendance asymptotique sur les queues à droite des distributions, la seule exception étant la relation entre les marchés britannique et américain. Les résultats de l'exercice du portefeuille suggèrent que l'asymétrie sur les queues des distributions conjointes des rentabilités des indices EC joue un rôle non trivial dans le processus de décision d'investissement, comme le fait de négliger la structure de dépendance.

Chapter 1

The Distribution and Dynamics of Central European Exchange Rates: Evidence from Intraday Data

Vít Bubák and Filip Žikeš¹

¹Email: vit.bubak@malix.univ-paris1.fr and fzikes@imperial.ac.uk. Bubák acknowledges the support from the Czech Ministry of Education (grant MSM0021620841). We are grateful for comments and suggestions to Jozef Barunk. This chapter was published in the *Czech Journal of Economics and Finance* (2009) vol. 59, nr. 4, pp. 334-359. *JEL Classification*: C1, C5, G1. *Keywords*: intraday data; realized variance; return and volatility distributions; heterogeneous autoregressive model; copulas.

1.1 Introduction

The recent economic downturn has put an end to a period of relative stability that the Czech Koruna, Hungarian Forint and Polish Zloty enjoyed over the last years. The considerable increase in the volatility of these currencies raises a question about the ability of the Czech Republic, Hungary and Poland to fulfill the exchange rate stability criteria stipulated in the Maastricht Treaty. Indeed, these criteria require that for at least two years prior to the entry into the Eurozone, the applicant country's currency remain within a normal fluctuation band around the central parity, effectively setting limits to the currency's volatility during the pre-accession period (Antal & Holub, 2007). There is no doubt that while the choice of the appropriate monetary and exchange rate policies will be crucial to ensure that the currency meets the convergence criteria, the design and implementation of such policies would not be possible without a thorough understanding of the statistical properties of the currencies in question. A practical framework for accurate modeling and forecasting of the exchange rate volatility in particular could ultimately help in making the relevant policies more efficient.

A good knowledge of the Central European (CE) exchange rates dynamics is equally relevant for asset pricing and risk management. Understanding the conditional probability distribution of the exchange rate returns and their volatility is critical for accurate estimation of various models used in pricing and hedging derivative securities written on the exchange rate. On a more general level, frequent and potentially large unexpected exchange rate movements adversely affect the performance of export-orientated businesses. Papaioannou (2006) discusses specific types of exchange rates risk that these companies face at times of increased currency volatility, including transaction costs associated with hedging against unfavorable exchange rate movements and economic costs arising from increased uncertainty about future relative competitiveness. As the CE currencies continue to suffer from relatively high volatility triggered by the global economic crisis, containing these and related risks demands effective risk management decisions that are impossible without sound knowledge of the underlying exchange rate behavior.

The CE currencies have been subject to a wide range of studies. The most recent focus on understanding the effectiveness of foreign exchange interventions conducted by Central Banks (Geršl, 2004, Geršl, 2006, Geršl & Holub, 2006, Égert & Komárek, 2006, Égert, 2007), the sustainability of the real exchange rates (Bulř & Šmídlová, 2005), or the equilibrium real exchange rate determination (Melecký & Komárek, 2008), among others.

In contrast, only a limited number of studies have attempted to model the dynamics of the spot exchange rates for the CE currencies. Kočenda & Valachy (2006) provide a

detailed analysis of the exchange rate volatility in the Visegrád countries, with a particular focus on the period in which these countries abandoned tight FX regimes for more flexible ones. Using daily nominal exchange rate data, the authors employ an augmented version of a threshold GARCH-in-Mean (T-GARCH) model to study the effects of path dependency, asymmetric shocks, and movements in interest rates on exchange rate volatility during the regime transition. The study shows that the introduction of the more flexible regime lead to a general increase in exchange rate volatility, with the level of volatility persistence becoming roughly the same across the exchange rates analyzed. The authors also find a significant and negative effect of asymmetric shocks on the volatility of Polish and Hungarian currencies under the floating regime.

In a related paper, Fidrmuc & Horváth (2008) analyzes the exchange rate dynamics in the selected EU members, including the Czech Republic, Hungary and Poland using daily data from 1999 to 2006. The authors apply both a GARCH model and an extended version of the TAR model to assess the exchange rate volatility in connection to the estimated target exchange rate and the credibility of exchange rate management. Among other findings, the study shows that the daily exchange rate volatility exhibits strong persistence as well as systematic asymmetric effects, with the latter being especially pronounced during periods of exchange rate appreciation.

Horváth (2005) investigates the medium-term determinants of the bilateral exchange rate volatility of Central and Eastern European countries (CEEC) based on the optimal currency area criteria. As part of the analysis, the author also compares the actual and predicted exchange rate variability between the Euro area countries and the CEEC. Although limited to the use of quarterly data and relatively short sample period from 1999 to 2004, the study shows that the actual exchange rate variability is larger in the CEEC compared to what it had been in the Euro area before its creation. In addition, the author finds the predicted exchange rate variability to be close to the Eurozone levels, with the difference between the latter and actual variability caused by the Euro area countries participating in the ERM during the sample period.

Finally, Frömmel (2010) provides an interesting investigation of the changes between volatility regimes in five Central and Eastern European countries, including Czech Republic, Poland and Hungary. Frömmel employs a Markov-Switching GARCH model to study whether the changes between the volatility regimes are consistent with changes in the official exchange rate arrangements. Among other findings, the author concludes that an increase in the flexibility of the exchange rate regime leads to an increase in exchange rate volatility.

The goal of this paper is to examine the conditional distribution of the Czech Koruna, Hungarian Forint and Polish Zloty exchange rates vis-à-vis the Euro in the period 2002-

2008. Employing 5-minute intraday data, we examine the distributional properties and time-series dynamics of both daily exchange rate returns as well as daily realized variance. Unlike the existing empirical literature that employs almost exclusively a GARCH framework to study the dynamics of the exchange rate our work relies on model-free nonparametric measures of ex-post volatility based on the use of intraday data. This approach, pioneered by Andersen & Bollerslev (1998a), has attracted substantial attention in the recent financial econometrics literature, see e.g. McAleer & Medeiros (2008) for a recent review. It offers a number of advantages.

First, no parametric assumptions are needed to ensure that the realized variance and related measures are consistent for the true, unobserved volatility, apart from some mild regularity conditions. This is in stark contrast to the GARCH framework, where all results concerning the behavior of volatility hinge on a particular specification of the GARCH variance equation.

Second, realized variance captures the total variation in the price or exchange rate over a given period of time, unlike a GARCH-type model that focuses on conditional volatility of the price at time t , given the information set available at time $t - 1$. In other words, realized variance combines both the volatility expectations as well as the innovations to volatility. This carries important implications for studying the conditional distributions of one-period returns as pointed out by Andersen, Bollerslev & Dobrev (2007): while the one-period financial returns standardized by conditional volatility typically appear to be leptokurtic, standardizing by realized volatility produces approximately Gaussian innovations. This in turn lends empirical support to a large class of continuous-time stochastic volatility models widely employed in the asset pricing literature.

Finally, since the realized variance and alternative related measures render volatility essentially observable, up to a measurement error that vanishes as the sampling frequency increases, simple time-series models can be used to model and accurately forecast future volatility (Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys, 2003, Andersen, Bollerslev & Dobrev, 2007, among others). This includes not only point forecasts, that is, the expected future volatility, but the entire predictive density for future volatility, allowing for construction of confidence intervals around the point forecast or, similarly, estimation of the probability that future volatility remains within a certain fluctuation band. The ability to provide the predictive density for future volatility also facilitates the measurement and management of risk associated with trading realized volatility, which has become very popular in recent years (e.g. Bondarenko, 2007). In this paper, we only focus on a simple model for returns and variance since our primary interest lies in studying the dynamics and conditional distributions of the EUR/CZK, EUR/HUF and EUR/PLN

spot exchange rates.

Our empirical results confirm some stylized facts about the behavior of returns and volatility of foreign exchange rates. We find that daily returns on the exchange rate are approximately normally distributed and independent over time, when properly scaled by model-free estimates of daily realized variance. Daily realized variance, on the other hand, exhibits substantial positive skewness as well as a very persistent, long-memory type of dynamics. We propose a relatively simple model for daily returns, realized variance and the time-varying volatility of realized variance, finding that it very well captures all salient features of the data. In addition, the model is shown to perform remarkably well out-of-sample, delivering accurate volatility forecasts. It may therefore serve well as an auxiliary model for estimating various continuous-time stochastic volatility models used for pricing derivative securities written on the exchange rate (Bollerslev, Kretschmer, Pigorsch & Tauchen, 2009).

The rest of the chapter is organized as follows. In Section 1.2, we describe our theoretical framework and discuss some distributional predictions that it generates for the EUR/CZK, EUR/HUF, and EUR/PLN returns. In Section 1.3, we follow with a definition of the realized variance as a model-free measure of variation in asset prices and some of the issues associated with measuring volatility from noisy high-frequency data. In Section 1.4 we describe the data and in Section 1.5 we report the empirical results. In particular, we present the results of the tests of normality and independence of returns standardized by realized volatility, the estimation of a joint model for daily returns, realized variance and the volatility of realized variance, and the results of an out-of-sample volatility forecasting exercise. Section 1.6 concludes the chapter with some suggestions for future work.

1.2 Theoretical Framework

Following a vast body of recent literature in financial econometrics, we adopt a relatively simple, yet very general continuous-time framework. Working in continuous time has a number of technical advantages but, more importantly, provides a direct link to the asset pricing literature, which establishes a number of important results concerning the restrictions on admissible models governing asset prices in an arbitrage-free environment (Back, 1991). A detailed overview of this and related issues is beyond the scope of this study and we refer the interested reader to an excellent discussion in Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys (2003).

We assume that the logarithmic spot exchange rate, s_t , follows a stochastic volatility

model given by

$$s_t = \int_0^t \mu_u du + \int_0^t \sigma_u dW_u, \quad (1.1)$$

where μ_t and σ_t denote the drift and volatility processes, respectively, and W_t is a standard Brownian motion. Both μ_t and σ_t are allowed to be general stochastic processes and we do not impose any parametric assumption regarding their respective laws of motion. Also, no restrictions are placed on the dependence between volatility (σ_t) and the Brownian motion W_t driving the exchange rate innovations.

A few remarks regarding the model in equation (1.1) are in order. First, the sample paths of the exchange rate are continuous, hence ruling out the presence of jumps. We choose to make this assumption to keep our framework simple for the sake of exposition, but nothing prevents us from including a jump process to the drift and diffusion components in equation (1.1). Indeed, the measures of volatility that we employ later in the chapter can capture both parts of the variation, i.e. the diffusion and jump part, if present, and hence there is no loss of generality in this sense by doing otherwise.

Second, the model nests a wide variety of arbitrage-free stochastic volatility models employed in the asset pricing literature. The well-known Black-Scholes model, where both the drift and volatility are constant, is a prominent example. For more general and empirically relevant specification see Chernov, Gallant, Ghysels & Tauchen (2003) and the references therein.

Finally, the model delivers testable distributional predictions: the one-period returns defined as $r_t = s_t - s_{t-1}$ are, conditionally on the sample path of drift and volatility, normally distributed. Formally,

$$r_t | \{\mu_u, \sigma_u\}_{t-1}^t \sim N \left(\int_{t-1}^t \mu_u du, \int_{t-1}^t \sigma_u^2 du \right). \quad (1.2)$$

Since the drift is typically negligible at daily and weekly frequencies, especially in the case of foreign exchange rates, the key quantity that we are interested in is the so-called integrated variance,

$$IV_t = \int_{t-1}^t \sigma_u^2 du, \quad (1.3)$$

which, as equation (1.2) shows, is the natural measure of variation in the one-period returns. The conditional normality of r_t further implies that in the absence of dependence between the volatility process and the Brownian motion driving the exchange rate (W_t), the one-period standardized returns follow the standard normal distribution,

$$\frac{r_t - \int_{t-1}^t \mu_u du}{\left(\int_{t-1}^t \sigma_u^2 du \right)^{1/2}} \stackrel{iid}{\sim} N(0, 1). \quad (1.4)$$

Similar predictions can be derived when the volatility process correlates with the Brownian motion. The normality of properly standardized returns has found an overwhelming empirical support across different assets classes, see e.g. Andersen, Bollerslev & Dobrev (2007), Andersen, Bollerslev, Frederiksen & Nielsen (2009) and Žikeš (2009) for recent evidence from equity index futures, individual stock and foreign exchange rates, respectively. It is worth reiterating that this distributional assumption can be tested without making any parametric assumptions about the volatility process since the integrated volatility appearing in the denominator of the standardized returns can be consistently estimated by nonparametric methods, which we describe in the next section.

1.3 Measuring Daily Variance

Suppose we obtain a sample of size $T(M + 1)$ corresponding to T days each having $M + 1$ intraday observations of the logarithmic spot exchange rate. We denote by s_{t_i} the i -th observation of the log-spot rate on day t , with $i = 0, \dots, M$ and $t = 1, \dots, T$. The simplest and most widely used estimator, the well-known realized variance² (Andersen & Bollerslev, 1998), is obtained by summing squared intraday returns:

$$RV_{t,M} = \sum_{i=1}^M (\Delta_i s_t)^2, \quad (1.5)$$

where $\Delta_i s_t = s_{t_i} - s_{t_{i-1}}$ denotes the i -th intraday return on day t . As the sampling frequency increases, $M \rightarrow \infty$, the realized variance converges in probability to the integrated variance, IV_t (e.g. Protter, 2005). Moreover, under some mild regularity conditions, a central limit theorem can be obtained, establishing the \sqrt{M} rate of convergence (Barndorff-Nielsen & Shephard, 2002). Thus, the realized variance is a fully nonparametric estimator of the integrated variance yet it achieves the usual parametric rate of convergence. We finally remark that if jumps are present in the true price process in addition to the diffusion component, the realized variance will pick up both: it will converge to the integrated variance plus the sum of squared jumps, thereby providing a measure of the overall variation in the one-period returns.

The asymptotic results mentioned above seem to suggest that one should sample as frequently as possible to achieve highly accurate realized variance estimates. When taken to the data, however, one quickly realizes that this is actually not optimal. The reason is that intraday data sampled at very high frequencies tend to be contaminated by the

²Note that it is common in the literature to abuse terminology by using 'realized variance' and 'realized volatility' interchangeably to refer to the same quantity defined in equation (1.5). We will try to avoid this by reserving the term 'realized variance' for $RV_{t,M}$ defined in (1.5) and 'realized volatility' for $\sqrt{RV_{t,M}}$.

so-called microstructure noise. The noise arises from a number of frictions inherent to the process of trading and posting bid and ask quotes. See O'Hara (1995) for an overview of the theory of market microstructure and Hansen & Lunde (2006) for the implications of the presence of noise for estimating volatility from high-frequency data.

The typical approach to modeling the noise in the realized variance literature is to assume that the noise is additive, i.e.

$$s_{t_i}^* = s_{t_i} + \epsilon_{t_i}, \quad \epsilon_{t_i} \sim D(0, \omega^2), \quad (1.6)$$

where $s_{t_i}^*$ is the actual price the econometrician observes, while the efficient price, s_{t_i} , remains unobserved due to contamination by ϵ_{t_i} . Earlier contributions assumed that the noise is independently and identically distributed over time and independent from the efficient prices. Both have been gradually relaxed and the estimator we use in this study works under very general conditions. Nonetheless, the *iid* assumption turns out to be approximately satisfied in foreign exchange data, and as we will see below, also for the exchange rates analyzed in the current study. We will therefore retain this assumption for the sake of exposition.

An immediate consequence of the presence of *iid* microstructure noise is that the realized variance becomes biased and inconsistent as the sampling frequency increases. The noise contaminating the efficient price induces a moving-average type of structure in the observed intraday returns,

$$\Delta_i s_{t_i}^* = \Delta_i s_{t_i} + \epsilon_{t_i} - \epsilon_{t_{i-1}} \quad (1.7)$$

As a result, the realized variance behaves, for large M , as

$$RV_{l,M} \approx IV_l + 2M\omega^2, \quad (1.8)$$

and is thus biased and inconsistent as it tends to infinity with $M \rightarrow \infty$. In fact, for large M , the realized variance, when scaled by $2M$ can be used to estimate the variance of the noise (Bandi & Russell, 2006).

The vast majority of papers in the literature circumvent the problem of noise by sampling sparsely, that is, by sampling at frequencies at which the bias is small. To this end, Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys (2000) introduce the so-called volatility signature plot that shows the average daily realized volatility calculated at different sampling frequencies. In the absence of noise, this plot should be flat. If, on the other hand, the noise is present, the signature plot will reveal the frequency at which the bias induced by it kicks in. This frequency is then used in the empirical work to measure the daily volatility.

Sampling sparsely, however, entails throwing away a lot of data, which violates one of the main rules of statistics (Zhang, Mykland & Ait-Sahalia, 2005). A number of solutions have been therefore proposed in the literature to correct the biases associated with microstructure noise directly. Here we use the moving-average based estimator first used by Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys (2001) and recently theoretically studied by Hansen, Large & Lunde (2008), since the microstructure noise contaminating our data seems to exhibit the simple *iid* structure. For an alternative approach see Barndorff-Nielsen, Hansen, Lunde & Shephard (2008a) and the references therein.

The moving-average based estimator exploits the MA(1) structure of observed returns, $\Delta_i s_t^*$. The intraday returns are first filtered by an MA(1) model,

$$\Delta_i s_t^* = \eta_t - \theta \eta_{t-1}, \quad (1.9)$$

where the parameter θ can be estimated by the method of quasi maximum likelihood. In the second step, the usual realized variance is applied to the filtered intraday returns, $\hat{\eta}_t$, i.e.

$$RV_{t,M}^{MA1} = (1 - \hat{\theta})^2 \sum_{i=1}^M \hat{\eta}_i^2, \quad (1.10)$$

where the scaling constant $(1 - \hat{\theta})^2$ ensures that the estimator is unbiased and consistent for the integrated variance. Hansen, Large & Lunde (2008) provide a central limit theorem for $RV_{t,M}^{MA1}$ and establish the $M^{1/4}$ rate of convergence, which is known to be the best possible rate when estimating volatility from noisy data.

The discussion of the issues associated with measuring volatility from noisy high-frequency data completes the methodology part of the chapter. Before we turn to the empirical application we first carefully describe the data.

1.4 Data Description and Preliminaries

We employ 5-minute spot exchange rate mid-quotes covering the period from January 4, 2002 through December 31, 2008 for the case of EUR/CZK and EUR/PLN and from January 2, 2003 through December 31, 2008 for the case of EUR/HUF. The mid-quotes are constructed by taking the average of the best bid and ask quotes available at the end of each 5-minute interval. The data was obtained from Olsen Financial Technologies.

Similarly to other FX markets, the EUR/CZK, EUR/HUF and EUR/PLN markets operate 24 hours per day. To avoid distortions associated with illiquidity and thin trading, we follow the usual approach in the literature and discard weekend periods from Friday 21:00 GMT (22:00 CET) until Sunday 21:00 GMT as well as holidays. This leaves

us with a total of 1,780, 1,507, and 1,762 trading days for the EUR/CZK, EUR/HUF and EUR/PLN exchange rates, respectively.

We define a trading day on the interval from 21:00 GMT to 21:00 GMT of the following day as is common in the literature (e.g. Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys, 2003). Since the trading activity in the foreign exchange markets exhibits substantial deterministic intraday variation, we resort to tick-time sampling for the purposes of measuring daily volatility (e.g. Oomen, 2006). That is, for each day in the sample, the series of intraday prices is obtained by discarding duplicate quotes, and the intraday returns are then calculated from these, generally irregularly-spaced, prices. This procedure eliminates the zero intraday returns largely prevalent in periods of thin trading and makes the resulting irregularly-spaced intraday returns closer to being homoskedastic. Theory implies that this should generally improve the accuracy of volatility estimation (e.g. Oomen, 2006), and is particularly desirable when employing the moving-average based estimator (Hansen, Lunde & Lunde, 2008).

We now proceed to discuss the problem of measuring daily volatility. The autocorrelation functions (ACF) of the intraday returns, plotted in Figure 1.2, all exhibit a significant negative spike at lag one, while essentially no statistically significant autocorrelation at longer lags. This is consistent with the intraday returns having an MA(1) component induced by an *iid* microstructure noise contaminating the spot exchange rate. The usual realized variance estimator will be therefore substantially upward biased at the 5-minute and perhaps even at lower sampling frequencies. Given the simple dynamics of the noise process implied by the ACF, the bias should be to a large extent corrected by the moving-average based estimator, $RV_{t,M}^{MA}$. To see this, we plot in Figure 1.2 the realized variance signature along with the average $RV_{t,M}^{MA}$. The bias of $RV_{t,M}$, increasing in the sampling frequency, is clearly apparent from the plot. Even at frequencies as low as 30 minutes, does the usual realized variance still exhibit large positive bias. In the rest of the paper, we therefore employ the moving-average based estimator as our preferred measure of volatility, and, to simplify notation, reserve RV_t to denote $RV_{t,M}^{MA}$ since no confusion should arise regarding the particular realized variance measure and sampling frequency used.

The plots of EUR/CZK, EUR/HUF and EUR/PLN spot exchange rates and the corresponding daily returns are presented in Figure 1.1 in the Appendix. The reader will immediately notice several periods of increased volatility that characterize the daily exchange rate returns. In particular, common to all three currencies is significantly larger volatility around the last 120 days of the samples that mirrors a sharp depreciation of the currencies in the last quarter of 2008 as well as an overall increase in uncertainty associated with the global economic downturn. Still, other periods of larger volatility can be

discerned. For example, an increased exchange rate volatility is evident during the first 250 days of the sample of EUR/CKZ returns that reflects an episode of relatively strong nominal appreciation of the Czech currency that started in 2001 and continued throughout 2002 and was driven mainly by market expectations of significant Euro-denominated privatization revenues being converted into the domestic currency (see Geršl, 2004, for a full description of the underlying events). Similarly, strong downward pressures on Hungarian Forint due to weak economic outcomes and market doubts about the consistency of monetary policies, resulted in a larger EUR/HUF volatility during the second half of 2003.

1.5 Empirical Results

1.5.1 Distribution of Daily Returns and Realized Variance

We begin our analysis by looking at the properties of the *raw* daily returns. The statistics reported in Table 1.1 indicate that the daily returns exhibit excess kurtosis and are either slightly negatively (EUR/CZK) or positively skewed (EUR/HUF, EUR/PLN) relative to normal distribution. The EUR/HUF returns exhibit the largest degree of skewness and excess kurtosis among the three exchange rates.

To investigate the distributional properties of daily returns standardized by realized volatility, $r_t/\sqrt{RV_t}$, we run a battery of tests. Recall that (1.4) implies a sharp null hypothesis of standard normality and independence. Thus we first consider the moment-based test of Bontemps & Meddahi (2005), focusing on the first four moments of standardized returns. Under the null hypothesis, the standardized returns have zero mean, unit variance, zero skewness and kurtosis equal to three. We focus on two versions of the test, H_{1-4} , which has as its null hypothesis that all four moments are equal to those of a standard normal, and H_{3-4} , which only takes into account the third and fourth moment. The latter is asymptotically equivalent to the well-known Jarque-Bera test. H_{1-4} is asymptotically distributed as a $\chi^2(4)$ random variable while H_{3-4} as a $\chi^2(2)$.

Second, we employ the well-known Kolmogorov-Smirnov (KS) test for the null hypothesis of standard normality. Unlike the moment-based test, the KS test is a consistent test, i.e. it has asymptotically unit power against all alternatives. The limiting distribution of the KS test statistics is non-standard and the critical values have to be simulated.

Finally, we run the test developed by Hong & Li (2005) (HL) to test the null hypothesis of both standard normality and independence. Since this test is not widely used a brief description is in order. The test is based on the observation that under

the null, the joint distribution of $r_t/\sqrt{RV_t}$ and $r_{t-k}/\sqrt{RV_{t-k}}$ factorizes into the product of two standard normal marginals, for any k . Hong & Li (2005) propose to estimate the joint distribution by nonparametric methods and build a test statistics based on the integrated squared difference between the estimated joint density and the joint density under the null hypothesis. If the null hypothesis is true, the difference should be small. Under the alternative, the test statistics diverges. The limiting distribution of the IIL test statistics is standard normal, for any k , and the test statistics are asymptotically independent across different k 's. A joint χ^2 test can be therefore easily constructed by taking the sum of squared HL test statistics for different k 's.

Before we turn to the empirical results it is worth mentioning that testing for normality and independence of returns standardized by realized volatility or any other consistent measure of integrated variance entails a measurement error problem. The null hypothesis is specified in terms of the unobserved standardized returns, that is, by the returns scaled by the true integrated volatility. Replacing the unobserved volatility by its sample counterpart induces a measurement error that may in turn affect the central limit of the test statistics. Žikeš (2009) recently studies this problem for the tests described above and establishes primitive conditions on the spot volatility process as well as the restrictions on the relative rate of growth of T and M such that the measurement error vanishes asymptotically. For finite T and M , important distortions may arise and this has to be kept in mind when interpreting the results of the tests. In other words, a rejection of the null hypothesis with relatively small M may indeed be a symptom of the measurement error rather than a genuine feature of the data.

Table 1.2 summarizes the results of the normality tests. Consistent with the prediction of the model in equation (1.4), we find that the sharp null hypothesis of standard normality is not rejected by any of the tests at conventional significance levels for EUR/CZK. Both the moment-based test statistics as well as the Kolmogorov-Smirnov test statistics are well below their respective critical values. The excellent fit of the standard normal distribution for the standardized returns is also apparent from a kernel density plot reported in Figure 1.3 and the last column of Table 1.1. The estimated density is essentially indistinguishable from $N(0,1)$, with the mean, standard deviation, skewness and kurtosis appearing very close to those of a standard normal distribution.

The HL tests fails to detect any dependence in the time series of the standardized residuals up to lag 5. The p -value corresponding to lag 2 is close to 5%, which may suggest some dependence between $r_t/\sqrt{RV_t}$ and $r_{t-2}/\sqrt{RV_{t-2}}$. Given that we run the test for a number of lags, however, the relevant test statistics to look at is the one for the joint test, HL_{joint} , which has a p -value of 0.425 and thus clearly fails to reject the null hypothesis of standard normality and independence. The conclusion of the HL test is

further corroborated by the autocorrelation function for the standardized returns plotted in Figure 1.5. All autocorrelation coefficients plotted there remain within the confidence bands, indicating no omitted dynamics.

Turning to the standardized returns of EUR/HUF and EUR/PLN we find that the test based on the first four Hermite polynomials, H_{1-4} , rejects the null hypothesis of standard normality. In case of EUR/HUF, the same conclusion is obtained by the other tests as well, except for the test based on the third and fourth Hermite polynomials (H_{3-4}). This suggests that the rejection of the null hypothesis may be due to the mean and/or standard deviations of the standardized returns deviating from zero and one, respectively. Looking at the descriptive statistics reported in Table 1.1 we indeed observe that the standard deviation of $r_t/\sqrt{RV_t}$ is smaller than one, while the mean appears to be indistinguishable from zero.

To see if the departure of the standard deviation from one is responsible for the rejection of the sharp null hypothesis of standard normality, we next run the normality test on studentized standardized returns obtained by de-meaning and dividing the original standardized returns by their sample standard deviation. This, of course, introduces a parameter uncertainty problem since we do not know the true mean and standard deviation. Fortunately, all but the Komogorov test employed here are robust to this problem and hence valid inference is obtained by replacing the true parameters by consistent estimates. In case of the Kolmogorov test, we use the Lilliefors approximate critical value. The results are reported in Panel B of Table 1.2. Clearly, the null hypothesis of normality and independence is not rejected by any test, confirming our initial conjecture regarding the departure from the sharp null of standard normality.

Turning to realized variance, Figure 1.3 (left column) presents the nonparametric estimates of the density of logarithmic realized variance for the three exchange rates, while Table 1.1 provides additional information. We observe that even after taking the logarithmic transformation the distribution of realized variance exhibits positive skewness. This has important implications for modeling and forecasting the distribution of future volatility and will be explicitly taken into account when constructing a joint model for returns and volatility in the next section of the paper. To test the null hypothesis of normality of logarithmic realized variance formally, we employ the test based on the third and fourth Hermite polynomials (H_{3-4}) constructed using the Newey-West weighting matrix. This test is valid in the presence of parameter uncertainty as well as dependence in the logarithmic realized variance, unlike the other tests we used before. The test statistics read 103.8, 56.6 and 50.3 for EUR/CZK, EUR/HUF and EUR/PLN, respectively, clearly rejecting the null hypothesis. Neither realized variance nor its logarithmic transformation therefore follow the normal distribution.

Finally, we examine the dynamics of realized variance. Figure 1.4 reveals the well-known volatility clustering effect. In line with the developments in the CEE FX markets, some of which were mentioned in the previous section, the clusters are clearly evident during the first 250 days of the EUR/CZK and EUR/HUF sample periods, as they are during the last 120 days of the samples for all three exchange rates. The plots of autocorrelation functions in Figure 1.5 corroborate this finding. In line with existing empirical evidence for other foreign exchange rates, the autocorrelation functions of the realized volatility for all three currencies decay very slowly, which is consistent with long-memory type of dynamics.

1.5.2 A Model for Daily Returns and Realized Variance

Motivated by the empirical results reported in the previous sections, we now turn to modeling the joint behavior of daily returns and realized variance. A successful empirical model must be able to capture the distributional and dynamic properties of returns and volatility observed in the data. At the same time, it should be sufficiently parsimonious to avoid issues associated with over-fitting and complicated estimation procedures.

After initial experimentation, we propose the following model:

$$r_t = \mu + \sqrt{RV_t} \epsilon_t, \quad (1.11)$$

$$\log(RV_t) = \gamma_0 + \gamma_1 \log(RV_{t-1}) + \gamma_2 \log(RV_{t-1}^{(5)}) + \gamma_3 \log(RV_{t-1}^{(22)}) + \sqrt{h_t} \eta_t, \quad (1.12)$$

$$h_t = \omega + \alpha \eta_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}. \quad (1.13)$$

where $\log(RV_t^{(k)})$ denotes the average logarithmic realized variance over the past k days, i.e.

$$\log(RV_t^{(k)}) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \log(RV_{t-j+1}), \quad (1.14)$$

and $\epsilon_t \stackrel{iid}{\sim} N(0, 1)$, $\eta_t \stackrel{iid}{\sim} \text{SkewedT}(\lambda, \nu)$. The model has three equations. The first equation describes the evolution of daily returns. Since we found no serial correlation in the daily return series, we do not include any dynamics in the mean equation. In line with the observation that the daily returns standardized by daily realized volatility are approximately Gaussian, we assume that the return innovations follow the normal distribution.

The second equation represents the well-known heterogeneous autoregressive model (HAR) for logarithmic realized variance originally proposed by Corsi (2009). While not a genuine long-memory model, the HAR model captures remarkably well the persistent dynamics typically found in the time-series of realized variances across different asset classes (Andersen, Bollerslev & Dobrev, 2007, Corsi, Mittnik, Pigorsch & Pigorsch, 2008,

Bollerslev, Kretschmer, Pigorsch & Tauchen, 2009, among others). Writing the model in terms of the logarithm of realized variance as opposed to realized variance itself has the obvious advantage of avoiding issues associated with possibly negative coefficient estimates.

Following Corsi, Mittnik, Pigorsch & Pigorsch (2008) we generalize the model by allowing for conditional heteroskedasticity of the volatility innovations. This allows us to capture the volatility-of-volatility effect, i.e. the empirical observations that the volatility of volatility tends to increase when volatility itself increases. In the interest of parsimony, we adopt a simple GARCH(1,1) specification for the conditional variance of the logarithmic realized variance and let the innovation process follow the skewed Student- t distribution proposed by Hansen (1994). Again, a specification test will be provided to check the adequacy of this assumption.

We employ the method of maximum likelihood to estimate the parameters of the model. We obtain initial consistent estimates by estimating the mean equation separately from the equation for realized variance. This is equivalent to joint maximum likelihood estimation under the assumption of independence between ϵ_t and η_t .

Table 1.3 reports the maximum likelihood estimates for both the mean and the realized variance equations along with the corresponding standard errors and p -values as well as a set of specification tests for the residuals from the HAR-GARCH part of the model.

Starting with the HAR equation, we observe that the coefficient estimates on daily, weekly, and monthly variance components are all highly significant, a finding that corresponds to the results obtained in the previous applications of the HAR model for realized variance in the literature. In case of EUR/HUF, two lags of the logarithm of realized variance are used in equation (1.12) to improve the overall fit of the model. In terms of magnitude, the relative impact of the daily, weekly and monthly variance components differs across the exchange rates. Specifically, in case of EUR/CZK the monthly variance component seems to have the largest impact on current realized variance followed by the weekly and daily components. However, it is the daily component for EUR/HUF and the weekly component for EUR/PLN that seem to affect the current realized variance of the respective currencies the most.

The dynamics of the relative impact of different variance components on the current (realized) variance carries important information about the developments in the attitudes of the market participants towards short-, medium-, and long-term variance. For example, an upward trend present in the coefficient estimates on the long-term variance component informs us of an increasing degree of persistence of the long-term uncertainty in the market. In parallel, this may lead to a growing influence of the long-term

term volatility on the short term volatility (Müller, Dacorogna, Dav, Olsen, Pictet & von Weizsacker, 1997). The economic intuition here is simple: as long-term volatility directly affects the expectations about the future market trends and risk, the short-term FX market participants use the information that it contains to adjust their trading behavior, thereby causing the volatility to increase in the short-term (Corsi, 2009).

To see whether the parameters of the HAR model are stable over time or if they undergo some structural changes, we plot in Figure 1.6 recursive parameter estimates with 95% confidence intervals. For each of the three exchange rates, we observe a clear tendency for the coefficient estimates on the monthly variance component to increase over time, while the other coefficients exhibit relatively stable behavior. This implies that the persistence of the realized variance increases over time: while towards the beginning of the sample the monthly component is small and statistically insignificant, it gradually increases and becomes highly significant as we add more recent observations. The dynamics of realized variance of the CE exchange rates thus increasingly resembles those of major exchange rates such as EUR/USD and USD/JPY.

Turning to the variance equation in the HAR-GARCH model, we note highly significant estimates of ARCH and GARCH coefficients for all three exchange rates that capture the clustering of volatility of realized volatility. In particular, the GARCH coefficient estimate informs us of a relatively large and positive effect of the previous period volatility on the current volatility of realized volatility. The highly significant estimates of the asymmetry and the tail coefficients for the skewed Student- t distribution provide a preliminary indication of the validity of our initial assumption about the shape of the distribution of HAR innovations. In particular, the asymmetry parameter is positive implying positive skewness of the HAR innovations. The estimated numbers of degrees of freedom fall in the 8.9 to 10.4 range for the three exchange rates, implying that the HAR innovations exhibit substantially fatter tails than the normal distribution.

The residual diagnostics performed on the simple and squared standardized residual series from the HAR-GARCH equations confirm that our model provides an adequate fit to the data. Specifically, the Ljung-Box statistics verifies that neither raw nor squared residuals are serially correlated while Engle's LM test provides evidence of no remaining ARCH effects in the residual series.

We check the adequacy of the assumption of a skewed Student- t distribution for the innovation term in the HAR equation by plotting the kernel density estimate for the standardized residuals from the HAR-GARCH part of the model against a skewed Student- t density implied by the corresponding parameter estimates (Figure 1.7, left column). We find that for each of the three exchange rates, the latter provides a nearly perfect match to the residual kernel density estimate demonstrating that the assumption

of a skewed Student- t distributed error term is indeed legitimate.

Finally, we examine the validity of the assumption that the innovation terms in the return and HAR equations (ϵ_t, η_t) are independent. Contrary to our initial assumption, we find a small but statistically significant dependence between the two series in case of EUR/HUF and EUR/PLN. This means that periods of depreciation of PLN and HUF w.r.t. EUR are associated with high *unexpected* volatility. In case of EUR/CZK, the linear correlation coefficient is statistically indistinguishable from zero.

To get an idea about the structure of dependence between the return and volatility innovations, we show in Figure 1.7 (right column) a scatter plot of the residuals transformed into uniform variates by their respective estimated marginal distribution functions; that is, we plot $\hat{u}_{1,t} = \hat{F}_\epsilon(\hat{\epsilon}_t)$ against $\hat{u}_{2,t} = \hat{F}_\eta(\hat{\eta}_t)$. This transformation ensures that we focus on the dependence structure of (ϵ_t, η_t) , free from the effects of the marginal distributions. If the two innovation processes (ϵ_t, η_t) are independent, $(\hat{u}_{1,t}, \hat{u}_{2,t})$ should be approximately uniformly distributed on $[0, 1]^2$. Figure 1.7 shows that this is the case of EUR/CZK. For EUR/HUF and EUR/PLN we observe slight positive dependence, which appears to be asymmetric in the former case: the innovations seem to be more dependent in the upper tail (upper right corner) than in the lower tail. Thus large depreciations of HUF tend to be accompanied by large unexpected volatility.

To incorporate these features into our model, we describe the dependence structure of the two innovation terms, ϵ_t and η_t , using copulas. By the theorem due to Sklar (1959), any bivariate distribution function $F_{x,y}(w_x, w_y)$ with continuous marginal distributions, $F_x(w_x), F_y(w_y)$ can be written as

$$F_{x,y}(w_x, w_y) = C(F_x(w_x), F_y(w_y)), \quad (1.15)$$

where $C(u, v), (u, v) \in [0, 1]^2$ is a copula function satisfying certain properties (see e.g. Cherubini, Luciano & Vecchiato (2004) for an introduction to copulas in the context of financial modeling). Conversely, any copula together with arbitrary continuous marginal distribution functions yields a proper bivariate distribution function. It is the latter property we exploit here: given the excellent fit of the normal and skewed Student- t distributions for ϵ_t and η_t , respectively, we now select an appropriate copula to link them together to obtain their joint distribution.

Following standard testing procedures, we find that the rotated Clayton and the Gaussian copulas, described in greater detail in the Appendix, provide suitable characterizations of the dependence structures of the EUR/HUF and EUR/PLN innovations, respectively. The maximum likelihood parameter estimates for the corresponding copula models are reported in Panel D of Table 1.3, along with a goodness-of-fit test due to Patton (2006) used to assess their statistical adequacy. We find that the dependence be-

tween the bivariate innovations is well described by the proposed copula specifications. The estimated parameters are statistically significant but indicate rather weak dependence and hence the loss in efficiency from estimating our model equation-by-equation is probably quite small. Although straightforward, we do not further pursue the joint estimation of the model for this reason.

1.5.3 Forecasting Exercise

Given the satisfactory performance of the HAR-GARCH model in-sample, we proceed to evaluate its performance out-of-sample. As part of the analysis, we also investigate whether explicitly allowing for conditional heteroskedasticity in the innovations of realized volatility improves on the accuracy of the simple HAR model. This is motivated by the fact that despite yielding better fit in-sample, the HAR-GARCH model entails more parameters and hence potentially more serious parameter uncertainty problem than the simple HAR, and this may in turn adversely affect its forecasting performance.

We employ a Mincer-Zarnowitz (1969) regression (MZ) to assess the forecasting performance of the individual models. The MZ regression involves regressing the realized variance for time t , RV_t , on a constant and the volatility forecast at time t obtained using the information available at time $t - 1$, $h_{t|t-1}$. Thus we estimate

$$RV_t = \alpha + \beta h_{t|t-1} + e_{t|t-1} \quad (1.16)$$

If the forecasting model performs well, the forecast is unbiased and the error of the forecast is small; in other words, $\alpha = 0$ and $\beta = 1$, and the R^2 implied by (1.16) is high. In our study, we assess the performance of the models in forecasting logarithmic realized variance (obtained directly from equation (12)) as well as the squared root of realized variance and the realized variance itself, both obtained from the model for $\log(RV_t)$ by taking the appropriate exponential transformation.

To help us differentiate between the forecasting performance of the HAR-GARCH vs. simple HAR models, we rely on two parametric loss functions, MSE and QLIKE, defined as:

$$\text{MSE} : L(RV_t, h_{t|t-1}) = (RV_t - h_{t|t-1})^2 \quad (1.17)$$

$$\text{QLIKE} : L(RV_t, h_{t|t-1}) = (\log(h_{t|t-1}) + RV_t) \quad (1.18)$$

Now commonly applied in the volatility forecasting literature, both MSE and QLIKE are known to deliver consistent rankings of realized variance forecasts when a noisy, but conditionally unbiased proxy is used in place of latent volatility (Patton, 2008). In addition, we note that while MSE penalizes both the positive and the negative forecast errors

equally, the QLIKE imposes larger penalty when the volatility forecast underestimates the realized quantity, so that using the latter is of interest if underestimating future volatility is more costly.

Table 1.1 reports the coefficient estimates from the Mincer-Zarnowitz regressions based on the forecasts of $\log(RV)$, RV , and \sqrt{RV} obtained from HAR and HAR-GARCH models for logarithmic realized variance. As in case of the forecast evaluations further in the text, the regressions are based on 250 forecasts of daily realized variance obtained for each of the three exchange rates via a rolling forecasting scheme. Specifically, we use the first $T = 1,508$ (EUR/CZK), 1,235 (EUR/HUF) and 1,490 (EUR/PLN) observations of daily realized variance to obtain the forecast for $T+1$. The remaining 249 forecasts are then obtained by rolling the fixed estimation window forward and re-estimating the parameters of the model each time.

We observe that in case of both HAR and HAR-GARCH models, the forecasts produced by the models are unbiased across the three exchange rates, with the estimated α 's being statistically indistinguishable from zero and the estimated β 's being approximately equal to one. The only exception is the forecast of the logarithmic realized variance for EUR/PLN, but even there the intercept is only marginally significantly different from zero. We add that the same results hold for the three forms of realized variances being forecasted (Panels A to C).

We next notice a relatively high explanatory power (measured by R^2) across the models. Discussed in terms of the form of realized variance being forecasted, the models achieve the best results with the logarithmic realized variance (Panel A), in which case the R^2 is found to be just over 0.60 for EUR/CZK and nearly 0.84 for the EUR/PLN case. The explanatory power of the models seem to deteriorate by 5 and 30 percentage points on average in case of the forecasts of realized volatility (Panel C) and the realized variance (Panel B), respectively. The relatively worse performance for the realized variance forecasts is hardly surprising given the fact that the time series of RV_t exhibits several "outliers" associated with periods of high volatility and/or potentially jumps in the exchange rates. These outliers tend to be attenuated by taking the square root and especially logarithmic transformations resulting into better forecasting performance.

Comparing the relative performance of the simple HAR versus the more elaborate HAR-GARCH model, we observe that the former provides consistently albeit marginally better forecasting power across all three exchange rates and loss functions, the only exception being the forecasts of realized variance (Panel B) for EUR/HUF. To see whether the difference between the competing models is statistically significant we employ the test developed by Giacomini & White (2006). Note that this test is valid despite the fact that the two models are nested. This is due to the non-vanishing parameter estimation

error implied by the rolling forecasting scheme, which prevents the test statistics from degenerating in the limit. Based on the Giacomini-White test we find that the HAR and HAR-GARCH perform equally in forecasting the various volatilities of EUR/CZK and EUR/HUF. Some statistically significant difference is detected for EUR/PLN when the QLIKE loss function is employed, with the simple HAR beating the more complicated HAR-GARCH.

To summarize our forecasting exercise, we find that despite the HAR-GARCH having better in-sample fit, the simple HAR offers equally or in some cases even significantly better forecasting performance. The fact that the simple HAR can be estimated by ordinary least squares makes it a particularly attractive forecasting model.

1.6 Conclusion

Our study extends the current understanding of the Central European exchange rates behavior by describing the conditional distribution and dynamics of EUR/CZK, EUR/HUF, and EUR/PLN exchange rate returns and volatility in the period from 2002 to 2008. Relying on model-free nonparametric measures of ex-post volatility based on the use of 5-minute intraday returns, our approach contrasts with the existing literature that almost invariably employs a parametric framework to model the exchange rate volatility.

Our findings show that daily returns on the EUR/CZK, EUR/HUF and EUR/PLN exchange rates are approximately normally distributed and independent over time, when properly scaled by model-free estimates of daily volatility. Given the properties of the 5-minute intraday returns, we find that a relatively simple correction to the realized variance suffices to account for the bias arising from the microstructure noise contaminating the data. The resulting daily realized variance exhibits substantial positive skewness and very persistent, long-memory type of dynamics.

We estimate a simple time series model for daily returns, realized variance and the time-varying volatility of realized variance. We show that the particular specification of the model that we suggest captures very well all salient features of the data and can be successfully employed for constructing point as well as density forecasts of future volatility. It can also serve very well as an auxiliary model for estimating stochastic volatility models often employed in derivatives pricing. The results from an out-of-sample forecasting exercise provide evidence of excellent forecasting performance of the HAR-GARCH model, especially in forecasting the logarithmic realized variance. It remains to be noted that a simple and computationally less demanding HAR model performs at least as well as and sometimes even better than the HAR-GARCH model.

Our findings provide a natural starting point for future investigation of the Central

European exchange rates. The flexible and computationally simple non-parametric approach for measuring ex-post volatility that we employ can be used in areas ranging from volatility forecasting, to testing the efficiency of central bank's intervention along the lines of Beine, Lahaye, Laurent, Neely & Palm (2006), or analyzing the response of the volatility of the exchange rate to macroeconomic announcements (jumps). The simple but highly empirically successful model for daily returns and volatility we propose in this paper could be employed to investigate and compare alternative continuous-time models and their ability to accurately price derivative securities written on the Czech Koruna, Hungarian Forint and Polish Zloty exchange rates.

1.7 Copulas

In Section 5.2 we employ the rotated Clayton and Gaussian copulas to model the dependence between the two innovation processes in the HAR-GARCH model. The rotated Clayton copula, $C_{RC}(u, v|\theta)$, is given by

$$C_{RC}(u, v|\theta) = u + v - 1 + (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}, \quad (1.19)$$

where $\theta \in [0, \infty)$ governs the degree of dependence. The structure of dependence implied by the rotated Clayton copula is asymmetric in the sense that upper-tail extreme events are more dependent than lower-tail extremes.

The Gaussian copula, $C_G(u, v|\theta)$, reads

$$C_G(u, v|\theta) = \Phi_\theta(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v)), \quad (1.20)$$

where Φ_θ denote the joint distribution function of a bivariate standard normal vector with correlation θ and Φ denotes the univariate standard normal distribution function. Contrary to the rotated Clayton copula, the dependence structure associated with the Gaussian copula is symmetric.

1.8 Tables

Table 1.1
Descriptive Statistics

Descriptive statistics for daily returns, daily realized variance, daily logarithmic realized variance, and daily returns standardized by realized volatility. The realized variance is calculated using the moving-average estimator. The sample runs from January 4, 2002, to December 30, 2008 for EUR/CZK and EUR/PLN. and from January 1, 2003 to December 30, 2008 for EUR/HUF.

		mean	std dev	skew	kurt	min	max
CZK	r_t	-0.010	0.435	-0.389	13.30	-4.058	2.422
	RV	0.179	0.287	7.309	85.81	0.010	5.139
	$\log(RV)$	-2.166	0.826	0.845	-4.246	-4.640	1.637
	r_t/\sqrt{RV}	-0.034	0.975	-0.046	3.028	-4.046	2.957
HUF	r_t	0.008	0.618	1.700	22.45	-3.797	6.850
	RV	0.370	0.816	10.64	162.5	0.011	16.75
	$\log(RV)$	-1.594	0.967	0.587	4.029	-4.529	2.818
	r_t/\sqrt{RV}	-0.037	0.913	0.113	2.952	-2.769	3.012
PLN	r_t	0.009	0.606	0.335	8.946	-4.640	3.747
	RV	0.419	0.679	6.445	60.57	0.025	10.25
	$\log(RV)$	-1.324	0.847	0.671	4.295	-3.705	2.327
	r_t/\sqrt{RV}	-0.041	0.946	-0.007	2.771	-3.110	3.356

Table 1.2
Tests for Normality and Independence of Standardized Returns

Left panel reports tests for standardized returns, $r_t/\sqrt{RV_t}$, while the right panel reports tests for standardized returns that were studentized by sample mean and standard deviation. H_{1-4} denotes a test statistics for the null hypothesis of standard normality based on the first four Hermite polynomials. Similarly, H_{3-4} denotes a test statistics for the null hypothesis of normality based on the third and fourth Hermite polynomials. KS denotes the Kolmogorov-Smirnov test statistics for the null hypothesis of standard normality and HL_k the test statistics for the null hypothesis of both standard normality and independence in the standardized returns at lag k or a joint test. P -values are reported in parentheses, except for the KS test, where we report the 5% critical values instead. We denote by * the test statistic that exceeds its 5% critical value.

	A. Std. Returns			B. Studentized Std. Ret.		
	CZK	HUF	PLN	CZK	HUF	PLN
H_{1-4}	4.682 (0.321)	25.50* (0.000)	14.01* (0.007)	—	—	—
H_{3-4}	0.521 (0.771)	2.821 (0.244)	1.683 (0.431)	0.679 (0.712)	3.339 (0.188)	3.851 (0.146)
KS	0.982 (1.36)	1.853* (1.36)	1.050 (1.36)	0.445 (0.89)	0.647 (0.89)	0.583 (0.89)
HL_1	1.183 (0.118)	3.538* (0.000)	0.879 (0.190)	0.494 (0.311)	-0.017 (0.507)	0.180 (0.429)
HL_2	1.611 (0.054)	3.471* (0.000)	0.977 (0.164)	0.848 (0.198)	0.073 (0.471)	0.048 (0.481)
HL_3	-0.132 (0.553)	2.607* (0.005)	-0.785 (0.784)	-0.907 (0.818)	-0.766 (0.778)	-1.819 (0.966)
HL_4	0.874 (0.191)	3.006* (0.001)	0.432 (0.333)	0.104 (0.458)	-0.460 (0.677)	-0.503 (0.693)
HL_5	1.195 (0.116)	3.362* (0.000)	1.794* (0.036)	0.483 (0.315)	0.204 (0.419)	0.757 (0.224)
HL_{joint}	6.201 (0.287)	51.70* (0.000)	5.748 (0.332)	2.029 (0.845)	0.845 (0.974)	4.172 (0.525)

Table 1.3
Estimation Results for the HAR-GARCH Model

Parameter estimates and diagnostics for the HAR-GARCH model. In panels (A)-(D), all coefficients are significant at 1% level, except where denoted by superscript *b* (significant at 5%), or *d* (insignificant at conventional levels). In panel (E), the diagnostic statistics pertain to the scaled residuals $(\hat{\epsilon}_t, \hat{\eta}_t)$ from the HAR-GARCH model. $Q(20)$ and $Q^2(20)$ represent the Ljung-Box Q -statistics for the null hypothesis of no autocorrelation up to lag 20 in the raw and squared standardized residuals. Similarly, $LM(20)$ represents Engle's LM test for ARCH effects up to lag 20 in the standardized residual series. R_j represents Patton's (2006) goodness-of-fit test statistics for correct specification of the dependence structure of $(\hat{\epsilon}_t, \hat{\eta}_t)$. The corresponding p -values are given in parentheses.

	CZK		HUF		PLN	
	Coeff.	S.E.	Coeff.	S.E.	Coeff.	S.E.
A. Mean Equation						
μ	-0.010 ^d	(0.010)	0.008 ^d	(0.015)	0.009 ^d	(0.014)
B. HAR Equation						
γ_0	-0.151	(0.045)	-0.108	(0.034)	-0.058 ^b	(0.025)
γ_1	0.243	(0.029)	0.371	(0.031)	0.234	(0.028)
γ_2	-		-		0.094	(0.029)
γ_3	0.298	(0.049)	0.294	(0.047)	0.381	(0.055)
γ_4	0.392	(0.045)	0.271	(0.040)	0.246	(0.037)
C. GARCH Equation						
ω	0.070	(0.026)	0.062 ^b	(0.027)	0.014 ^d	(0.010)
α	0.091	(0.027)	0.070	(0.0270)	0.029 ^b	(0.013)
β	0.668	(0.107)	0.749	(0.098)	0.910	(0.052)
λ	0.124	(0.036)	0.245	(0.041)	0.213	(0.036)
ν	10.42	(2.087)	9.018	(2.199)	8.881	(1.798)
D. Dependence Structure						
θ	-		0.278	(0.035)	0.124	(0.024)
E. Diagnostics						
R^2	0.549		0.626		0.666	
$Q(20)$	26.20	(0.159)	21.20	(0.385)	16.64	(0.676)
$Q^2(20)$	24.62	(0.136)	23.78	(0.162)	20.26	(0.318)
$LM(20)$	1.212	(0.234)	1.265	(0.193)	0.944	(0.530)
R_j	-		4.003	(0.779)	2.960	(0.889)

Table 1.4
Evaluation of HAR and HAR-GARCH Out-of-Sample Forecasts

Estimated intercept (α) and slope (β) coefficient in the Mincer-Zarnowitz regression of realized variance on its forecast, with heteroskedasticity consistent standard errors in parentheses. R^2 denotes the usual coefficient of determination in a linear regression. MSE and QLIKE are calculated according to formulas (17) and (18), respectively. Superscripts b (c) at the MSE and QLIKE denote the cases when the model produces significantly better forecasts than its competitor at 5% (10%) levels, respectively, based on Giacomini-White test of equal predictive accuracy. The evaluation is based on 250 rolling forecasts of the logarithmic realized variance, $\log(RV)$, realized variance, RV , and realized volatility, \sqrt{RV} , for each of the three exchange rates.

	CZK		HUF		PLN	
	HAR	HAR-G	HAR	HAR-G	HAR	HAR-G
A. Forecasts of RV						
α	0.037 (0.043)	0.030 (0.044)	-0.028 (0.091)	-0.052 (0.098)	0.061 (0.043)	0.059 (0.044)
β	1.223 (0.192)	1.254 (0.198)	1.400 (0.238)	1.454 (0.254)	1.209 (0.128)	1.219 (0.134)
R^2	0.412	0.411	0.448	0.448	0.654	0.650
MSE	0.214	0.216	1.628	1.650	0.907	0.923
QLIKE	0.064	0.064	0.562	0.563	0.134 ^b	0.136
B. Forecasts of \sqrt{RV}						
α	0.030 (0.047)	0.021 (0.048)	-0.010 (0.065)	-0.023 (0.068)	-0.011 (0.032)	-0.012 (0.032)
β	1.054 (0.101)	1.072 (0.103)	1.113 (0.110)	1.134 (0.114)	1.105 (0.067)	1.108 (0.070)
R^2	0.555	0.555	0.619	0.618	0.808	0.805
MSE	0.045	0.046	0.105	0.106	0.076	0.077
QLIKE	0.537	0.538	0.763	0.765	0.550 ^b	0.552
C. Forecasts of $\log(RV)$						
α	0.092 (0.091)	0.106 (0.092)	0.085 (0.064)	0.095 (0.064)	0.115 (0.064)	0.118 (0.065)
β	0.966 (0.057)	0.975 (0.058)	0.974 (0.054)	0.982 (0.055)	1.048 (0.035)	1.046 (0.036)
R^2	0.610	0.609	0.659	0.658	0.839	0.839
MSE	0.296	0.297	0.327	0.329	0.293 ^c	0.294

1.9 Figures

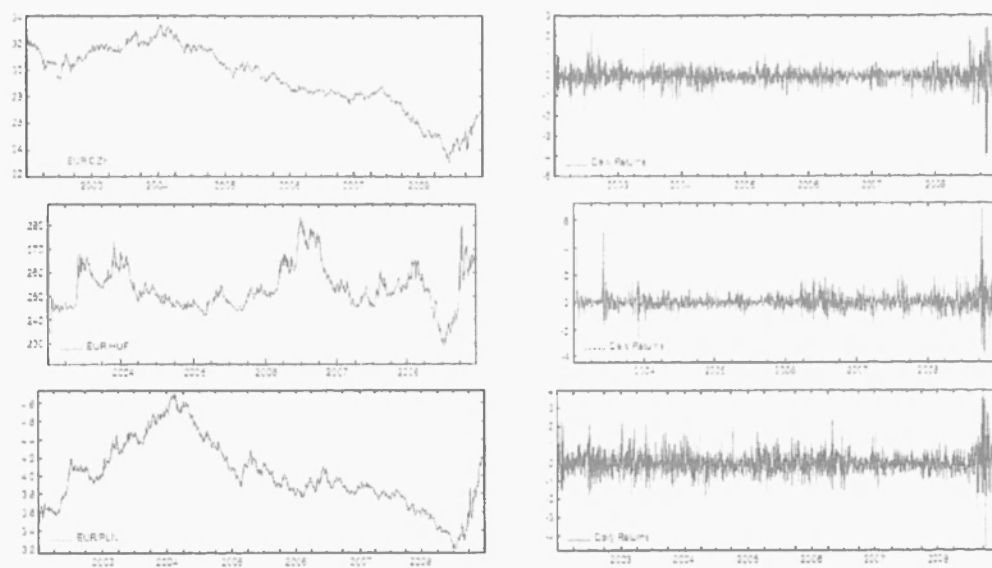


Figure 1.1: Plots of daily spot rates, left, and of daily returns, right, for the case of EUR/CZK (first row), EUR/HUF (second row), and EUR/PLN (third row) exch. rates.

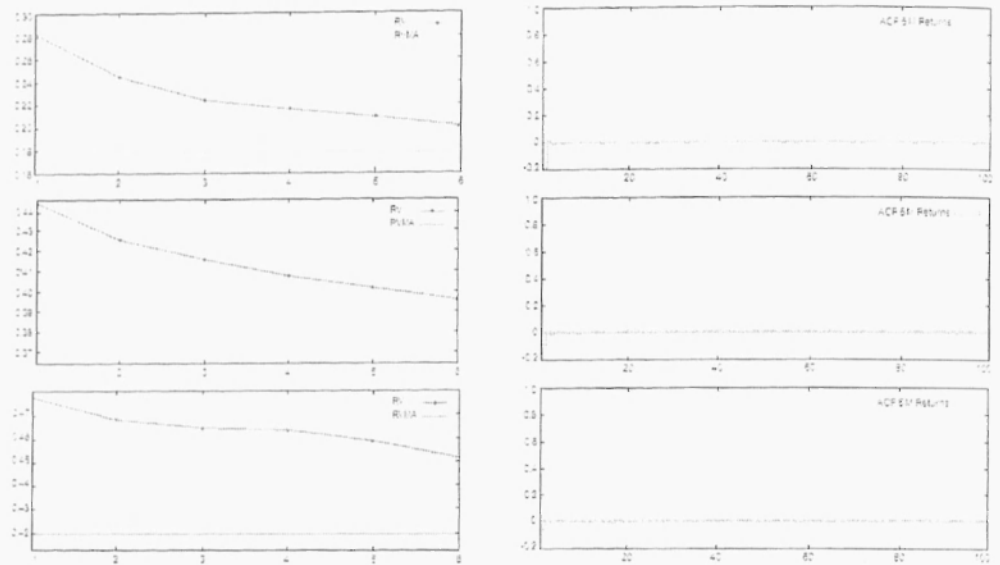


Figure 1.2: Left: Volatility signature plots for the RV (defined in (5)) and the RV (lower line). The numbers on the x -axis correspond to 5, 10, 15, 20, 30, and 60 min sampling frequency. Right: ACF of intraday returns obtained by tick-time sampling. The first (2nd, 3rd) row corresponds to the case of EUR/CZK (EUR/HUF, EUR/PLN) returns.

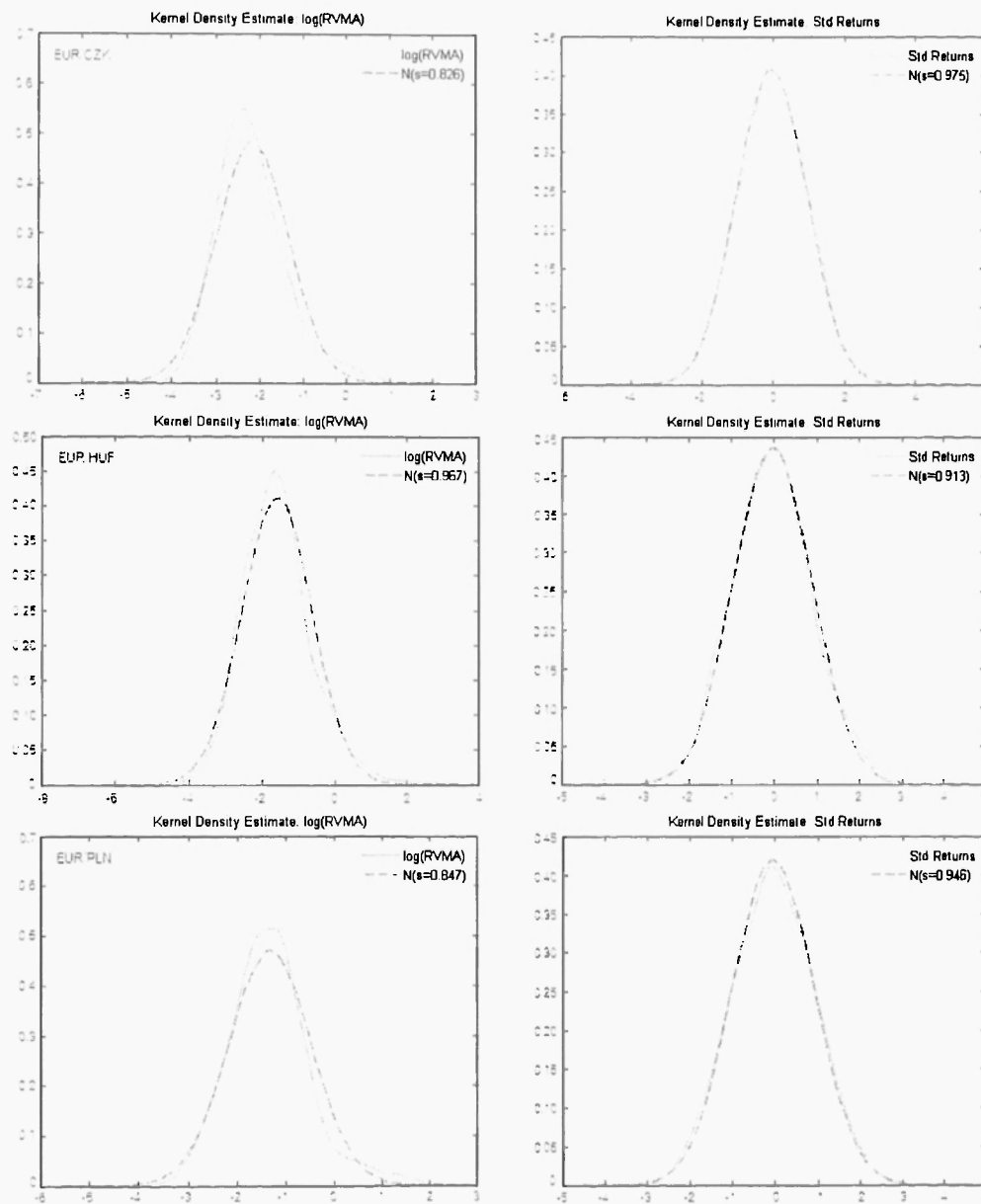


Figure 1.3: Estimated kernel densities for the daily logarithmic realized variance ($\log(RV)$), left, and daily standardized returns (r_t/\sqrt{RV}), right, constructed using EUR/CZK (first row), EUR/HUF (second row), and EUR/PLN returns (third row).

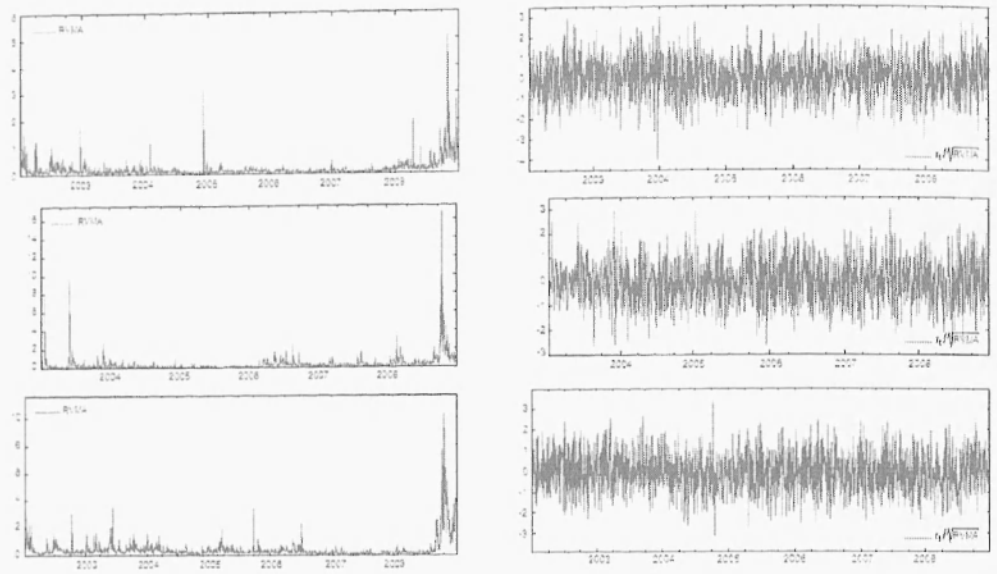


Figure 1.4: Plots of daily realized variance (RV), left, and of daily standardized returns (r_t/\sqrt{RV}), right, for the case of EUR/CZK returns (first row), EUR/HUF returns (second row), and EUR/PLN returns (third row).

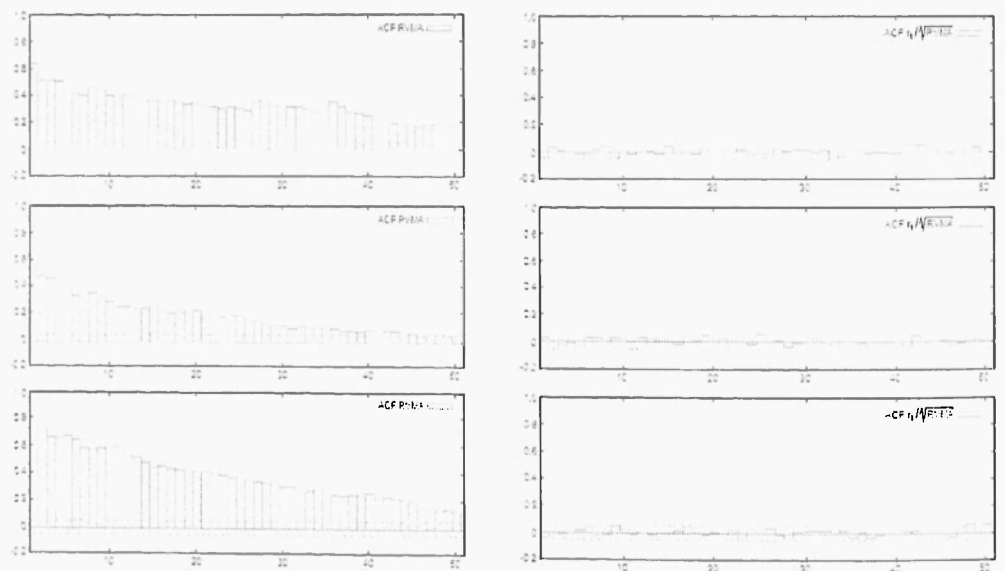


Figure 1.5: ACF plots of daily realized variance (RV), left, and of daily standardized returns (r_t/\sqrt{RV}), right, for the case of EUR/CZK returns (first row), EUR/HUF returns (second row), and EUR/PLN returns (third row).

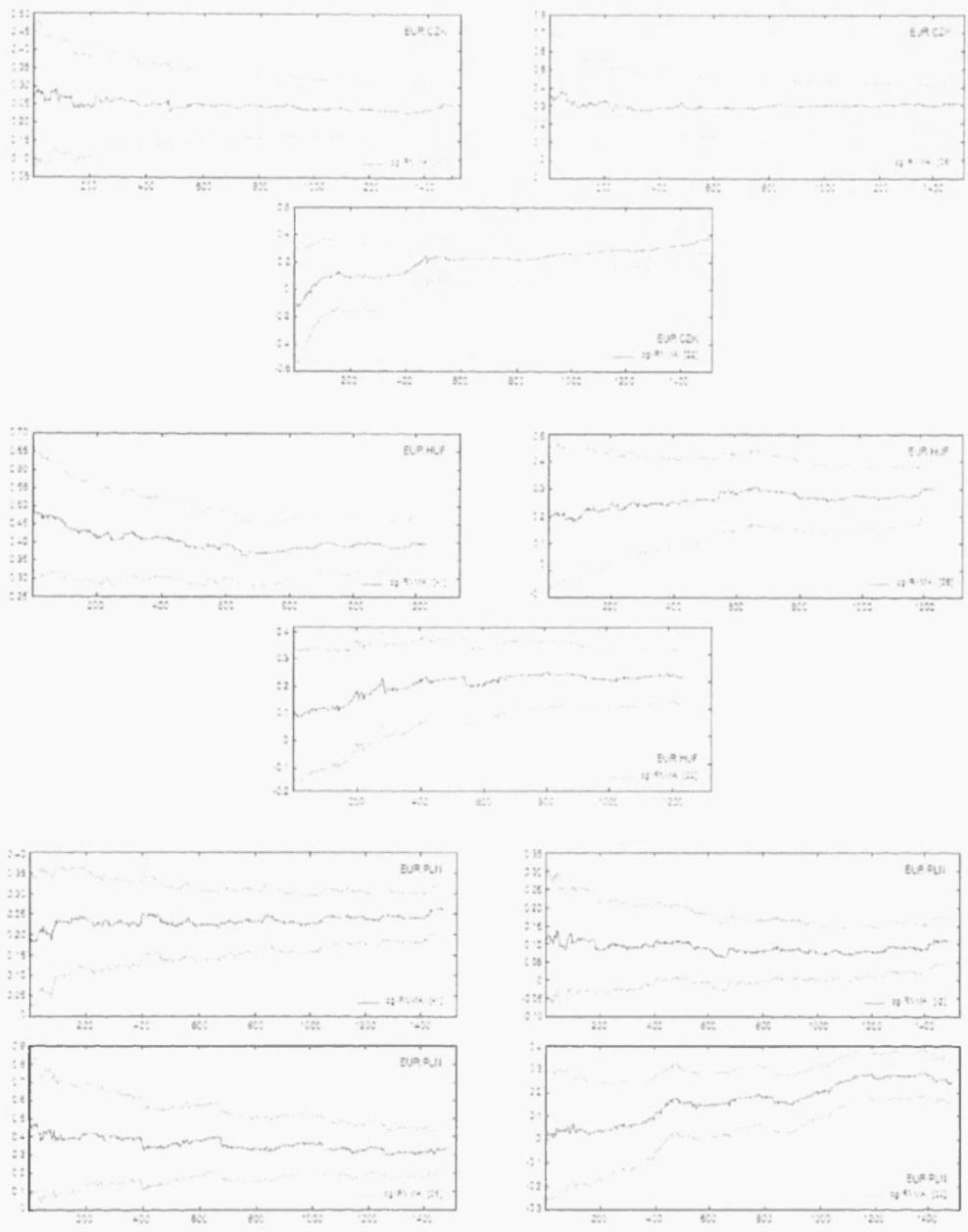


Figure 1.6: Recursive parameter estimates from the HAR equations. Top, middle and bottom figures correspond to the EUR/CZK, EUR/HUF and EUR/PLN exchange rates, respectively. In each figure, the blue line represents the parameter estimates while the two red lines depict the 95% confidence interval. We use $\log(RV)[-1]$ and $\log(RV)[-2]$ to denote the first and the second lag of the logarithmic realized variance, and $\log(RV)[5]$ and $\log(RV)[22]$ the 5-day and the 22-day logarithmic realized variance. There are 1,508, 1,235, and 1,490 estimates for the EUR/CZK, EUR/HUF and EUR/PLN, respectively.

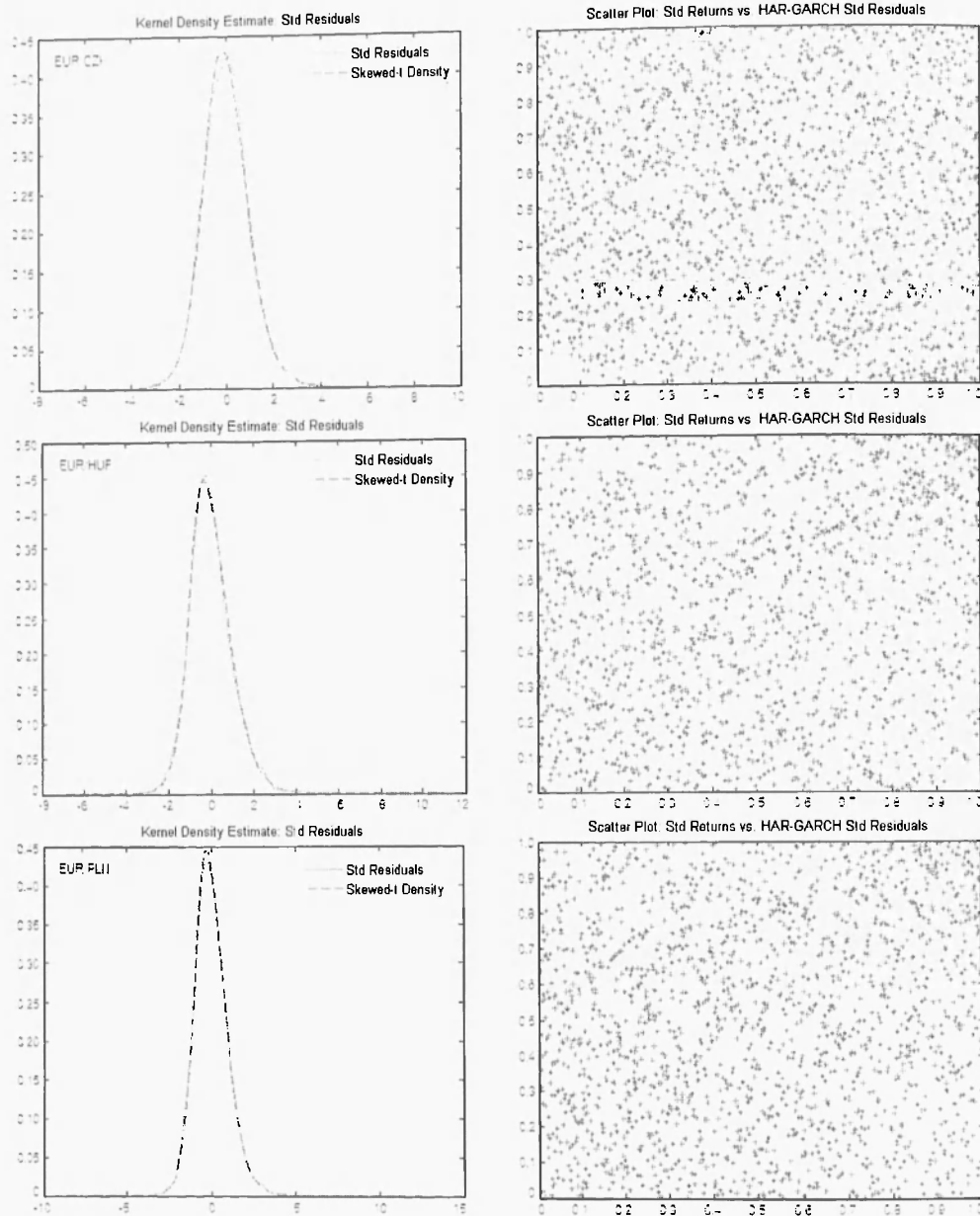


Figure 1.7: Left: Kernel density estimates for the standardized residuals from the HAR-GARCH equations vs. skewed Student- t density implied by the parameter estimates. Right: Scatter plots of standardized returns (y -axis) vs. standardized residuals from the HAR-GARCH equations. The first (second, third) row corresponds to the case of EUR/CZK (EUR/HUF, EUR/PLN) exchange rate returns, respectively.

Chapter 2

Volatility Transmission in Central European Foreign Exchange Markets

Vít Bubák, Evžen Kočenda, and Filip Žikeš¹

¹Email: vit.bubak@malix.univ-paris1.fr, evzen.kocenda@cerge-ei.cz, and fzikes@imperial.ac.uk, resp. Bubák acknowledges the support from the Czech Ministry of Education (grant MSM0021620841) and Kočenda from the Grant Agency of the Czech Republic (grant 402/08/1376). We wish to thank seminar participants at Charles University in Prague and the 10th RIEF Doctoral Meeting in International Trade and International Finance in Kiel, Germany, for helpful comments and suggestions. This chapter has appeared as a CESifo Working Paper No. 3063 (2010). *JEL Classification:* C5, F31, G15. *Keywords:* foreign exchange markets; volatility; spillovers; intraday data; nonlinear dynamics.

2.1 Introduction

The financial and economic turbulence during 2008-2009 spurred a renewed interest in understanding the nature of information transmission on and among financial markets (Dooley & Hutchinson, 2009). Recent economic crises have often included large and unexpected movements in the prices of various financial instruments, including foreign exchange rates (Melvin & Taylor, 2009, Muller & Verschoor, 2009). These movements are a direct symptom of a pervasive uncertainty that transcended the boundaries of individual markets (Bartram & Bodnar, 2009), not excluding emerging markets in Europe. On the contrary, these European markets felt the impact of the recent crisis, and were in no way isolated from it (Dooley & Hutchinson, 2009). Motivated by the impact of the recent crisis, this study analyzes the dynamics of volatility transmission to, from and among Central European (CE) foreign exchange markets. In particular, we analyze volatility spillovers among the Czech, Hungarian and Polish currencies together with the U.S. dollar during the period 2003-2009, and the extent to which shocks to foreign exchange volatility in one market transmit to current and future volatility in other currencies.

Despite their growing integration with developed markets, in terms of volatility transmission, European emerging markets are under-researched. The joint behavior of the volatility of Central European currencies is of key importance for international investors contemplating the diversification benefits of allocating part of their portfolio to Central European assets. In fact, according to Jotikasthira, Lundblad & Ramadorai (2009), developed-country-domiciled mutual and hedge fund holdings already account for about 14-19% of the free-float adjusted market capitalization in Central Europe (17.7% in the Czech, 18.25% in the Hungarian and 14.55% in the Polish equity markets). Since international stock market co-movements tend to be stronger in periods of distress and therefore high volatility (King & Wadhvani, 1990), an increase in foreign exchange volatility further amplifies the variability of internationally allocated portfolios for investors whose consumption is denominated in a developed-country currency. The associated rise in the cost of hedging foreign exchange risk then plays an important role in the investment decision-making process and requires a good understanding of the underlying foreign exchange volatility. The importance of volatility in the construction of portfolios in the CE foreign exchange markets is also shown in de Zwart, Markwat, Swinkels & van Dijk (2009).

Further, there are even more fundamental reasons to be interested in analyzing the volatility transmission in European emerging markets, specifically the countries that joined the European Union in 2004. The new EU members committed themselves to

adopting the euro upon satisfying a set of convergence criteria (the Maastricht criteria) defined for the Economic and Monetary Union (EMU). Foreign exchange volatility or foreign exchange risk can be interpreted as a measure of currency stability, which is an important precondition for preparing to adopt the euro. The precondition is to some extent in contrast with historical evidence that foreign exchange risk is pronounced in new EU members (Orlowski, 2005, Kočenda & Valachy, 2006, Fidrmuc & Horváth, 2008). The common source of this risk is the questionable perspective of the monetary and especially fiscal policies in new EU members (Kočenda, Kutun & Yigit, 2008). Moreover, Fidrmuc & Horváth (2008) show that the low credibility of exchange rate management implies a higher volatility of exchange rates in new EU countries, and the volatility exhibits significant asymmetric effects. Finally, both real and nominal macroeconomic factors play important roles in explaining the variability of and contribute to the foreign exchange risk in the set of countries studied in this paper (Kočenda & Poghosyan, 2009). As these countries are in the process of coping with the Maastricht criteria to qualify for euro (EUR) adoption, identifying patterns of volatility transmission requires a detailed analysis.

The contribution of our paper to the existing literature is a thorough study of volatility transmission among Central European exchange rates and the U.S. dollar using high-frequency data. By relying on model-free non-parametric measures of ex-post volatility, our analysis is in sharp contrast to the existing empirical literature on CE exchange rates that employs almost exclusively a GARCH framework to study the dynamics of exchange rate volatility. We propose a simple and flexible multivariate time-series specification for the series of realized volatilities of the four exchange rates, allowing explicitly for the time-varying nature of the volatility of realized volatility itself. The model is essentially a multivariate generalization of the HAR-GARCH model of Corsi, Mittnik, Pigorsch & Pigorsch (2008). Within the model we formally test for volatility spillovers by running simple pairwise Granger causality tests. To properly assess the overall magnitude and evolution over time of the volatility spillovers we construct a dynamic version of the Diebold-Yilmaz spillover index (Diebold & Yilmaz, 2009).

The onset of the sub-prime crisis of 2008 brought about a substantial change in the behavior of the exchange rates under research. Recursive estimation of our model indicates that a structural break occurred around the beginning of 2008 and was characterized by a dramatic increase of the level of exchange rate volatility as well as the volatility of realized volatility. We therefore split the sample into two parts, 2003-2007 and 2008-2009, and analyze the volatility spillovers by fitting our model separately for each sub-sample.

Our empirical results document the existence of volatility spillovers between the Cen-

tral European foreign exchange markets. We find that each Central European currency is characterized by a different volatility transmission pattern. For example, during the pre-2008 period, volatilities of both the Czech koruna (CZK) and Polish zloty (PLN) were affected by both the short-term and the long-term volatility components of the Hungarian forint (HUF) as well as by the long-term volatility component of the U.S. dollar (USD). In contrast, the volatility of EUR/HUF seems irresponsive to any foreign component other than the medium-term volatility component of EUR/CZK. Furthermore, the Hungarian forint is also the only Central European currency that is not significantly affected by the volatility of EUR/USD.

The picture changes quite dramatically when we look at the crisis period of 2008-2009. While the pairwise Granger causality indicates virtually no spillovers, with the exception of the U.S. dollar Granger-causing the Czech koruna, the level of the Diebold-Yilmaz index increases substantially with respect to the pre-2008 period. This is due to the increased *contemporaneous* dependence of the realized volatility innovations. Thus, we find that in periods characterized by increased market uncertainty, the Central European exchange rates and U.S. dollar volatilities co-move more closely, which has important implications for the stability of the region as a whole.

The rest of the study is organized as follows. In Section 2.2, we provide a brief review of the literature on volatility transmission focusing primarily on the contributions that are most relevant for our work. In Section 2.3, we set out our theoretical framework and our modeling strategy pursued in the empirical part of the paper. The same section also includes the derivation of the dynamic version of the volatility spillover index. We describe the data in Section 2.4 and report the empirical results in Section 2.5. Section 2.6 concludes the chapter with a short discussion and suggestions for future research.

2.2 Related Literature

The literature on volatility transmission is by no means extensive and certainly not as large as that on cross-market linkages in general (Claessens & Forbes, 2001). Three strands of literature emerge based on whether foreign exchange, equity or cross-market volatility transmission is investigated. Further division can be made based on whether low frequency (daily/weekly) or high-frequency (intraday) data is analyzed.

The studies of volatility transmission using daily and weekly data represent by far the largest part of the literature on the subject. This is especially true for the case of the volatility transmission across equity markets that includes, among others, the studies of Engle, Ito & Lin (1990), King & Wadhvani (1990), King, Sentana & Wadhvani (1994), Lin, Engle & Ito (1994), Susmel & Engle (1994), Kupiec (1995), Koutmos & Booth

(1995), Kanas (1998), Kanas (1998), Ng (2000) and Corradi, Distaso & Fernandes (2009). Similarly to the analysis of other financial markets, the majority of the studies in this group employ a parametric framework to analyze the behavior of conditional variances and covariances (e.g. GARCH). The parametric approach is sometimes augmented with a Markov switching methodology to account for different volatility states (see e.g. Edwards & Susmel, 2001, and Gallo & Otranto, 2007). A more detailed review of these studies is presented in Soriano & Climent (2006).

Studies of volatility transmission based on low-frequency forex data are relatively sparse. Bollerslev (1990) uses a model with time-varying conditional variances and covariances, but constant conditional correlations, to model a set of five nominal European-U.S. dollar exchange rates in the period before and after the inception of the European Monetary System (EMS). Kearney & Patton (2000) employ a series of multivariate GARCH models to analyze the volatility transmission between the members of the EMS prior to their complete monetary unification. Kearney & Patton provide many interesting findings on the exchange rate volatility transmissions within the EMS including the effect of time-aggregation on volatility transmission. In fact, less volatile weekly data is found to exhibit a significantly smaller tendency to transmit volatility compared to the more volatile daily data. This finding is consistent with the fact that markets have a greater propensity to transmit volatility in active as opposed to tranquil periods, as shown by Andersen & Bollerslev (1998b).

A different approach is pursued by Hong (2001) who studies the existence of Granger-causalities between two weekly nominal U.S. dollar exchange rates with respect to (the former) Deutsche mark (DEM) and Japanese Yen (JPY). His findings suggest that there exists only simultaneous interaction between the two exchange rates when it comes to causality in the mean and both a simultaneous and a one-way (DEM \rightarrow JPY) interactions regarding the causality in the variance.

Black & McMillan (2004) test for the volatility spillovers as well for the presence of long-run volatility comovements in the series of both European and non-European exchange rates. The authors report significant volatility spillovers, especially among the European exchange rate series. In addition, they find evidence of three long-run volatility trends: one for the European series and a trend each for the non-European series.²

Finally, Speight & McMillan (2001) investigate the volatility spillovers among the U.S. dollar exchange rate black-markets for the currencies of six Eastern European mar-

²In an earlier study, McMillan (2001) investigates the presence of a common stochastic trend in the volatility series for the U.S. dollar exchange rates with respect to Deutsche mark and French Franc. Adopting a multivariate random walk stochastic volatility model, the author finds a very high correlation between the volatility innovations, suggesting that the latter follow a common trend.

kets. The authors find only a limited evidence of volatility spillovers in the underlying conditional variance series.

Hong (2001) belongs to a strand of literature that develops formal testing tools for causality in variance using low-frequency data. Following the seminal paper by King & Wadhvani (1990), Hong (2001) and the earlier study by Cheung & Ng (1996) both work within the parametric framework anchored in specific formulations of the spillover effects to develop the tests based on the residual cross-correlation function. van Dijk, Osborn & Sensier (2005) extend this analysis to account for the presence of structural breaks in volatility. Finally, Diebold & Yilmaz (2009) employ a vector autoregressive model as a basis for the variance decomposition of forecast error variances in order to measure the magnitude of return and volatility spillovers.

Although much can be learned from the analysis of daily or weekly data, this relatively low-frequency data may fail to detect both the effect of information that is incorporated very quickly as well as any short-run dynamic effects (Wongswan, 2006). Indeed, the findings of Kearney & Patton (2000) showed that a similar problem arises even at daily vs. weekly time horizons. A limited number of studies have recently appeared that make use of intraday or high-frequency data, hoping to address these and related issues.

Baillie & Bollerslev (1991) examined volatility spillover effects as part of their study of four foreign exchange spot rates (GBP, JPY, DEM, and CHF) vs. USD, recorded on an hourly basis, for a six-month period in 1986. The authors failed to uncover the presence of volatility spillover effects between the currencies or across markets. Engle, Gallo & Velucchi (2009) study daily (range) volatility spillovers based on a daily high-low range as a proxy for volatility. In contrast to many other studies, the authors employ the multiplicative error model (MEM) of Engle (2002) to capture the dynamic relationships among volatilities (measured as daily range) in different markets. Finally, Wongswan (2006) makes use of high-frequency data to study the international transmission of fundamental economic information from developed economies (United States, Japan) to emerging economies (Korea, Thailand).

An important benefit of using high-frequency data is the improved estimation of low-frequency volatility and, consequently, an improved inference about volatility transmission. To the best of our knowledge there are only three studies that make use of high-frequency data to construct realized measures of integrated variance as means of analyzing volatility spillovers in foreign exchange markets.

Melvin & Melvin (2003) provide evidence of statistically significant intra- and inter-regional volatility spillovers in the DEM/USD and JPY/USD FX markets, given the theoretical settings offered by the heat-wave and meteor-shower effect hypotheses (Engle, Ito & Lin, 1990). In a more general study, Cai, Howorka & Wongswan (2008) analyze

the transmission of volatility and trading activity across three major trading centers (Tokyo, London and New York) and two currency pairs (EUR/USD and USD/JPY) using minute-by-minute FX mid-quotes. They find statistically significant evidence for volatility spillovers at both the own-region and the inter-region levels. Finally, McMillan & Speight (2010) investigate the nature and extent of interdependence, and return and volatility spillovers, in three euro exchange rates (i.e., GBP, JPY, and USD vs. EUR) at several time horizons over the trading day. Our work directly contributes to this literature by studying the Central European region.

2.3 Methodology

Following the approach of Andersen, Bollerslev & Diebold (2007), we assume that the vector of the logarithmic spot exchange rate, x_t , belongs to the class of jump-diffusions

$$x_t = x_0 + \int_0^t \mu_u du + \int_0^t \Theta_u dw_u + l_t \quad (2.1)$$

where μ_t denotes a vector drift process, Θ_t is the spot co-volatility process, w_t is a standard vector Brownian motion and l_t a vector pure-jump process of finite activity (i.e. the associated Lévy density is bounded in the neighborhood of zero). No parametric assumptions will be made regarding their respective laws of motion (Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys, 2003).

A natural measure of variation in this model is the well-known quadratic variation as in Protter (2005) given by

$$QV_t = \int_0^t \Theta_u \Theta_u' du + \sum_{s \in [0, t]} \Delta l_s \Delta l_s' \quad (2.2)$$

where the first component captures the contribution of the diffusion, while the second is due to jumps. To measure the daily quadratic variation of the individual components of x_t using intraday data we employ the realized variance defined as

$$RV_{j,t,M} = \sum_{i=1}^M (\Delta_i x_{j,t})^2, \quad (2.3)$$

where $\Delta_i x_{j,t}$ denotes the i -th intraday return of the j -th components of x_t on day t . When we construct the realized variance estimator we have to account for the presence of market microstructure noise that renders the realized variance estimator in equation (2.3) biased and inconsistent. To this end, we employ the moving-average based estimator of Hansen, Large & Lunde (2008).

Given the time-series of realized volatilities, we employ a multivariate version of the heterogeneous autoregressive (HAR) model of Corsi (2009) to model their joint behavior. To formally define the multivariate HAR model, we stack the logarithmic realized variances of assets A, B,... into a vector, v_t . Working with logarithmic realized variance instead of realized variance itself has two advantages. First, no parameter restrictions are required to ensure the non-negativity of the realized variance and second, the distribution of the logarithmic realized variance is much closer to normality, which is attractive from a statistical point of view. The vector HAR (VHAR) specification is given by

$$v_t = \beta_0 + \beta_1 v_{t-1} + \beta_5 v_{t-1|t-5} + \beta_{22} v_{t-1|t-22} + \gamma z_t + \varepsilon_t \quad (2.4)$$

where the β 's are square matrices of coefficients, z_t is a vector of (exogenous) regressors, ε_t is a vector innovation term and the lagged vector of (normalized) realized variances is

$$v_{t-1|t-k} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k v_{t-j} \quad (2.5)$$

Note that the model consists of three volatility components: daily, weekly and monthly, corresponding, in turn, to the first lag of the logarithmic realized variance and the normalized sums of the (previous) five-day and twenty-two-day logarithmic realized variance, respectively. These are meant to reflect the different reaction times of various market participants to the arrival of news. At the same time, they give the model an intuitive interpretation as they allow one to relate the volatility patterns over longer intervals to those over shorter intervals. This is highly relevant, for example, in the case of short-term market participants who may use the information contained in long-term volatility to adjust their trading behavior, thereby causing the volatility to increase in the short-term (Corsi, 2009).

The ability of the HAR model to describe the interaction(s) of volatility across time makes it an attractive tool for studying the volatility dynamics both within and across the exchange rates. Specifically, the HAR model allows analyzing how the long-term volatility affects the expectations about the future market trends and risk. Indeed, given the multivariate framework, we can study both the qualitative and quantitative implications of short-term and/or long-term volatility components characterizing one foreign exchange market on the evolution of another. Despite its simplicity, the HAR model has been shown to perform remarkably well in reproducing the widely documented presence of volatility of financial products; see e.g. Andersen, Bollerslev & Diebold (2007) and Forsberg & Ghysels (2007), for recent empirical applications of the model.

In our analysis, we further generalize the multivariate HAR model by allowing the vector innovation term (ε_t) to follow a multivariate GARCH process (VHAR-MGARCH).

By extending the model in this manner, we are able to capture the volatility-of-volatility effect; i.e., an empirical observation that the volatility of volatility tends to increase (decrease) whenever volatility itself increases (decreases). While the idea is not new (Corsi, Mittnik, Pigorsch & Pigorsch, 2008), our motivation for generalizing the model with an MGARCH structure is driven by recent findings that a univariate HAR-GARCH model fits very well the realized variances of the Central European exchange rates (Bubák & Žikeš, 2009).

To study the dynamics of the conditional variance of the innovation process (ε_t) we employ the DCC model of Engle (2002). In this model, the variance covariance matrix evolves according to

$$H_t = D_t R_t D_t, \quad (2.6)$$

where $D_t = \text{diag}(h_{11,t}^{1/2}, \dots, h_{kk,t}^{1/2})$ and $h_{ii,t}$ represents any univariate (G)ARCH(p,q) process, $i = 1, \dots, k$. The particular version of the dynamic conditional correlation model that we use is due to Engle & Sheppard (2001) and Engle (2002). In this model, the correlation matrix is given by the transformation

$$R_t = \text{diag}(q_{11,t}^{-1/2}, \dots, q_{kk,t}^{-1/2}) Q_t \text{diag}(q_{11,t}^{-1/2}, \dots, q_{kk,t}^{-1/2}), \quad (2.7)$$

where $Q_t = (q_{ij,t})$ in turn follows

$$Q_t = (1 - \alpha - \beta)Q + \alpha \eta_{t-1} \eta_{t-1}' + \beta Q_{t-1}, \quad (2.8)$$

where $\eta_t = \varepsilon_{i,t} / \sqrt{h_{ii,t}}$ are standardized residuals, $\bar{Q} = T^{-1} \sum \eta_t \eta_t'$ is a $k \times k$ unconditional variance matrix of η_t , and α and β are non-negative scalars satisfying $\alpha + \beta < 1$. Recall that it is the ARMA representation of the conditional correlations matrix that guarantees the positive definiteness of Q_t and hence of R_t .

To estimate the DCC-MGARCH model, we proceed as follows. First, we find a suitable specification for each of the four equations of the volatility transmission system as discussed earlier in this section. We continue in the usual way by iteratively removing from each equation the least significant variables until all the variables are significant. The DCC model is then fitted to the series of residuals, where the estimation is performed by optimizing the likelihood function using the Feasible Sequential Quadratic Programming (FSQP) algorithm of Lawrence & Tits (2001).³ We estimate the model efficiently in one step to obtain valid standard errors for the DCC estimates.⁴

³The FSQP algorithm is based on a sequential programming technique to maximize a non-linear function subject to non-linear constraints. See Doornik (2007) for more details on these two optimization functions.

⁴It is well known that the volatility and the correlation parts of the DCC-MGARCH system can be estimated consistently in two steps. However, the estimators obtained from two-step estimation

It is easy to see that the VHAR model can be written as a VAR(22) with restricted parameters. We can therefore employ the index of Diebold & Yilmaz (2009) to quantify the overall magnitude and evolution of volatility spillovers among the four foreign exchange markets. The Diebold-Yilmaz index is constructed as follows. Let x_t denote a k -dimensional random vector following a VAR(p) process with conditionally heteroskedastic innovations:

$$\begin{aligned} x_t &= c + \Phi_1 x_{t-1} + \Phi_2 x_{t-2} + \cdots + \Phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t, \\ \varepsilon_t &= H_t^{1/2} z_t, \quad z_t \overset{i.i.d.}{\sim} D(0, I), \end{aligned}$$

where H_t is an \mathcal{F}_{t-1} -measurable conditional covariance matrix. Provided that the VAR process is stationary, the moving-average representation exists and we can write

$$x_t = \mu + \varepsilon_t + \Psi_1 \varepsilon_{t-1} + \Psi_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots,$$

see e.g., Hansen (1994, Chapter 10). The optimal h -step ahead forecast is given by

$$\mathbb{E}_t(x_{t+h}) = \mu + \Psi_h \varepsilon_t + \Psi_{h-1} \varepsilon_{t-1} + \cdots,$$

and the forecast error vector, $e_{t+h|t}$, is written as

$$e_{t+h|t} = x_{t+h} - \mathbb{E}_t(x_{t+h}) = \varepsilon_{t+h} + \Psi_1 \varepsilon_{t+h-1} + \Psi_2 \varepsilon_{t+h-2} + \cdots + \Psi_{h-1} \varepsilon_{t+1}.$$

The corresponding conditional mean-square error matrix, $\Sigma_{t+h|t}$, is given by

$$\Sigma_{t+h|t} \equiv \mathbb{E}_t(e_{t+h|t} e_{t+h|t}') = \mathbb{E}_t(H_{t+h}) + \Psi_1 \mathbb{E}_t(H_{t+h-1}) \Psi_1' + \cdots + \Psi_{h-1} \mathbb{E}_t(H_{t+1}) \Psi_{h-1}'.$$

Now define $Q_{t+h|t}$ to be the unique lower triangular Choleski factor of $\mathbb{E}_t(H_{t+h})$, and let

$$A_{t+h|t}^{(i)} \equiv \Psi_i Q_{t+h-i|t}, \quad i = 0, \dots, h-1,$$

so we can write

$$\Sigma_{t+h|t} = A_{t+h|t}^{(0)} A_{t+h|t}^{(0)'} + A_{t+h|t}^{(1)} A_{t+h|t}^{(1)'} + \cdots + A_{t+h|t}^{(h-1)} A_{t+h|t}^{(h-1)'}$$

The time-varying Diebold-Yilmaz spillover index based on h -step ahead forecasts is then defined by

$$S_{t+h|t} = \frac{\sum_{l=0}^{h-1} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^k \left(a_{t+h|t}^{(l)}(i, j) \right)^2}{\sum_{l=0}^{h-1} \text{tr} \left(A_{t+h|t}^{(l)} A_{t+h|t}^{(l)'} \right)}.$$

are limited information estimators (Engle & Sheppard, 2001) and hence are not fully efficient. In our estimation, we used the two-step estimation procedure to obtain accurate starting values for the one-step estimation. Note, however, that we performed both the one-step and the two-step estimations and the corresponding estimates were nearly identical.

In the above definition $a_{t+h,t}^{(i,j)}$ is a typical element of $A_{t+h,t}^{(l)}$. If H_t follows a stationary MGARCH process, the forecasts $\mathbb{E}_t(H_{t+h})$ can be obtained recursively.

The Diebold-Yilmaz index measures the proportion of the h -step ahead forecast error of own volatility that can be attributed to shocks emanating from other markets. In other words, the larger the fraction of h -step ahead forecast error variance in forecasting the volatility of market i that is due to shocks to market j relative to the total forecast error variation, the larger the value of the spillover index and hence the degree of volatility spillovers. In the case when there are no spillovers, the index is equal to zero.

2.4 Data

Our analysis is based on 5-minute spot exchange rate mid-quotes. We use EUR/USD quotes and quotes of the currencies of the three new EU members expressed in euro. The (exchange rate of the) currencies are the Czech koruna (EUR/CZK), the Hungarian forint (EUR/HUF), and the Polish zloty (EUR/PLN). The exchange rate quotes were collected over a period of 6.5 years between January 3, 2003 and June 30, 2009. The data for the three Central European currency pairs were obtained from Olsen Financial Technologies (Olsen). The data for the EUR/USD exchange rate were obtained from two sources: Electronic Broking Services (EBS) for the period from January 3, 2003 to May 30, 2007, and Olsen for the period from May 30, 2007 to June 30, 2009.

The EBS Spot Dealing system is currently the largest and most liquid platform for trading the major currency pairs, covering about 60% of the average daily volume of EUR/USD trades. In contrast to data from Olsen, the EBS data is not filtered for erroneous observations, such as recording errors and displaced decimal points. Therefore, we employ the thorough data-cleaning procedure suggested by Barndorff-Nielsen, Hansen, Lunde & Shephard (2008b) in order to remove these observations. In particular, (i) we delete all entries with missing bid or ask prices and entries for which either of the two are equal to zero. Then, (ii) we delete entries for which the bid-ask spread is negative or larger than 10 times the rolling centered median bid-ask spread, where the rolling window has a size of 50 observations. Finally, (iii) we delete entries for which the mid-quote deviates by more than 10 mean absolute deviations from the rolling centered median mid-quote, where the rolling window has a size of 50 observations.

Following the standard approach in the literature (Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys, 2003), we further adjust the data by discarding weekend periods from Friday 21:00 GMT until Sunday 21:00 GMT, as well as major public holidays. The holidays include January 1 (New Year) and December 25 common to all four currency pairs, as well as December 26 (Christmas) and Easter Mondays, common only to the Central

European currencies. These adjustments lead to a final sample of 1,673 trading days. It is important to note that this sample retains all other local holidays as most of the FX trading in the corresponding currencies is—at least during the European trading session—done in London.⁵ Finally, following Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys (2003), we define a trading day as the interval from 21:00 Greenwich Mean Time (GMT) to 20:59 GMT of the following day.

As a next step we construct the daily realized volatility. The construction of the realized volatility estimator differs between the Central European and EUR/USD currency pairs. First, as shown in Bubák & Žikeš (2009), the Central European exchange rates are contaminated by market microstructure noise that leads to a substantial upward bias of the realized variance estimator when sampling at a 5-minute frequency. The microstructure noise appears to have a simple *i.i.d.* structure and thus we correct for it by employing the moving-average-based estimator of (Hansen, Large & Lunde (2008). Second, no microstructure noise has been identified in the 5-minute intraday returns of the EUR/USD exchange rate, similarly to Chaboud, Chiquoine, Hjalmarsson & Loretan (2009). Consequently, no moving-average correction is necessary when constructing the realized variances of EUR/USD and we simply use equation (2.3).

Table 2.1 provides descriptive statistics for the daily realized variance and the logarithmic realized variance separately for each subsample of the data as employed in the empirical part of the study. The statistics point out similar characteristics of the four exchange rate series, although the Central European exchange rate returns exhibit on average a higher degree of skewness and kurtosis relative to EUR/USD. In addition, when measured by the sample standard deviation, the variance of the former currencies does not seem to be more volatile than that of EUR/USD although it tends to experience relatively larger swings as evidenced - especially during Period 1 - by larger (absolute) minimum and maximum values. Figures 2.1 and supplement this information with the plots of daily EUR/CZK, EUR/HUF, EUR/PLN, and EUR/USD spot exchange rates and the corresponding daily exchange rate returns for the whole sample period. It is interesting to note that the increased volatility that corresponds to the onset of the turbulent economic events and continues throughout 2009 parallels equally significant yet mutually opposite developments on the Central European and EUR/USD markets. Indeed, the Czech and Polish currencies initially experienced sharp depreciations and later, during the first months of 2009, all three currencies appreciated in unison. The US dollar, on other hand, experienced nearly the opposite development pattern over the

⁵In our analysis, we include both exchange rate and UK-specific dummies in the volatility specifications to account for the lower liquidity resulting from (possibly) limited trading activity during these days.

same period.

One last note concerns the normality of the (logarithmic) realized variance. In Table 2.1 we show that both the realized variance as well as its logarithmic transformation exhibit levels of skewness and kurtosis far from those characterizing a normal distribution. To test the null hypothesis of the normality of the logarithmic realized variance explicitly, we employ a test based on the third and fourth Hermite polynomials (H34) with the Newey-West weighting matrix based on the methodology in Bontemps & Meddahi (2005). This test is valid in the presence of parameter uncertainty as well as dependence in the logarithmic realized variance. For Period 1, the test statistics for specific exchange rates are as follows: 95.8 (EUR/CZK), 46.8 (EUR/HUF), 41.5 (EUR/PLN) and 37.9 (EUR/USD). As the null hypothesis is rejected for each exchange rate, none of the logarithmic realized variance series follow a normal distribution during this period. In contrast, the statistics read 8.4, 3.8, 18.8, and 7.2 for Period 2, in which case we cannot reject the null hypothesis of normality for EUR/PLN and at 2.7% neither can we for EUR/USD. The logarithmic transformation of the realized variance therefore does not follow a normal distribution during the longer period of 2003-2007 but seems to be closer to normal during the shorter period of 2008-2009.

Finally, Figure (left column) provides a general view of the dynamics of the realized variance over the entire sample. The overall pattern follows the major events that the currencies experienced since 2003. The plots of the autocorrelation function of the logarithmic realized variance (right column) show very slow decays consistent with a very persistent, long-memory type of dynamics.

2.5 Empirical Results

Before presenting our results we briefly review the dynamics of the round-the-clock trading activity on the FX markets studied. This will help us understand the specific intraday pattern that characterizes the volatility of Central European and EUR/USD currency pairs. Further, it sets a framework for a more accurate interpretation of the empirical results concerning volatility transmission between EUR/USD and the Central European foreign exchange markets.

The international scope of currency trading requires that foreign exchange markets operate on a 24-hour basis. A typical trading day consists of three major sessions (see Figure 2.3), corresponding roughly to the opening and closing hours of the major foreign exchange markets in London, New York, and Tokyo. In particular, the sessions and associated time zones are: the European session (7:00-17:00 GMT), the U.S. session (13:00-22:00 GMT) and the Asian session (0:00-9:00 GMT). See Lien (2005) for a more

thorough discussion of the trading sessions.

The changes in trading activity induced by these three sessions are crucial for the evolution of the instantaneous volatility process over the course of the trading day, both for the Central European and the EUR/USD currency pairs. The plots in Figure 2.4 illustrate the evolution of the intraday volatility for each of the four currency pairs. Specifically, the plots depict the evolution of the 30-minute realized variance computed for each of the 48 intraday 30-minute intervals and then averaged over the whole sample and smoothed by a cubic spline.

We first discuss the plots corresponding to the Central European currency pairs. The trades in the CE currencies are primarily executed during the European session. The first spike in the volatility of the CE currencies occurs during the morning hours of trading. After an active morning, trading slows down around lunch time, with a decrease in volatility of 40 to 50 percent relative to the morning peak. Then, however, large banks and institutional investors are finished repositioning their portfolios and, in anticipation of the opening of the U.S. market, start converting European assets into USD-denominated ones (Lien, 2008). The volatility continues to rise during the overlapping hours of the European and U.S. sessions (13:00-17:00 GMT), forming the second significant peak in the intraday volatility pattern, before decreasing considerably during the overnight period.

The euro/dollar trading (bottom right part of Figure 2.4) shows three peaks. The first peak corresponds to the most active trading hours of the Asian session (1:00-5:00 GMT), the second peak is due to the closing of the Asian markets as well as the first half of the trading day in London and, finally, the main peak represents the most volatile session when the U.S. and European sessions overlap (13:00-17:00 GMT). The morning hours in the U.S. are marked by the execution of the majority of the transactions occurring during the entire U.S. trading session, as European traders are still active in the market. The trading continues even after the end of the European session (17:00-22:00 GMT), but the activity winds down to a minimum soon thereafter, until the opening of the Tokyo market during the early morning hours of the next day.

As concerns holidays, we find that days of low volatility in the CEE markets are typically associated with the UK bank holidays, with a limited relation to the holidays relevant to a given Central European country. This confirms the dominance of the London market.

2.5.1 Sample Periods and Granger Causality Tests

We perform an analysis of volatility transmission separately for the period from January 2, 2003 to December 30, 2007 (Period 1) and for the period from January 2, 2008 to June 30, 2009 (Period 2) as we find that the underlying volatility series behave very differently across the two sample periods. To determine the timing of the structural break we run a recursive estimation of the VHAR model (available from the authors upon request). The parameter estimates exhibit very stable behavior up to the end of 2007. Extending the sample period further, however, results in quite erratic changes in the estimated parameters and we thus choose to split the sample at this point. All tests and estimations are then carried out separately for the two sub-samples.

We start by interpreting the results of the Granger causality tests as applied to the coefficient estimates from the full (unrestricted) models; see Table 2.2. Columns 1 to 4 of table report the Granger causality tests for the model estimated for Period 1. We find that the lagged realized variance components of the Hungarian forint and U.S. dollar seem to play an important role in determining the volatility of the Czech koruna and Polish zloty. On the other hand, we find that the current volatility of neither EUR/CZK nor EUR/PLN seem to carry statistically significant information about the future volatility of the other two currencies. The only exception is a statistically significant contribution of the EUR/CZK variance to the future volatility of the U.S. dollar. This is a rather puzzling causal pattern. Turning our attention to the EUR/HUF equation, we observe that the Hungarian forint is largely weakly exogenous as the tests indicate no significant Granger causality running from any of the other three exchange rates.

The Granger causality tests for the model estimates based on Period 2 (columns 5 to 8) seem to suggest that during the increased market uncertainty that characterized this period, the volatilities of Central European currencies seemed to be less responsive to the variance components of the other exchange rates compared to the pre-2008 period (Period 1). In particular, we find that the Czech koruna is the only CE currency that seems to be significantly affected by the lagged EUR/USD variance components. No further Granger causality is found.

2.5.2 Volatility Transmission Model

Having discussed the results of the Granger causality tests we now shed more light on the pattern of volatility transmission by estimating the VHAR-GARCH model. In addition to the variance components of the relevant exchange rates, two dummy variables enter the right-hand side of the VHAR models: a dummy variable that represents the domestic holidays relevant for the dependent variable, d , and a dummy variable for UK bank

holidays, d_{UK} .⁶ These dummies help capture the drop in volatility associated with low trading activity during holiday periods and ensure that the dynamic parameter estimates are not biased by the presence of holidays in the sample.

Furthermore, we divide the lagged daily realized volatility of EUR/USD into two parts: the first component captures the realized volatility between 21:00 GMT and 17:00 GMT of the next day, while the second component captures the remaining part of the daily realized volatility, i.e. the period spanning 17:00-21:00 GMT. The motivation for allowing these two components to enter the volatility transmission model separately comes from the analysis of the intraday volatility pattern documented in Figure 2.4. Specifically, we find that the CE currencies exhibit little variability during the second period (17:00-21:00 GMT) when the EUR/USD is still actively traded in the U.S. It is therefore interesting to investigate whether it is this part of the EUR/USD daily volatility that spills over into the next day's volatilities of the CE exchange rates, which would be consistent with the meteor shower hypothesis of Engle, Ito & Lin (1990).

The estimation results for the volatility transmission model are reported in Table 2.3. We present the estimates for the two sub-samples separately and to save space only report the restricted models, that is, models in which insignificant right-hand side variables have been successively eliminated. Starting with Period 1 and the equation for EUR/CZK we observe that in addition to the information contained in its own three components, the current volatility of EUR/CZK is significantly affected by the short-term and long-term variance components of EUR/HUF ($\beta_{1,HU}$ and $\beta_{22,HU}$), respectively), as well as by the long-term variance component of the EUR/USD exchange rate, $\beta_{22,US}$. However, the signs and the magnitudes of the coefficient estimates differ fundamentally across the various components.

In particular, we find that among the own-variance components, the medium term variance component, $\beta_{5,CZ}$, seems to have the largest impact in terms of magnitude, followed by the long-term and short-term components ($\beta_{22,CZ}$ and $\beta_{1,CZ}$, respectively). In each instance, the impact is positive. Relatively smaller but also positive is the effect corresponding to the short-term component of the EUR/HUF, $\beta_{1,HU}$. However, we find a similarly large but negative impact of the long-term variance component of the same currency. Finally, we observe that the long-term component of EUR/USD, $\beta_{22,US}$, has a positive effect on the present volatility of EUR/CZK of the magnitude similar to that of its own short-term component.

⁶Exact information on the U.K. holidays was obtained from the relevant governmental site: <http://www.direct.gov.uk>. In line with tradition, bank holidays include the UK public holidays as well as the so-called 'substitute days' that normally occur on the Monday following the date when a bank or public holiday falls on a Saturday or Sunday.

As for the EUR/HUF variance equation, we note that other than its own three variance components, only the medium-term variance component due to EUR/CZK, $\beta_{5,CZ}$, affects the present volatility of EUR/HUF during 2003-2008. A point worth noting is the order of importance of the own-variance components. Clearly, the medium term variance has the largest impact with $\beta_{5,HU} = 0.344$, followed closely by the coefficient estimate on the short-term component, $\beta_{1,HU}$. The long-term component, $\beta_{22,HU}$, happens to be by far the least important of the three in terms of magnitude.

The case of EUR/PLN is slightly more interesting. Evident are a relatively small but positive effect on the present volatility of EUR/PLN of the short-term component due to EUR/HUF, $\beta_{1,HU}$, as well as a positive impact of the long-term component due to the same currency, $\beta_{22,HU}$. As in case of EUR/HUF, we again observe a large importance of the medium-term own variance component, $\beta_{5,PL}$; this time, however, it is closely followed by the short-term and only remotely by the long-term variance components, with the corresponding coefficient estimates reading $\beta_{22,PL}=0.307$ and $\beta_{1,PL}=0.206$, respectively. Finally, the long-term variance component of EUR/USD also positively affects the current volatility of EUR/PLN.

The results for the USD equation reveal a statistically significant impact of the medium- and long-term variance components of EUR/CZK ($\beta_{5,CZ}$ and $\beta_{22,CZ}$, respectively). Note also that we observe no effect on the present volatility of EUR/USD of the part of its own short-term variance component, $\beta_{11,US}$, generated during the U.S. trading session just ahead of the close of the European session (17:00 GMT of the previous day). Instead, only the part of the short-term variance component generated after the close of the European session is found to be statistically significant.

With respect to the two dummy variables for the local and UK holidays, we find the former to be statistically insignificant across the variance equations for all of the Central European exchange rates, while the latter dummy is found to be highly statistically significant in all but one case (HUF). These results are in line with our previous discussion that pointed to a limited effect of domestic holidays on the trading of the corresponding currencies. For the same reason, UK bank holidays are days when the trading activity in these currencies slows down considerably.

The results for Period 2 (January 2003 to June 2009) are reported in columns 6 to 9 for the four currencies of the restricted equation system. We focus on major differences in the impact of different variance components relative to Period 1. In the case of the EUR/CZK exchange rate, we observe that it is not the combination of the short- and long-term components of EUR/HUF that affects its current volatility, instead, the medium- to long-term coefficients seem to carry significant information for the current volatility of EUR/CZK. We also find that during the relatively more volatile Period

2, the EUR/CZK currency does not respond to any EUR/USD variance component anymore, except for part of the (immediately preceding) short-term variance component of EUR/USD, $\beta_{11,US}$, generated after the close of the European session. As far as the own-variance components are concerned, we find no contribution of the medium-term own-variance component on the present volatility of EUR/CZK. On the other hand, both the short-term and the long-term variance components increase in magnitude relative to Period 1, the latter almost three times. Finally, the CZK dummy is significant during Period 2.

In the EUR/HUF equation, we find that it is the short- to medium-term own variance components that play the most significant role in explaining the currencies' current volatilities. Perhaps surprisingly, the short-term variance component of EUR/PLN becomes significant during Period 2, revealing the importance of EUR/PLN during an extended period of economic crisis.

The results for EUR/PLN are notable for the lack of any non-own-variance components. Instead, we observe an increase in the importance of both short- and medium-term own-variance components relative to Period 1, alongside a relative decrease in the magnitude of the effect of the long-term own-variance component on the present volatility of EUR/PLN. Unlike the first period, there is no impact of the lagged EUR/HUF variance.

The coefficient estimates for the EUR/USD equation are far from similar to those obtained during Period 1. Specifically, we notice that this time both of the short-term own-variance components are present, with part of the component generated during the U.S. trading session, $\beta_{11,US}$, becoming highly significant. At the same time, the long-term own-variance component is found to have no effect on the present volatility of EUR/USD.

Panel B (Table 2.3) presents the ARCH and GARCH estimates for each equation of the system along with a battery of basic diagnostic tests (Panel C). We notice that the GARCH estimates are similar for Period 1 and 2, with the largest level of volatility persistence found in the case of EUR/PLN and the lowest in the case of EUR/HUF. The residual diagnostics performed on the simple and squared standardized residual series from the HAR-GARCH equations confirm that most of the univariate specifications provide a reasonable fit to the underlying volatility process. In the case of EUR/USD (and marginally also of EUR/CZK) in Period 1, the large value of the Ljung-Box statistics suggests the presence of serial correlation in the standardized residual series; nevertheless, a simple plot of the autocorrelation function for the relevant residual series (Figure 2.5) reveals no obvious dependence patterns as the series appears to be *i.i.d.*⁷ In any case, the

⁷The disproportionately large contribution of some of the lags (e.g., lags 8 and 22 for EUR/USD) may bear witness to a certain inflexibility of the standard HAR model. To this end, we have tried several

inference based on the Ljung-Box Q statistics remains limited also due to the presence of heteroskedasticity. Finally, we note that Engle's LM test provides evidence of no remaining ARCH effects in the residual series.

A final note concerns the evolution of pairwise conditional correlations over time. Figure 2.6 shows the correlations implied by the DCC model as estimated for Period 1. (Recall that a CCC model was fit to Period 2.) We observe a rather volatile evolution of conditional correlations for most of the exchange rate pairs, although in most cases the correlations remain bounded between 0 and 0.3 over the sample period.

2.5.3 Spillover Index

Figure 2.7 plots the spillover index over time for different forecast horizons. We consider 1-day, 5-day and 22-day forecast horizons, reflecting the lengths of the corresponding one day, one week and one month variance components in the HAR equations. A number of interesting observations can be made.

First, we note that, although quite volatile, the plot of the spillover index clearly reveals all the major periods of increased volatility spillovers. These include, among others, the onset of a dollar crisis in March 2005, or a sharp rise in foreclosures in the U.S. subprime mortgage market that hit globally in July 2007. Similarly to the other critical market events driving the plot's dynamics, we observe that the volatility spillovers increase from anywhere between 40 to 80 percent in these instances. Second, the forecast horizon does not play an important role in terms of the level of volatility spillovers, although relative to the immediate (short-term) effect, the spillovers seem to attenuate in the long term.

2.6 Conclusion

In this paper, we analyze the nature and dynamics of volatility spillovers between Central European and EUR/USD foreign exchange markets. In contrast to the majority of the existing empirical literature, our work relies on model-free non-parametric measures of ex-post volatility based on high-frequency (intraday) data. We formulate a flexible yet parsimonious parametric model in which the realized volatility of the given exchange rate is driven both by its own history as well as the volatilities of other exchange rates of the system realized over different time horizons. Given the multivariate framework, the model helps us study both qualitative and quantitative repercussions of short-term specifications, including a series of unrestricted VHAR(p) models with up to 30 lags of the dependent variable in the mean equation(s). In the least parsimonious models, the Q statistics became insignificant but any gains in fit seemed insufficient to justify the resulting loss of parsimony.

and/or long-term volatility components characterizing one foreign exchange market on the evolution of another.

Our empirical results document the existence of volatility spillovers between the Central European foreign exchange markets on an intraday basis. We find that each Central European currency has a different volatility transmission pattern. For example, during the pre-2008 period, the current volatilities of both the EUR/CZK and EUR/PLN exchange rates are affected by—other than their own histories—both the short-term and long-term volatility components of EUR/HUF as well as by the long-term volatility component of EUR/USD. In contrast, EUR/HUF seems irresponsible to any foreign component other than the medium-term volatility component of EUR/CZK in addition to its own. In addition, EUR/HUF is also the only Central European exchange rate that is not significantly affected by the volatility of EUR/USD. To facilitate our study of the magnitude and behavior of volatility spillovers over time, we also formulate a dynamic version of the Diebold-Yilmaz spillover index Diebold & Yilmaz (2009). By plotting the index in time, we find the magnitude of the volatility spillovers increases significantly during periods of market uncertainty.

Our results on volatility transmission augment the literature on developed foreign exchange markets and fill the void on emerging markets in Europe. Uncovered differences in volatility patterns and their drivers lend new insights into trading strategies assessed by de Zwart, Markwat, Swinkels & van Dijk (2009). Further, the synthesis of our findings is also relevant from the perspective of research on investment strategies as Groh & von Liechtenstein (2009) show that all of the three countries under research score high in terms of attractiveness for risk-capital investors. In further research we aim to analyze volatility transmission during the post-crisis period as new data become available.

2.7 Tables

Table 2.1
Descriptive Statistics

Descriptive statistics for daily realized variance and daily logarithmic realized variance. In the case of the Central European currencies (EUR/CZK, EUR/HUF, EUR/PLN), the realized variance is calculated using a moving-average estimator. The Period 1 sample runs from January 3, 2003 to December 30, 2007 and Period 2 from January 2, 2008 to June 30, 2009.

		mean	std dev	skew	kurt	min	max
Period 1							
CZK	<i>RV</i>	0.107	0.124	14.45	318.8	0.010	3.180
	$\log(RV)$	-2.452	0.610	0.466	4.522	-4.654	1.157
HUF	<i>RV</i>	0.259	0.437	11.90	214.7	0.001	9.447
	$\log(RV)$	-1.786	0.868	0.232	4.463	-6.620	2.246
PLN	<i>RV</i>	0.313	0.269	4.141	35.51	0.027	3.491
	$\log(RV)$	-1.413	0.701	0.042	3.128	-3.602	1.250
USD	<i>RV</i>	0.306	0.190	2.950	28.10	0.012	2.765
	$\log(RV)$	-1.349	0.590	-0.280	3.430	-4.433	1.017
Period 2							
CZK	<i>RV</i>	0.594	0.618	2.706	14.20	0.050	5.152
	$\log(RV)$	-0.926	0.887	0.284	2.340	-2.993	1.639
HUF	<i>RV</i>	1.211	1.622	4.532	32.77	0.076	16.48
	$\log(RV)$	-0.329	1.003	0.205	2.582	-2.572	2.802
PLN	<i>RV</i>	1.208	1.460	2.130	9.254	0.047	10.27
	$\log(RV)$	-0.575	1.330	-0.000	1.757	-3.050	2.329
USD	<i>RV</i>	0.863	0.749	2.112	9.290	0.073	5.492
	$\log(RV)$	-0.459	0.790	0.131	2.375	-2.623	1.703

Table 2.2
Granger Causality Tests

Results of the tests for the significance of groups of coefficients. The rows correspond to the equations of the system estimated for the exchange rate shown in the left column. Columns 1-4 report the tests based on the models estimated for Period 1 (January 2, 2003 to December 30, 2007) and columns 5-8 the estimates for Period 2 (January 2, 2008 to June 30, 2009). Similarly, the columns represent the groups of coefficients related to the exchange rate shown in the top row whose joint significance in the given equation is tested. The reported F-statistics are the Wald statistics for the joint null hypothesis that $\beta_{1,1} = \dots = \beta_{22,1} = 0$. An asterisk (*) denotes the cases where the null hypothesis is rejected at 5% level of significance. Similarly, superscript c indicates the cases where the null hypothesis is rejected at 10% level.

	Period 1: 01/2003 - 12/2007				Period 2: 01/2008 - 06/2009			
	CZK	HUF	PLN	USD	CZK	HUF	PLN	USD
CZK	— (0.009)	3.913* (0.009)	0.780 (0.505)	3.355* (0.010)	—	0.640 (0.590)	1.554 (0.200)	2.414* (0.049)
HUF	2.234 ^c (0.083)	—	1.419 (0.236)	0.525 (0.718)	0.198 (0.898)	—	2.476 ^c (0.061)	0.521 (0.720)
PLN	0.191 (0.903)	6.785* (0.000)	—	2.709* (0.029)	1.436 (0.232)	1.734 (0.160)	—	0.774 (0.543)
USD	4.159* (0.006)	1.035 (0.376)	0.536 (0.658)	—	1.217 (0.303)	1.274 (0.283)	2.069 (0.104)	—

Table 2.3
Estimation Results

Parameter estimates and diagnostics for the final (restricted) equations of the volatility transmission models. Columns 1-4 report estimates based on Period 1 (January 2, 2003 to December 30, 2007) and columns 5-8 the estimates based on Period 2 (January 2, 2008 to June 30, 2009). There are a total of 1,266 and 385 observations for Period 1 and Period 2, respectively. The corresponding t-statistics (in parentheses) are computed using White's heteroskedasticity-consistent standard errors. Parameters α and β denote the ARCH and GARCH coefficient estimates, respectively, from the volatility part of the model (the constant estimate from the volatility equation is not shown). $Q(60)$ represents the Ljung-Box Q -statistics for the null hypothesis of no autocorrelation up to lag 60 in the raw standardized residuals from the DCC (or CCC) model. Similarly, $LM(20)$ represents Engle's LM test for ARCH effects up to lag 20 in the same series. In both cases, the parentheses contain the p -values.

	Period 1: 01/2003 - 12/2007				Period 2: 01/2008 - 06/2009			
	CZK	HUF	PLN	USD	CZK	HUF	PLN	USD
Panel A: Mean Equation								
<i>cons</i>	-0.755 (-5.306)	-0.417 (-3.702)	-0.157 (-2.545)	0.231 (2.626)	0.149 (1.835)	0.019 (0.671)	0.007 (0.246)	0.255 (3.682)
$\beta_{1,CZ}$	0.181 (4.524)				0.287 (4.443)			
$\beta_{5,CZ}$	0.252 (4.082)	-0.085 (-2.140)		-0.115 (-3.229)				
$\beta_{22,CZ}$	0.194 (2.208)			0.159 (3.060)	0.585 (5.576)			
$\beta_{1,HU}$	0.105 (4.109)	0.327 (6.927)	0.069 (3.166)			0.229 (3.798)		
$\beta_{5,HU}$		0.344 (5.374)			0.222 (3.045)	0.470 (6.493)		
$\beta_{22,HU}$	-0.139 (-4.025)	0.209 (3.794)	-0.131 (-4.250)		-0.254 (2.793)			
$\beta_{1,PL}$			0.206 (6.171)			0.169 (3.905)	0.299 (4.832)	
$\beta_{5,PL}$			0.314 (5.326)				0.500 (4.936)	0.118 (3.628)
$\beta_{22,PL}$			0.307 (4.563)				0.173 (2.308)	
$\beta_{11,US}$								0.284 (4.536)
$\beta_{21,US}$				0.091 (5.775)	0.095 (2.998)			0.111 (3.314)
$\beta_{5,US}$				0.390 (7.194)				0.325 (3.464)
$\beta_{22,US}$	0.166 (3.582)		0.142 (2.676)	0.429 (7.165)				

Table continues on the next page.

	Period 1: 01/2003 - 12/2007				Period 2: 01/2008 - 06/2009			
	CZK	HUF	PLN	USD	CZK	HUF	PLN	USD
Panel A: Mean Equation (cont.)								
d				-0.716 (-10.26)	-0.385 (-2.314)			-0.391 (-4.954)
d_{UK}	-0.283 (-1.965)	-0.421 (-1.900)	-0.504 (-5.561)	-0.620 (-4.588)	-0.816 (-3.230)	-0.804 (-10.31)	-0.558 (-2.755)	-0.773 (-4.098)
Panel B: Variance Equation								
α	0.054 (2.680)	0.073 (2.819)	0.011 (8.069)	0.108 (2.047)	0.078 (1.676)	0.025 (1.083)	0.034 (0.909)	0.065 (1.958)
β	0.925 (32.47)	0.688 (8.069)	0.950 (20.87)	-	-	0.899 (18.71)	0.711 (5.065)	0.822 (12.79)
Panel C: Diagnostics								
R^2	0.268	0.487	0.549	0.606	0.709	0.736	0.857	0.795
$Q(60)$	80.77 (0.011)	68.10 (0.129)	52.57 (0.530)	93.91 (0.001)	46.05 (0.800)	61.51 (0.318)	60.77 (0.342)	75.03 (0.046)
$LM(20)$	25.69 (0.176)	15.19 (0.766)	25.53 (0.182)	14.65 (0.796)	3.959 (0.999)	10.82 (0.951)	21.30 (0.379)	11.41 (0.935)

Table 2.4
MGARCH Estimation Results

Coefficient estimates from the multivariate part of the MGARCH model based on Period 1 (January 2, 2003 to December 30, 2007) and Period 2 (January 2, 2008 to June 30, 2009). The model for Period 1 was estimated as a DCC-MGARCH model. Recall that in the DCC model we employ (Engle and Sheppard, 2001), the conditional correlation matrix follows $Q_t = (1 - \alpha_{DCC} - \beta_{DCC})\bar{Q} + \alpha\eta_{t-1}\eta'_{t-1} + \beta Q_{t-1}$, hence the coefficients α_{DCC} and β_{DCC} in the 'Coefficient Part' of the table. A CCC-MGARCH model was employed for the estimation of Period 2 as the null hypothesis of constant conditional correlation model was not rejected either by the LM Test of (Tse, 2000) or the (Engle and Sheppard, 2001) test for dynamic correlation at any reasonable level of significance. Unless stated otherwise, all coefficients are significant at the 1% level. Superscript *b* denotes significance at the 5% level. The parentheses present robust *t*-values.

	Correlation Part						Coefficient Part	
	ρ_{21}	ρ_{31}	ρ_{41}	ρ_{32}	ρ_{42}	ρ_{43}	α_{DCC}	β_{DCC}
Period 1	0.160 (3.888)	0.161 (4.412)	0.088 ^b (2.319)	0.380 (11.22)	0.200 (5.551)	0.257 (6.827)	0.012 (2.701)	0.950 (39.87)
Period 2	0.252 (4.812)	0.357 (7.517)	0.210 (4.553)	0.511 (12.89)	0.297 (5.073)	0.336 (7.644)	-	-

2.8 Figures

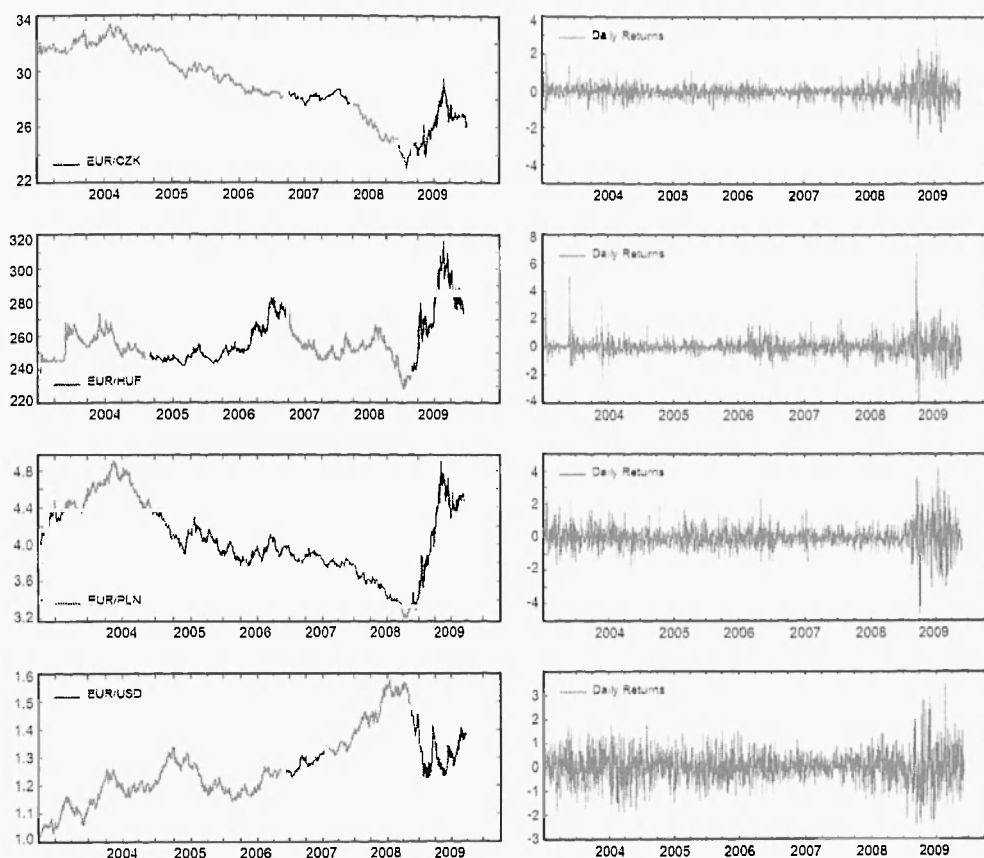


Figure 2.1: Plots of daily spot rates (left) and daily returns (right) for the case of EUR/CZK (first row), EUR/HUF (second row), EUR/PLN (third row) and EUR/USD (last row) exchange rates. The sample runs from January 3, 2003 to June 30, 2009.

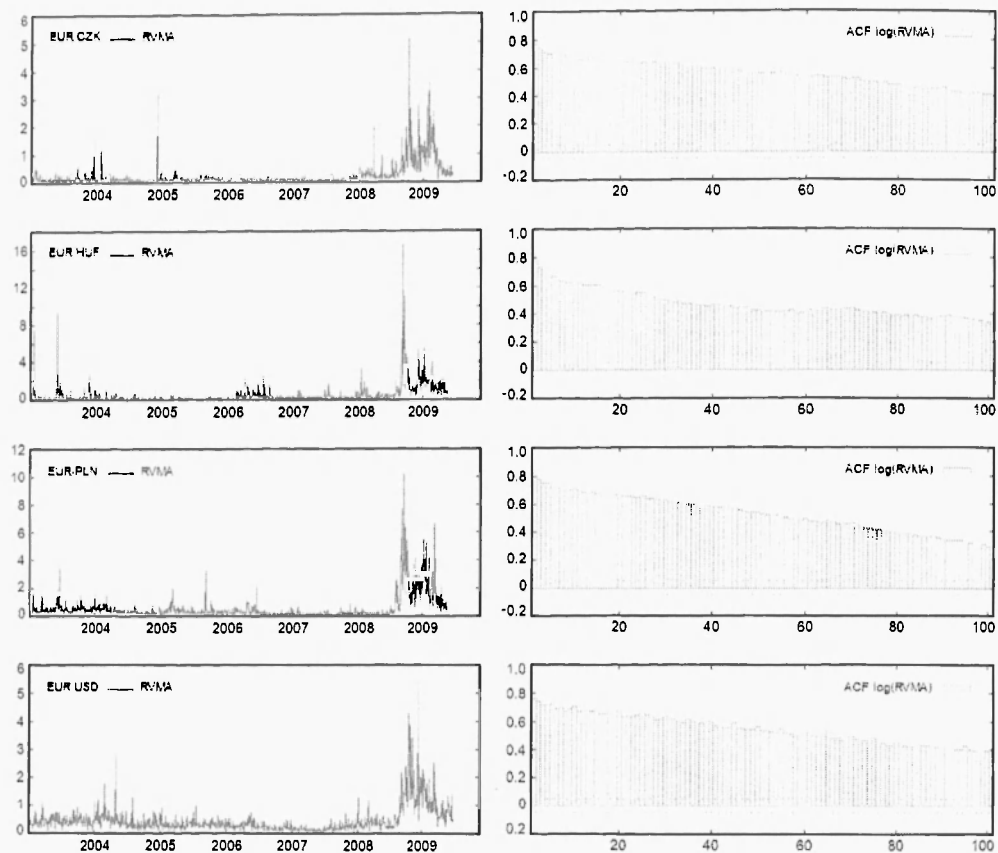


Figure 2.2: Plots of daily realized volatility (RV) (left) and ACF of $\log(RV)$ (right) for the case of EUR/CZK (first row), EUR/HUF (second row), EUR/PLN (third row) and EUR/USD (last row) exchange rates. The sample runs from January 3, 2003 to June 30, 2009.

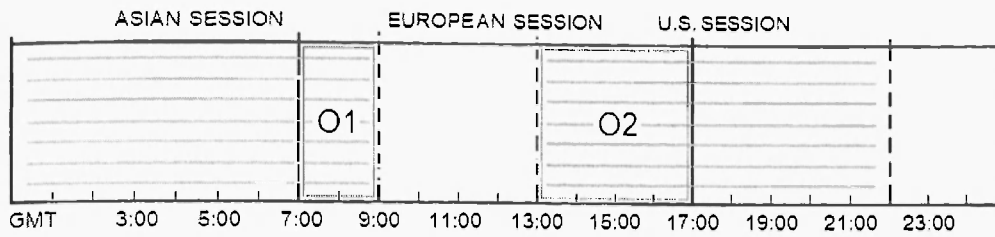


Figure 2.3: Major forex trading sessions. The hours at the bottom of the figure correspond to Greenwich Mean Time (GMT). Mnemonic O1 denotes the period of overlapping Asian and European sessions (7:00-9:00 GMT), and O2 the period of overlapping European and U.S. sessions (13:00-17:00 GMT)

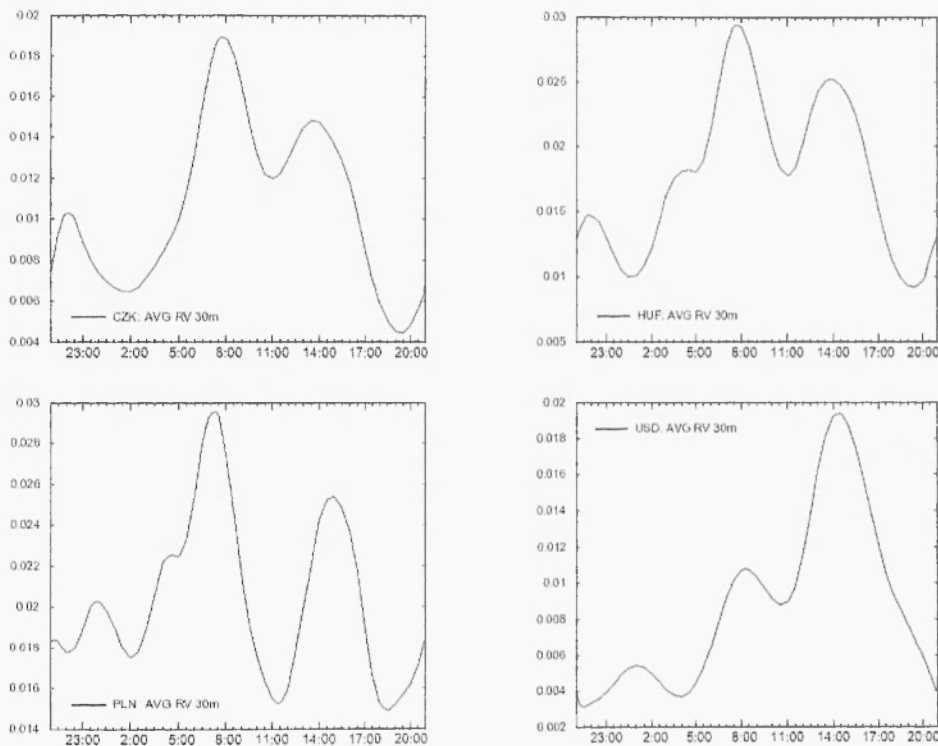
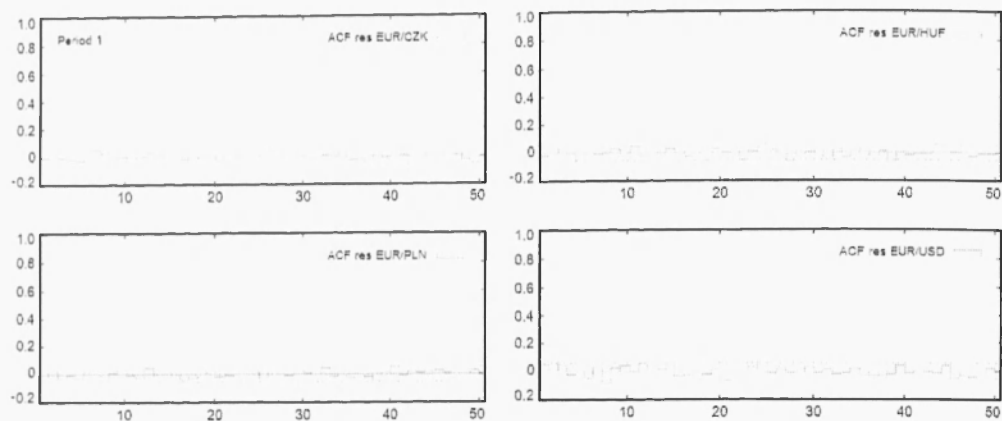
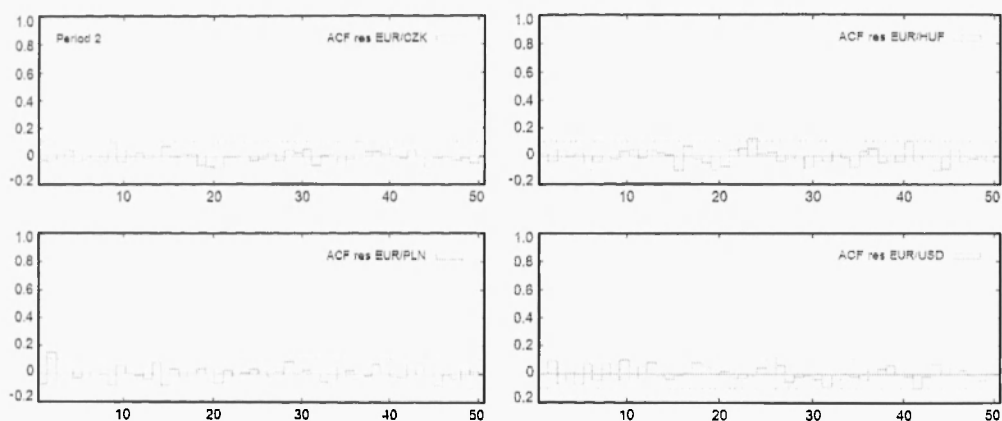


Figure 2.4: An intraday evolution of realized volatility for the EUR/CZK (top, left), EUR/HUF (top, right), EUR/PLN (bottom, left), and EUR/USD (bottom, right) exchange rates. The realized volatility is computed over 30 minute intraday intervals starting at 21:00h on day $(t - 1)$ and ending at 21:00h on day (t) and then averaged across each interval over the whole sample. The hours at the bottom part of the figure are in GMT.



Period 1.



Period 2.

Figure 2.5: ACF plots of standardized residuals from the MGARCH model as estimated for Period 1 (January 2, 2003 to December 30, 2007) on the upper four plots, and for Period 2 (January 2, 2008 to June 30, 2009) on the lower four plots.

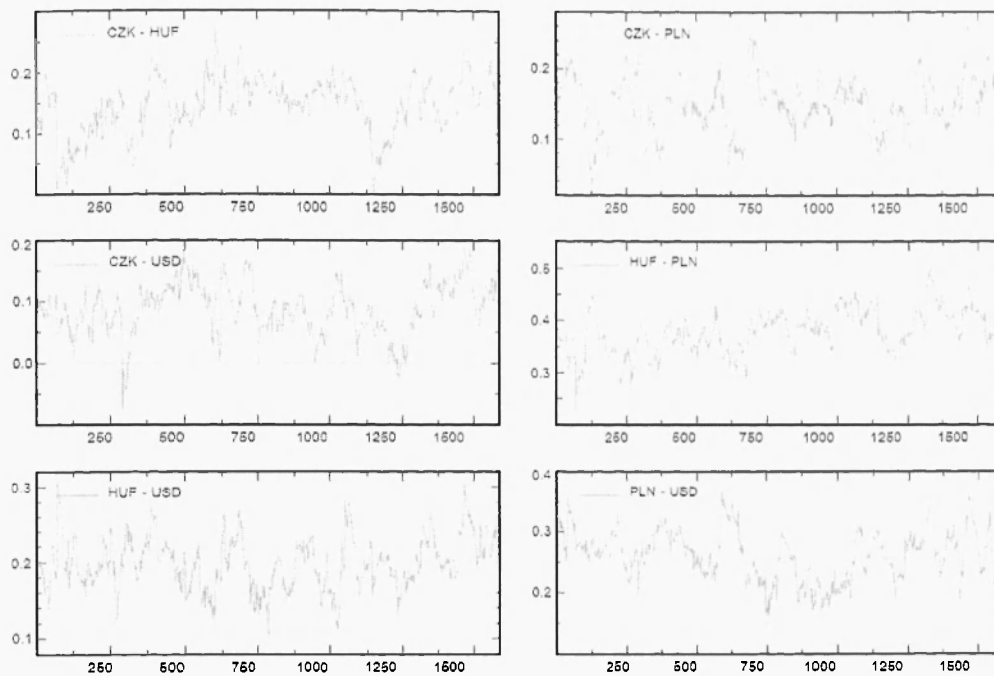


Figure 2.6: Plots of conditional correlations as implied by the DCC-MGARCH model estimated for Period 1 (January 2, 2003 to December 30, 2007) for the four exchange rate currency pairs analyzed in the study.

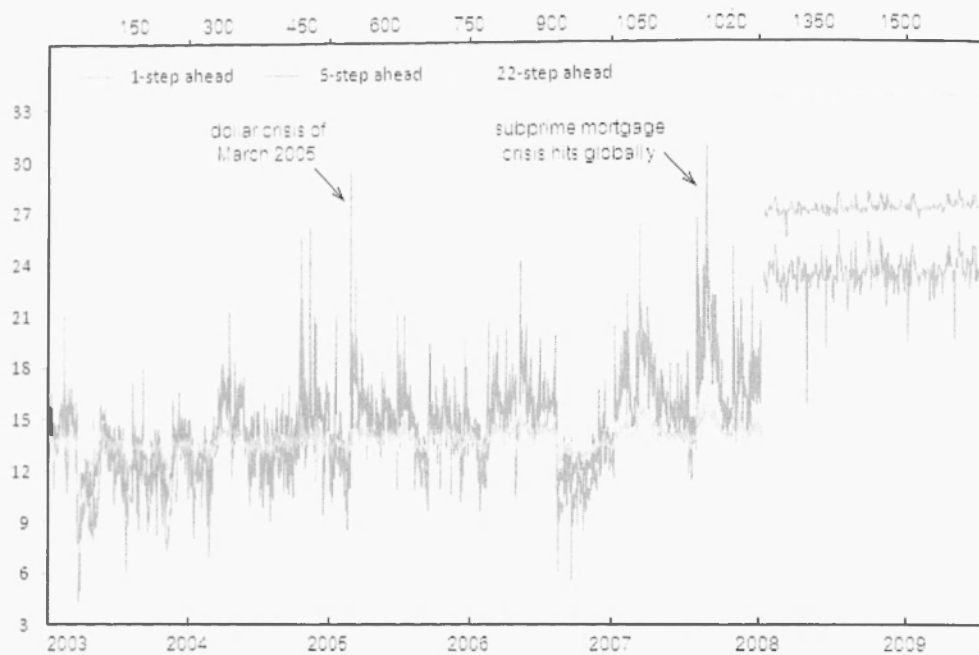


Figure 2.7: Volatility spillover index. At any point in time, the volatility spillover index is defined as the sum of all contributions to the forecast error variances of currency pair i generated by innovations to currency pair j , added across all i . The top of the figures includes the number of observations.

Chapter 3

Dependence Structures on Central European Equity Markets

Vít Bubák¹

¹Email: vit.bubak@malix.univ-paris1.fr. I wish to thank seminar participants at Charles University in Prague and at the University of Geneva, as well as the participants at Eastern Economic Association 36th Annual Conference in Philadelphia (especially the discussant, Antonio Afonso), for helpful comments and suggestions. *JEL Classification*: G11, G15. *Keywords*: dependence structure; copulas; tail dependence; portfolio selection.

3.1 Introduction

For more than a decade, the markets of Central Europe have provided appealing investment opportunities for international investors. Favorable macroeconomic conditions, increasing transparency, improved regulation, and relative political stability have attracted large capital inflows into these fast growing transition economies. Reflecting the successful economic developments was an equally impressive growth in the value of assets traded on local stock markets. The combined total market capitalization of the three largest Central European (CE) markets - Czech Republic, Poland, and Hungary - reached 450 billion Euros at the end of 2007 compared to only 72 billion Euros at the end of the last decade. Over the same period, the indices grew by a combined average of 220 percent.

Recently, however, the distress in the world financial markets has had a profound effect on the relative performance of the CE markets. The flight to liquidity and fear of currency crises prompted large sell-offs of market assets, resulting in a drop in combined total market capitalization of the CE stock markets of 240 billion Euros, more than half of its value in 2007. This compares to the similar losses of about 50% and 40% in the stock markets in London and New York, respectively.

The said events illustrate the extent of dependence and financial integration of the CE economies with the global financial markets. While in the late 1990's the CE markets evolved fairly independently (Gilmore & McManus, 2002, Gilmore, Lucey & McManus, 2008), recent years have witnessed an increase in co-movements and integration with the rest of the financial world (Voronkova, 2004, Chelley-Steeley, 2005, Sheppard, 2006). Indeed, following their accession to the European Union in 2004, these economies are now nearly fully integrated European markets presenting the investors with the political, legal and economic risks comparable to those found in the original EU 15.²

The most common approach to studying the dependence between returns of financial assets is to employ the Pearson correlation coefficient. However, it is well-known that this approach is appropriate only if the joint probability law governing the returns belongs to the class of multivariate normal distributions. The departures from univariate normality of financial returns across assets classes and financial markets have been widely documented in the literature (see e.g., Campbell, Lo & MacKinlay, 1996); the most prominent features of empirical distributions of financial returns inconsistent with

²The evidence in support of the thesis that economic integration between countries implies a comovement in their stock markets was provided by Canova & DeNicolò (1995), Roll (1992), Schwert (1990), among others. Similarly, many empirical studies support the thesis that economic integration accompanies financial integration; see e.g., Phylaktis & Ravazzolo (2002), for an extensive evidence from the emerging countries of the Pacific-Basin.

the normal model include negative skewness and excess kurtosis. Similar results obtain on emerging markets as shown by Harvey (1995), Bekaert & Harvey (1997), Santis & Imrohorglu (1997), and Bekaert, Harvey, Erb & Viskanta (1998), among others.

Another important deviation from Gaussianity occurs when the stock markets tend to crash together but not to boom together. Such asymmetry cannot be accommodated within the Gaussian framework where the conditional correlation for any percentile one can condition on is symmetric. The empirical evidence in support of the hypothesis that the correlation conditional on large negative returns in two stock markets is higher than the correlation conditional on large positive returns has been previously documented in the studies of Karolyi & Stulz (1996), Longin & Solnik (2001), Ang & Chen (2002), Campbell, Koedijk & Kofman (2002), Fortin & Kuzmics (2002), and Hu (2006), among others.

An important consequence of asymmetric dependence in international stock markets is the failure of the standard mean-variance framework to deliver diversification benefits. Should an extreme event on either market occur it is likely to be accompanied by an event of similar sign and magnitude in the other market as well. Since the down-side risk is not diversifiable, the diversification does not obtain. Similarly, the calculation of the well-known Value-at-Risk (VaR) and other risk measures under the assumption of joint normality can lead to erroneous decisions and inadequate management of risk. In the presence of lower tail dependence, the risk measures based on the multivariate Gaussian model would substantially underestimate the risk of an investment. A good understanding of the dependence structures in international financial markets is therefore crucial for successful investment decision-making process.

The purpose of this paper is to investigate the structure and a degree of dependence between three major Central European equity markets - Prague, Budapest and Warsaw, and three major Western European stock markets - Frankfurt, London and New York. We first test for the presence of asymptotic dependence, that is the dependence of extreme events, paying a particular attention to the dependence in the lower tails of the returns distributions. As a next step, we employ a semiparametric copula framework that allows us to model the dependence between the asset markets separately from the individual marginal distributions. Finally, we use the estimated copula models to address the question whether the presence of nonlinear dependence structures found in the stock index return pairs is economically significant. To this end, we carry out a simple portfolio selection exercise in which we apply the estimated copula models to derive the optimal weights for simple two index portfolios. Comparing the optimal weights to those obtained under the assumption of bivariate normality enables us to draw conclusions about potential pitfalls associated with using the usual mean-variance framework.

Our empirical results show that although generally less correlated with their Western counterparts, the CE markets are not immune to large negative shocks emanating from the developed markets. In fact, our findings document the presence of lower tail dependence both between the Central European and Western markets and among the Central European markets themselves.

In particular, we find a significant lower tail dependence between the U.K., Czech and Hungarian markets and between the U.S. and Czech market. Similarly, a highly significant lower tail dependence is also found to be present between all three Central European markets. In line with the previous literature, we find practically no asymptotic dependence in the upper tails of the pairwise return distributions, the only exception being the relationship between the markets in the U.K. and the U.S. The results from the simulation exercises suggest that the nonlinear dependence structures found in the index returns play nontrivial role in an investor's decision making process as do the asymmetries in the marginal distributions. In summary, our findings confirm potential problems with using the unconditional correlation coefficient as a measure of stock market comovements and show that, under the assumption of joint normality, the calculation of commonly used risk measures can lead to serious underestimation of the true level of risk.

Our study contributes to the growing literature on international equity markets dependence structures in several dimensions. By concentrating on modeling the asymptotic dependence structures between the Central European and major world equity markets, our study provides a perspective that has so far been missing in the regional literature. Furthermore, by studying the economic repercussions of the asymmetric dependence structures found for portfolio allocation (and risk management), our analysis provides an all needed update to the previous literature on the subject of international portfolio diversification on the CE markets (e.g., Gilmore & McManus, 2002, Gilmore, McManus & Tezel, 2005).

The rest of the chapter is organized as follows. In Section 3.2, we describe the empirical framework. In Section 3.3, we describe the data. Section 3.4 provides the empirical results from the tests of extremal dependence and the estimations of the copula models. In Section 3.5, we follow with the applications. In particular, we examine the implications of our findings for the portfolio selection and risk management. Finally, Section 3.6 summarizes the main results and concludes the study.

3.2 Methodology

We employ copulas to study the multivariate distributions of the stock index returns. The copula framework provides a convenient way to separate the marginal distributions from the dependence structure and allows us to focus on the latter without making strong assumptions about the former.

Consider a bivariate distribution F with continuous marginals, F_1 and F_2 . Then by the well-know theorem of Sklar (1959) there exists a function, $C: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, satisfying

$$F(x_1, x_2) = C(F_1(x_1), F_2(x_2)).$$

Conversely, one can specify arbitrary marginal distributions and link them with a copula function C to obtain a proper bivariate density function. This is the approach we follow in this paper. We first propose models for the marginal distributions of individual index returns and transform them into uniform variates by the probability integral transform, that is we define $U_1 = F_1(X_1)$ and $U_2 = F_2(X_2)$. Having integrated out the role of the marginal distributions we focus on the dependence structure of U_1 and U_2 by considering alternative models for the copula that links them together.

Since we are primarily interested in the joint occurrences of extreme events a natural measure to study is the probability that one market experiences a large negative shock given that the other market finds itself in distress as well. Formally, the tail dependence coefficient is defined as

$$\lambda_L = \mathbb{P}[U_1 \leq u | U_2 \leq u] = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{C(u, u)}{u}.$$

When extreme events are independent, $\lambda_L = 0$, while perfect tail dependence implies that $\lambda_L = 1$.

3.2.1 Model for marginal distributions

We follow the usual approach and model the marginal distributions of index returns within the GARCH framework. In particular, we consider the EGARCH(1,1) model of Nelson (1991),

$$r_{i,t} = \mu + \delta r_{i,t-1} + u_t, \quad (3.1)$$

$$u_t = (h_t)^{1/2} \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, 1) \quad (3.2)$$

$$\ln(h_t) = \omega + \beta \ln(h_{t-1}) + \gamma \frac{u_{t-1}}{h_{t-1}^{1/2}} + \alpha \left[\frac{|u_{t-1}|}{h_{t-1}^{1/2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] \quad (3.3)$$

The advantage of the EGARCH specification over the simpler GARCH is that it allows for an asymmetric impact of return innovation on future volatility and thus ensures

that our analysis of the dependence structure is not distorted by asymmetries in the marginals. The autoregressive conditional mean specification is employed to capture the weak serial correlation in equity index returns arising from nonsynchronous trading and other imperfections associated with market microstructure (Campbell, Lo & MacKinlay, 1996).

3.2.2 Models for the dependence structure

Turning to the specification of the dependence structure, we consider two copula models popular in the finance literature. The first model is a Gaussian copula given by

$$C_{Gaussian}(u, v; \rho) = \Phi_{\rho}(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v)),$$

where Φ^{-1} is the Gaussian distribution function and Φ_{ρ} denotes the bivariate Gaussian distribution function with unit variances and correlation equal to ρ . When combined with normal marginals, the Gaussian copula delivers the multivariate normal distribution.

To allow for asymptotic dependence of extreme negative events, our second copula model comes from the Clayton family,

$$C_{Clayton}(u, v; \theta) = (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}},$$

where $\theta > 0$. The Clayton model entail lower tail dependence coefficient equal to $\lambda_L = 2^{-1/\theta}$.

Finally, to gain more flexibility we consider a mixture of the Gaussian and Clayton copulas,

$$C_{Mixture}(u, v; \pi, \theta, \rho) = \pi C_{Clayton}(u, v; \theta) + C_{Gaussian}(u, v; \rho),$$

where π denotes the probability of being in the state governed by the Clayton model. The tail dependence coefficient implied by the mixture model is given by

$$\lambda_L^{Mixture} = \pi 2^{-1/\theta}.$$

3.2.3 Estimation

Our model for the joint distribution of returns falls into the SCOMDY class recently studied by Chen & Fan (2006). The parameters of the marginal distributions as well as the copulas can be therefore consistently estimated using the following three step procedure. We first estimate the AR(p)-EGARCH(1,1) models by quasi maximum likelihood for each stock index and obtain the series of estimated normalized residuals $\hat{\varepsilon}_{i,t} = (r_{i,t} - \hat{\mu} - \hat{\delta}_{i,t-1}) (\hat{h}_t)^{i/2}$. Given the filtered returns, $\hat{\varepsilon}_{i,t}$, $i = 1, 2$, we transform

the series into uniform variates using the empirical cumulative distribution function

$$\hat{u}_{i,t} = \hat{F}(\hat{\varepsilon}_{i,t}) = \frac{1}{T+1} \sum_{s=1}^T 1\{\hat{\varepsilon}_{i,s} \leq \hat{\varepsilon}_{i,t}\}, i = 1, 2.$$

Finally, we employ maximum likelihood to estimate the parameters of the dependence structure using the empirical uniform variates $\hat{u}_{i,t}$, $i = 1, 2$. The usual asymptotic inference for the copula estimates does not apply due to the estimation error associated with the empirical distribution function, see Chen & Fan (2006) for details. We use bootstrap to obtain valid standard errors for the maximum likelihood estimates. To assess the adequacy of the estimated copula models we employ the hit-test proposed by Patton (2006).

3.3 Data Description

We investigate the dependence structures between six stock market indices. These include three from Central Europe: PX (Czech Republic), BUX (Hungary) and WIG (Poland), and three representing the western stock markets: DAX (Germany), FTSE 100 (United Kingdom) and S&P500 (United States). The dataset consists of daily prices expressed in EUR currency and covers a period from January 6, 1999, to July 30, 2008. To account for the fact that different stock exchanges have different trading hours, we use the prices as of 16:00 GMT (Greenwich Mean Time) for DAX, FTSE 100 and S&P 500, all obtained from Datastream. The price series at 16:00 GMT are not available for the CE indices and hence we employ daily closing prices as reported by Bloomberg. As of the end of 2008, the normal trading session ended at 15:15 GMT for the PX index and at 15:30 GMT for the BUX and the WIG indices.

To mitigate potential distortions associated with imperfectly overlapping daily observations, we base our analysis on weekly returns calculated as of Wednesday each week in our sample. To check whether the nonsynchronous sampling induces lead-lag effects in the weekly returns, we estimated a vector autoregressive model (VAR) of order 4 for all six index return series and tested for joint significance of lags 1 through 4, excluding own lags. The null hypothesis of no lead-lag effects was not rejected at conventional significance levels. The impact of nonsynchronous sampling of daily prices has therefore only negligible impact on weekly returns. We present the plots of both weekly price levels and returns in Figure 3.1.

Table 3.1 reports the usual descriptive statistics for the weekly stock index returns. We focus on unconditional moments first. We notice that the CE indices (PX, BUX, and WIG) have significantly larger means (around 0.3) compared to their western counterparts (around 0). They are also generally more volatile as inferred from generally larger

unconditional standard deviations. Regarding the third and the fourth moments, the CE returns exhibit relatively large negative skewness (the mean of -0.56) and excess kurtosis that is much smaller than that found in the western stock markets. The former observation is consistent with the findings of Gilmore & McManus (2002). In fact, Patton (2002) shows that even if the marginal distributions of the individual assets returns in a portfolio are symmetric, lower tail dependence among them induces negative skewness in portfolio returns. Finding negative skewness in index returns is thus not that surprising. The relatively smaller excess kurtosis found for the CE indices imply the well-known fat tails in the unconditional distributions, although possibly less pronounced than for either of the western indices. Consistently with these stylized facts, the Jarque-Bera statistic documents that none of the returns series is unconditionally normally distributed.

Turning our attention to the dynamics of the index return series, the tests for the presence of autocorrelation in the index return series do not show significant dependence across the observations (the only exception is S&P 500). However, all squared index returns except for BUX are highly significantly autocorrelated, confirming the presence of volatility clustering well-documented in the literature.

Table 3.2 summarizes the unconditional correlations between the index return pairs. It is immediately clear that three distinct groups of index return pairs emerge based on the magnitude of the unconditional correlations between them. The strongest correlations can be found among the western markets, with the mean correlation equal to 0.76. The correlations among the returns on the CE indices are relatively weaker with a mean correlation of about 0.57. Perhaps more important, however, are even lower correlations between the western and the CE indices where a majority of the correlations fall in 0.40's.³ Our results are strikingly different from those reported by Gilmore & McManus (2002) for the period from July 1995 to August 2001. These authors found a mean correlation between the returns on the same CE indices of only 0.40 and reported the correlations between the S&P 500 index and the CE indices ranging from 0.24 to 0.33 during the same period compared to 0.39 to 0.48 in our sample. The evident increase in the unconditional dependence between the S&P 500 and CE indices provides evidence of increased integration of the CE stock markets into the global financial markets.

The relatively low correlations between the CE market indices raise the question of possible diversification opportunities in these markets. Recall, however, that the correlation coefficient assumes a linear relationship between the returns. As a result, if nonlinear dependencies are present in the data, the diversification strategies may break down. A detailed and more correct evaluation of the extremal dependence structure is

³It is worth noting that the differences between the three groups are similar when the underlying returns are calculated in their own currencies.

thus required if informed financial decisions are to be made. This is the main focus of the next section.

3.4 Empirical Results

We first comment on the results from the $AR(p)$ -EGARCH(1,1) models. Recall that it is the filtered returns that, after appropriate transformation into uniform variates, are used in the copula estimations. The filtered returns are also needed to address the effects of volatility on the dependence structure when testing for the presence of tail dependence. Finally, the estimation results can be considered to be interesting *per se* as they detail the differences between fitting the weekly returns from established Western markets and their CE counterparts. The results are presented in Table 3.4.

As for the mean equation, we find that an $AR(0)$ process suffices to model the mean for the returns on the CE indices. The reason for this relative independence in the mean returns compared to the more developed western markets could lie in lower liquidity and infrequent trading that described the CE markets in the period prior to the accession to the EU (Mateus, 2004). Relatively higher average returns on the CE market indices for the sample period (discussed in Section 4) then reflect themselves in significantly positive constant parameters in the mean equations for the relevant models.

As for the variance equation, we observe a relatively lower volatility persistence for the PX and BUX indices, when compared to other indices. For example, the persistence is nearly 50% higher in case of S&P500 index compared to the PX index, implying much faster changes in variance over time for the latter. The coefficient γ is generally negative across the indices, suggesting an asymmetric effect of the returns on the next period variance.¹ Finally, the residual diagnostics tests confirm a good fit provided by the models for each of the six returns series. The relatively low values of the Ljung-Box Q -test statistics indicate that neither raw nor squared residuals are serially dependent.

We next turn to testing for the presence of tail dependence. As argued by Poon, Rockinger & Tawn (2004), a clear distinction must be made between the asymptotically dependent variables and asymptotically independent variables. In particular, the assumption of the returns being asymptotically dependent when they are in fact asymptotically independent, can lead to overestimating the probability of joint occurrence of the events, and vice versa for the asymptotically dependent ones.

Table 3.3 presents the results of the tests of asymptotic dependence for the pairs of

¹That is, negative returns lead to a higher next period conditional variance than positive returns.

both raw and filtered returns.⁵ Following Poon, Rockinger & Tawn (2004), we use the filtered returns to address the effects of volatility on the dependence structure. We use the AR(p)-EGARCH(1,1) filter discussed later in this section. We focus on the lower tail dependence measure estimates first (see the lower left triangles in the tables). As in case of the unconditional correlations, we structure our discussion by dividing the fifteen pairs of returns into three groups according to the geography of interaction: in other words, we briefly consider the interactions between DAX, FTSE, and S&P 500 (upper left three pairs of the lower left triangle of each table), the interactions between the CE stock markets (lower right three pairs of the lower left triangle of each table), and the interactions between the CE and western stock markets. The last group is, of course, the most relevant to the study at hand. We discuss the latter first.

We observe that in the filtered CE-Western markets category, three out of nine pairs show a statistically highly significant presence of lower tail dependence (FTSE-PX, FTSE-BUX, S&P500-PX). In addition, a marginally significant lower tail dependence is found in another four pairs (DAX-BUX, DAX-WIG, FTSE-WIG, and S&P500-WIG); in these instances, however, we have to be careful before concluding that the pairs are indeed tail dependent as we are rejecting the hypothesis of tail dependence already at 5% level. The volatility filter seems to have an ambiguous effect on the tail dependence coefficient as it largely removes the dependence between DAX-PX and DAX-BUX but seems to *add* it to e.g., S&P500-PX and FTSE-PX. In terms of magnitude, all three filtered return pairs with strongly significant lower tail dependence are much larger than the corresponding unconditional correlation coefficients, adding support to our previous conclusion that a simple Pearson correlation coefficient provides an inadequate measure of tail dependence. The same holds true for the four pairs with less significant lower tail dependence structure.

The interactions between the CE stock markets give rise to a significant lower tail dependence between all three filtered return pairs (PX-BUX, PX-WIG, and BUX-WIG). Comparing the raw and filtered returns, we find that the volatility scaling not only does not remove the tail dependence but even increases it slightly. In all three pairs, the magnitudes of the corresponding lower tail dependence measures are by far the largest found among all fifteen pairs, reaching 0.937 for the case of PX-BUX pair. These results

⁵We apply the distribution-free measure of asymptotic dependence developed by Ledford & Tawn (1996) and discussed and applied within a parametric framework by Poon, Rockinger & Tawn (2004). The measure is defined as $\chi = \lim_{q \rightarrow \infty} [2 \log \Pr(X > q)] / [\log \Pr(X > q, \hat{Y} > q)] = 1$, where X and \hat{Y} are unit-Fréchet marginal transforms of the original series X and Y . The transformation is used to remove the influence of marginal distributions on the dependence structure between X and Y .

suggest possible contagion effects within these markets during the turbulent periods of market downturns as previously studied by e.g., Bac, Karolyi & Stulz (2003).

The findings are clearly different for the established Western markets. It is evident that the volatility scaling removes a significant portion of lower tail dependence from the raw DAX, FTSE and S&P 500 pairs. In addition, the scaling also has a negative impact on the magnitude of the dependence measures. Compared to the unconditional correlation coefficients for the same indices, the filtered lower tail dependence measure estimates are much lower.

We now briefly discuss the results from the upper tail dependence measure estimations. We find an evidence of significant upper tail dependence in two out of fifteen raw return pairs, both of which belong to the DAX, FTSE, and S&P500 group. There is a hint of upper tail dependence between DAX and S&P500, DAX and PX, and DAX and WIG raw return pairs, but the volatility filter removes even these dependences from the returns (the only exception being FTSE-S&P500). Unlike to the previous case, thirteen of fifteen filtered returns have smaller upper tail dependence measures.

To summarize, our results provide an evidence of the presence of lower tail dependence between CE and Western indexes and between the CE markets themselves. Indeed, we show that while reduced diversification benefits may exist in case of FTSE-BUX and PX-S&P500 index pairs, one could reduce the extreme risk of her portfolio by holding both S&P500 and BUX as these are not only asymptotically independent but have also one of the smallest unconditional correlations among the pairs of indices analyzed.

The results from the copula models estimations are summarized in Table 3.6. For each of the index return pairs, we only report the estimates from the models favored by the Akaike Information Criterion. We find that the Clayton copula provides a good fit for the pairs FTSE-BUX, FTSE-WIG, and S&P500-PX, while the mixture of Gaussian and Clayton copulas is preferred with the remaining twelve index return pairs. The pure Gaussian copula is never favored to either of the other two models.

The estimates of the tail dependence coefficient, λ_L , indicate a varying degree of nondiversifiable downside risk across the index pairs. The highest degree of lower tail dependence is then obtained with FTSE-BUX and FTSE-WIG ($\lambda_L > 0.41$), and only slightly lower with S&P500-PX and PX-BUX ($\lambda_L \simeq 0.3$). We find a rather low degree of tail dependence in DAX-PX and FTSE-PX. Note, however, that no evidence of lower tail dependence was previously found for the DAX-PX pair (see Table 3.3), while the coefficient for the FTSE-PX pair is only marginally significant.

These results illustrate the problem of using linear correlation to measure dependencies between stock markets. Lower linear correlation between stock market index returns does not necessarily imply lower downside risk. Consider, for example, the pairs

S&P500-FTSE and S&P500-WIG with correlation coefficients of 0.77 and 0.48, respectively. Although the latter is much lower implying possible diversification opportunities of a U.S. investor on the Hungarian market, the estimated tail dependence coefficients are almost equal (0.171 and 0.170, respectively) and thus the degree of downside risk is virtually the same for both investments. Consequently, international diversification cannot protect such investor from joint crashes of both stock markets. Of course, in periods of moderate price fluctuations diversification effect will obtain, but it is usually large losses for which a risk-averse investor seeks protection.

To help us evaluate the fit of the estimated copula models we run the hit test mentioned in Section 2.3. We only report the results from the two lowest regions ($p_1 = 0.1$ and $p_2 = 0.25$) and the joint test for all seven regions. The former two tell us about the performance of the copula models in the two *lowest* quantiles of the distributions of returns, which are of primary interest to our analysis. The joint test then summarizes the performance of the models in the remaining regions. In all instances, the selected copulas attain remarkably good outcomes. A minor problem is encountered in region 2 for the DAX-WIG index but even there we do not reject the null hypothesis at 5% level of significance.

The obvious question which remains to be addressed is whether the statistical significance of tail dependence between stock index returns carries economically significant implications. In other words, are investment decisions based on the copula model similar to those made under the assumption of multivariate normality, or are they substantially different? Needless to say, if the former were true a lot of time and effort could be saved by using the analytical tools afforded by the Gaussian model rather than relying on numerical procedures and Monte Carlo methods needed for copula models. We investigate this question in the next section.

3.5 Applications

As we discussed in introduction, the presence of nonlinear dependence structure in the stock index returns has important implications for portfolio and risk management. To examine these implications for portfolio selection, in the following paragraphs we apply the estimated copula models to hypothetical portfolios composed of two stock market indices. Next, we also apply our knowledge of the specific dependence structures in risk management.

3.5.1 Portfolio Selection

In standard portfolio theory investors use mean-variance analysis to find their optimal portfolios. This approach is valid if either the utility function is quadratic, or the joint distribution of stock returns belongs to the class of elliptical distributions (see, e.g. Ingersoll, 1987). While the former assumption is implausible due to the properties of quadratic utility functions (increasing absolute risk aversion), the latter finds little empirical support. Thus restricting the portfolio analysis just to the means and variances does not yield optimal investment decisions. In this section, we apply the estimated copula models to derive the optimal weights of portfolios composed of two stock market indices and compare them to the optimal weights obtained under the assumption of bivariate normality.

Following Patton (2004), we assume that investors' preferences can be described by a CRRA-type utility function

$$\begin{aligned} U(\omega) &= (1 - \gamma)^{-1} (W_0 \exp(\omega r_1 + (1 - \omega)r_2))^{1-\gamma}, \text{ if } \gamma \neq 1, \\ &= \log W_0 + \omega r_1 + (1 - \omega)r_2, \text{ if } \gamma = 1 \end{aligned}$$

where W_0 denotes the initial wealth, ω is the weight of asset 1 in the portfolio, r_1 and r_2 are the returns on assets 1 and 2, respectively, and γ is the relative risk aversion coefficient. It can be shown that the initial wealth does not affect the optimal weight (Ingersoll, 1987), so we normalize it to unity.

Given the joint distribution of asset returns, $F(r_1, r_2) = C(F_1(r_1), F_2(r_2))$, the portfolio selection problem is then formulated as

$$\begin{aligned} \omega^* &= \arg \max_{\omega \in \mathbb{R}} E[U(\exp(\omega r_1 + (1 - \omega)r_2))], \\ &= \arg \max_{\omega \in \mathbb{R}} \int U(\exp(\omega r_1 + (1 - \omega)r_2)) dF(r_1, r_2), \\ &= \arg \max_{\omega \in \mathbb{R}} \int \int U(\exp(\omega r_1 + (1 - \omega)r_2)) c(F_1(r_1), F_2(r_2)) f_1(r_1) f_2(r_2) dr_1 dr_2. \end{aligned}$$

Replacing the true densities and distribution functions by their estimated counterparts, the solution ω^* can be found by numerical procedures. In this paper, we use the Monte Carlo method to approximate the double integral and employ the BFGS algorithm to find the maximum.

In the previous section we used a non-parametric estimator for $F_j(\cdot)$ to achieve robustness of the copula model to the true marginal distributions. The nonparametric estimator is, however, not very useful for the simulation exercise in this section and we thus choose to approximate the marginal distributions by skewed Student- t distribution.⁶

⁶For details on the skewed Student- t distribution, see Hansen (1994)

The plots of the empirical kernel densities along with the estimated skewed Student- t densities for all six stock indices shown in Figure 3.2 in the appendix indicate that the skewed Student- t distribution approximates the empirical counterpart remarkably well. The relevant parameter estimates are reported in Table 3.5.

Tables 3.7 and 3.8 report the optimal weight ω^* on the corresponding index in a portfolio composed of two indices for different distribution models and different levels of risk aversion. We choose four different levels of risk-aversion, i.e. ($\gamma = 2, 3, 5, 7$). For each pair of stock market indices, the entry in the first row is the optimal weight derived under the assumption that the joint distribution is given by the estimated copula model with skewed- t marginals (Model 1). The second row gives ω^* obtained from the estimated copula model with normal marginals (Model 2) while the third row then reports ω^* implied by a bivariate Gaussian model (Model 3). Focusing on these three models allows us to disentangle the differences in ω^* due to nonlinear dependence structure and/or skewed and leptokurtic marginals.

We consider the lowest degree of risk-aversion ($\gamma = 2$) first. Take, for example, the FTSE-BUX pair that was previously found to have a high degree of lower tail dependence (Table 3.7). When the copula model with skewed- t marginals is used the investor should place 63% of his wealth into the FTSE index and the remaining 37% into BUX, while a standard mean-variance analysis implies the weight of 49.7% for FTSE and 50.3% for BUX. Since the optimal weight of FTSE under Model 2 is 50.4%, we can see that nearly 95% of the difference between Model 1 and Model 3 (corresponding to about 13 percentage points) can be attributed to the skewed and leptokurtic marginals, while only about 5% is due to the dependence structure. A similar pattern holds true for most of the other two-index portfolios, with the dependence structure explaining in general smaller parts of the differences in the optimal weights relative to the normal benchmark.

The exact effect of non-normal marginal distributions on the optimal allocations is, of course, difficult to disentangle as it is the entire shape of marginal distributions and not just their first two moments that play a role in expected utility maximization. For example, it can be shown that it is both the skewness (of each of the portfolio indices) as well as the dependence between them that may affect the skewness of the portfolio (Patton, 2004), so that the CRRA investor who dislikes negative skewness may or may not allocate a larger portion of her portfolio to an index whose marginal distribution exhibits larger skewness than the other indices in the portfolio.

As the degree of risk-aversion increases, so do seem the differences between the optimal weights. Although not a case in general (consider, for example, the DAX-BUX or PX-BUX pairs), Model 3 tends to result in portfolio weights that change only slightly as the investor becomes more risk averse, while both Models 1 and 2 imply weights

that seem to increase in the risk-aversion levels. Consequently, at each higher level of risk-aversion, the fraction of the difference that is due to the presence of non-linear dependence structure tends to increase as well. Ideally, as the risk-aversion level increases, the investor's asset allocation should move towards the global minimum variance portfolio. We do not observe this effect at the values of risk aversion coefficients considered in our study.

To summarize the results presented in this section, we find that for most of the portfolio return pairs investigated, the nonlinear dependence structures play a minor role in the optimal portfolio allocations that nevertheless seems to persist across all levels of risk-aversion. In contrast, neglecting the non-normal characteristics of the marginal distributions may have far more important consequences for the investor's decision-making process. Thus, both the presence of non-linear dependence structure and skewed/leptokurtic marginals may lead to sub-optimal portfolio allocations.

3.5.2 Value-at-Risk

We now turn to the application of our copula models in risk management. In particular, our goal will be to investigate the effect of non-linear dependence structures found on the estimates of two widely used risk measures, Value-at-Risk and expected shortfall. We start with a brief review of the methodology.

Consider first a portfolio of N risky assets with fixed proportions $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N)$, fixed time horizon $t+1$ and confidence level $\alpha \in (0, 1)$. Suppose that the current prices of the risky assets are given by $\mathbf{p}_t = (p_{1t}, p_{2t}, \dots, p_{Nt})$. Then the Value-at-Risk, $VaR_{t+1}(\alpha)$, is the maximum loss that can be incurred with probability $(1-\alpha)$ by investing in portfolio ω over the period from t to $t+1$. Formally,

$$\Pr[\omega'(\mathbf{p}_{t+1} - \mathbf{p}_t) \leq -VaR_{t+1}(\alpha)] = \alpha.$$

Although the VaR risk measure is very popular in practice, it is not a coherent risk measure as defined in Artzner, Delbaen, Eber & Heath (1997). It gives essentially only the lower α -quantile of the portfolio distribution but does not provide any insight as to what the expected loss should be given it occurs; that is, given that $\omega'(\mathbf{p}_{t+1} - \mathbf{p}_t) \leq -VaR_{t+1}(\alpha)$. This information is supplied by the expected shortfall,⁷ defined as the expected return on the portfolio in the worst $\alpha\%$ of the cases,

$$ES_{t+1}(\alpha) = E_t[\omega'(\mathbf{p}_{t+1} - \mathbf{p}_t) | \omega'(\mathbf{p}_{t+1} - \mathbf{p}_t) \leq -VaR_{t+1}(\alpha)];$$

provided, of course, that the expectation exist. As a natural coherent alternative to Value-at-Risk, the expected shortfall is discussed in detail in Areal & Taylor (2002).

⁷Expected shortfall is also called conditional Value-at-Risk (CVaR) or expected tail loss (ETL).

The portfolio return distribution and thus $VaR_{t+1}(\alpha)$ and $ES_{t+1}(\alpha)$ must be approximated numerically by simulation as exact closed-form expressions are generally not available (multivariate normality is such special case). We therefore simulate N pairs of stock index returns (r_{1i}, r_{2i}) from the estimated copula models as follows. First, we generate two *iid* samples of size N of uniform variates from the estimated copula. Next, we transform the uniform variates via the inverse of the probability integral transform $r_{1i} = \hat{\mu}_{1,t+1} + \hat{\sigma}_{1,t+1} \hat{F}_1^{-1}(u_{1i})$ and $r_{2i} = \hat{\mu}_{2,t+1} + \hat{\sigma}_{2,t+1} \hat{F}_2^{-1}(u_{2i})$, $i = 1, \dots, N$, where $\hat{F}_j^{-1}(\cdot)$ is an estimator of the marginal distribution function of the original standardized residuals, and $\hat{\mu}_{j,t+1}$ and $\hat{\sigma}_{j,t+1}$ are the estimated mean and volatility of raw returns for period $t + 1$. As a last step, we compute the dollar returns from holding an equally-weighted (bivariate) portfolio as,

$$R_{pi} = 0.5M[\exp(r_{1i}) + \exp(r_{2i})] - M, i = 1, \dots, N,$$

where M is the dollar value of the investment at time t , and estimate $VaR_{t+1}(\alpha)$ as the empirical α -quantile of R_p ,

$$\widehat{VaR}_{t+1}(\alpha) = -R_{p,(\alpha(N+1))},$$

where $R_{p,(m)}$ denotes the m -th sorted value in ascending order. Given an estimate of $VaR_{t+1}(\alpha)$, we compute $ES_{t+1}(\alpha)$ as

$$\widehat{ES}_{t+1}(\alpha) = \frac{1}{N_{t+1}} \sum_{i=1}^N R_{pi} (\mathbf{1}_{\{R_{pi} \leq -\widehat{VaR}_{t+1}(\alpha)\}})$$

where N_{t+1} is the number of simulated portfolio values less than or equal to $-\widehat{VaR}_{t+1}(\alpha)$.

Tables 3.9 and 3.10 report the estimated risk measures for equal-weighted portfolios. The analysis is performed using $\alpha = 1\%$ and 5% , i.e. two commonly used probability levels. Again, we consider the three statistical models (Model 1, Model 2, and Model 3) described in the previous section. The estimates are based on $N = 50,000$ simulations and are calculated using unconditional moments μ_i and σ_i of raw returns rather than their conditional counterparts $\mu_{i,t+1}$ and $\sigma_{i,t+1}$. Given that we are using weekly data, the reported VaR and ES measures correspond to a typical one-week investment period.

The results in the tables are very similar across the stock index pairs. It is immediately evident that the bivariate normal model (Model 3) commonly used in practice substantially underestimates the riskiness of the equal weighted portfolios. Focusing on the VaR measures, a closer look reveals that at the higher probability level ($\alpha = 5\%$) most of the bias is generally due to the presence of non-linear dependence structures, whereas a smaller part is explained by the skewed/leptokurtic marginals. In fact, on average about 80% of the difference between Model 1 and Model 3 is due to non-linear

dependence structures. Moving on to the lower probability level ($\alpha = 1\%$), the proportion of the bias that can be attributed to the non-linear dependence structure (difference between Models 2 and 3) is about the same as the part due to non-normal marginals (difference between Models 1 and 2). As a representative example, consider the case of the FTSE-BUX pair (Table 3.9) where about 78% (54%) is due to dependence structure at $\alpha = 5\%$ (1%) probability levels, respectively. Similar results hold for the expected shortfall, although here the parts of the bias due to non-linear dependence structures are somewhat smaller at $\alpha = 5\%$ than in case of the VaR (e.g., 62% for the FTSE-BUX pair).

To conclude, we find that the nonlinear dependence structures are in general at least as important originators of the bias that arises at the construction of the common risk measures as are the skewed and leptokurtic marginals and that this bias can also be economically significant.

3.6 Conclusion

Over the last ten years, the markets of Central Europe have become increasingly integrated into the global economy. This naturally raises a question about a degree and a structure of possible dependence of the Central European markets, be it on the markets in the U.S. and the Western Europe or even between themselves.

In this paper we investigate the dependence structures between the three major Central European stock markets and the London, Frankfurt, and New York stock markets. We first apply a distribution free measures of tail dependence to examine the presence of extreme dependence structures in the bivariate index returns pairs. We provide evidence on the presence of lower tail dependence between the Central European and Western markets and between the Central European markets themselves. In particular, we find significant lower tail dependence between the U.K., Czech and Hungarian markets and between the U.S. and Czech markets. In addition, we find a large and highly significant lower tail dependence within the three Central European markets; this could suggest a possible contagion effects within these markets during the turbulent periods of market downturns. Finally and, in line with the previous literature, we find practically no asymptotic dependence in the upper tail of the pairwise distributions, the only exception being the markets of U.K. and U.S.

Our findings confirm potential problems with using the unconditional correlation coefficient as a benchmark for dependence structure assessment. As we illustrate on the pairs of returns that have significantly different correlations but same tail dependence coefficients, possible diversification benefits may obtain during the normal period but

not during the market crashes.

Using a semiparametric copula framework to capture the nonlinear dependence relationships, we assess the economic implications of the latter for a constant relative risk aversion (CRRA) utility investor. The results from the simulation exercise show that the nonlinear dependence structure has important implications for asset allocation between the CE and Western markets.

In particular, we find that although the non-normal characteristics of the marginal distributions have far more reaching consequences in terms of optimal portfolio allocations, the nonlinear dependence structures seem to be at least as relevant originators of the bias that causes substantial underestimation of the risk of the portfolio when the common risk measures are employed. Both of these findings are of significant importance to investors searching for investment opportunities on Central European equity markets.

3.7 Tables

Table 3.1
Descriptive Statistics

Descriptive statistics for weekly returns expressed in EUR on the six stock market indices analyzed in the study. Also shown are Ljung-Box Q-statistics of order 8 for the test of the null hypothesis of no autocorrelation in the return and squared return series, and the Jarque-Bera test statistics for the null hypothesis that the weekly returns are normally distributed. Superscripts *a* and *c* denote the significance at 1% and 10% levels, respectively. The sample runs from January 6, 1999 to July 30, 2008.

	DAX	FTSE	S&P500	PX	BUX	WIG
Mean	0.035	-0.048	-0.054	0.345	0.260	0.274
Std. Dev.	3.485	2.617	2.861	3.125	3.575	3.666
Skewness	-0.530	0.172	0.121	-0.590	-0.653	-0.446
Kurtosis	7.078	6.467	5.465	4.362	4.381	4.616
Min	-17.06	-9.65	-10.75	-10.67	-14.89	-13.38
1st Qrt.	-1.897	-1.404	-1.66	-1.240	-1.562	-1.515
Median	0.467	0.033	0.044	0.648	0.406	0.604
3rd Qrt.	1.972	1.447	1.556	2.401	2.507	2.255
Max	16.44	14.53	13.70	9.93	9.53	12.89
$Q(8)$	15.1 ^c	21.4 ^a	27.5 ^a	14.4 ^c	7.7	6.8
$Q^2(8)$	118.7 ^a	88.2 ^a	111.9 ^a	32.5 ^a	10.8	20.3 ^a
JB	365.5 ^a	156.2 ^a	126.2 ^a	66.9 ^a	74.4 ^a	70.12 ^a

Table 3.2
Unconditional Correlations

Unconditional correlation matrix for the weekly returns expressed in EUR on the six stock market indices analyzed in the study. The sample of returns runs from January 6, 1999 to July 30, 2008.

	FTSE	S&P500	PX	BUX	WIG
DAX	0.7871	0.7275	0.4848	0.4782	0.5134
FTSE		0.7676	0.4810	0.4636	0.5132
S&P500			0.3924	0.4095	0.4818
PX				0.5789	0.5232
BUX					0.6130

Table 3.3
Extreme Tail Dependence

Summary of the extreme tail dependence measure estimates for the weekly stock market returns expressed in EUR. Panel A (B) shows the estimates of asymptotic tail dependence (χ) based on raw (filtered) returns with the lower (upper) tail dependence measures presented in the lower left (upper right) triangles of the tables, respectively. Standard errors are reported in parentheses. The measures marked with superscripts 'a' and 'b' indicate a relatively strong presence of tail dependence, that is the cases where the null hypothesis of asymptotic tail dependence is not rejected at 10% and 5% levels of significance, respectively. The figures marked with a superscript c indicate the cases where the null hypothesis is not rejected at 1% level of significance although it is rejected at 5% level. The sample of returns runs from January 6, 1999 to July 30, 2008.

<i>A. Raw Returns</i>						
	DAX	FTSE	S&P500	PX	BUX	WIG
DAX		0.747 ^a (0.139)	0.563 ^c (0.209)	0.579 ^c (0.206)	0.332 (0.173)	0.534 ^c (0.201)
FTSE	0.872 ^a (0.244)		0.940 ^a (0.253)	0.522 (0.203)	0.461 (0.190)	0.184 (0.175)
S&P500	0.580 ^c (0.206)	0.716 ^a (0.229)		0.362 (0.177)	0.156 (0.215)	0.517 (0.203)
PX	0.592 ^c (0.213)	0.595 ^c (0.219)	0.324 (0.224)		0.188 (0.181)	0.186 (0.185)
BUX	0.695 ^b (0.227)	0.697 ^b (0.223)	0.405 (0.205)	0.896 ^a (0.253)		0.026 (0.265)
WIG	0.418 (0.233)	-0.086 (0.276)	0.637 ^c (0.213)	0.816 ^a (0.236)	0.798 ^a (0.234)	
<i>B. Filtered Returns</i>						
DAX		0.459 (0.197)	0.300 (0.186)	0.354 (0.178)	0.342 (0.181)	0.348 (0.187)
FTSE	0.667 ^b (0.219)		0.769 ^a (0.245)	0.284 (0.173)	0.259 (0.165)	-0.043 (0.181)
S&P500	0.337 (0.226)	0.603 ^c (0.227)		0.113 (0.154)	0.512 (0.198)	0.402 (0.189)
PX	-0.279 (0.240)	0.655 ^b (0.217)	0.747 ^a (0.229)		0.032 (0.194)	0.065 (0.173)
BUX	0.546 ^c (0.203)	0.820 ^a (0.268)	0.410 (0.225)	0.937 ^a (0.257)		0.228 (0.221)
WIG	0.630 ^c (0.214)	0.553 ^c (0.242)	0.633 ^c (0.222)	0.868 ^a (0.262)	0.936 ^a (0.254)	

Table 3.4
Estimation Results from the AR-EGARCH Models

Quasi maximum likelihood estimates of the AR(p)-EGARCH(1,1) filters for weekly index returns expressed in EUR. Robust standard errors are provided in parentheses. Coefficient estimates significant at 1%, 5% and 10% are denoted with superscripts *a*, *b*, and *c*, respectively. $Q(8)$ and $Q^2(8)$ denote Ljung-Box test statistics for the null hypothesis of no serial correlation in normalized and squared normalized residuals. The sample of returns runs from January 6, 1999 to July 30, 2008.

	DAX	FTSE	S&P500	PX	BUX	WIG
<i>A. Mean equation</i>						
μ	0.207 ^c (1.74)	-0.002 (-0.03)	-0.096 (-0.98)	0.313 ^b (2.32)	0.298 ^c (1.93)	0.316 ^b (2.06)
ϕ_1	-0.083 ^c (-1.64)	-0.141 ^a (-2.73)	-0.095 ^b (-2.05)			
ϕ_2						
ϕ_3				0.128 ^a (2.70)		
<i>B. Variance equation</i>						
ω	-0.049 (0.61)	-0.013 (-0.20)	-0.059 (-1.55)	0.420 ^c (1.69)	0.728 ^c (1.66)	0.024 (0.25)
α	0.282 ^a (3.19)	0.155 ^b (2.06)	0.127 ^a (2.95)	0.363 ^a (2.72)	0.007 (0.07)	0.189 ^b (2.34)
β	0.917 ^a (37.2)	0.931 ^b (49.5)	0.979 ^a (116.0)	0.677 ^a (5.14)	0.705 ^a (3.85)	0.935 ^a (19.5)
γ	-0.166 ^b (-2.44)	-0.156 ^a (-2.18)	-0.088 ^a (-2.72)	-0.140 ^c (-1.75)	-0.151 ^b (-2.22)	-0.019 (-0.40)
<i>C. Goodness-of-fit</i>						
AIC	5.021	4.474	4.701	5.035	5.358	5.405
$\log L$	-1, 232	-1, 097	-1, 153	-1, 230	-1, 318	-1, 330
$Q(8)$	11.3 (0.19)	3.24 (0.92)	5.74 (0.68)	6.06 (0.64)	7.77 (0.46)	6.15 (0.63)
$Q^2(8)$	4.75 (0.78)	6.14 (0.63)	5.72 (0.68)	2.42 (0.97)	12.0 (0.15)	7.79 (0.45)

Table 3.5
Skewed Student-*t* Parameter Estimates

Skewed Student-*t* density estimates for the six indices analyzed in the study. The parameters η and λ control the kurtosis and the skewness of the variable (notation is as in Hansen, 1994).

	DAX	FTSE	S&P500	PX	BUX	WIG
η	-0.299 ^a (0.058)	-0.246 ^a (0.067)	-0.167 ^a (0.064)	-0.224 ^a (0.063)	-0.182 ^a (0.060)	-0.129 ^b (0.052)
λ	10.55 ^a (4.005)	38.84 (32.28)	19.33 (13.52)	11.34 ^b (5.294)	7.737 ^a (2.342)	5.754 ^a (1.251)

Table 3.3
Extreme Tail Dependence

Summary of the extreme tail dependence measure estimates for the weekly stock market returns expressed in EUR. Panel A (B) shows the estimates of asymptotic tail dependence ($\hat{\chi}$) based on raw (filtered) returns with the lower (upper) tail dependence measures presented in the lower left (upper right) triangles of the tables, respectively. Standard errors are reported in parentheses. The measures marked with superscripts 'a' and 'b' indicate a relatively strong presence of tail dependence, that is the cases where the null hypothesis of asymptotic tail dependence is not rejected at 10% and 5% levels of significance, respectively. The figures marked with a superscript c indicate the cases where the null hypothesis is not rejected at 1% level of significance although it is rejected at 5% level. The sample of returns runs from January 6, 1999 to July 30, 2008.

<i>A. Raw Returns</i>						
	DAX	FTSE	S&P500	PX	BUX	WIG
DAX		0.747 ^a (0.139)	0.563 ^c (0.209)	0.579 ^c (0.206)	0.332 (0.173)	0.534 ^c (0.201)
FTSE	0.872 ^a (0.244)		0.940 ^a (0.253)	0.522 (0.203)	0.461 (0.190)	0.184 (0.175)
S&P500	0.580 ^c (0.206)	0.716 ^a (0.229)		0.362 (0.177)	0.156 (0.215)	0.517 (0.203)
PX	0.592 ^c (0.213)	0.595 ^c (0.219)	0.324 (0.224)		0.188 (0.181)	0.186 (0.185)
BUX	0.695 ^b (0.227)	0.697 ^b (0.223)	0.405 (0.205)	0.896 ^a (0.253)		0.026 (0.265)
WIG	0.418 (0.233)	-0.086 (0.276)	0.637 ^c (0.213)	0.816 ^a (0.236)	0.798 ^a (0.234)	
<i>B. Filtered Returns</i>						
	DAX	FTSE	S&P500	PX	BUX	WIG
DAX		0.459 (0.197)	0.300 (0.186)	0.354 (0.178)	0.342 (0.181)	0.348 (0.187)
FTSE	0.667 ^b (0.219)		0.769 ^a (0.245)	0.284 (0.173)	0.259 (0.165)	-0.043 (0.181)
S&P500	0.337 (0.226)	0.603 ^c (0.227)		0.113 (0.154)	0.512 (0.198)	0.402 (0.189)
PX	-0.279 (0.240)	0.655 ^b (0.217)	0.747 ^a (0.229)		0.032 (0.194)	0.065 (0.173)
BUX	0.546 ^c (0.203)	0.820 ^a (0.268)	0.410 (0.225)	0.937 ^a (0.257)		0.228 (0.221)
WIG	0.630 ^c (0.214)	0.553 ^c (0.242)	0.633 ^c (0.222)	0.868 ^a (0.262)	0.936 ^a (0.254)	

Table 3.4
Estimation Results from the AR-EGARCH Models

Quasi maximum likelihood estimates of the AR(p)-EGARCH(1,1) filters for weekly index returns expressed in EUR. Robust standard errors are provided in parentheses. Coefficient estimates significant at 1%, 5% and 10% are denoted with superscripts *a*, *b*, and *c*, respectively. $Q(8)$ and $Q^2(8)$ denote Ljung-Box test statistics for the null hypothesis of no serial correlation in normalized and squared normalized residuals. The sample of returns runs from January 6, 1999 to July 30, 2008.

	DAX	FTSE	S&P500	PX	BUX	WIG
<i>A. Mean equation</i>						
μ	0.207 ^c (1.74)	-0.002 (-0.03)	-0.096 (-0.98)	0.313 ^b (2.32)	0.298 ^c (1.93)	0.316 ^b (2.06)
ϕ_1	-0.083 ^c (-1.64)	-0.141 ^a (-2.73)	-0.095 ^b (-2.05)			
ϕ_2						
ϕ_3				0.128 ^a (2.70)		
<i>B. Variance equation</i>						
ω	-0.049 (0.61)	-0.013 (-0.20)	-0.059 (-1.55)	0.420 ^c (1.69)	0.728 ^c (1.66)	0.024 (0.25)
α	0.282 ^a (3.19)	0.155 ^b (2.06)	0.127 ^a (2.95)	0.363 ^a (2.72)	0.007 (0.07)	0.189 ^b (2.34)
β	0.917 ^a (37.2)	0.931 ^b (49.5)	0.979 ^a (116.0)	0.677 ^a (5.14)	0.705 ^a (3.85)	0.935 ^a (19.5)
γ	-0.166 ^b (-2.44)	-0.156 ^a (-2.18)	-0.088 ^a (-2.72)	-0.140 ^c (-1.75)	-0.151 ^b (-2.22)	-0.019 (-0.40)
<i>C. Goodness-of-fit</i>						
AIC	5.021	4.474	4.701	5.035	5.358	5.405
$\log L$	-1,232	-1,097	-1,153	-1,230	-1,318	-1,330
$Q(8)$	11.3 (0.19)	3.24 (0.92)	5.74 (0.68)	6.06 (0.64)	7.77 (0.46)	6.15 (0.63)
$Q^2(8)$	4.75 (0.78)	6.14 (0.63)	5.72 (0.68)	2.42 (0.97)	12.0 (0.15)	7.79 (0.45)

Table 3.5
Skewed Student-*t* Parameter Estimates

Skewed Student-*t* density estimates for the six indices analyzed in the study. The parameters η and λ control the kurtosis and the skewness of the variable (notation is as in Hansen, 1994).

	DAX	FTSE	S&P500	PX	BUX	WIG
η	-0.299 ^a (0.058)	-0.246 ^a (0.067)	-0.167 ^a (0.064)	-0.224 ^a (0.063)	-0.182 ^a (0.060)	-0.129 ^b (0.052)
λ	10.55 ^a (4.005)	38.84 (32.28)	19.33 (13.52)	11.34 ^b (5.294)	7.737 ^a (2.342)	5.754 ^a (1.251)

	Parameter Estimates				Fit		Hit Test			TDC
	θ_C	ρ_M^G	θ_M^C	π_M^C	LL	AIC	R_1	R_2	R_J	λ_L
DAX-PX	—	0.652 ^a (0.059)	0.292 (0.167)	0.436 ^a (0.136)	57.4	-106.8	0.002 (0.968)	0.334 (0.563)	4.228 (0.753)	0.040 (0.063)
DAX-BUX	—	0.679 ^a (0.122)	0.546 ^b (0.261)	0.590 ^a (0.170)	67.4	-126.9	0.182 (0.670)	0.950 (0.330)	3.332 (0.853)	0.166 ^c (0.120)
DAX-WIG	—	0.656 ^a (0.100)	0.520 (0.764)	0.470 ^a (0.148)	72.2	-136.3	2.245 (0.134)	4.248 ^b (0.039)	9.117 (0.244)	0.124 (0.234)
FTSE-PX	—	0.719 ^a (0.083)	0.369 ^a (0.121)	0.627 ^a (0.126)	50.8	-93.7	0.002 (0.968)	0.334 (0.563)	2.328 (0.939)	0.096 ^c (0.068)
FTSE-BUX	0.786 ^a (0.100)	—	—	—	65.2	-128.4	0.872 (0.351)	0.414 (0.520)	2.493 (0.928)	0.414 ^a (0.046)
FTSE-WIG	0.798 ^a (0.091)	—	—	—	66.8	-131.6	0.872 (0.351)	0.082 (0.775)	7.989 (0.334)	0.419 ^a (0.041)
S&P500-PX	0.596 ^a (0.080)	—	—	—	41.3	-80.5	0.182 (0.670)	1.999 (0.157)	6.130 (0.525)	0.312 ^a (0.049)
S&P500-BUX	—	0.668 ^a (0.130)	0.538 ^b (0.215)	0.586 ^a (0.161)	65.7	-123.4	0.872 (0.351)	0.414 (0.520)	2.229 (0.946)	0.162 ^c (0.106)
S&P500-WIG	—	0.540 ^a (0.086)	0.704 ^a (0.203)	0.455 ^b (0.180)	65.4	-122.7	0.228 (0.633)	0.000 (0.988)	4.174 (0.730)	0.170 ^b (0.079)
PX-BUX	—	0.689 ^a (0.108)	0.851 ^b (0.434)	0.632 ^a (0.136)	91.0	-173.9	0.002 (0.968)	0.105 (0.746)	6.267 (0.509)	0.280 ^b (0.124)
PX-WIG	—	0.737 ^a (0.066)	0.601 ^b (0.287)	0.556 ^a (0.129)	84.4	-160.9	0.002 (0.968)	0.105 (0.746)	1.463 (0.984)	0.175 ^c (0.113)
BUX-WIG	—	0.739 ^a (0.064)	0.702 ^a (0.195)	0.464 ^a (0.136)	106.7	-205.4	0.794 (0.373)	0.414 (0.520)	8.032 (0.330)	0.173 ^b (0.078)
DAX-FTSE	—	0.824 ^a (0.036)	1.589 (0.932)	0.340 ^a (0.114)	216.7	-425.4	0.872 (0.351)	1.741 (0.187)	4.461 (0.725)	0.220 ^b (0.098)
DAX-S&P500	—	0.778 ^a (0.030)	3.472 (4.358)	0.165 (0.086)	226.2	-444.5	0.182 (0.670)	0.000 (0.988)	3.522 (0.833)	0.135 ^b (0.073)
FTSE-S&P500	—	0.765 ^a (0.023)	2.830 (2.811)	0.219 ^b (0.103)	213.9	-419.7	0.182 (0.670)	0.414 (0.520)	2.530 (0.925)	0.171 ^b (0.081)

Table 3.6: Maximum likelihood estimates of bivariate copula models for pairs of weekly market index returns. Superscripts *a* and *b* denote estimates significant at 1% and 5% levels, respectively. The standard errors, shown in parentheses, are based on a bootstrap procedure with 5,000 replications. Also shown are the maximized value of the likelihood function (*LL*), the *AIC* (columns 5 and 6), and the likelihood ratio test statistics, with *p*-values in parentheses, for the Patton's hit-test for regions *R1* and *R2*, and a joint test for regions *R1-R7*. The lower tail dependence coefficients with standard errors in parentheses implied by the estimated copula models are shown in the last column. The sample runs from January 6, 1999 to July 30, 2008.

Table 3.7
Optimal Portfolio Weights (Part 1)

Summary of the optimal portfolio weights. For each pair of stock market indices, the entries in the first row correspond to the copula model with skewed- t marginals, the entries in the second row correspond to the copula model with normal marginals and finally, the entries in the last row correspond to the bivariate normal model for returns. The double integral is approximated by Monte Carlo method with 50,000 replications.

	$\gamma=2$	$\gamma=3$	$\gamma=5$	$\gamma=7$
DAX vs. PX	0.463	0.460	0.450	0.437
	0.478	0.487	0.483	0.468
DAX vs. BUX	0.469	0.488	0.515	0.518
	0.514	0.542	0.540	0.550
DAX vs. WIG	0.474	0.491	0.523	0.532
	0.471	0.476	0.479	0.482
FTSE vs. PX	0.492	0.562	0.608	0.650
	0.462	0.467	0.377	0.266
FTSE vs. BUX	0.480	0.488	0.492	0.508
	0.519	0.635	0.795	0.859
FTSE vs. WIG	0.486	0.484	0.509	0.556
	0.491	0.484	0.485	0.476
DAX vs. BUX	0.630	0.974	1.204	1.225
	0.504	0.498	0.400	0.310
DAX vs. WIG	0.497	0.503	0.507	0.505
	0.739	1.027	1.151	1.135
FTSE vs. BUX	0.491	0.502	0.577	0.649
	0.488	0.492	0.512	0.543

Table 3.8
Optimal Portfolio Weights (Part 2)

Summary of the optimal portfolio weights. For each pair of stock market indices, the entries in the first row correspond to the copula model with skewed- t marginals, the entries in the second row correspond to the copula model with normal marginals and finally, the entries in the last row correspond to the bivariate normal model for returns. The double integral is approximated by Monte Carlo method with 50,000 replications.

	$\gamma=2$	$\gamma = 3$	$\gamma = 5$	$\gamma = 7$
S&P 500 vs. PX	0.583	0.806	0.933	0.835
	0.521	0.523	0.521	0.474
	0.510	0.507	0.532	0.573
S&P 500 vs. BUX	0.644	0.901	0.987	1.135
	0.513	0.519	0.649	0.804
	0.505	0.502	0.451	0.396
S&P 500 vs. WIG	0.682	0.863	0.836	1.135
	0.516	0.511	0.507	0.519
	0.511	0.505	0.514	0.533
PX vs. BUX	0.432	0.140	0.070	-0.050
	0.496	0.467	0.184	0.078
	0.510	0.501	0.429	0.337
PX vs. WIG	0.558	0.690	0.657	0.650
	0.490	0.472	0.424	0.411
	0.506	0.513	0.543	0.541
BUX vs. WIG	0.172	-0.547	-0.643	-0.687
	0.503	0.488	0.150	-0.079
	0.507	0.495	0.464	0.443

Table 3.9
Risk Measures (Part 1)

Summary of one-week Value-at-Risk and Expected Shortfall derived for equal-weighted portfolios of corresponding stock market indices. For each pair of market indices, the entries in the first row correspond to the copula model with skewed-*t* marginals, the entries in the second row correspond to the copula model with normal marginals and finally, the entries in the last row correspond to the bivariate normal model for returns. The risk measures are calculated by Monte Carlo simulation with 50 000 replications.

	Value-at-Risk			Expected Shortfall		
	5.0%	2.5%	1.0%	5.0%	2.5%	1.0%
DAX vs. PX	7.467	8.258	8.902	8.344	8.856	9.276
	7.406	8.065	8.616	8.147	8.582	8.955
	7.268	7.915	8.464	8.003	8.437	8.833
DAX vs. BUX	7.561	8.379	9.056	8.469	8.984	9.409
	7.518	8.183	8.740	8.266	8.693	9.063
	7.318	7.969	8.491	8.046	8.470	8.849
DAX vs. WIG	7.607	8.404	9.066	8.487	8.998	9.425
	7.600	8.242	8.759	8.308	8.720	9.078
	7.383	8.009	8.542	8.097	8.508	8.885
FTSE vs. PX	7.533	8.306	8.942	8.387	8.870	9.292
	7.443	8.109	8.676	8.194	8.624	9.018
	7.271	7.929	8.518	8.019	8.452	8.840
FTSE vs. BUX	7.674	8.492	9.123	8.561	9.051	9.433
	7.589	8.283	8.841	8.360	8.787	9.141
	7.309	7.932	8.506	8.029	8.451	8.834
FTSE vs. WIG	7.671	8.434	9.079	8.521	9.013	9.413
	7.639	8.266	8.808	8.351	8.765	9.117
	7.399	7.999	8.557	8.098	8.515	8.895

Table 3.10
Risk Measures (Part 2)

Summary of one-week Value-at-Risk and Expected Shortfall derived for equal-weighted portfolios of corresponding stock market indices. For each pair of market indices, the entries in the first row correspond to the copula model with skewed-*t* marginals, the entries in the second row correspond to the copula model with normal marginals and finally, the entries in the last row correspond to the bivariate normal model for returns. The risk measures are calculated by Monte Carlo simulation with 50 000 replications.

	Value-at-Risk			Expected Shortfall		
	5.0%	2.5%	1.0%	5.0%	2.5%	1.0%
S&P 500 vs. PX	7.396	8.193	8.906	8.306	8.831	9.295
	7.345	8.039	8.664	8.143	8.608	9.033
	7.070	7.743	8.337	7.838	8.292	8.712
S&P 500 vs. BUX	7.326	8.130	8.805	8.231	8.755	9.210
	7.327	8.003	8.591	8.097	8.547	8.949
	7.187	7.843	8.418	7.938	8.373	8.765
S&P 500 vs. WIG	7.411	8.194	8.866	8.302	8.813	9.260
	7.449	8.093	8.636	8.184	8.608	8.989
	7.277	7.918	8.470	8.005	8.423	8.816
PX vs. BUX	7.760	8.516	9.159	8.598	9.079	9.465
	7.685	8.310	8.855	8.388	8.793	9.137
	7.363	7.985	8.548	8.081	8.503	8.887
PX vs. WIG	7.569	8.417	9.097	8.495	9.017	9.447
	7.585	8.257	8.810	8.326	8.751	9.116
	7.370	8.013	8.533	8.089	8.499	8.871
BUX vs. WIG	7.693	8.514	9.188	8.594	9.100	9.515
	7.711	8.355	8.873	8.419	8.821	9.168
	7.511	8.135	8.690	8.218	8.626	8.989

3.8 Figures

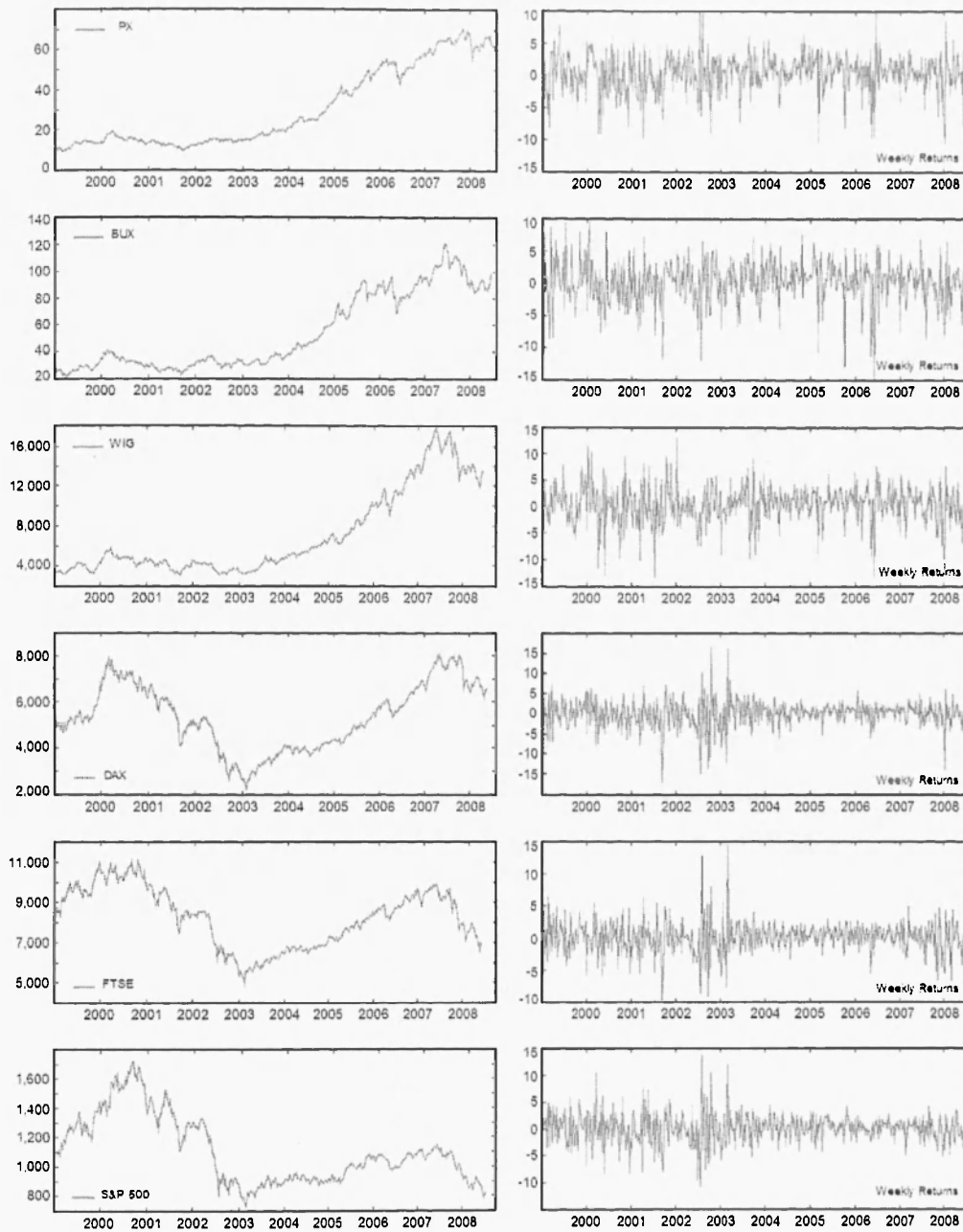


Figure 3.1: Plots of weekly EUR currency market index prices (left column) and returns (right column) for the six market indices analyzed in the study. The sample runs from January 6, 1999, to July 30, 2008.

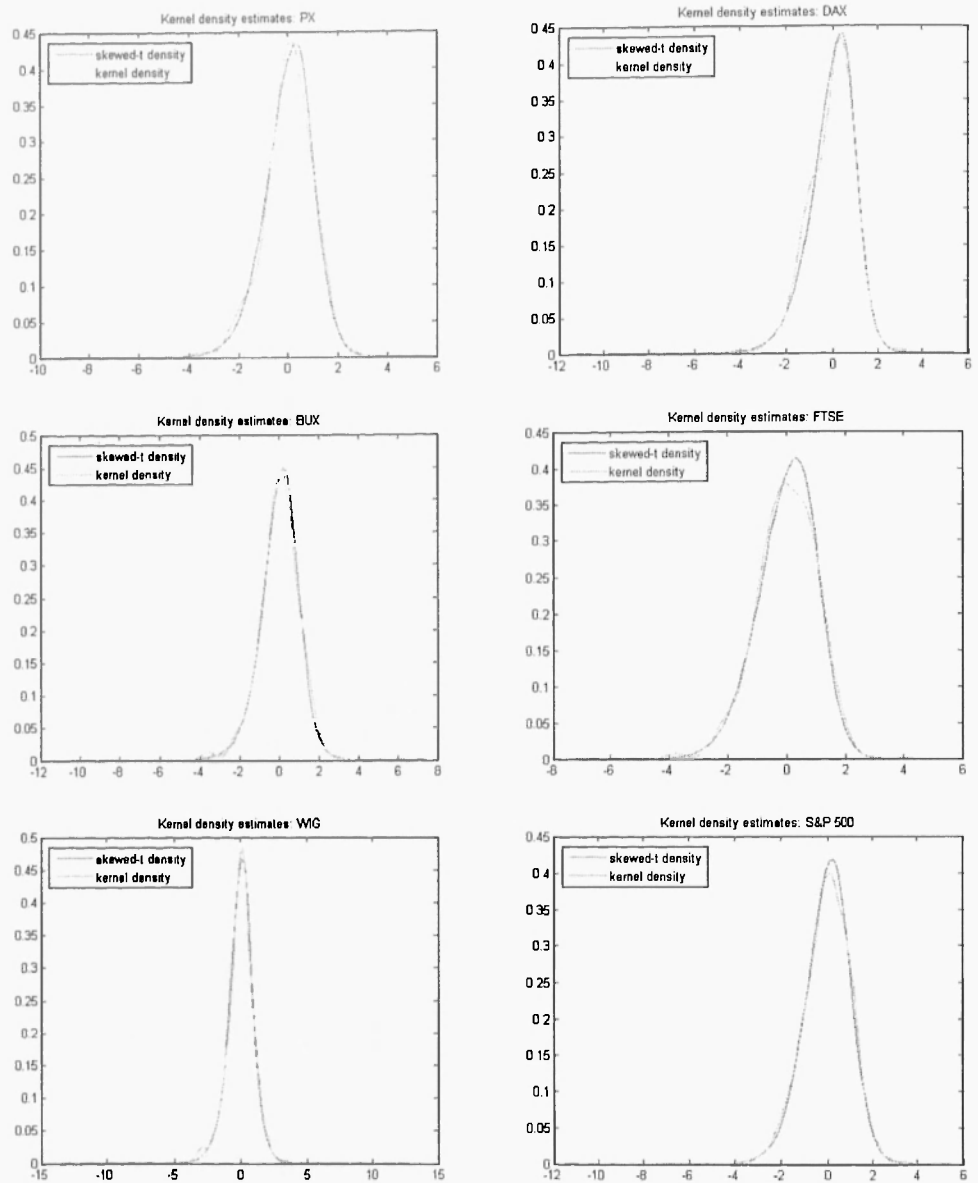


Figure 3.2: Estimated kernel densities for the weekly (filtered) EUR currency market index returns on the six indices analyzed in the study. The sample runs from January 6, 1999, to July 30, 2008. See Table 3.5 for the corresponding density parameter estimates.

Résumé de la thèse

The Distribution and Dynamics of Central-European Exchange Rates: Evidence from Intraday Data

Le but de cette étude est d'examiner la distribution conditionnelle des rendements des taux de change de la couronne tchèque, du forint hongrois et du zloty polonais vis-à-vis de l'euro dans la période 2002-2008. Contrairement à la littérature empirique existante qui emploie presque exclusivement un cadre GARCH pour étudier la dynamique du taux de change, notre travail s'appuie sur les mesures non paramétriques modèle-libre de la volatilité *ex post* (calculées à partir de données intrajournalières de 5 minutes). Cette approche, développée par Andersen & Bollerslev (1998a), a attiré beaucoup d'attention dans la littérature d'économétrie financière récente; voir, par exemple, McAleer & Medeiros (2008) pour une revue récente. Elle offre un certain nombre d'avantages.

Premièrement, aucune supposition paramétrique n'est nécessaire afin d'assurer que la variance réalisée et les mesures similaires sont consistantes pour la vraie volatilité non observée, en dehors de certaines conditions de régularité douces. Ceci est en contraste profond avec le cadre des modèles GARCH, où tous les résultats concernant le comportement de la volatilité dépendent de la spécification particulière de l'équation de la variance de GARCH.

Deuxièmement, la variance réalisée capte la variation totale du prix ou du taux de change au cours d'une période de temps donnée, contrairement à un modèle GARCH qui met l'accent sur la volatilité conditionnelle du prix au temps t , compte tenu de l'ensemble des données disponibles au temps $t - 1$. En d'autres termes, la variance réalisée combine à la fois la volatilité des anticipations, ainsi que les innovations à la volatilité. Cela comporte des implications importantes pour l'étude des distributions conditionnelles des rentabilités d'une période comme souligné par Andersen, Bollerslev & Dobrev (2007): alors que des rendements de taux de change d'une période standardisés par la volatilité conditionnelle semblent être typiquement leptokurtiques, la normalisation par la volatilité réalisée produit des innovations qui sont approximativement gaussiennes. Ceci à son tour prête un appui empirique à une grande classe de modèles à volatilité stochastique en temps continu qui sont largement employés dans la littérature des prix d'actifs.

Enfin, puisque la variance réalisée et les autres mesures liées rendent la volatilité essentiellement observable, jusqu'à une erreur de mesure qui disparaît avec l'augmentation de la fréquence d'échantillonnage, les modèles simples de séries temporelles peuvent être utilisés pour la modélisation et la prévision exacte de la volatilité future (Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys, 2003, Andersen, Bollerslev & Dobrev, 2007, entre

autres). Cela inclut non seulement les prévisions ponctuelles (c'est-à-dire la volatilité attendue future), mais aussi la densité prédictive entière de la volatilité future, permettant la construction d'intervalles de confiance autour de la prévision ponctuelle ou, même, l'estimation de la probabilité que la volatilité future demeure à l'intérieur d'une certaine bande de fluctuation. La capacité à fournir la densité prédictive de la volatilité future facilite également la mesure et la gestion des risques associés à la négociation de la volatilité réalisée, ce qui est devenu très populaire ces dernières années (par exemple, Bondarenko, 2007). Dans cet article, nous nous concentrons uniquement sur un modèle simple pour les rendements et la variance puisque notre principal intérêt réside dans l'étude de la dynamique et des distributions conditionnelles du taux de change au comptant de l'EUR/CZK, de l'EUR/HUF et de l'EUR/PLN.

Nos résultats confirment certains faits stylisés sur le comportement des rendements et de la volatilité des taux de change. Nous trouvons que, lorsqu'ils sont bien réduits par les estimations modèle-libre de la volatilité réalisée quotidienne, les rentabilités quotidiennes de l'EUR/CZK, EUR/HUF et EUR/PLN sont à peu près normalement distribués et indépendants au fil du temps. Compte tenu des propriétés des rentabilités intrajournalières de 5 minutes, nous trouvons aussi qu'une correction relativement simple de la variance réalisée suffit à tenir compte du biais résultant du bruit de microstructure qui contamine les données. La variance réalisée qui en résulte montre une asymétrie (skewness) positive substantielle et très persistante, de type de dynamique à longue mémoire. Nous proposons un modèle de trois équations relativement simple pour les rentabilités quotidiennes, la variance réalisée et la volatilité de la variance réalisée qui capte très bien toutes les caractéristiques principales des données. En outre, on montre que le modèle fonctionne remarquablement bien en dehors de l'échantillon (out-of-sample), fournissant des prévisions exactes. Il peut alors très bien servir comme un modèle supplémentaire pour estimer les différents modèles à volatilité stochastique en temps continu utilisés pour la tarification des instruments dérivés écrits sur les taux de change (Bollerslev, Kretschmer, Pigorsch & Tauchen, 2009).

Le reste de ce résumé est organisé comme suit. Dans la section suivante, nous décrivons le cadre théorique et discutons quelques-unes des prédictions de distribution qu'il génère pour les rentabilités de l'EUR/CZK, EUR/HUF, et EUR/PLN. Dans la section suivante, nous continuons avec une définition de la variance réalisée comme une mesure modèle-libre de variation des prix d'actifs et discutons aussi certains des problèmes associés à la mesure de la volatilité des données à haute fréquence bruyantes. Ensuite, nous décrivons les données et plus tard encore, nous rapportons les résultats empiriques. En particulier, nous présentons les résultats des tests de normalité et d'indépendance des rendements réduits par la volatilité réalisée, l'estimation d'un modèle

commun des rentabilités quotidiennes, la variance réalisée et la volatilité de la variance réalisée, et les résultats d'exercice de prévision hors échantillon de la volatilité.

Cadre théorique

Suite à un vaste corpus de littérature récente en économétrie financière, nous adoptons un cadre en temps continu relativement simple, mais très général. Travailler en temps continu a un certain nombre d'avantages techniques, mais surtout, fournit un lien direct vers la littérature d'évaluation d'actifs, qui établit un certain nombre de résultats importants concernant les restrictions sur les modèles admissibles régissant les prix d'actifs dans un environnement d'arbitrage libre (Back, 1991). Un aperçu détaillé de celui-ci et des questions associées est au-delà de la portée de cette étude et nous renvoyons le lecteur intéressé à une excellente discussion dans Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys (2003).

Nous supposons que le taux de change au comptant logarithmique, s_t , suit un modèle à volatilité stochastique donnée par

$$s_t = \int_0^t \mu_u du + \int_0^t \sigma_u dW_u, \quad (1.1)$$

où μ_t et σ_t désignent les processus de drift et de la volatilité, respectivement, et W_t est un mouvement brownien standard. μ_t et σ_t peuvent être tous les deux des processus stochastiques généraux et nous n'imposons pas de condition paramétrique sur leurs lois respectives de la motion. En outre, il n'existe aucune restriction sur la dépendance entre la volatilité (σ_t) et le mouvement brownien W_t conduisant les innovations du taux de change.

Quelques remarques concernant le modèle de l'équation (1.1) sont en place. Premièrement, les trajectoires du taux de change sont continues, donc excluant la présence de sauts. Nous choisissons d'exiger cette supposition afin de maintenir notre cadre simple pour le bien de l'exposition, mais rien ne nous empêche d'inclure un processus de sauts dans les composants de drift et de diffusion dans l'équation (1.1). En effet, les mesures de la volatilité que nous employons plus loin (dans notre étude) peuvent capturer toutes les deux parties de la variation, c'est à dire la diffusion et le saut, si présent, et il n'y a donc aucune perte de généralité dans ce sens en faisant autrement.

Deuxièmement, le modèle abrite une grande variété de modèles à volatilité stochastique arbitrage libre employé dans la littérature des prix d'actifs. Le modèle bien connu de Black-Scholes, où à la fois le drift et la volatilité sont constants, est un exemple important. Pour une spécification plus générale et empiriquement pertinente, voir Chernov, Gallant, Ghysels & Tauchen (2003) et les références qui y sont contenues.

Enfin, le modèle fournit des prédictions distributionnelles empiriquement testables:

les rendements à une période définie comme $r_t = s_t - s_{t-1}$ sont, conditionnellement sur la trajectoire de l'échantillon de la dérive et de la volatilité, normalement distribuée. Formellement,

$$r_t | \{\mu_u, \sigma_u\}_{t-1} \sim N \left(\int_{t-1}^t \mu_u du, \int_{t-1}^t \sigma_u^2 du \right). \quad (1.2)$$

Comme le drift est généralement négligeable dans les fréquences quotidiennes et hebdomadaires, en particulier dans le cas des taux de change, la quantité clé qui nous intéresse est la variance intégrée,

$$IV_t = \int_{t-1}^t \sigma_u^2 du, \quad (1.3)$$

qui, comme l'équation (1.2) montre, est une mesure naturelle de la variation dans les rendements à une période. La normalité conditionnelle de r_t implique en outre qu'en l'absence de dépendance entre le processus de volatilité et le mouvement brownien qui pousse le taux de change (W_t), des rendements (à une période) standardisés suivent la distribution normale standard,

$$\frac{r_t - \int_{t-1}^t \mu_u du}{\left(\int_{t-1}^t \sigma_u^2 du \right)^{1/2}} \stackrel{iid}{\sim} N(0, 1). \quad (1.4)$$

Les prédictions similaires peuvent être dérivées lorsque le processus de la volatilité est en corrélation avec le mouvement brownien. La normalité des rendements correctement standardisés a trouvé un soutien massif à travers des classes d'actifs différentes, voir par exemple Andersen, Bollerslev & Dobrev (2007), Andersen, Bollerslev, Frederiksen & Nielsen (2009) et Žikeš (2009) pour une évidence récente des contrats à terme sur indices boursiers, des actions individuelles et des taux de change individuels, respectivement. Il convient de rappeler que cette supposition distributionnelle peut être testée sans exiger aucune supposition paramétrique sur le processus de la volatilité parce que la volatilité intégrée figurant au dénominateur du rendement standardisé peut être estimée par des méthodes non paramétriques, comme décrit dans la section suivante.

Mesurer la variance quotidienne

Supposons que nous obtenons un échantillon de taille $T(M+1)$, correspondant à T jours chacun ayant $M+1$ observations du taux de change au comptant logarithmique intrajournalier. Nous désignons par $s_{t,i}$ la i -ème observation du taux de change logarithmique à la journée t , avec $i = 0, \dots, M$ et $t = 1, \dots, T$. L'estimateur le plus simple et le plus largement utilisé, la variance réalisée ⁸ (Andersen & Bollerslev, 1998), est obtenue en

⁸ Notez qu'il est commun dans la littérature d'abuser la terminologie par utilisant des termes 'variance réalisée' et 'volatilité réalisée' indifféremment pour désigner la même quantité définie dans l'équation

additionnant les rendements intrajournaliers élevés au carré:

$$RV_{t,M} = \sum_{i=1}^M (\Delta_i s_t)^2, \quad (1.5)$$

où $\Delta_i s_t = s_{t_i} - s_{t_{i-1}}$ désigne le i -ème rendement intrajournalier de la journée t . Comme la fréquence d'échantillonnage augmente, $M \rightarrow \infty$, la variance réalisée converge en probabilité vers la variance intégrée, IV_t (e.g., Protter, 2005). En outre, sous certaines conditions de régularité douces, le théorème central limite peut être obtenu, instituant la vitesse de convergence de \sqrt{M} (Barndorff-Nielsen & Shephard, 2002). Ainsi, la variance réalisée est un estimateur pleinement non paramétrique de la variance intégrée, mais, de plus, atteint le taux paramétrique habituel de la convergence. Nous remarquons enfin que si les sauts sont présents dans le processus de prix vrai, en plus de la composante de diffusion, la variance réalisée captera tous les deux: elle convergera vers la variance intégrée, plus une somme de sauts élevés au carré, ce qui permet une mesure de la variation globale dans les rendements d'une période.

Les résultats asymptotiques mentionnés ci-dessus semblent suggérer que l'on devrait échantillonner le plus souvent possible afin d'atteindre une grande précision des estimations de la variance réalisée. Cependant, au niveau des données, on s'aperçoit vite que cette approche n'est pas vraiment optimale. La raison en est que les données intrajournalières échantillonnées à des fréquences très élevées ont tendance à être contaminées par - ce qu'on appelle - le bruit de microstructure. Le bruit résulte d'un certain nombre de frictions inhérentes au processus de négociation et annonce de cours acheteurs-vendeurs (bid-ask). Voir O'Hara (1995) pour un aperçu de la théorie de la microstructure des marchés et Hansen & Lunde (2006) pour les implications de la présence de bruit pour l'estimation de la volatilité à partir des données à haute fréquence.

L'approche typique à la modélisation du bruit dans la littérature de variance réalisée est de supposer que le bruit est additif, c'est à dire

$$s_{t_i}^* = s_{t_i} + \epsilon_{t_i}, \quad \epsilon_{t_i} \sim D(0, \omega^2), \quad (1.6)$$

où $s_{t_i}^*$ est le prix actuel observé par l'économètre, tandis que le prix efficient, s_{t_i} , reste inaperçu en raison de la contamination par ϵ_{t_i} . Les contributions précédentes supposaient que le bruit est distribué indépendamment et identiquement au fil du temps et indépendamment de prix efficaces. Toutes les deux suppositions ont été progressivement assouplies et l'estimateur que nous utilisons ici travaille dans des conditions très générales. Néanmoins, la supposition de *iid* se révèle être approximativement vraie dans

(1.5). Nous allons essayer d'éviter cela en réservant le terme 'variance réalisée' pour $RV_{t,M}$ défini dans (1.5) et le terme 'volatilité réalisée' pour $\sqrt{RV_{t,M}}$.

les données de change, et comme nous le verrons ci-dessous, aussi pour les taux de change analysés dans l'étude actuelle. Nous allons alors conserver cette supposition pour le bien de l'exposition.

Une conséquence immédiate de la présence de bruit de microstructure *iid* est que la variance réalisée est biaisée et inconsistente lorsque l'on augmente la fréquence d'échantillonnage. Le bruit qui contamine des prix efficaces induit une structure de type moyenne mobile dans les rendements intrajournaliers,

$$\Delta_i s_t^* = \Delta_i s_t + \epsilon_{t_i} - \epsilon_{t_{i-1}} \quad (1.7)$$

Par conséquent, la variance réalisée comporte, pour les grandes M , comme

$$RV_{t,M} \approx IV_t + 2M\omega^2, \quad (1.8)$$

et est alors biaisée et inconsistante quand elle tend vers l'infini avec $M \rightarrow \infty$. En fait, pour les grandes M , la variance réalisée, lorsque réduite par $2M$, peut être utilisée pour estimer la variance du bruit (Bandi & Russell, 2006).

La grande majorité des articles dans la littérature contourne le problème du bruit par un échantillonnage à faible densité; c'est-à-dire par un échantillonnage à des fréquences pour lesquelles le biais est modeste. À cette fin, Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys (2000) introduisent la signature de volatilité (en anglais: signature volatility plot), un graphique qui indique la moyenne de la volatilité quotidienne réalisée calculée à différentes fréquences d'échantillonnage. En l'absence de bruit, ce graphique devrait être plat. Si, par contre, le bruit est présent, la signature de volatilité permettra de connaître la fréquence à laquelle le biais induit par celui-ci entre en jeu. Cette fréquence est ensuite utilisée dans les travaux empiriques pour mesurer la volatilité quotidienne.

Cependant, l'échantillonnage à faible densité implique de se débarrasser de beaucoup de données, ce qui contrevient à l'une des principales règles de la statistique (Zhang, Mykland & Ait-Sahalia, 2005). Un certain nombre de solutions ont donc été proposées dans la littérature pour corriger les biais liés directement au bruit de microstructure. Ici, nous utilisons l'estimateur moyenne mobile utilisé pour la première fois par Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys (2001) et récemment étudié théoriquement par Hansen, Large & Lunde (2008), puisque le bruit de microstructure qui contamine nos données semble montrer une structure *iid* simple. Pour une approche alternative, voir Barndorff-Nielsen, Hansen, Lunde & Shephard (2008a) et les références qui y sont.

L'estimateur moyenne mobile exploite la structure MA(1) des rendements observés, $\Delta_i s_t^*$. Les rendements intrajournaliers sont tout d'abord filtrés par le modèle MA(1),

$$\Delta_i s_t^* = \eta_{t_i} - \hat{\sigma} \eta_{t_{i-1}}, \quad (1.9)$$

où le paramètre θ peut être estimée par la méthode du quasi maximum de vraisemblance. Dans la deuxième étape, la variance réalisée est appliquée aux rendements intrajournaliers filtrés, $\hat{\eta}_{t,i}$, i.e.

$$RV_{t,M}^{MA_1} = (1 - \hat{\theta})^2 \sum_{i=1}^M \hat{\eta}_{t,i}^2, \quad (1.10)$$

où la constante de mise à l'échelle $(1 - \hat{\theta})^2$ garantit que l'estimateur est sans biais et consistante pour la variance intégrée. Hansen, Large & Lunde (2008) fournissent un théorème central limite pour $RV_{t,M}^{MA_1}$ et établissent la vitesse de convergence de $M^{1/4}$, qui est connu pour être le meilleur taux possible lors de l'estimation de la volatilité des données bruitées.

La discussion des questions liées à la mesure de la volatilité des données bruitées à haute fréquence remplit la partie méthodologique. Avant de passer à l'application empirique, nous allons d'abord soigneusement décrire les données.

Description des données et préliminaires

Nous employons les cotations moyennes de taux de change au comptant de 5 minutes couvrant la période allant du 3 janvier 2002 au 31 décembre 2008, pour le cas de l'EUR/CZK et EUR/PLN, et du 2 janvier 2003 au 31 décembre 2008, pour le cas de l'EUR/HUF. Les cotations moyennes sont construites en prenant la moyenne des meilleurs cours acheteurs (bid) et vendeurs (ask) disponibles à la fin de chaque intervalle de 5 minutes. Les données ont été obtenues de Olsen Financial Technologies.

De la même façon qu'aux autres marchés des changes, les marchés de l'EUR/CZK, de l'EUR/HUF et de l'EUR/PLN fonctionnent 24 heures par jour. Pour éviter les distorsions liées au manque de liquidité et aux périodes de négociations faibles, nous suivons l'approche habituelle dans la littérature et rejetons les périodes de week-end du vendredi 21h00 GMT (22h00 CET) jusqu'au dimanche 21h00 GMT, ainsi que les jours fériés. Cela nous laisse avec un total de 1,780, 1,507 et 1,762 jours de négociation pour les taux de change de l'EUR/CZK, de l'EUR/HUF et de l'EUR/PLN, respectivement.

Nous définissons une journée de négociation sur l'intervalle à partir de 21h00 GMT à 21h00 GMT le jour suivant comme est c'est souvent le cas dans la littérature (e.g., Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys, 2003). Alors que l'activité commerciale dans les marchés des changes présente une importante variation intraquotidienne déterministe, nous avons recours à l'échantillonnage en temps transaction (tick-time) pour mesurer la volatilité quotidienne (e.g., Oomen, 2006). C'est-à-dire, pour chaque jour de l'échantillon, la série des prix intrajournaliers est obtenue en écartant des cotations dupliquées, et les rendements intrajournaliers sont ensuite calculés à partir de ceux-ci, généralement

irrégulièrement espacés, prix. Cette procédure élimine les zéro rendements intrajournaliers largement répandus dans les périodes de négociations faibles et rend les rendements intrajournaliers irrégulièrement espacés qui en résultent plus proche à être homoscédastiques. La théorie implique que cette approche devrait en général améliorer la précision de l'estimation de volatilité (e.g., Oomen, 2006), et elle est particulièrement souhaitable quand on emploie l'estimateur de type moyenne mobile (Hansen, Large & Lunde, 2008).

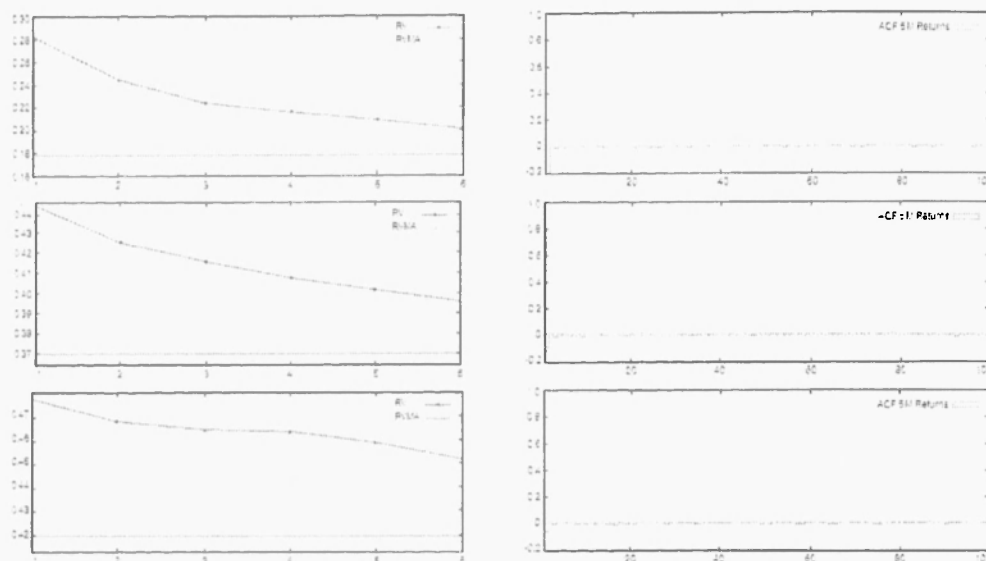


Figure 1.1: À gauche: Les signatures de volatilité pour les RV (définis dans (5)) et les RV (lignes inférieures). Les chiffres sur l'axe des x correspondent à la fréquence d'échantillonnage de 5, 10, 15, 20, 30 et 60 minutes. À droite: Les fonctions d'autocorrélation (ACF) pour les rendements intrajournaliers obtenues par l'échantillonnage en temps transaction (tick-time).

Nous allons maintenant discuter le problème de la mesure de la volatilité quotidienne. Les fonctions d'autocorrélation (ACF) des rendements intrajournaliers, représentées sur la Figure 1.1, tous montrent un pic négatif significatif au premier décalage, alors que pratiquement aucune autocorrélation statistiquement significative n'est présente aux décalages plus hauts. Cela est conforme aux rendements intrajournaliers ayant une composante $MA(1)$, induite par le bruit de microstructure *iid* contaminant le taux de change au comptant. L'estimateur de la variance réalisée ordinaire sera donc sensiblement biaisé à la fréquence d'échantillonnage de 5 minutes et, peut-être, même aux fréquences plus basses. Compte tenu de la dynamique simple du processus de bruit suggérée par l'ACF, le biais doit être dans une large mesure corrigé par l'estimateur de type moyenne

mobile, $RV_{t,M}^{MA}$. Pour le voir, nous avons tracé dans le graphique 1.2, la signature de la variance réalisée avec la moyenne de $RV_{t,M}^{MA}$. Le biais de $RV_{t,M}$, qui augmente avec la fréquence d'échantillonnage, ressort clairement de ce graphique. La variance réalisée ordinaire manifeste un grand biais positif même à des fréquences aussi basses que 30 minutes. Dans notre étude, nous donc employons l'estimateur de type moyenne mobile comme une mesure préférée de la volatilité; pour simplifier la notation, nous allons réserver RV_t pour désigner $RV_{t,M}^{MA}$.

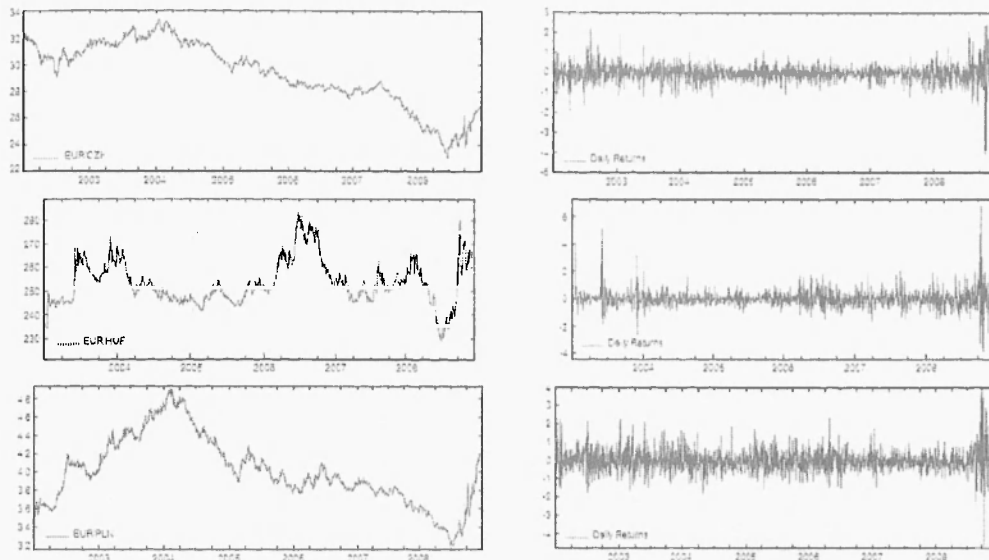


Figure 1.2: Les taux de change au comptant (à gauche) et les rendements quotidiens.

Les graphiques pour les taux de change au comptant de l'EUR/CZK, de l'EUR/HUF et de l'EUR/PLN et les rendements quotidiens correspondants sont présentés dans la Figure 1.2. Le lecteur remarque immédiatement plusieurs périodes de volatilité accrue qui caractérisent les rendements quotidiens du taux de change. En particulier, commun à tous les trois monnaies est beaucoup plus grande volatilité dans les 120 derniers jours des échantillons qui reflète une forte dépréciation des monnaies dans le dernier trimestre de 2008 ainsi qu'une augmentation globale de l'incertitude associée à la récession économique mondiale. Pourtant, d'autres périodes de grande volatilité peuvent être discernées. Par exemple, une augmentation de la volatilité du taux de change est évidente pendant les 250 premières journées de l'échantillon des rendements de l'EUR/CZK, témoignant d'un épisode d'appréciation nominal de la monnaie tchèque relativement forte qui a commencé en 2001 et qui s'est poursuivi en 2002; cet événement a été principalement tiré par les attentes des recettes de privatisation libellées en euros étant converties dans la monnaie nationale (voir Geršl (2004) pour une description

complète des événements sous-jacents). De même, des fortes pressions ver le bas sur le forint hongrois en raison des résultats économiques faibles et des doutes du marché quant à la cohérence des politiques monétaires, ont entraîné une plus grande volatilité de l'EUR/HUF au cours de la seconde moitié de 2003.

Résultats empiriques

Distribution des rendements quotidiens et de la variance réalisée

Nous commençons notre analyse en examinant les propriétés des rendements journaliers *bruts*. Les statistiques présentées dans le Tableau 1.1 indiquent que les rendements journaliers montrent un excès d'aplatissement *positif* et sont soit légèrement négativement (EUR/CZK) soit positivement asymétriques (EUR/HUF, EUR/PLN) par rapport à la distribution normale. Les rendements EUR/HUF présentent le plus grand degré d'asymétrie et d'aplatissement parmi les trois taux de change.

Table 1.1
Les statistiques descriptives

		moyen.	dev std	skew	kurt	min	max
CZK	r_t	-0.010	0.435	-0.389	13.30	-4.058	2.422
	RV	0.179	0.287	7.309	85.81	0.010	5.139
	$\log(RV)$	-2.166	0.826	0.845	-4.246	-4.640	1.637
	r_t/\sqrt{RV}	-0.034	0.975	-0.046	3.028	-4.046	2.957
HUF	r_t	0.008	0.618	1.700	22.45	-3.797	6.850
	RV	0.370	0.816	10.64	162.5	0.011	16.75
	$\log(RV)$	-1.594	0.967	0.587	4.029	-4.529	2.818
	r_t/\sqrt{RV}	-0.037	0.913	0.113	2.952	-2.769	3.012
PLN	r_t	0.009	0.606	0.335	8.946	-4.640	3.747
	RV	0.419	0.679	6.445	60.57	0.025	10.25
	$\log(RV)$	-1.324	0.847	0.671	4.295	-3.705	2.327
	r_t/\sqrt{RV}	-0.041	0.946	-0.007	2.771	-3.110	3.356

Pour étudier les propriétés distributionnelles des rendements quotidiens réduits par la volatilité réalisée, $r_t/\sqrt{RV_t}$, nous exécutons une batterie de tests. Rappelez-vous que (1.4) implique une hypothèse nulle forte de normalité et d'indépendance. Dans notre étude, nous considérons le test basé sur les moments de distribution développé par Bontemps & Meddahi (2005), le test bien connu de Kolmogorov-Smirnov pour tester l'hypothèse nulle de normalité (KS), et le test développé par Hong & Li (2005) pour

tester à la fois l'hypothèse nulle de normalité et d'indépendance (HL).

Conformément à la prédiction du modèle de l'équation (1.1), nous constatons que l'hypothèse nulle forte de normalité n'est rejetée par aucun des tests à des niveaux de signification conventionnelle pour EUR/CZK. Les deux statistiques de test de moments et de Kolmogorov-Smirnov sont bien inférieures à leurs valeurs critiques. Une très bonne adéquation de la distribution normale (centrée et réduite) avec les rendements standardisés est également apparente à partir de la densité estimée par la méthode du noyau (Figure 1.3) et de la dernière colonne du Tableau 1.1. Il est essentiellement impossible de distinguer la densité estimée de la densité $N(0, 1)$, avec la moyenne, la déviation standard, l'asymétrie et l'aplatissement toutes apparaissant très proches de celles d'une distribution normale centrée et réduite.

Les tests de HL ne détectent pas la dépendance dans les séries temporelles des résidus standardisés jusqu'au décalage 5. La conclusion du test de HL est corroborée par la fonction d'autocorrélation pour les rendements standardisés. Tous les coefficients d'autocorrélation y restent dans les intervalles de confiance, ce qui indique qu'aucune dynamique n'est omise.

En ce qui concerne les rendements standardisés de l'EUR/HUF et de l'EUR/PLN, nous constatons que le test basé sur les premiers quatre polynômes de Hermite, H_{1-4} , rejette généralement l'hypothèse nulle de normalité. Dans le cas de l'EUR/HUF, la même conclusion est obtenue par d'autres autres tests, sauf pour le test basé sur le troisième et le quatrième polynôme d'Hermite (H_{3-4}). Cela donne à penser que le rejet de l'hypothèse nulle peut être dû à la moyenne et/ou la déviation standard des rendements normalisés s'écartant de 0 et 1, respectivement. Pour voir si le départ de la déviation standard de 1 est responsable du rejet de l'hypothèse nulle forte de normalité, nous exécutons ensuite le test de normalité sur les rendements studentisés; ceux-ci sont obtenus en soustrayant des rendements standardisés originaux le rendement moyen et après réduisant les séries résultantes par la déviation standard d'échantillon. En aucun cas, l'hypothèse nulle de normalité et de l'indépendance n'est rejetée, ce qui confirme notre hypothèse initiale concernant le départ de l'hypothèse nulle forte de normalité.

En ce qui concerne la variance réalisée, la Figure 1.3 (colonne de gauche) présente les estimations non paramétriques de la densité de variance réalisée logarithmique pour les trois taux de change, tandis que le Tableau 1.1 fournit des informations supplémentaires. Nous constatons que, même après avoir pris la transformation logarithmique, la distribution de la variance réalisée montre une asymétrie positive. Ceci a des implications importantes pour la modélisation et la prévision de la distribution de la volatilité future et est explicitement pris en compte lors de la construction d'un modèle commun pour les rendements et la volatilité dans la section suivante. Pour tester l'hypothèse nulle de

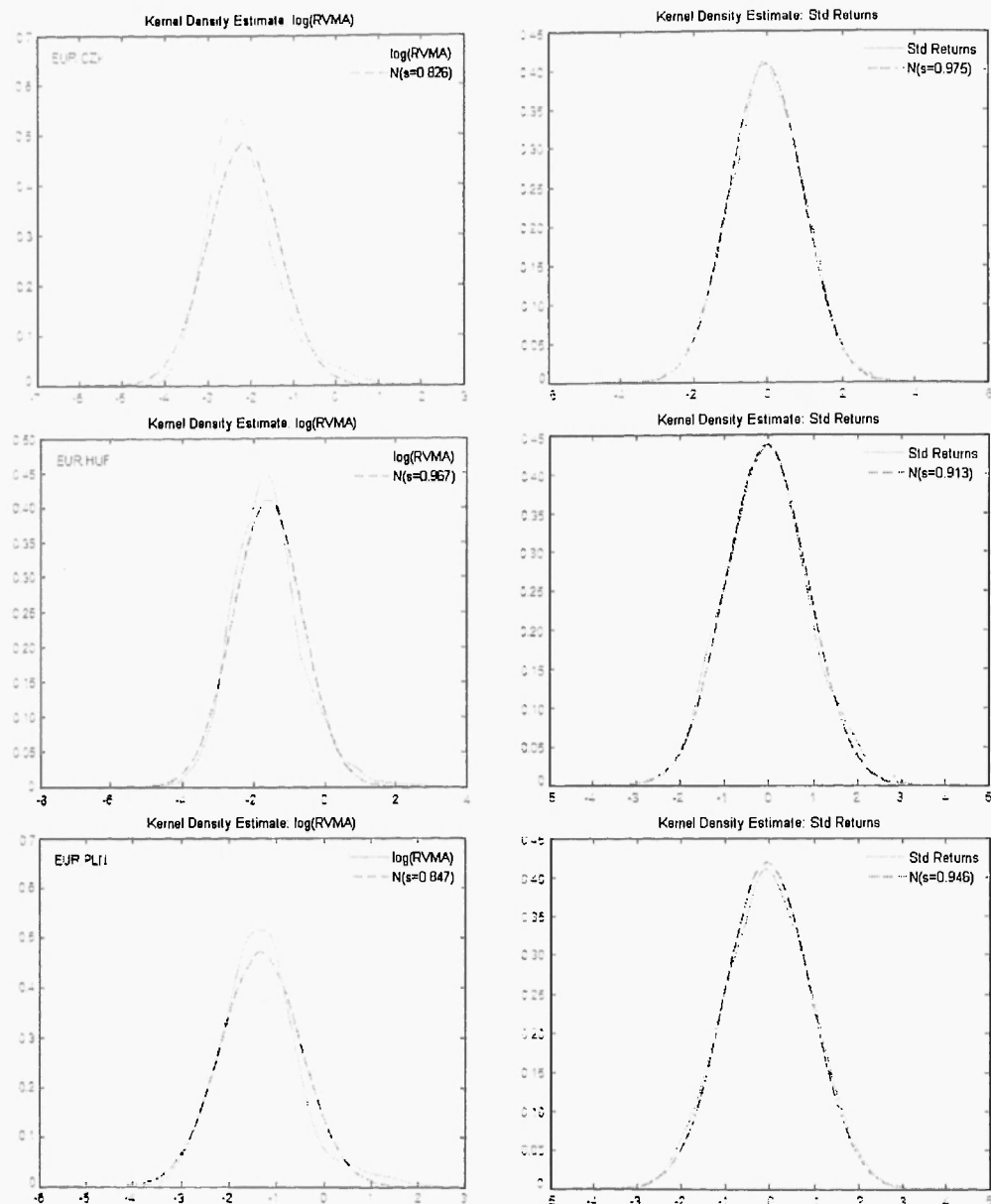


Figure 1.3: Les densités estimées par la méthode du noyau pour la variance réalisée logarithmique ($\log(RV)$), à gauche, et pour les rendements standardisés (r_t/\sqrt{RV}), à droite, construits à partir des rendements de l'EUR/CZK (première ligne), de l'EUR/HUF (deuxième ligne), et de l'EUR/PLN (troisième ligne).

normalité de variance réalisée logarithmique formellement, nous employons le test basé sur le troisième et le quatrième polynôme d'Hermite (H_{3-4}), construit en utilisant la

matrice de pondération de Newey-West. Ni la variance réalisée, ni sa transformation logarithmique alors suivent la distribution normale.

Enfin, nous examinons la dynamique de la variance réalisée. Nous montrons que la variance réalisée exhibe un effet bien connu de regroupement de la volatilité. En ligne avec les développements dans le marché des devises EC, dont certains ont été mentionnés dans la section précédente, les *grappes* sont clairement évidentes au cours des 250 premières journées des échantillons de l'EUR/CKZ et de l'EUR/HUF, et au cours des 120 derniers jours des échantillons des tous les trois taux de change. Les fonctions d'autocorrélation corroborent cette conclusion. En accord avec les preuves empiriques existantes pour d'autres taux de change, les fonctions d'autocorrélation de la volatilité réalisée pour toutes les trois monnaies s'évanouissent très lentement, ce qui est cohérent avec la dynamique de la volatilité à mémoire longue.

Un modèle pour les rendements journaliers et la variance réalisée

Motivés par les résultats empiriques présentés dans les sections précédentes, nous passons maintenant à la modélisation du comportement commun des rendements quotidiens et la variance réalisée. Un bon modèle empirique doit être en mesure de saisir les propriétés distributionnelles et dynamiques des rendements et de la volatilité observée dans les données. En même temps, il doit être suffisamment parcimonieux pour éviter les problèmes associés au surajustement (*over-fitting*) et aux procédures d'estimation compliquées.

Après l'expérimentation initiale, nous proposons le modèle suivant:

$$r_t = \mu + \sqrt{RV_t} \epsilon_t, \quad (1.11)$$

$$\log(RV_t) = \gamma_0 + \gamma_1 \log(RV_{t-1}) + \gamma_2 \log(RV_{t-1}^{(5)}) + \gamma_3 \log(RV_{t-1}^{(22)}) + \sqrt{h_t} \eta_t, \quad (1.12)$$

$$h_t = \omega + \alpha \eta_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}. \quad (1.13)$$

o $\log(RV_t^{(k)})$ est la moyenne variance réalisée logarithmique construite au cours des derniers k jours, i.e.

$$\log(RV_t^{(k)}) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \log(RV_{t-j+1}), \quad (1.14)$$

et $\epsilon_t \stackrel{iid}{\sim} N(0, 1)$, $\eta_t \stackrel{iid}{\sim} \text{SkewedT}(\lambda, \nu)$. Le modèle comporte trois équations. La première équation décrit l'évolution des rendements quotidiens. Comme nous n'avons trouvé aucune corrélation sérielle dans les séries de rendements quotidiens, nous ne considérons aucune dynamique dans cette équation. En accord avec l'observation que les rendements quotidiens réduits par la volatilité réalisée quotidienne sont approximativement

gaussienne, nous supposons que les innovations des rendements suivent la distribution normale.

La seconde équation représente le célèbre modèle autorégressif hétérogène (HAR) pour la variance réalisée logarithmique, initialement proposée par Corsi (2009). Bien que n'étant pas un véritable modèle à longue mémoire, le modèle HAR capture remarquablement bien la dynamique persistante généralement trouvée dans les séries temporelles de variances réalisées des différentes classes d'actifs (Andersen, Bollerslev & Dobrev, 2007, Corsi, Mittnik, Pigorsch & Pigorsch, 2008, Bollerslev, Kretschmer, Pigorsch & Tauchen, 2009, entre autres). En formulant le modèle en termes du logarithme de la variance réalisée (et pas en termes de la variance réalisée), on évite les problèmes liés aux coefficients estimés potentiellement négatifs.

Nous suivons Corsi, Mittnik, Pigorsch & Pigorsch (2008) et généralisons le modèle en permettant pour l'hétéroscédasticité conditionnelle dans les innovations de volatilité. Cela nous permet de capturer l'effet de volatilité en volatilité, c'est-à-dire une observation empirique que la variabilité de la volatilité tend à augmenter lorsque la volatilité elle-même augmente. Nous adoptons, par souci de parcimonie, une spécification simple de GARCH(1,1) pour la variance conditionnelle de la variance réalisée logarithmique et laissons le processus d'innovation suivre la distribution t de Student asymétrique (en anglais: *skewed Student-t*), proposée par Hansen (1994). Encore une fois, un test de spécification sera fourni afin de vérifier l'adéquation de cette supposition.

Nous employons la méthode du maximum de vraisemblance pour estimer les paramètres du modèle. Nous obtenons des estimations convergentes initiales en estimant l'équation de la moyenne séparément de l'équation de la variance réalisée. Ceci est équivalent à l'estimation du maximum de vraisemblance conjointe sous la supposition d'indépendance entre ϵ_t et η_t . Le Tableau 1.2 résume les estimations des équations de la moyenne et de la variance réalisée avec les erreurs-types (S.E.) et les p -valeurs correspondantes ainsi qu'un ensemble de tests de spécification pour les résidus de la partie HAR-GARCH du modèle.

Nous nous concentrons sur les résultats pour l'équation HAR d'abord. Nous observons que les coefficients associés aux composantes de variance quotidiennes, hebdomadaires et mensuelles sont tous très significatifs, une constatation qui correspond aux résultats obtenus dans les applications précédentes du modèle HAR dans la littérature. Dans le cas de l'EUR/HUF, deux décalages du logarithme de la variance réalisée sont utilisés dans l'équation (1.12) pour améliorer l'adéquation du modèle. En termes de la magnitude, l'impact relatif des composantes de variance quotidiennes, hebdomadaires et mensuelles diffère selon les taux de change. Plus précisément, dans le cas de l'EUR/CZK la composante de variance mensuelle semble avoir le plus grand impact sur la variance

Table 1.2
Résultats de l'estimation du modèle HAR-GARCH

Dans les panneaux (A)-(D), tous les coefficients sont significatifs au seuil de 1%, sauf où indiqués par l'exposant *b* (significatif au seuil de 5%), ou *d* (non-significatif aux seuils conventionnels). Dans le panneau (E), les tests de diagnostic sont basés sur les résidus standardisés ($\hat{\varepsilon}_t, \hat{\eta}_t$) du modèle HAR-GARCH. Les $Q(20)$ et $Q^2(20)$ représentent les statistiques de Ljung-Box pour l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation d'ordre 20 dans les résidus standardisés bruts et élevés au carré. De la même façon, $LM(20)$ représente le test LM de Engle pour la présence d'un effet ARCH d'ordre 20 dans les séries de résidus standardisés. Enfin, R_j représente la statistique de test d'adéquation de Patton (2006) pour la spécification correcte de la structure de dépendance de $(\hat{\varepsilon}_t, \hat{\eta}_t)$. Les *p*-valeurs correspondantes sont indiquées entre parenthèses.

	CZK		HUF		PLN	
	Coeff.	S.E.	Coeff.	S.E.	Coeff.	S.E.
A. Equation de la moyenne						
μ	-0.010 ^d	(0.010)	0.008 ^d	(0.015)	0.009 ^d	(0.014)
B. Equation HAR						
γ_0	-0.151	(0.045)	-0.108	(0.034)	-0.058 ^b	(0.025)
γ_1	0.243	(0.029)	0.371	(0.031)	0.234	(0.028)
γ_2	—		—		0.094	(0.029)
γ_3	0.298	(0.049)	0.294	(0.047)	0.381	(0.055)
γ_4	0.392	(0.045)	0.271	(0.040)	0.246	(0.037)
C. Equation GARCH						
ω	0.070	(0.026)	0.062 ^b	(0.027)	0.014 ^d	(0.010)
α	0.091	(0.027)	0.070	(0.0270)	0.029 ^b	(0.013)
β	0.668	(0.107)	0.749	(0.098)	0.910	(0.052)
λ	0.124	(0.036)	0.245	(0.041)	0.213	(0.036)
ν	10.42	(2.087)	9.018	(2.199)	8.881	(1.798)
D. Structure de dépendance						
θ	—		0.278	(0.035)	0.124	(0.024)
E. Tests de diagnostic						
R^2	0.549		0.626		0.666	
$Q(20)$	26.20	(0.159)	21.20	(0.385)	16.64	(0.676)
$Q^2(20)$	24.62	(0.136)	23.78	(0.162)	20.26	(0.318)
$LM(20)$	1.212	(0.234)	1.265	(0.193)	0.944	(0.530)
R_j	—		4.003	(0.779)	2.960	(0.889)

réalisée actuelle, suivie par les composantes hebdomadaires et quotidiennes. Toutefois, c'est un élément quotidien pour EUR/HUF et la composante hebdomadaire pour

EUR/PLN qui semblent influencer le plus sur la variance réalisée actuelle des monnaies respectives.

La dynamique de l'impact relatif des différentes composantes sur la variance (réalisée) actuelle comporte d'importantes informations sur l'évolution des attitudes des participants au marché vis-à-vis de la variance à court, à moyen et à long terme. Par exemple, une tendance à la hausse présente dans les coefficients estimés associés aux composantes de variance à long terme nous informe d'une augmentation du degré de persistance de l'incertitude de long terme sur le marché. En parallèle, cela peut conduire à une influence croissante de la volatilité à long terme sur la volatilité à court terme (Müller, Dacorogna, Dav, Olsen, Pictet & von Weizsacker, 1997). L'intuition économique est simple: en tant que la volatilité à long terme a un effet direct sur les attentes de l'évolution future du marché et du risque, les participants à court terme utilisent les informations qu'elle contient pour ajuster leur comportement de négociation, ce qui fait augmenter la volatilité à court terme (Corsi, 2009).

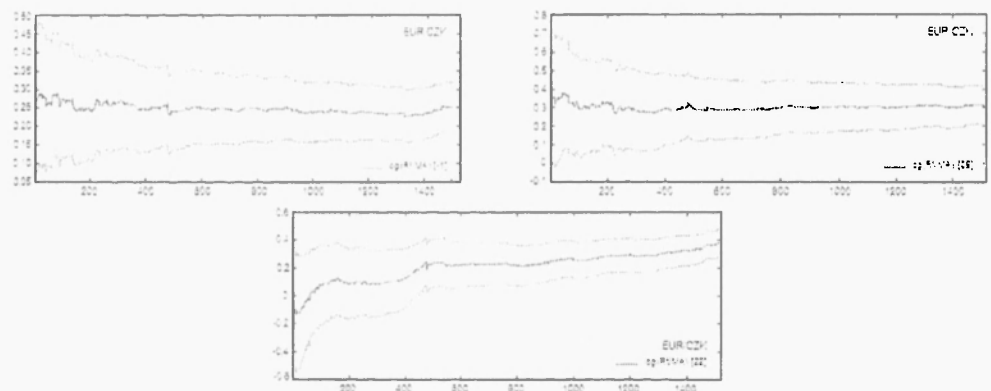


Figure 1.4: Les paramètres HAR estimés de manière récursive (EUR/CZK). La ligne bleue représente les paramètres estimés tandis que les deux lignes rouges représentent les intervalles de confiance de 95%. Nous utilisons $\log(RV)[-1]$ pour désigner le premier décalage de la variance réalisée logarithmique, et $\log(RV)[5]$ et $\log(RV)[22]$ la variance réalisée logarithmique de 5- et de 22-jours. Il y a 1,508 estimations pour l'EUR/CZK.

Pour voir si les paramètres du modèle HAR sont stables dans le temps ou si elles subissent des changements structurels, nous avons tracé, dans la Figure 1.4, les paramètres estimés de manière récursive avec leurs intervalles de confiance de 95% (ici, nous ne montrons que le cas représentatif de l'EUR/CZK). Comme c'est le cas avec chacun des trois taux de change, on observe une nette tendance pour les coefficients associés aux composantes de variance mensuelles à augmenter au fil du temps, tandis que les autres coefficients présentent un comportement relativement stable. Cela implique que la per-

sistance de la variance réalisée augmente au fil du temps: alors que vers le début de l'échantillon la composante mensuelle est modeste et statistiquement non significative, elle augmente progressivement et devient très importante quand nous ajoutons des observations plus récentes. La dynamique de la variance réalisée du taux de change EC ressemble ainsi de plus en plus aux taux de change principaux, comme EUR/USD et USD/JPY.

En ce qui concerne l'équation de la variance dans le modèle HAR-GARCH, on remarque des estimations très importantes des coefficients ARCH et GARCH pour tous les trois taux de change qui capturent le regroupement de la volatilité réalisée. En particulier, le coefficient estimé GARCH nous informe d'un effet relativement important et positif de la volatilité de période précédente sur la volatilité actuelle de la volatilité réalisée. Les estimations très significatives des coefficients d'asymétrie et de queue pour la distribution t de Student asymétrique fournissent la première indication de la validité de notre supposition originale concernant la forme de la distribution des innovations HAR. En particulier, le paramètre d'asymétrie est positif ce qui implique une asymétrie positive des innovations HAR. Les estimations du nombre de degrés de liberté varient de 8.9 à 10.4 pour les trois taux de change, ce qui signifie que les innovations HAR ont des queues sensiblement plus épaisses que la loi normale.

Les diagnostics résiduels effectués sur les séries des résidus normalisés simples et élevés au carré des équations HAR-GARCH confirment que notre modèle est en bonne adéquation avec les données. Plus précisément, les statistiques de Ljung-Box vérifient que ni les résidus bruts ni les résidus élevés au carré sont temporellement corrélés, tandis que le test LM d'Engle fournit une évidence de l'absence d'effets ARCH dans les mêmes séries. L'adéquation de la supposition de distribution t de Student asymétrique pour les innovations de l'équation HAR est vérifiée en traçant la densité estimée par la méthode du noyau pour les résidus standardisés (provenant de la partie HAR-GARCH du modèle) contre la densité t de Student asymétrique sous-entendus par les estimations des paramètres correspondants. Nous constatons que, pour chacun des trois taux de change, cette dernière densité est en adéquation presque parfaite avec la densité estimée par la méthode du noyau pour les résidus, ce qui démontre que la supposition de la distribution t de Student asymétrique pour les termes d'erreur est en effet légitime.

Finalement, nous examinons la validité de la supposition que les innovations dans l'équation de rendements et de HAR (ϵ_t, η_t) sont indépendantes. Contrairement à notre hypothèse initiale, nous trouvons une petite, mais statistiquement significative dépendance entre les deux séries dans les cas de l'EUR/HUF et l'EUR/PLN. Cela signifie que les périodes de dépréciation du PLN et HUF vis-à-vis de l'EUR sont associées à la volatilité élevée *inattendue*. Dans le cas de l'EUR/CZK, le coefficient de corrélation

linéaire est statistiquement indiscernable de zéro.

Pour intégrer les structures de dépendance pertinentes dans notre modèle, nous décrivons la structure de dépendance des deux séries d'innovations, ϵ_t et η_t , à l'aide de copules. Compte tenu d'une excellente adéquation entre la distribution normale et ϵ_t et entre la distribution t de Student asymétrique et η_t , nous sélectionnons des copules appropriées pour les relier entre elles afin d'obtenir leurs distributions conjointes. Notre analyse montre que la copule de Clayton tournée et la copule gaussienne fournissent des caractérisations appropriées des structures de dépendance des innovations de l'EUR/HUF et de l'EUR/PLN, respectivement.

Exercice de prévision

Compte tenu de la bonne performance du modèle HAR-GARCH dans l'échantillon (in-sample), on procède à évaluer sa performance hors échantillon (out-of-sample). Dans le cadre de l'analyse, nous étudions également si l'autorisation explicite de l'hétéroscédasticité conditionnelle dans les innovations de la volatilité réalisée améliore la précision du modèle HAR simple. Cette démarche est motivée par le fait que, malgré une meilleure adéquation dans l'échantillon, le modèle HAR-GARCH comporte plus des paramètres et donc potentiellement de plus graves problèmes de l'incertitude de paramètres que le modèle simple HAR, ce qui peut à son tour nuire à sa performance de prévision.

Nous employons la régression de Mincer-Zarnowitz (1969) pour évaluer la performance des modèles individuels dans la prévision. Nous évaluons leur performance dans la prévision de la variance réalisée logarithmique (obtenue directement à partir de l'équation (1.12)) ainsi que de la racine carrée de la variance réalisée et de la variance réalisée elle-même, toutes deux obtenues à partir du modèle de $\log(RV_t)$ via une transformation exponentielle appropriée.

Pour nous aider à distinguer entre les performances de prévision du modèle HAR-GARCH *vs* du modèle HAR simple, nous nous appuyons sur deux fonctions de pertes paramétriques ordinairement employées, MSE et QLIKE. Les deux fonctions sont connues pour fournir des classements cohérents des prévisions de la variance réalisée dans le cas où un proxy bruyant, mais conditionnellement sans biais est utilisé à la place de la volatilité latente (Patton, 2008).

Nous observons que les prévisions produites par les deux modèles HAR-GARCH et HAR ne sont pas biaisées pour tous les trois taux de change. La seule exception est la prévision de la variance réalisée logarithmique pour EUR/PLN, mais même là, le biais n'est que marginalement significativement différent de zéro. Nous ajoutons que les mêmes résultats sont obtenus pour les trois formes de la volatilité réalisée prévues.

En comparant la performance relative entre le modèle simple HAR et le modèle plus élaboré HAR-GARCH, nous observons que le premier fournit régulièrement, même que seulement légèrement meilleure puissance de prévision dans tous les trois taux de change et des fonctions de perte, la seule exception étant les prévisions de la variance réalisée. Pour établir si la différence entre les deux modèles concurrents est statistiquement significative, nous employons le test développé par Giacomini & White (2006). Nous constatons que les modèles HAR et HAR-GARCH effectuent de manière identique en prévision des volatilités différentes de l'EUR/CZK et de l'EUR/HUF. Certaines différences statistiquement significatives sont détectées pour EUR/PLN lorsque l'on emploie la fonction de perte QLIKE, avec le simple HAR battant le plus compliqué HAR-GARCH.

Pour résumer notre exercice de prévision, nous constatons que malgré une meilleure adéquation de HAR-GARCH dans l'échantillon, le HAR simple offre une performance de prévision égale ou même, dans certains cas, significativement meilleure. Le fait que le HAR simple peut être estimé par les moindres carrés ordinaires en fait un modèle de prévision particulièrement attractif.

Volatility Transmission in Central European Foreign Exchange Rates

Motivé par l'impact de la crise économique récente, cette étude analyse la dynamique de la transmission de la volatilité vers, de et parmi les marchés des changes de l'Europe centrale (EC). En particulier, nous analysons les retombées de la volatilité entre les monnaies tchèque, hongroise et polonaise avec le dollar américain au cours de la période 2003-2009, et la mesure dans laquelle les chocs à la volatilité des changes sur un marché se transmettent à la volatilité actuelle et future dans les autres marchés des devises à l'étude.

En contraste profond avec la littérature empirique existante sur les taux de change EC qui emploie, presque exclusivement, un cadre GARCH pour étudier la dynamique de la volatilité des taux de change, notre analyse s'appuie sur les mesures non paramétriques modèle-libre de la volatilité ex post construites à partir des données intrajournalières. Nous proposons une spécification multivariée simple et flexible pour les séries de volatilités réalisées des quatre taux de change à l'étude, ce qui permet de tenir compte explicitement de la nature variable de la volatilité de la volatilité réalisée. Le modèle est essentiellement une généralisation multivariée du modèle HAR-GARCH de Corsi, Mitnik, Pigorsch & Pigorsch (2008). Dans le modèle, on teste formellement pour les retombées de la volatilité en exécutant des tests simples de causalité au sens de Granger. Pour évaluer correctement l'ampleur globale et l'évolution des retombées de la volatilité dans le temps, on construit une version dynamique de l'indice des retombées de Diebold-Yilmaz (Diebold & Yilmaz, 2009).

Le début de la crise des subprimes de 2008 a apporté un changement substantiel dans le comportement des taux de change dans la recherche. L'estimation récursive de notre modèle indique qu'une rupture structurelle a eu lieu vers le début de 2008; celle-ci a été caractérisée par une augmentation dramatique du niveau de la volatilité des taux de change ainsi que de la volatilité de la volatilité réalisée. Par conséquent, nous divisons l'échantillon en deux parties, 2003-2007 et 2008-2009, et analysons les retombées de la volatilité en estimant notre modèle séparément pour chaque sous-échantillon.

Nos résultats empiriques démontrent l'existence des retombées de la volatilité sur les marchés des changes EC. Nous constatons que chaque monnaie d'Europe centrale se caractérise par un mode différent de transmission de volatilité. Par exemple, durant la période 2003-2007, les volatilités de la couronne tchèque et du zloty polonais ont été affectées par les composantes de volatilité du forint hongrois (HUF) à court terme et à long terme, ainsi que par une composante de volatilité du dollar américain (USD) à long terme. En revanche, la volatilité du forint hongrois semblait insensible à toute composante de volatilité étrangère autre que la composante de volatilité de la couronne

tchèque à moyen terme. En outre, le forint hongrois a également été la seule monnaie d'Europe centrale qui n'ait pas été significativement affectée par la volatilité du dollar américain.

Ces relations changent assez radicalement lors de l'examen de la période de crise de 2008-2009. Alors que les tests de causalité au sens de Granger n'indiquent pratiquement aucune retombée de volatilité entre les monnaies à l'exception du dollar américain qui influence, au sens de Granger, la couronne tchèque, le niveau de l'indice de Diebold-Yilmaz augmente sensiblement par rapport à la première période. Alors, nous constatons que dans les périodes caractérisées par l'incertitude accrue sur les marchés, les volatilités du taux de change des monnaies d'Europe centrale et du dollar américain se co-déplacent de plus près, ce qui a des implications importantes pour la stabilité de la région dans son ensemble.

Le reste de ce résumé est organisé comme suit. Dans la section suivante, nous allons définir le cadre théorique ainsi que la stratégie de modélisation poursuivie dans la partie empirique de notre étude. La même section inclut aussi la dérivation de la version dynamique de l'indice des retombées de la volatilité. Ensuite, nous décrivons les données et encore plus tard nous discutons les résultats empiriques.

Méthodologie

En suivant l'approche de Andersen, Bollerslev & Diebold (2007), nous supposons que le vecteur du taux de change au comptant logarithmique, x_t , appartient à la classe de processus de diffusions avec sauts

$$x_t = x_0 + \int_0^t \mu_u du + \int_0^t \Theta_u dw_u + l_t \quad (1.15)$$

où μ_t est un vecteur de dérive (drift), Θ_t est le processus de covolatilité au comptant, w_t est un vecteur de mouvement brownien standard, et l_t est un vecteur de saut pur à activité finie (i.e., la densité Lévy associée est bornée au voisinage de zéro). Aucune supposition paramétrique n'est faite quant à leurs lois du mouvement respectives (Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys, 2003).

Une mesure naturelle de la variation dans ce modèle est la variation quadratique bien connue (voir Protter, 2005), donnée par

$$QV_t = \int_0^t \Theta_u \Theta_u' du + \sum_{s \in [\bar{u}, \bar{t}]} \Delta l_s \Delta l_s' \quad (1.16)$$

où la première composante saisit la contribution de la diffusion, tandis que la seconde est due à des sauts. Pour mesurer la variation quadratique quotidienne des composantes

individuelles de x_t en utilisant des données intrajournalières, nous employons la variance réalisée définie comme

$$RV_{j,t,M} = \sum_{i=1}^M (\Delta_i x_{j,t})^2, \quad (1.17)$$

où $\Delta_i x_{j,t}$ est le i -ème rendement intrajournalier de composante j de x_t du jour t . Lorsque nous construisons l'estimateur de la variance réalisée, nous devons tenir compte de la présence du bruit de microstructure de marché qui rend l'estimateur de la variance réalisée dans l'équation (1.17) biaisé et inconsistant. À cette fin, nous employons l'estimateur moyenne mobile de Hansen, Large & Lunde (2008).

Étant donné les séries temporelles des volatilités réalisées, nous employons une version multivariée du modèle autorégressif hétérogène (HAR) de Corsi (2009) afin de modéliser leur comportement conjoint. Pour définir formellement le modèle multivarié HAR, nous arrangeons les variances réalisées logarithmiques des actifs A, B, ... dans un vecteur, v_t . Travaillant avec la variance réalisée logarithmique au lieu de la variance réalisée elle-même a deux avantages. Premièrement, aucune restriction de paramètres n'est nécessaire pour assurer la non-négativité de la variance réalisée et, deuxièmement, la distribution de la variance réalisée logarithmique est beaucoup plus proche de la loi normale, ce qui est attractif d'un point de vue statistique. Le modèle vecteur HAR (VHAR) est spécifié comme suit:

$$v_t = \beta_0 + \beta_1 v_{t-1} + \beta_5 v_{t-1|t-5} + \beta_{22} v_{t-1|t-22} + \gamma z_t + \varepsilon_t \quad (1.18)$$

où les β 's sont des matrices carrées de coefficients, z_t est un vecteur de régresseurs (exogènes), ε_t est un vecteur d'innovations et le vecteur décalé des variances réalisées (normalisées) est

$$v_{t-1|t-k} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k v_{t-j} \quad (1.19)$$

Notez que le modèle consiste en trois composantes de volatilité: quotidienne, hebdomadaire et mensuelle, qui correspondent au premier décalage de la variance réalisée logarithmique et les sommes normalisées de cinq et vingt-deux jours (précédents) de la variance réalisée, respectivement. Celles-ci sont destinées à refléter les différents temps de réaction des divers acteurs du marché à la publication de nouvelles données ou de nouveaux renseignements. En même temps, elles donnent au modèle une interprétation intuitive, car elles permettent de relier les modes de volatilité entre les intervalles plus longs et plus courts. Cette capacité est très pertinente: par exemple, les participants (du marché) à court terme peuvent utiliser les informations contenues dans la volatilité à long terme pour ajuster leur comportement de négociation, ce qui fait augmenter la volatilité à court terme (Corsi, 2009).

La capacité du modèle HAR à décrire les interactions de la volatilité à travers le temps en fait un outil intéressant pour étudier la dynamique de la volatilité à la fois au sein et entre les taux de change. Plus précisément, le modèle HAR permet d'analyser la façon dont la volatilité à long terme affecte les attentes quant à l'évolution future du marché et du risque. En effet, étant donné le cadre multivarié, nous pouvons étudier à la fois les conséquences qualitatives et quantitatives des composantes de volatilité à court terme et à long terme qui caractérisent un marché de change pour l'évolution d'un autre. Malgré sa simplicité, il a été montré que le modèle HAR se comporte très bien en ce qui concerne la reproduction de la volatilité des produits financiers; voir, par exemple, Andersen, Bollerslev & Diebold (2007) et Forsberg & Ghysels (2007), pour les dernières applications empiriques de ce modèle.

Dans notre analyse, nous généralisons également le modèle multivarié HAR en permettant le vecteur d'innovations (ε_t) de suivre un processus GARCH multivarié (VHAR-MGARCH). En étendant le modèle de cette manière, nous sommes en mesure de capturer l'effet de "volatilité de volatilité"; c'est-à-dire, une observation empirique que la volatilité de la volatilité tend à augmenter (diminuer) lorsque la volatilité elle-même augmente (diminue). Bien que cette idée ne soit pas nouvelle (Corsi, Mittnik, Pigorsch & Pigorsch, 2008), notre motivation pour la généralisation du modèle avec une structure MGARCH est dictée par des résultats récents que le modèle univarié HAR-GARCH est en très bonne adéquation avec les variances réalisées de taux de change EC (Bubák & Žikeš, 2009).

Pour étudier la dynamique de la variance conditionnelle du processus d'innovation (ε_t), nous employons le modèle DCC de Engle (2002). Dans ce modèle, la matrice de variance-covariance évolue comme suit

$$H_t = D_t R_t D_t, \quad (1.20)$$

où $D_t = \text{diag}(h_{11,t}^{1/2}, \dots, h_{KK,t}^{1/2})$, et $h_{ii,t}$ représente le processus (G)ARCH(p, q) univarié, $i = 1, \dots, k$. La version particulière du modèle de corrélation conditionnelle dynamique que nous utilisons est due à Engle & Sheppard (2001) et Engle (2002). Dans ce modèle, la matrice de corrélation est donnée par la transformation

$$R_t = \text{diag}(q_{11,t}^{-1/2}, \dots, q_{KK,t}^{-1/2}) Q_t \text{diag}(q_{11,t}^{-1/2}, \dots, q_{KK,t}^{-1/2}), \quad (1.21)$$

où $Q_t = (q_{ij,t})$ suit, à son tour,

$$Q_t = (1 - \alpha - \beta) \bar{Q} + \alpha \eta_{t-1} \eta'_{t-1} + \beta Q_{t-1}, \quad (1.22)$$

où $\eta_t = \varepsilon_{i,t} / \sqrt{h_{ii,t}}$ sont les résidus standardisés, $\bar{Q} = T^{-1} \sum \eta_t \eta'_t$ est une $k \times k$ matrice de la variance inconditionnelle de η_t , et α et β sont des scalaires non négatifs satisfaisant

$\alpha + \beta < 1$. Rappelons que c'est une représentation ARMA de la matrice de corrélations conditionnelles qui garantit que Q_t (et donc R_t) soit définie positive.

Pour estimer le modèle DCC-MGARCH, on procède comme suit. Nous trouvons tout d'abord une spécification appropriée pour chacune des quatre équations du système de transmission de la volatilité, comme discuté précédemment dans cette section. Nous continuons de la manière habituelle en retirant, itérativement de chaque équation, les variables les moins significatives jusqu'à ce que toutes les variables soient significatives. Le modèle DCC est ensuite appliqué aux séries de résidus, où l'estimation est effectuée par l'optimisation de la fonction de vraisemblance à l'aide d'un algorithme de Programmation quadratique séquentiel faisable (FSQP) de Lawrence & Tits (2001).⁹ Nous estimons le modèle efficacement en une seule étape afin d'obtenir les erreurs valides pour les estimations de DCC.

Il est facile de voir que le modèle VHAR peut être écrit comme un modèle VAR(22) avec des paramètres restreints. On peut donc employer l'indice de Diebold & Yilmaz (2009) pour quantifier l'ampleur et l'évolution des retombées de la volatilité entre les quatre marchés des changes. L'indice de Diebold-Yilmaz est construit comme suit. Soit x_t un vecteur aléatoire de dimension k qui suit le processus VAR(p) avec des innovations conditionnellement hétéroscédastiques:

$$\begin{aligned} x_t &= c + \Phi_1 x_{t-1} + \Phi_2 x_{t-2} + \dots + \Phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t, \\ \varepsilon_t &= H_t^{1/2} z_t, \quad z_t \stackrel{iid}{\sim} D(0, I), \end{aligned}$$

où H_t est une matrice \mathcal{F}_{t-1} -mesurable de covariance conditionnelle. Pourvu que le processus VAR soit stationnaire, la représentation moyenne mobile existe et nous pouvons écrire

$$x_t = \mu + \varepsilon_t + \Psi_1 \varepsilon_{t-1} + \Psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots,$$

voir, par exemple, Hansen (1994, chapitre 10). La prévision optimale à h pas de temps est donnée par

$$\mathbb{E}_t(x_{t+h}) = \mu + \Psi_h \varepsilon_t + \Psi_{h-1} \varepsilon_{t-1} + \dots,$$

et le vecteur des erreurs de prévision, $e_{t+h|t}$, est écrit comme

$$e_{t+h|t} \equiv x_{t+h} - \mathbb{E}_t(x_{t+h}) = \varepsilon_{t+h} + \Psi_1 \varepsilon_{t+h-1} + \Psi_2 \varepsilon_{t+h-2} + \dots + \Psi_{h-1} \varepsilon_{t+1}.$$

La matrice d'erreur quadratique moyenne conditionnelle correspondante, $\Sigma_{t+h|t}$, est donnée par

$$\Sigma_{t+h|t} \equiv \mathbb{E}_t(e_{t+h|t} e_{t+h|t}') = \mathbb{E}_t(H_{t+h}) + \Psi_1 \mathbb{E}_t(H_{t+h-1}) \Psi_1' + \dots + \Psi_{h-1} H_{t+1} \Psi_{h-1}'.$$

⁹ L'algorithme FSQP est basé sur une technique de programmation séquentielle pour maximiser une fonction non linéaire sous contraintes non linéaires. Voir Doornik (2007) pour plus de détails sur cette fonction d'optimisation.

Maintenant on définit $Q_{t+h|t}$, un facteur de Choleski triangulaire inférieure unique de $\mathbb{E}_t(H_{t+h})$, et soit

$$A_{t+h|t}^{(i)} \equiv \Psi_i Q_{t+h-i|t}, \quad i = 0, \dots, h-1,$$

alors que nous pouvons écrire

$$\Sigma_{t+h|t} = A_{t+h|t}^{(0)} A_{t+h|t}^{(0)'} + A_{t+h|t}^{(1)} A_{t+h|t}^{(1)'} + \dots + A_{t+h|t}^{(h-1)} A_{t+h|t}^{(h-1)'}$$

L'indice (variant dans le temps) des retombées de Diebold-Yilmaz, basé sur les prévisions à h pas de temps (h -step-ahead), est alors défini par

$$\bar{S}_{t+h|t} = \frac{\sum_{l=0}^{h-1} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^k \left(a_{t+h|t}^{(l)}(i,j) \right)^2}{\sum_{l=0}^{h-1} \text{tr} \left(A_{t+h|t}^{(l)} A_{t+h|t}^{(l)'} \right)}$$

Dans la définition ci-dessus, $a_{t+h|t}^{(l)}(i,j)$ est un élément typique de $A_{t+h|t}^{(l)}$. Si H_t suit un processus stationnaire MGARCH, les prévisions de $\mathbb{E}_t(H_{t+h})$ peuvent être obtenues de manière récursive.

L'indice de Diebold-Yilmaz mesure la proportion de l'erreur de prévision à h pas de temps de la volatilité propre qui peut être attribuée aux chocs émanant des autres marchés. Autrement dit, plus large est la fraction de la variance de l'erreur de prévision à h pas de temps dans la prévision de volatilité du marché i qui est due aux chocs sur le marché j (par rapport à la variation totale de l'erreur de prévision), plus grande est la valeur de l'indice des retombées, et donc le degré de retombées de la volatilité. Dans le cas où il n'y a pas de retombées, l'indice est égal à zéro.

Données

Notre analyse est basée sur les cotations moyennes de taux de change au comptant de 5 minutes. Nous employons les cotations EUR/USD et les cotations des monnaies des trois nouveaux États membres de l'Union européenne (UE) exprimées en euros. Les (taux de change des) monnaies sont la couronne tchèque (EUR/CZK), le forint hongrois (EUR/HUF) et le zloty polonais (EUR/PLN). Les cotations de taux de change ont été recueillies pour la période de 6.5 ans, entre le 3 janvier 2003 et le 30 juin 2009. Les données pour les paires des trois monnaies EC ont été obtenues de Olsen Financial Technologies (Olsen). Les données pour le taux de change EUR/USD ont été acquis de deux sources: Electronic Broking Services (EBS) pour la période du 3 janvier 2003 au 30 mai 2007, et Olsen pour la période du 30 mai 2007 au 30 juin, 2009.

Le système d'EBS Spot Dealing constitue actuellement la plus grande plateforme (et la plus liquide) pour les négociations des paires de devises principales, couvrant environ

60% du volume quotidien moyen des transactions EUR/USD. Contrairement aux données d'Olsen, les données EBS ne sont pas filtrées pour des observations erronées, telles que les erreurs d'enregistrement et des points décimaux déplacés. Par conséquent, nous utilisons la procédure détaillée de nettoyage de données proposée par Barndorff-Nielsen, Hansen, Lunde & Shephard (2008b) afin d'éliminer ces observations. En particulier, (i) nous supprimons toutes les entrées avec des prix acheteurs (bid) et vendeurs (ask) manquants ainsi que les entrées pour lesquelles l'un ou l'autre des deux est égal à zéro. Ensuite, (ii) nous supprimons les entrées pour lesquelles l'écart acheteur-vendeur (bid-ask spread) est négatif ou supérieur à 10 fois la médiane mobile centrée de l'écart, où la fenêtre mobile a une taille de 50 observations. Enfin, (iii) nous supprimons les entrées pour lesquelles la cotation moyenne s'écarte de plus de 10 déviations absolues de la médiane mobile centrée de la cotation moyenne, où la fenêtre mobile a une taille de 50 observations.

En s'appuyant sur l'approche standard dans la littérature (Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys, 2003), nous ajustons encore les données en éliminant les périodes de week-end du vendredi 21h00 GMT au dimanche 21h00 GMT, ainsi que les principaux jours fériés. Les vacances comprennent le 1er janvier (Nouvel An) et le 25 décembre, communes à tous les quatre paires de taux de change, ainsi que le 26 décembre (Noël) et le lundi de Pques, communs seulement aux monnaies EC. Ces ajustements mènent à un échantillon final de 1,673 jours de négociation. Il est important de noter que cet échantillon conserve toutes les autres fêtes locales comme la plupart des transactions FX dans les monnaies correspondantes se font - au moins pendant la séance de négociation européenne - à Londres.¹⁰ Enfin, suivant Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys (2003), nous définissons une journée de négociation comme un intervalle de 21h00 Greenwich Mean Time (GMT) à 20h59 GMT le jour suivant.

Dans l'étape suivante, nous construisons la volatilité réalisée journalière. La construction de l'estimateur de volatilité réalisée diffère entre les taux de change EC et EUR/USD. Premièrement, comme le montre Bubák & Žiková (2009), les taux de change EC sont contaminés par le bruit de microstructure du marché qui - à la fréquence d'échantillonnage de 5 minutes - conduit à un biais substantiel à la hausse de l'estimateur de la variance réalisée. Le bruit de microstructure semble avoir une structure *iid* simple; alors, nous le corrigeons en utilisant l'estimateur moyenne mobile de Hansen, Lunde & Lunde (2008). Deuxièmement, aucun bruit de microstructure n'a été identifié dans les rendements intrajournaliers de 5 minutes EUR/USD, similairement à Chaboud, Chiquoine, Hjalmarsson & Loretan (2009). Par conséquent, aucune correction moyenne mobile n'est nécessaire

¹⁰Dans les spécifications de volatilité, nous incluons des variables indicatrices (dummies) pour les taux de change correspondants et pour le Royaume-Uni afin de tenir compte de la faible liquidité résultant de l'activité de négociation (potentiellement) limitée au cours de ces jours.

pour la construction de la volatilité réalisée de l'EUR/USD et nous utilisons simplement l'équation (1.17).

Table 1.3
Statistiques descriptives

Les statistiques descriptives pour la variance réalisée quotidienne et la variance réalisée quotidienne logarithmique. En cas des taux de change EC (EUR/CZK, EUR/HUF, EUR/PLN), la variance réalisée quotidienne est calculée à partir de l'estimateur moyenne mobile. L'échantillon se déroule du 3 janvier 2003 au 30 décembre 2007 pour la Période 1 et du 2 janvier 2008 au 30 juin 2009 pour la Période 2.

		moyen.	dev std	skew	kurt	min	max
Périod 1							
CZK	<i>RV</i>	0.107	0.124	14.45	318.8	0.010	3.180
	$\log(RV)$	-2.452	0.610	0.466	4.522	-4.654	1.157
HUF	<i>RV</i>	0.259	0.437	11.90	214.7	0.001	9.447
	$\log(RV)$	-1.786	0.868	0.232	4.463	-6.620	2.246
PLN	<i>RV</i>	0.313	0.269	4.141	35.51	0.027	3.491
	$\log(RV)$	-1.413	0.701	0.042	3.128	-3.602	1.250
USD	<i>RV</i>	0.306	0.190	2.950	28.10	0.012	2.765
	$\log(RV)$	-1.349	0.590	-0.280	3.430	-4.433	1.017
Périod 2							
CZK	<i>RV</i>	0.594	0.618	2.706	14.20	0.050	5.152
	$\log(RV)$	-0.926	0.887	0.284	2.340	-2.993	1.639
HUF	<i>RV</i>	1.211	1.622	4.532	32.77	0.076	16.48
	$\log(RV)$	-0.329	1.003	0.205	2.582	-2.572	2.802
PLN	<i>RV</i>	1.208	1.460	2.130	9.254	0.047	10.27
	$\log(RV)$	-0.575	1.330	-0.000	1.757	-3.050	2.329
USD	<i>RV</i>	0.863	0.749	2.112	9.290	0.073	5.492
	$\log(RV)$	-0.459	0.790	0.131	2.375	-2.623	1.703

Le Tableau 1.3 fournit des statistiques descriptives pour la variance réalisée journalière et la variance réalisée logarithmique, séparément pour chaque sous-échantillon des données tel qu'ils sont employés dans la partie empirique de l'étude. Les statistiques soulignent des caractéristiques similaires des quatre séries de taux de change, bien que les rendements des taux de change EC présentent un degré d'asymétrie et d'aplatissement en moyenne plus hauts par rapport à l'EUR/USD. En outre, lorsqu'elle est mesurée par l'écart-type de l'échantillon (std dev), la variance des monnaies CE ne semble pas être plus variable que celle de l'EUR/USD même si elle tend à avoir des *balancements* relativement plus importants, comme en témoignent - notamment pendant la Période 1

- des plus grandes valeurs minimales et maximales (absolues). Dans cette étude, nous complétons ces observations de façon graphique avec les figures des taux de change au comptant quotidiens de l'EUR/CZK, de l'EUR/HUF, de l'EUR/PLN et de l'EUR/USD, et des rendements des taux de change correspondants pour la période de l'échantillon.

La dernière note concerne la normalité de la variance réalisée (logarithmique). Dans le Tableau 1.3, nous montrons que les deux variances réalisées et sa transformation logarithmique exposent des niveaux d'asymétrie et d'aplatissement qui sont loin de ceux qui caractérisent la distribution normale. Pour tester l'hypothèse nulle de normalité de la variance réalisée logarithmique de manière explicite, nous utilisons le test basé sur le troisième et le quatrième polynôme d'Hermitte (H34), construit en utilisant la matrice de pondération de Newey-West (Bontemps & Meddahi, 2005); voir aussi le résumé du Chapitre 1. Ce test est valable en présence de l'incertitude des paramètres ainsi que de la dépendance de la variance réalisée logarithmique. Pour la Période 1, les statistiques de test pour les taux de change spécifiques sont les suivants: 95.8 (EUR/CZK), 46.8 (EUR/HUF), 41.5 (EUR/PLN) et 37.9 (EUR/USD). Comme l'hypothèse nulle est rejetée pour chaque taux de change, aucune des séries de la variance réalisée logarithmique ne suit une loi normale pendant cette période. En revanche, les statistiques sont 8.4, 3.8, 18.8 et 7.2 pour la Période 2, ce qui signifie que nous ne pouvons pas rejeter l'hypothèse nulle de normalité pour l'EUR/PLN et même, au seuil de 2,7%, pour l'EUR/USD. Par conséquent, la transformation logarithmique de la variance réalisée ne suit pas la loi normale au cours de la période plus longue de 2003-2007, mais semble être plus proche de la loi normale durant la période plus courte de 2008-2009.

Enfin, la figure 1.5 (colonne à gauche) fournit une vue d'ensemble de la dynamique de la variance réalisée pour l'échantillon complet. Le schéma général suit les grands événements que les monnaies ont connus depuis 2003. Les fonctions d'autocorrélation de la variance réalisée logarithmique (colonne à droite) montrent un évanouissement très lent ce qui est en accord avec la dynamique très persistante, de type longue mémoire.

Les résultats empiriques

Avant de présenter des résultats, nous allons brièvement examiner la dynamique de l'activité commerciale sur les marchés des changes étudiés. Cela nous aidera à comprendre l'évolution intrajournalière spécifique qui caractérise la volatilité des taux de change EC et l'EUR/USD. En outre, elle établit un cadre pour une interprétation plus précise des résultats empiriques concernant la transmission de volatilité entre les marchés des taux de change EC et l'EUR/USD.

La dimension internationale du commerce des devises exige que les marchés des

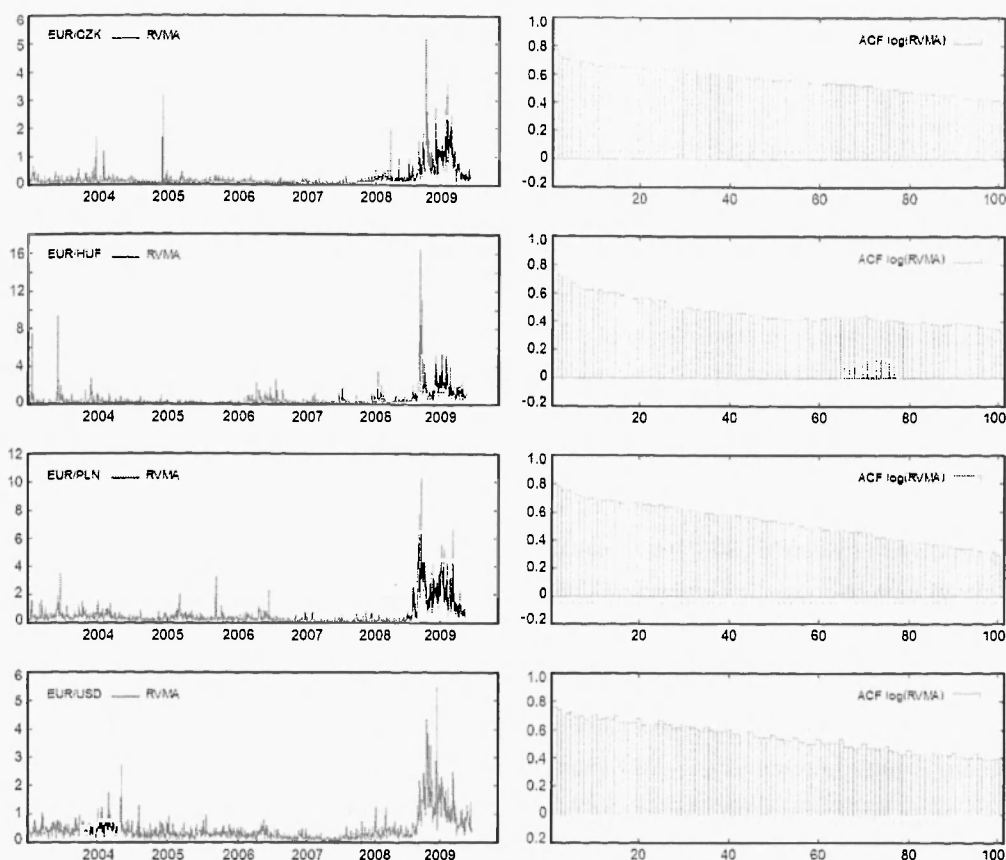


Figure 1.5: La volatilité réalisée quotidienne (RV) (à gauche) et ACF de $\log(RV)$ (à droite) pour les taux de change EUR/CZK (première ligne), EUR/HUF (deuxième ligne), EUR/PLN (troisième ligne) et EUR/USD (dernière ligne). L'échantillon se déroule du 3 janvier 2003 au 30 juin 2009.

changes fonctionnent en continu 24 heures sur 24. Une journée de négociation typique se compose de trois sessions principales (voir la Figure 1.6), correspondant en gros à l'ouverture et la fermeture des marchés des changes à Londres, New York et Tokyo. En particulier, les sessions associées sont comme suit: la session européenne (07h00-17h00 GMT), la session américaine (13h00-22h00 GMT) et la session asiatique (00h00-09h00 GMT). Voir Lien (2005) pour une discussion plus approfondie des sessions de négociation.

Les changements dans l'activité de négociation induits par ces trois sessions sont cruciaux pour l'évolution du processus de la volatilité instantanée au cours de la journée de négociation, mais également pour les deux paires de devises EC et l'EUR/USD. L'évolution de la volatilité intrajournalière pour chacune de quatre paires de devises est illustrée dans la Figure 1.7. Plus précisément, les graphiques représentent l'évolution de

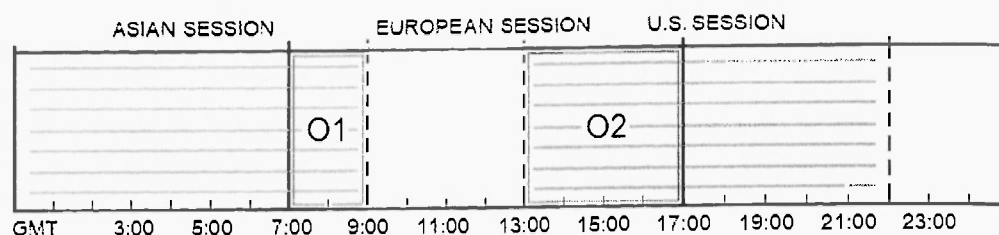


Figure 1.6: Séances de négociation principales du marché des changes. Les heures au bas de la figure correspondent à Greenwich Mean Time (GMT). La mnémotechnique O1 désigne la période de chevauchement de la session asiatique et européenne (07h00-9h00 GMT), et O2 la période de chevauchement de la session européenne et américaine (13h00-17h00 GMT).

la variance réalisée de 30 minutes calculée pour chacun des 48 intervalles intrajournaliers de 30 minutes (on fait la moyenne pour chaque intervalle de l'ensemble de l'échantillon) et ensuite lissée par la méthode des splines cubiques.

Nous discutons d'abord les graphiques correspondants aux paires de devises EC. Les négociations dans les monnaies EC sont principalement exécutées au cours de la session européenne. Le premier pic de la volatilité des monnaies EC a lieu au cours des horaires de négociation de matin. Après une matinée active, les négociations ralentissent pendant le déjeuner, avec une baisse de la volatilité de 40 à 50 pour cent par rapport au maximum du matin. Puis, cependant, les grandes banques et les investisseurs institutionnels ont fini avec le repositionnement de leurs portefeuilles et, en attente de l'ouverture du marché américain, lancent la conversion des actifs européens dans les actifs libellés en dollar (Lien, 2008). La volatilité continue à augmenter durant les heures de chevauchement de la session européenne et américaine (13h00-17h00 GMT), formant le deuxième pic important dans la structure de volatilité intrajournalière, avant de diminuer considérablement au cours de la période de nuit.

La négociation sur le marché euro/dollar montre trois pics (voir la partie inférieure droite de la Figure 1.7). Le premier pic correspond aux heures de négociation les plus actives de la session asiatique (01h00-05h00 GMT), le second pic est dû à la fermeture des marchés asiatiques, ainsi qu'à la première moitié de la journée de négociations à Londres et, enfin, le pic principal représente la session la plus volatile où les sessions américaine et européenne se chevauchent (13h00-17h00 GMT). Les heures du matin aux États-Unis sont marquées par l'exécution de la majorité des transactions effectuées pendant la session américaine, car les négociants européens sont encore actifs sur le marché. Les négociations se poursuivent même après la fin de la session européenne (17h00-22h00 GMT), mais l'activité diminue au minimum peu de temps après, jusqu'à l'ouverture du

marché à Tokyo pendant les heures matinales du jour suivant.

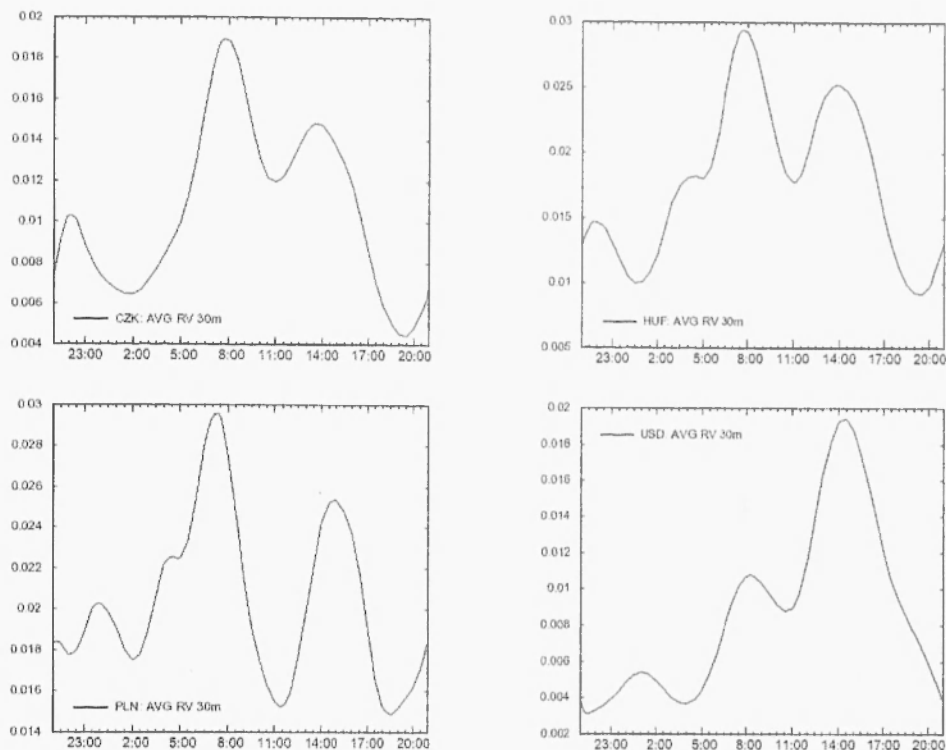


Figure 1.7: Une évolution intrajournalière de la volatilité réalisée pour les taux de change EUR/CZK (en haut, à gauche), EUR/HUF (en haut, à droite), EUR/PLN (en bas, à gauche), et EUR/USD (en bas, à droite). La volatilité réalisée est calculée à base d'intervalles intrajournaliers de 30 minutes à partir de 21h00 de la journée précédente ($t - 1$) jusqu'à 21h00 de la journée courante (t); ensuite on construit la moyenne pour chaque intervalle de l'ensemble de l'échantillon. Les heures de la partie inférieure de la figure sont en GMT.

En ce qui concerne les fêtes et jours fériés, on observe que les jours de faible volatilité sur les marchés EC sont généralement associés avec les jours fériés observés au Royaume-Uni, avec un rapport modeste aux jours fériés pertinents pour les pays EC. Cela confirme la domination des marchés de taux de change à Londres.

Périodes d'échantillonnage et les tests de causalité de Granger

Nous effectuons l'analyse de la transmission de volatilité séparément pour la période du 2 janvier 2003 au 30 décembre 2007 (Période 1) et pour la période du 2 janvier 2008 au 30 juin 2009 (Période 2), comme nous observons que les séries de volatilité sous-jacentes

se comportent très différemment dans les deux périodes d'échantillon. Pour déterminer le moment de la rupture structurelle, nous exécutons une estimation récursive du modèle VHAR. Les estimations des paramètres présentent un comportement très stable jusqu'à la fin de 2007. Cependant, l'extension de la période d'échantillon au-delà de l'année 2007 aboutit à des changements assez erratiques dans les paramètres estimés et donc nous choisissons de séparer l'échantillon à ce moment. Toutes les estimations sont alors effectuées séparément pour les deux sous-échantillons.

Table 1.4
Tests de causalité de Granger

Les résultats des tests de signification des groupes de coefficients estimés. Chaque ligne correspond à l'équation du système estimée pour le taux de change à la colonne de gauche. De même, les colonnes représentent les groupes de coefficients dont la signification jointe dans l'équation est testée; ceux-ci sont liés au taux de change indiqué dans la ligne du haut. Les colonnes 1-4 présentent les tests basés sur les modèles estimés pour la Période 1 (du 2 janvier 2003 au 30 décembre 2007) et les colonnes 5-8 les tests basés sur les modèles estimés pour la Période 2 (du 2 janvier 2008 au 30 juin 2009). Les statistiques F reportées sont les statistiques de Wald pour l'hypothèse nulle jointe que $\beta_{1,1} = \dots = \beta_{22,1} = 0$. Un astérisque (*) indique les cas où l'hypothèse nulle est rejetée au seuil de 5%. De même, un superscript *c* indique les cas où l'hypothèse nulle est rejetée au seuil de 10%.

	Périod 1: 01/2003 - 12/2007				Périod 2: 01/2008 - 06/2009			
	CZK	HUF	PLN	USD	CZK	HUF	PLN	USD
CZK	—	3.913* (0.009)	0.780 (0.505)	3.355* (0.010)	—	0.640 (0.590)	1.554 (0.200)	2.414* (0.049)
HUF	2.234 ^c (0.083)	—	1.419 (0.236)	0.525 (0.718)	0.198 (0.898)	—	2.476 ^c (0.061)	0.521 (0.720)
PLN	0.191 (0.903)	6.785* (0.000)	—	2.709* (0.029)	1.436 (0.232)	1.734 (0.160)	—	0.774 (0.543)
USD	4.159* (0.006)	1.035 (0.376)	0.536 (0.658)	—	1.217 (0.303)	1.274 (0.283)	2.069 (0.104)	—

Nous commençons par l'interprétation des résultats de tests de causalité de Granger (voir Tableau 1.1), où les tests sont appliqués aux coefficients estimés provenant des modèles complets (sans restriction). Les colonnes 1 à 4 du Tableau 1.4 reportent les résultats des tests pour le modèle estimé pour la Période 1. On observe que les composantes décalées de la variance réalisée du forint hongrois et du dollar américain semblent jouer des rôles importants dans la détermination des volatilités de la couronne tchèque et du zloty polonais. Par contre, on constate que les volatilités actuelles de la couronne tchèque et du zloty polonais ne semblent pas porter d'informations statistiquement significatives sur la volatilité future des deux autres monnaies. Une seule exception est la contribution significative de la volatilité actuelle de la couronne tchèque pour la volatilité future du dollar américain. Il s'agit d'un mode de causalité plutôt déroutant. Portant notre attention sur l'équation EUR/HUF, nous observons que le forint hongrois

est en grande partie faiblement exogène, car les tests ne révèlent aucune causalité de Granger significative provenant des autres trois taux de change.

Les tests de causalité de Granger pour le modèle estimé pour la Période 2 (colonnes 5 à 8) semblent indiquer que dans un contexte d'incertitude accrue sur le marché qui a caractérisé cette période, la volatilité des monnaies EC semble être moins sensible aux composantes de la variance des autres taux de change par rapport à la première période (Période 1). En particulier, nous constatons que la couronne tchèque est la seule monnaie EC qui semble être significativement affectée par les composantes décalées de la variance EUR/USD. Aucun lien de causalité de Granger additionnel n'est présent.

Modèle de la transmission de volatilité

Après avoir examiné les résultats des tests de causalité de Granger nous allons maintenant jeter plus de lumière sur le mode de transmission de volatilité en estimant le modèle VHAR-GARCH. En plus des composantes de la variance des taux de change pertinents, deux variables indicatrices figurent sur le côté droit des équations VHAR: une variable indicatrice qui représente les vacances nationales pertinentes pour la variable dépendante, d , et une variable indicatrice pour les jours fériés au Royaume-Uni, d_{UK} .¹¹ Les variables indicatrices aident à saisir la baisse de la volatilité liée à l'activité commerciale faible pendant les périodes de vacances et à faire en sorte que les estimations des paramètres dynamiques ne sont pas biaisées par la présence de jours fériés dans l'échantillon.

En outre, nous divisons la volatilité réalisée quotidienne décalée EUR/USD en deux parties: la première composante saisit la volatilité réalisée entre 21h00 et 17h00 GMT (le lendemain) tandis que la deuxième composante saisit la partie restante de la volatilité réalisée quotidienne, c'est-à-dire la période allant de 17h00 à 21h00 GMT. La motivation pour permettre à ces deux composantes d'entrer dans le modèle de la transmission de volatilité séparément vient de l'analyse de la volatilité intrajournalière, comme documentée dans la Figure 1.7. Plus précisément, nous constatons qu'au cours de la période de 17h00 à 21h00 GMT, les monnaies EC exhibent peu de variabilité lorsque EUR/USD est toujours activement négocié aux États-Unis. Il est donc intéressant d'examiner si c'est cette partie de la volatilité quotidienne EUR/USD qui se répercute (*relombe*) sur les volatilités des taux de change EC le lendemain, un mécanisme qui serait compatible avec l'hypothèse des *pluies de météorites* de Engle, Ito & Lin (1990).

Les résultats des estimations du modèle de la transmission de volatilité sont présentés dans le Tableau 1.5. On reporte les résultats séparément pour les deux sous-échantillons

¹¹L'information détaillée sur les jours fériés au Royaume-Uni a été obtenue sur le site gouvernemental: <http://www.direct.gov.uk>.

et, afin d'économiser de l'espace, on ne reporte que les résultats des modèles restreints, c'est-à-dire des modèles dans lesquels les variables non significatives du côté droit des équations ont été successivement éliminées. En commençant avec la Période 1 et l'équation pour EUR/CZK, on observe que, outre des informations contenues dans ses trois composantes propres, la volatilité actuelle EUR/CZK est significativement affectée par les composantes de la variance à court terme et à long terme de l'EUR/HUF ($\beta_{1,HU}$ et $\beta_{22,HU}$, respectivement), ainsi que par la composante de la variance à long terme de l'EUR/USD, $\beta_{22,US}$. Toutefois, les signes et les grandeurs des coefficients estimés diffèrent fondamentalement à travers des diverses composantes.

En particulier, on observe que parmi les composantes de la variance propres, la composante de la variance à moyen terme, $\beta_{5,CZ}$, semble avoir le plus grand impact en terme de magnitude, suivi par les composants à long terme et à court terme ($\beta_{22,CZ}$ et $\beta_{1,CZ}$). Dans chaque cas, l'impact s'avère positif. Relativement plus modeste, mais aussi positif est l'effet correspondant à la composante à court terme de l'EUR/HUF, $\beta_{1,HU}$. Cependant, on observe un impact négatif de la même grandeur de la composante de variance à long terme de la même monnaie. Enfin, on observe que la composante à long terme de l'EUR/USD, $\beta_{22,US}$, a un effet positif sur la volatilité actuelle de l'EUR/CZK de l'ampleur semblable à celle de sa composante à court terme propre.

En ce qui concerne l'équation de la variance EUR/HUF, on observe que, outre de ses trois composantes propres, seule la composante de la variance à moyen terme de l'EUR/CZK, $\beta_{5,CZ}$, affecte la volatilité actuelle de l'EUR/HUF en 2003-2008. Il est intéressant de noter l'ordre d'importance de ses composantes de la variance propres. De toute évidence, la composante de la variance à moyen terme a le plus grand impact avec $\beta_{5,HU} = 0.344$, suivie de près par la composante à court terme, $\beta_{1,HU}$. La composante à long terme, $\beta_{22,HU}$, est de loin la composante la moins importante des trois en terme de magnitude.

Le cas de l'EUR/PLN est légèrement plus intéressant. Évident sont un effet relativement faible, mais positif de la composante à court terme de l'EUR/HUF, $\beta_{1,HU}$, sur la volatilité actuelle de l'EUR/PLN, ainsi qu'un impact positif de la composante à long terme de la même monnaie, $\beta_{22,HU}$. Comme dans le cas de l'EUR/HUF, on observe une grande importance de sa composante de la variance propre à moyen terme, $\beta_{5,PL}$; cette fois-ci, cependant, elle est suivie de très près par les composantes de la variance à court terme et, de loin, par celles à long terme, avec les coefficients estimés correspondants $\beta_{22,PL}=0.307$ et $\beta_{1,PL}=0.206$, respectivement. Enfin, la composante de la variance à long terme de l'EUR/USD a également un effet positif sur la volatilité actuelle de l'EUR/PLN.

Les résultats pour l'équation de l'USD révèlent un effet statistiquement significatif

Table 1.5
Résultats des estimations

Les paramètres estimés et les tests diagnostiques pour les équations (restreintes) finales du modèle de la transmission de volatilité. Les colonnes 1-4 reportent des estimations basées sur la Période 1 (du 2 janvier 2003 au 30 décembre 2007) et les colonnes 5-8 les estimations basées sur la Période 2 (du 2 janvier 2008 au 30 juin 2009). Il y a au total 1,266 et 385 observations dans les deux périodes, respectivement. Les *t*-statistiques pertinentes (entre parenthèses) sont calculées en utilisant la matrice de variance-covariance de White, consistante en cas d'hétéroscédasticité. Les paramètres α et β désignent les coefficients estimés ARCH et GARCH, respectivement, de l'équation de la volatilité du modèle (la constante de cette équation n'est pas montrée). $Q(60)$ représente la statistique Q de Ljung-Box pour tester l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation dans les résidus bruts standardisés du modèle DCC (ou CCC). De même, $LM(20)$ représente le test LM de Engle pour les effets ARCH dans les mêmes séries. Dans les deux cas, les parenthèses contiennent les *p*-valeurs.

	Périod 1: 01/2003 - 12/2007				Périod 2: 01/2008 - 06/2009			
	CZK	HUF	PLN	USD	CZK	HUF	PLN	USD
Panneau A: Équation de la moyenne								
<i>cons</i>	-0.755 (-5.306)	-0.417 (-3.702)	-0.157 (-2.545)	0.231 (2.626)	0.149 (1.835)	0.019 (0.671)	0.007 (0.246)	0.255 (3.682)
$\beta_{1,CZ}$	0.181 (4.524)				0.287 (4.443)			
$\beta_{5,CZ}$	0.252 (4.082)	-0.085 (-2.140)		-0.115 (-3.229)				
$\beta_{22,CZ}$	0.194 (2.208)			0.159 (3.060)	0.585 (5.576)			
$\beta_{1,HU}$	0.105 (4.109)	0.327 (6.927)	0.069 (3.166)			0.229 (3.798)		
$\beta_{5,HU}$		0.344 (5.374)			0.222 (3.045)	0.470 (6.493)		
$\beta_{22,HU}$	-0.139 (-4.025)	0.209 (3.794)	-0.131 (-4.250)		-0.254 (2.793)			
$\beta_{1,PL}$			0.206 (6.171)			0.169 (3.905)	0.299 (4.832)	
$\beta_{5,PL}$			0.314 (5.326)				0.500 (4.936)	0.118 (3.628)
$\beta_{22,PL}$			0.307 (4.563)				0.173 (2.308)	
$\beta_{11,US}$								0.284 (4.536)
$\beta_{21,US}$				0.091 (5.775)	0.095 (2.998)			0.111 (3.314)
$\beta_{5,US}$				0.390 (7.194)				0.325 (3.464)
$\beta_{22,US}$	0.166 (3.582)		0.142 (2.676)	0.429 (7.165)				

des composantes de la variance à moyen et à long terme de l'EUR/CZK ($\beta_{5,CZ}$ et $\beta_{22,CZ}$, respectivement). Notez également que l'on observe aucun effet sur la volatilité actuelle de l'EUR/USD de la partie de sa composante de la variance à court terme propre, $\beta_{11,US}$,

qui est générée au cours de la séance de négociation américaine juste avant la fin de la session européenne (17h00 GMT de la veille). En effet, c'est seulement la partie de la composante de la variance à court terme qui est générée après la clôture de la session européenne, $\beta_{21,USD}$, qui s'avère statistiquement significative.

En ce qui concerne les deux variables indicatrices pour les jours fériés locaux et du Royaume-Uni (les résultats ne figurent pas dans ce résumé), nous trouvons que les premières sont statistiquement non significatives à travers les équations de la variance pour l'ensemble des taux de change EC, tandis que la variable indicatrice représentant les jours fériés au Royaume-Uni, d_{UK} , est hautement statistiquement significative dans tous les cas sauf un (IIUF). Ces résultats sont en ligne avec notre discussion précédente qui a souligné un effet limité de jours fériés nationaux sur la négociation des devises correspondantes EC. Pour la même raison, les jours fériés au Royaume-Uni constituent les jours où l'activité commerciale dans les monnaies EC ralentit considérablement.

Les résultats pour la Période 2 (de janvier 2003 à juin 2009) sont reportés dans les colonnes 6 à 9 pour les quatre monnaies du système d'équations restreintes. Nous nous concentrons sur les plus importantes différences concernant l'impact des différentes composantes de la variance par rapport à la Période 1. Dans le cas de la paire EUR/CZK, on observe que ce n'est pas la combinaison des composantes à court et à long terme de l'EUR/HUF qui affecte - à la Période 2 - la volatilité actuelle de l'EUR/CZK; au contraire, cette fois-ci, les coefficients de moyen à long terme semblent apporter de l'information significative à la volatilité actuelle de l'EUR/CZK. Nous constatons également que pendant la Période 2 (relativement plus variable), la paire EUR/CZK ne répond plus à aucune composante de la variance de l'EUR/USD, sauf pour la partie de composante de la variance à court terme de l'EUR/USD, $\beta_{11,US}$, qui est générée après la clôture de la session européenne. En ce qui concerne les composantes de la variance propres, nous ne trouvons aucune contribution de la composante à moyen terme propre à la volatilité actuelle de l'EUR/CZK. D'autre part, les deux composantes de la variance à court et à long terme gagnent de l'ampleur par rapport à la Période 1, la dernière près de trois fois.

Dans l'équation pour la paire EUR/HUF, on observe que ce sont les composantes de la variance à court et à moyen terme qui jouent un rôle le plus important dans la détermination de la volatilité actuelle de cette monnaie. Peut-être étonnamment, la composante de la variance à court terme de l'EUR/PLN devient significative au cours de la Période 2, tout en révélant l'importance de l'EUR/PLN pendant la période de la crise économique.

Les résultats pour l'EUR/PLN se distinguent par l'absence des composants de la variance non propres. Au lieu de cela, nous observons une augmentation de l'importance

des composants de la variance à court et à moyen terme propres par rapport à la Période 1, à côté d'une diminution relative de l'ampleur de l'effet de la composante de la variance à long terme propre sur la volatilité actuelle de l'EUR/PLN. Contrairement à la première période, il n'y a pas d'impact de la variance décalée de l'EUR/HUF.

Les coefficients estimés pour l'équation de l'EUR/USD sont loin d'être semblables à ceux obtenus au cours de la Période 1. Plus précisément, on remarque que, cette fois, toutes les deux composantes de la variance propres à court terme sont présentes, avec une partie de la composante générée au cours de la séance de négociation américaine, $\beta_{11,US}$, devenant hautement significative. En même temps, la composante de la variance propre à long terme n'a aucun effet sur la volatilité actuelle de l'EUR/USD.

L'indice des retombées

La Figure 1.8 montre la dynamique de l'indice des retombées de la volatilité pour les différents horizons de prévision. Nous considérons les horizons de prévisions de 1, 5 et 22 jours, reflétant les longueurs des composantes de la variance correspondantes d'un jour, d'une semaine et d'un mois telles qu'elles apparaissent dans les équations IAR. Un nombre d'observations intéressantes peut être fait.

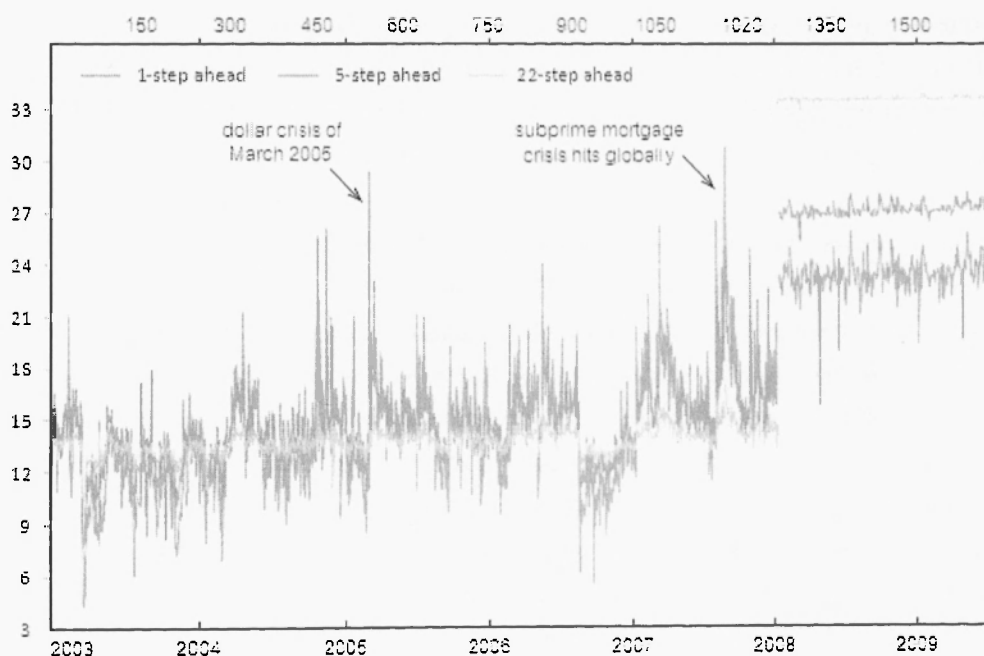


Figure 1.8: L'indice des retombées de la volatilité

Premièrement, on remarque que, bien que très variable, l'indice des retombées révèle clairement toutes les périodes les plus importantes des retombées de la volatilité. Il

s'agit, entre autres, de l'apparition d'une crise du dollar en mars 2005, ou d'une forte hausse des forclusions sur le marché américain des prêts hypothécaires subprime qui a frappé le monde entier en juillet 2007. De même pour les autres événements cruciaux du marché conduisant la dynamique de cet indice, on observe que les retombées de la volatilité augmentent de 40 à 80 pour cent dans ces instances.

Deuxièmement, l'horizon de prévision ne joue pas un rôle important en termes de niveau des retombées de la volatilité, même si relatif à un effet immédiat (de court terme) les retombées semblent s'atténuer à long terme.

Dependence Structures on Central European Equity Markets

Les dernières années ont vu une augmentation des comouvements et de l'intégration des marchés d'Europe centrale (EC) dans le reste du monde financier (Voronkova, 2004, Chelley-Steeley, 2005, Sheppard, 2006). Peut-être le témoignage le plus évident de l'étendue de la dépendance et de l'intégration financière des économies EC dans les marchés financiers mondiaux a été pris en charge par les événements économiques de 2008. Ces événements ont eu un profond effet sur les marchés EC, lorsqu'ils ont résulté en une baisse de la capitalisation boursière totale de ces marchés de plus de la moitié de sa valeur au cours de l'année 2008 même.

Motivé par ces développements, l'objectif de cette étude est d'étudier la structure et le degré de dépendance entre les trois principaux marchés d'actions d'Europe centrale - Prague, Budapest et Varsovie, et trois grands marchés boursiers occidentaux - Francfort, Londres et New York. Notre premier objectif est de vérifier la présence d'une dépendance asymptotique, c'est-à-dire de la dépendance à l'égard d'événements extrêmes, en accordant une attention particulière à la dépendance sur les queues à gauche des distributions. Une conséquence importante de la présence d'une telle dépendance dans les distributions des rendements des marchés est l'échec de cadre général de moyenne-variance d'offrir des avantages de diversification. De même, le calcul de la bien connue Value-at-Risk et autres mesures de risque peut conduire à des décisions erronées et une gestion inadéquate des risques. En présence de la dépendance de queue à gauche, par exemple, les mesures de risque fondées sur le modèle gaussien multivarié peuvent considérablement sous-estimer le risque d'un investissement.

Ensuite, nous employons un cadre semi-paramétrique de copules pour modéliser la dépendance entre les paires de marchés d'actifs. Les copules constituent un moyen commode de séparer les distributions marginales de la structure de dépendance et nous permettent de nous concentrer sur celle-ci sans faire de suppositions fortes sur les premières. Enfin, on fait appel à des modèles de copules estimés pour aborder la question de savoir si la présence des structures de dépendance non linéaire dans les paires des rendements des indices boursiers est économiquement importante. À cette fin, nous effectuons un exercice simple de choix de portefeuille, dans lequel on applique des modèles de copules estimés pour calculer les poids optimaux des portefeuilles composés de paires d'indices. Comparant les poids optimaux à ceux obtenus en vertu de la supposition de normalité bivariée nous permet de tirer des conclusions sur les pièges potentiels associés à l'utilisation du cadre moyenne-variance usuel. Enfin, nous calculons deux mesures de risques couramment utilisées en pratique (Value-at-Risk, expected shortfall) pour enquêter sur la mesure dans laquelle l'asymétrie et la dépendance asymétrique conduisent à sous-estimer le

niveau véritable du risque.

Nos résultats empiriques documentent la présence d'une dépendance sur les queues à gauche des distributions entre les pays d'Europe centrale et de l'Ouest et parmi les marchés d'Europe centrale eux-mêmes. En particulier, nous trouvons une dépendance significative sur les queues à gauche entre les marchés britannique, tchèque et hongrois et entre les marchés américain et tchèque. Une dépendance très significative sur les queues à gauche se trouve également entre tous les trois pays d'Europe centrale. En accord avec la littérature antérieure, nous ne trouvons pratiquement aucune dépendance asymptotique sur les queues à droite des distributions, la seule exception étant la relation entre les marchés britannique et américain. Les résultats de l'exercice du portefeuille suggèrent que l'asymétrie sur les queues des distributions conjointes des rentabilités des indices EC joue un rôle non trivial dans le processus de décision d'investissement, comme le fait de négliger la structure de dépendance. En résumé, nos résultats confirment les problèmes potentiels avec l'utilisation du coefficient de corrélation inconditionnel comme une mesure de comouvements entre les marchés boursiers, et montrent que, sous la supposition de normalité conjointe, le calcul des mesures du risque usuellement utilisées peut conduire à la sous-estimation sérieuse du niveau véritable de risque.

Notre étude contribue à la littérature croissante sur les structures de dépendance sur les marchés boursiers internationaux en plusieurs dimensions. En se concentrant sur la modélisation des structures de dépendance asymptotique entre trois pays d'Europe centrale et trois grands marchés boursiers mondiaux, notre étude offre une perspective qui, jusqu'ici, a fait défaut dans la littérature régionale. Nous montrons que, bien que leurs rendements soient généralement moins corrélés avec ceux de leurs homologues développés, les marchés EC ne sont pas à l'abri de grands chocs négatifs émanant des marchés internationaux. Ces résultats ont des implications évidentes pour les investisseurs en quête de possibilités de diversification sur les marchés boursiers EC. En outre, en étudiant les répercussions économiques des structures de dépendance asymétrique trouvées pour l'allocation du portefeuille et la gestion des risques, notre analyse fournit une mise à jour toute nécessaire de la littérature précédente sur le thème de la diversification du portefeuille sur les marchés internationaux EC (voir, par exemple, Gilmore & McManus, 2002, Gilmore, McManus & Tezcl, 2005).

Le reste de ce résumé est organisé comme suit. Dans la section suivante, nous décrivons le cadre empirique. Nous continuons avec la description de l'ensemble de données. Dans la section suivante, nous analysons les résultats empiriques des tests de dépendance extrême et les estimations des modèles de copules. Ensuite, nous fournissons des applications; en particulier, nous examinons les implications de nos résultats pour le choix de portefeuille et la gestion des risques.

Méthodologie

Nous employons des copules pour étudier les distributions multivariées des rendements des indices boursiers. Le cadre des copules offre un moyen pratique de séparer les distributions marginales de la structure de dépendance et permet de nous concentrer sur celle-ci sans faire de suppositions fortes sur le premier.

Considérons une distribution bivariable F avec distributions marginales continues, F_1 and F_2 . Par le théorème bien connu de Sklar (1959), il existe une fonction, $C: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, satisfaisant

$$F(x_1, x_2) = C(F_1(x_1), F_2(x_2)).$$

Inversement, on peut spécifier des distributions marginales arbitraires et les lier avec une fonction copule C pour obtenir une fonction de densité bivariable. C'est cette approche que nous suivons dans notre étude. On propose d'abord des modèles pour les distributions marginales des rendements des indices individuels et les transforme en variables aléatoires uniformes par la transformation intégrale de probabilité; c'est-à-dire, on définit $U_1 = F_1(X_1)$ et $U_2 = F_2(X_2)$. Après avoir supprimé le rôle des distributions marginales nous nous concentrons sur la structure de dépendance des U_1 et U_2 en tenant compte des modèles alternatifs pour la copule qui les relie.

Puisque nous sommes essentiellement intéressés par les occurrences conjointes des événements extrêmes, une mesure naturelle à étudier est la probabilité qu'un marché subit un choc négatif important étant donné que l'autre marché se trouve en situation de détresse aussi. Formellement, le coefficient de dépendance de queue est défini comme

$$\lambda_L = \mathbb{P}[U_1 \leq u | U_2 \leq u] = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{C(u, u)}{u}$$

Lorsque des événements extrêmes sont indépendants, $\lambda_L = 0$, alors que la dépendance de queue parfaite implique que $\lambda_L = 1$.

Modèle pour les distributions marginales

Nous suivons l'approche usuelle et modélisons les distributions marginales des rendements des indices dans le cadre GARCH. En particulier, nous considérons le modèle EGARCH(1,1) de Nelson (1991),

$$r_{i,t} = \mu + \delta r_{i,t-1} + u_t, \quad (1.23)$$

$$u_t = (h_t)^{1/2} \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, 1) \quad (1.24)$$

$$\ln(h_t) = \omega + \beta \ln(h_{t-1}) + \gamma \frac{u_{t-1}}{h_{t-1}^{1/2}} + \alpha \left[\frac{|u_{t-1}|}{h_{t-1}^{1/2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right]. \quad (1.25)$$

La spécification EGARCH présente un avantage par rapport au modèle GARCH simple en ce qu'elle permet un impact asymétrique de l'innovation (de rendement) sur la volatilité future et assure ainsi que notre analyse de la structure de dépendance n'est pas déformée par les asymétries dans les distributions marginales. La spécification autorégressive pour la moyenne conditionnelle est utilisée pour capturer une faible corrélation sérielle des rendements des indices découlant de la négociation asynchrone et d'autres imperfections liées à la microstructure des marchés (Campbell, Lo & MacKinlay, 1996).

Modèles pour la structure de dépendance

En ce qui concerne la spécification de la structure de dépendance, nous considérons deux modèles de copules populaires dans la littérature financière. La copule gaussienne donnée par

$$C_{Gaussian}(u, v; \rho) = \Phi_{\rho}(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v)),$$

où Φ^{-1} est la fonction de distribution gaussienne et Φ_{ρ} désigne la fonction de distribution gaussienne bivariée avec des variances unitaires et la corrélation égale à ρ . Lorsqu'elle est combinée avec les distributions marginales normales, la copule gaussienne fournit la distribution normale multivariée.

Pour tenir compte de la dépendance asymptotique des événements négatifs extrêmes, le second modèle de copule que l'on utilise provient de la famille Clayton,

$$C_{Clayton}(u, v; \theta) = (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}},$$

où $\theta > 0$. Le modèle de Clayton entraîne le coefficient de dépendance de queue à gauche égal à $\lambda_L = 2^{-1/\theta}$.

Enfin, pour obtenir une plus grande flexibilité nous considérons un mélange de copules gaussiennes et Clayton,

$$C_{Mixture}(u, v; \pi, \theta, \rho) = \pi C_{Clayton}(u, v; \theta) + C_{Gaussian}(u, v; \rho),$$

où π désigne la probabilité d'être dans l'état régi par le modèle de Clayton. Le coefficient de dépendance de queue sous-entendu par le modèle de mélange est donné par

$$\lambda_L^{Mixture} = \pi 2^{-1/\theta}.$$

Estimation

Notre modèle pour la distribution conjointe des rendements appartient à la catégorie SCOMDY récemment étudiée par Chen & Fan (2006). Les paramètres des distributions marginales ainsi que les copules peuvent donc être estimés en utilisant la procédure

suivante: nous estimons d'abord les modèles AR(p)-EGARCH(1,1) par la méthode du quasi-maximum de vraisemblance pour chaque indice boursier et obtenons les séries des résidus normalisés $\hat{\varepsilon}_{i,t} = (r_{i,t} - \hat{\mu} - \hat{\delta}_{i,t-1}) (\hat{h}_t)^{1/2}$. Compte tenu des rendements filtrés, $\varepsilon_{i,t}$, $i = 1, 2$, nous transformons les séries en variables aléatoires uniformes en utilisant la fonction de distribution cumulative empirique

$$\hat{u}_{i,t} = \hat{F}(\hat{\varepsilon}_{i,t}) = \frac{1}{T+1} \sum_{s=1}^T 1\{\hat{\varepsilon}_{i,s} \leq \hat{\varepsilon}_{i,t}\}, i = 1, 2.$$

Enfin, nous employons la méthode du maximum de vraisemblance pour estimer les paramètres de la structure de dépendance en utilisant les variables aléatoires uniformes empiriques, $\hat{u}_{i,t}$, $i = 1, 2$. L'inférence asymptotique usuelle pour les estimations des paramètres des copules ne s'applique pas en raison de l'erreur d'estimation associée à la fonction de distribution empirique; voir Chen & Fan (2006) pour plus de détails. Nous utilisons la méthode du bootstrap pour obtenir les erreurs types correctes pour les estimations du maximum de vraisemblance. Pour évaluer l'adéquation des modèles de copules estimés, nous employons le hit-test proposé par Patton (2006).

Description des données

Nous étudions les structures de dépendance entre six indices boursiers. Ceux-ci incluent trois indices de l'Europe centrale: PX (République tchèque), BUX (Hongrie) et WIG (Pologne), et trois indices représentant les marchés boursiers occidentaux: DAX (Allemagne), FTSE 100 (Royaume-Uni) et S&P500 (États-Unis). L'ensemble de données comprend des prix quotidiens exprimés en euros et couvre la période allant du 6 janvier 1999 au 30 juillet 2008. Pour tenir compte du fait que les différentes bourses ont les horaires de négociation différentes, nous utilisons les prix à partir de 16h00 GMT (Greenwich Mean Time, heure du méridien de Greenwich) pour DAX, FTSE 100 et S&P 500, tous les trois obtenus de Datastream. Les séries de prix à 16h00 GMT ne sont pas disponibles pour les indices EC; par conséquent, nous employons des prix de clôture tels que rapportés par Bloomberg.

Afin d'atténuer les distorsions potentielles associées au mauvais chevauchement des observations quotidiennes, nous fondons notre analyse sur les rendements hebdomadaires calculés à partir du mercredi de chaque semaine. Pour vérifier si l'échantillonnage asynchrone induit des effets lead-lag dans les rendements hebdomadaires, nous avons estimé un modèle vectoriel autorégressif (VAR) d'ordre 4 pour toutes les six séries des rendements des indices et testé la signification conjointe des décalages 1 à 4 en excluant les décalages propres. L'hypothèse nulle d'absence d'effets lead-lag n'a pas été rejetée au

niveau de signification conventionnelle. L'impact de l'échantillonnage asynchrone des prix quotidiens n'a donc qu'un impact négligeable sur les rendements hebdomadaires.

Table 1.6
Statistiques descriptives

Les statistiques descriptives pour les rendements hebdomadaires exprimés en euros pour les six indices boursiers analysés dans l'étude. On trouve également des statistiques Q de Ljung-Box d'ordre 8 pour le test de l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation dans les séries de rendements et de rendements au carré, et des statistiques de test de Jarque-Bera pour l'hypothèse nulle que les rendements hebdomadaires sont normalement distribués. Les exposants a et c dénotent la signification au seuil de 1% et de 10%, respectivement. L'échantillon se déroule du 6 janvier 1999 au 30 juillet 2008.

	DAX	FTSE	S&P500	PX	BUX	WIG
Moyenne	0.035	-0.048	-0.054	0.345	0.260	0.274
Dev. Std.	3.485	2.617	2.861	3.125	3.575	3.666
Skewness	-0.530	0.172	0.121	-0.590	-0.653	-0.446
Kurtosis	7.078	6.467	5.465	4.362	4.381	4.616
Min	-17.06	-9.65	-10.75	-10.67	-14.89	-13.38
1 ^{er} Qrt.	-1.897	-1.404	-1.66	-1.240	-1.562	-1.515
Median	0.467	0.033	0.044	0.648	0.406	0.604
3 ^{ème} Qrt.	1.972	1.447	1.556	2.401	2.507	2.255
Max	16.44	14.53	13.70	9.93	9.53	12.89
$Q(8)$	15.1 ^c	21.4 ^a	27.5 ^a	14.4 ^c	7.7	6.8
$Q^2(8)$	118.7 ^a	88.2 ^a	111.9 ^a	32.5 ^a	10.8	20.3 ^a
JB	365.5 ^a	156.2 ^a	126.2 ^a	66.9 ^a	74.4 ^a	70.12 ^a

Le Tableau 1.6 reporte les statistiques descriptives usuelles pour les rendements hebdomadaires des indices boursiers. Nous nous concentrons d'abord sur les moments inconditionnels. On remarque que les indices EC (PX, BUX et WIG) disposent des moyennes significativement plus larges (environ 0.3) par rapport à leurs homologues occidentaux (autour de 0). Ils sont aussi généralement plus volatiles comme on peut déduire des écarts-types inconditionnels plus larges en général. En ce qui concerne le troisième et le quatrième moment, les rendements EC montrent une asymétrie négative relativement importante (la moyenne de -0.56) et l'aplatissement excès qui est beaucoup plus faible que celui trouvée dans les marchés boursiers occidentaux. L'observation précédente est compatible avec les observations obtenues par Gilmore & McManus (2002). En fait, Patton (2002) montre que même si les distributions marginales des rendements des actifs individuels dans un portefeuille sont symétriques, la dépendance sur les queues à gauche de leurs distributions induit une asymétrie négative dans les rendements du portefeuille.

Trouver une asymétrie négative dans les rendements des indices n'est donc pas si surprenant. Le coefficient d'aplatissement relativement plus faible trouvé dans les indices EC implique les queues épaisses bien connues dans leurs distributions inconditionnelles, même si peut être moins prononcées que dans le cas des indices occidentaux. En accord avec ces faits stylisés, la statistique de Jarque-Bera documente qu'aucune des séries de rendements n'est inconditionnellement normalement distribuée.

En examinant la dynamique des séries des rendements des indices, on remarque que les tests pour la présence d'autocorrélation dans les séries des rendements des indices ne montrent pas la dépendance significative à travers des observations (la seule exception est S&P 500). Cependant, tous les rendements au carré sauf BUX sont significativement autocorrélés, ce qui confirme la présence des grappes de volatilité (volatility clustering) bien documentées dans la littérature.

Table 1.7
Corrélations inconditionnelles

Matrice des corrélations inconditionnelles construite à partir des rendements hebdomadaires (exprimés en euros) des six indices boursiers analysés dans l'étude. L'échantillon des rendements couvre la période du 6 janvier 1999 au 30 juillet 2008.

	FTSE	S&P500	PX	BUX	WIG
DAX	0.7871	0.7275	0.4848	0.4782	0.5134
FTSE		0.7676	0.4810	0.4636	0.5132
S&P500			0.3924	0.4095	0.4818
PX				0.5789	0.5232
BUX					0.6130

Le Tableau 1.7 résume les corrélations inconditionnelles entre les paires des rendements des indices. Il est immédiatement évident que trois groupes distincts des paires des rendements des indices émergent basées sur l'ampleur des corrélations inconditionnelles entre elles. Les corrélations les plus fortes se trouvent parmi les marchés occidentaux, avec la corrélation moyenne égale à 0.76. Les corrélations entre les rendements des indices EC sont relativement plus faibles avec une corrélation moyenne d'environ 0.57. Néanmoins, les plus importantes sont peut-être des corrélations encore plus faibles entre les indices occidentaux et EC où la majorité des corrélations s'effondrent dans les 0.40s.¹² Nos résultats sont très différents de ceux rapportés par Gilmore & McManus (2002) pour la période allant de juillet 1995 à août 2001. Ces auteurs ont trouvé une corrélation moyenne entre les mêmes rendements des indices EC de seulement 0.40 et reporté les

¹²En fait, on peut noter que les différences entre les trois groupes étaient similaires quand les rendements sous-jacents ont été calculés dans leurs propres monnaies.

corrélations entre les indices EC et S&P 500 allant de 0.24 à 0.33 pendant la même période, comparativement à 0.39 à 0.48 en notre échantillon. L'augmentation évidente de la dépendance inconditionnelle entre les indices EC S&P 500 fournit la preuve d'une intégration accrue entre des marchés boursiers EC dans les marchés financiers mondiaux.

Les corrélations relativement faibles entre les indices boursiers EC soulèvent la question des occasions de diversification possibles sur ces marchés. Rappelons, toutefois, que le coefficient de corrélation suppose une relation linéaire entre les rendements. Par conséquent, si les dépendances non linéaires sont présentes dans les données, les stratégies de diversification peuvent s'effondrer. Une évaluation détaillée et plus correcte de la structure de dépendance extrême est donc nécessaire, afin que des décisions financières éclairées puissent être prises. Tel est l'objectif principal de la section suivante.

Les résultats empiriques

Nous allons d'abord commenter sur les résultats des modèles $AR(p)$ -EGARCH(1, 1). Rappelons que ce sont les rendements filtrés qui, après des transformations appropriées sur les variables aléatoires uniformes, sont utilisés dans les estimations copule. Les rendements filtrés sont également nécessaires pour adresser les effets de la volatilité sur la structure de dépendance lors de l'évaluation de la présence de dépendance de queue. Enfin, les résultats des estimations peuvent être considérés intéressants *en soi* comme ils détaillent les différences entre la modélisation des rendements hebdomadaires des marchés occidentaux et leurs homologues EC. Les résultats sont présentés dans le Tableau 1.8.

Quant à l'équation de la moyenne, nous constatons que le processus $AR(0)$ est suffisant pour la modélisation de la moyenne des rendements des indices EC. La raison de la relative indépendance dans les rendements moyens EC par rapport aux marchés plus développés de l'Ouest pourrait se trouver dans la liquidité plus basse et les négociations peu fréquentes qui caractérisaient les marchés EC pendant la période antérieure à l'adhésion à l'UE (Mateus, 2004). Les rendements moyens des indices boursiers EC relativement plus élevés pour la période d'échantillonnage se reflètent dans les paramètres constants significativement positifs dans les équations de la moyenne pour les modèles pertinents.

Quant à l'équation de la variance, on observe une persistance de la volatilité relativement plus faible pour les indices PX et BUX (par rapport aux autres indices). Par exemple, la persistance est de près de 50% plus élevée en cas de S&P500 par rapport à l'indice PX, ce qui implique des changements beaucoup plus rapides de la variance dans le temps pour l'indice PX. Le coefficient γ est généralement négatif, ce qui suggère

un effet asymétrique des rendements à la variance de la période suivante.¹³ Enfin, les tests diagnostics des résidus confirment une bonne adéquation des modèles avec chacune des six séries des rendements. Les valeurs relativement faibles des statistiques Q de Ljung-Box indiquent que ni les résidus bruts ni les résidus au carré ne sont sériellement indépendants.

Table 1.8
Résultats d'estimation du modèle AR-EGARCH

Les résultats des estimations des filtres AR(p)-EGARCH(1,1) par la méthode du quasi-maximum de vraisemblance pour les rendements hebdomadaires des indices exprimés en euros. Les erreurs types robustes sont fournies entre parenthèses. Les coefficients estimés, significatifs au seuil de 1%, 5% et 10%, sont dénotés avec les exposants a , b , et c , respectivement. $Q(8)$ et $Q^2(8)$ désignent les statistiques de test de Ljung-Box pour l'hypothèse nulle d'absence de corrélation sérielle des résidus normalisés et normalisés au carré. L'échantillon des rendements couvre la période du 6 janvier 1999 au 30 juillet 2008.

	DAX	FTSE	S&P500	PX	BUX	WIG
<i>A. Équation de la moyenne</i>						
μ	0.207 ^c (1.74)	-0.002 (-0.03)	-0.096 (-0.98)	0.313 ^b (2.32)	0.298 ^c (1.93)	0.316 ^b (2.06)
ϕ_1	-0.083 ^c (-1.64)	-0.141 ^a (-2.73)	-0.095 ^b (-2.05)			
ϕ_2						
ϕ_3				0.128 ^a (2.70)		
<i>B. Équation de la variance</i>						
ω	-0.049 (0.61)	-0.013 (-0.20)	-0.059 (-1.55)	0.420 ^c (1.69)	0.728 ^c (1.66)	0.024 (0.25)
α	0.282 ^a (3.19)	0.155 ^b (2.06)	0.127 ^a (2.95)	0.363 ^a (2.72)	0.007 (0.07)	0.189 ^b (2.34)
β	0.917 ^a (37.2)	0.931 ^b (49.5)	0.979 ^a (116.0)	0.677 ^a (5.14)	0.705 ^a (3.85)	0.935 ^a (19.5)
γ	-0.166 ^b (-2.44)	-0.156 ^a (-2.18)	-0.088 ^a (-2.72)	-0.140 ^c (-1.75)	-0.151 ^b (-2.22)	-0.019 (-0.40)
<i>C. Goodness-of-fit</i>						
AIC	5.021	4.474	4.701	5.035	5.358	5.405
log L	-1,232	-1,097	-1,153	-1,230	-1,318	-1,330
$Q(8)$	11.3 (0.19)	3.24 (0.92)	5.74 (0.68)	6.06 (0.64)	7.77 (0.46)	6.15 (0.63)
$Q^2(8)$	4.75 (0.78)	6.14 (0.63)	5.72 (0.68)	2.42 (0.97)	12.0 (0.15)	7.79 (0.45)

Nous passons maintenant à l'évaluation de la présence de dépendance de queue. Comme soutenu par Poon, Rockinger & Tawn (2004), il faut faire une distinction claire

¹³c'est-à-dire, les rendements négatifs conduisent à la variance conditionnelle de la période suivante plus élevée que les rendements positifs.

entre les variables asymptotiquement dépendantes et asymptotiquement indépendantes. En particulier, la supposition que les rendements sont asymptotiquement dépendants quand ils sont en fait asymptotiquement indépendants, peut conduire à une surestimation de la probabilité d'occurrence conjointe des événements, et vice versa pour les rendements qui sont en fait asymptotiquement dépendants.

Le Tableau 1.9 présente les résultats des tests de dépendance asymptotique pour les paires des rendements bruts et filtrés.¹⁴ D'après Poon, Rockinger & Tawn (2004), nous utilisons les rendements filtrés pour adresser les effets de la volatilité sur la structure de dépendance. Nous nous concentrons sur les mesures de dépendance de queue à gauche d'abord (voir des triangles en bas à gauche dans les tableaux). Comme dans le cas des corrélations inconditionnelles, nous structurons notre discussion en divisant les quinze paires de rendements en trois groupes en fonction de la géographie de l'interaction: autrement dit, nous examinons brièvement les interactions entre DAX, FTSE et S&P 500 (les trois paires en haut à gauche des triangles en bas à gauche de chaque tableau), les interactions entre les marchés EC (les trois paires en bas à droite des triangles en bas à gauche de chaque tableau), et les interactions entre les marchés EC et les marchés boursiers occidentaux. Le dernier groupe est, bien sûr, le plus pertinent pour notre étude. Nous discutons d'abord de ce dernier.

Nous constatons que dans la catégorie des marchés EC-Ouest filtrés, trois des neuf paires montrent une présence statistiquement très significative de la dépendance de queue à gauche (FTSE-PX, FTSE-BUX, S&P 500-PX). En outre, une dépendance de queue à gauche légèrement significative se trouve dans quatre autres paires (DAX-BUX, DAX-WIG, FTSE-WIG, et S&P500-WIG); dans les cas derniers, cependant, il faut être prudent avant de conclure que les paires sont en effet dépendantes sur les queues comme nous rejetons l'hypothèse de la dépendance de queue déjà au seuil de 5%. Le filtre de volatilité semble avoir un effet ambigu sur le coefficient de dépendance de queue, comme il supprime en grande partie la dépendance entre DAX-PX et DAX-BUX, mais semble l'*ajouter*, par exemple, entre S&P500-PX et FTSE-PX. En termes de grandeur, les trois paires des rendements filtrés avec la dépendance de queue à gauche très significative sont beaucoup plus grandes que les coefficients de corrélation inconditionnelle correspondants, ajoutant le support à notre conclusion précédente selon laquelle un simple coefficient de

¹⁴Dans notre étude, on applique une mesure distribution libre (distribution free) de la dépendance asymptotique, développée par Ledford & Tawn (1996), et appliquée dans le cadre paramétrique par Poon, Rockinger & Tawn (2004). La mesure est définie comme $\chi = \lim_{q \rightarrow \infty} [2 \log \Pr(X > q)] / [\log \Pr(X > q, \hat{Y} > q)] = 1$, où X et \hat{Y} sont les transformations des séries originales aux distributions marginales X et Y de la classe Fréchet unitaire. La transformation est utilisée pour supprimer l'influence des distributions marginales sur la structure de dépendance entre X et Y .

correlation de Pearson donne une mesure inadéquate de la dépendance de queue. La même chose est vraie pour les quatre paires avec les structures de dépendance de queue à gauche moins significative.

Table 1.9
Dépendance de queue extrême

Le résumé des mesures de dépendance de queue extrême, estimées pour les rendements hebdomadaires des indices exprimés en euros. Panneau A (B) présente les estimations de la dépendance de queue asymptotique ($\bar{\chi}$), basées sur les rendements bruts (filtrés), avec les mesures de dépendance de queue à gauche (à droite) dans les triangles en bas à gauche (en haut à droite) des deux tableaux, respectivement. Les erreurs types sont indiquées entre les parenthèses. Les mesures marquées d'exposants 'a' et 'b' indiquent une présence relativement forte de la dépendance de queue, qui représentent les cas où l'hypothèse nulle de dépendance (de queue) asymptotique n'est pas rejetée au seuil de 10% et 5%, respectivement. Les chiffres marqués d'un exposant c indiquent les cas où l'hypothèse nulle n'est pas rejetée au seuil de 1%, même si elle est rejetée au seuil de 5%. L'échantillon des rendements couvre la période du 6 janvier 1999 au 30 juillet 2008.

<i>A. Rendements bruts</i>						
	DAX	FTSE	S&P500	PX	BUX	WIG
DAX		0.747 ^a (0.139)	0.563 ^c (0.209)	0.579 ^c (0.206)	0.332 (0.173)	0.534 ^c (0.201)
FTSE	0.872 ^a (0.244)		0.940 ^a (0.253)	0.522 (0.203)	0.461 (0.190)	0.184 (0.175)
S&P500	0.580 ^c (0.206)	0.716 ^a (0.229)		0.362 (0.177)	0.156 (0.215)	0.517 (0.203)
PX	0.592 ^c (0.213)	0.595 ^c (0.219)	0.324 (0.224)		0.188 (0.181)	0.186 (0.185)
BUX	0.695 ^b (0.227)	0.697 ^b (0.223)	0.405 (0.205)	0.896 ^a (0.253)		0.026 (0.265)
WIG	0.418 (0.233)	-0.086 (0.276)	0.637 ^c (0.213)	0.816 ^a (0.236)	0.798 ^a (0.234)	
<i>B. Rendements filtrés</i>						
DAX		0.459 (0.197)	0.300 (0.186)	0.354 (0.178)	0.342 (0.181)	0.348 (0.187)
FTSE	0.667 ^b (0.219)		0.769 ^a (0.245)	0.284 (0.173)	0.259 (0.165)	-0.043 (0.181)
S&P500	0.337 (0.226)	0.603 ^c (0.227)		0.113 (0.154)	0.512 (0.198)	0.402 (0.189)
PX	-0.279 (0.240)	0.655 ^b (0.217)	0.747 ^a (0.229)		0.032 (0.194)	0.065 (0.173)
BUX	0.546 ^c (0.203)	0.820 ^a (0.268)	0.410 (0.225)	0.937 ^a (0.257)		0.228 (0.221)
WIG	0.630 ^c (0.214)	0.553 ^c (0.242)	0.633 ^c (0.222)	0.868 ^a (0.262)	0.936 ^a (0.254)	

Les interactions entre les marchés boursiers EC donnent lieu à la dépendance de queue à gauche significative dans toutes les trois paires des rendements filtrés (PX-BUX, PX-WIG et BUX-WIG). En comparant les rendements bruts et filtrés, nous constatons que la mise à l'échelle de volatilité (volatility scaling) non seulement ne supprime pas la

dépendance de queue, mais même légèrement l'augmente. Dans toutes les trois paires, les amplitudes des mesures de dépendance de queue à gauche sont de loin les plus grandes trouvées parmi toutes les quinze paires, atteignant 0.937 en cas de PX-BUX. Ces résultats suggèrent des effets de contagions possibles, au cours des périodes de ralentissement du marché, entre les marchés EC; voir, par exemple, Bae, Karolyi & Stulz (2003).

Les résultats sont nettement différents pour les marchés établis occidentaux: DAX, FTSE et S&P500. Il est évident que la mise à l'échelle de volatilité supprime une partie importante de la dépendance de queue à gauche pour les paires pertinentes. En outre, elle a également un impact négatif sur l'amplitude des mesures de dépendance. Par rapport à des coefficients de corrélation inconditionnelle pour les mêmes indices, les mesures de dépendance de queue à gauche, estimées à partir des rendements filtrés, sont beaucoup plus faibles.

Nous allons maintenant brièvement examiner les résultats des estimations des mesures de dépendance de queue à droite. Nous trouvons une preuve de la dépendance de queue à droite dans deux de total de quinze paires des rendements bruts, où les deux paires appartiennent au groupe de DAX, FTSE et S&P500. Il y a un soupçon de dépendance de queue à droite entre les rendements bruts de DAX et S&P500, DAX et PX et DAX et WIG, mais le filtre de volatilité supprime même cette dépendance (la seule exception étant la paire FTSE-S&P500). Contrairement au cas précédent, treize des quinze paires de rendements filtrés ont les mesures de dépendance de queue à droite plus faibles.

Pour résumer, nos résultats fournissent une preuve de la présence d'une dépendance de queue à gauche entre les indices EC et occidentaux et entre les marchés EC eux-mêmes. En effet, nous montrons que, tandis que des avantages réduits de la diversification peuvent exister en cas des paires d'indices FTSE-BUX et PX-S&P500, on pourrait réduire le risque extrême de son portefeuille en tenant les deux S&P500 et BUX; ceux-ci ne sont pas seulement asymptotiquement indépendants, mais ont également l'une des plus petites corrélations inconditionnelles entre les paires d'indices analysées.

Les résultats des estimations des modèles de copules sont résumés dans le Tableau 1.10. Pour chacune des paires de rendements des indices, on report seulement les estimations favorisées par le critère d'information d'Akaike. Nous constatons que la copule Clayton fournit une bonne adéquation avec les paires FTSE-BUX, FTSE-WIG, et S&P500-PX, tandis que le mélange de copules gaussiennes et Clayton est préférée aux douze paires de rendements des indices restantes. La copule gaussienne pure n'est jamais préférée à l'un des deux autres modèles.

Les estimations des coefficients de dépendance de queue, λ_L , indiquent un degré variable du risque de baisse non diversifiable entre les paires des indices. Le plus haut degré de dépendance de queue à gauche est obtenu avec FTSE-BUX et FTSE-WIG (λ_L

	Estimations des paramètres				Fit		Hit Test			TDC
	θ_C	ρ_M^C	θ_M^C	π_M^C	LL	AIC	R_1	R_2	R_J	λ_L
DAX-PX	—	0.652 ^a (0.059)	0.292 (0.167)	0.436 ^a (0.136)	57.4	-106.8	0.002 (0.968)	0.334 (0.563)	4.228 (0.753)	0.040 (0.063)
DAX-BUX	—	0.679 ^a (0.122)	0.546 ^b (0.261)	0.590 ^a (0.170)	67.4	-126.9	0.182 (0.670)	0.950 (0.330)	3.332 (0.853)	0.166 ^c (0.120)
DAX-WIG	—	0.656 ^a (0.100)	0.520 (0.764)	0.470 ^a (0.148)	72.2	-136.3	2.245 (0.134)	4.248 ^b (0.039)	9.117 (0.244)	0.124 (0.234)
FTSE-PX	—	0.719 ^a (0.083)	0.369 ^a (0.121)	0.627 ^a (0.126)	50.8	-93.7	0.002 (0.968)	0.334 (0.563)	2.328 (0.939)	0.096 ^c (0.068)
FTSE-BUX	0.786 ^a (0.100)	—	—	—	65.2	-128.4	0.872 (0.351)	0.414 (0.520)	2.493 (0.928)	0.414 ^a (0.046)
FTSE-WIG	0.798 ^a (0.091)	—	—	—	66.8	-131.6	0.872 (0.351)	0.082 (0.775)	7.989 (0.334)	0.419 ^a (0.041)
S&P500-PX	0.596 ^a (0.080)	—	—	—	41.3	-80.5	0.182 (0.670)	1.999 (0.157)	6.130 (0.525)	0.312 ^a (0.049)
S&P500-BUX	—	0.668 ^a (0.130)	0.538 ^b (0.215)	0.586 ^a (0.161)	65.7	-123.4	0.872 (0.351)	0.414 (0.520)	2.229 (0.946)	0.162 ^c (0.106)
S&P500-WIG	—	0.540 ^a (0.086)	0.704 ^a (0.203)	0.455 ^b (0.180)	65.4	-122.7	0.228 (0.633)	0.000 (0.988)	4.174 (0.730)	0.170 ^b (0.079)
PX-BUX	—	0.689 ^a (0.108)	0.851 ^b (0.434)	0.632 ^a (0.136)	91.0	-173.9	0.002 (0.968)	0.105 (0.746)	6.267 (0.509)	0.280 ^b (0.124)
PX-WIG	—	0.737 ^a (0.066)	0.601 ^b (0.287)	0.556 ^a (0.129)	84.4	-160.9	0.002 (0.968)	0.105 (0.746)	1.463 (0.984)	0.175 ^c (0.113)
BUX-WIG	—	0.739 ^a (0.064)	0.702 ^a (0.195)	0.464 ^a (0.136)	106.7	-205.4	0.794 (0.373)	0.414 (0.520)	8.032 (0.330)	0.173 ^b (0.078)
DAX-FTSE	—	0.824 ^a (0.036)	1.589 (0.932)	0.340 ^a (0.114)	216.7	-425.4	0.872 (0.351)	1.741 (0.187)	4.461 (0.725)	0.220 ^b (0.098)
DAX-S&P500	—	0.778 ^a (0.030)	3.472 (4.358)	0.165 (0.086)	226.2	-444.5	0.182 (0.670)	0.000 (0.988)	3.522 (0.833)	0.135 ^b (0.073)
FTSE-S&P500	—	0.765 ^a (0.023)	2.830 (2.811)	0.219 ^b (0.103)	213.9	-419.7	0.182 (0.670)	0.414 (0.520)	2.530 (0.925)	0.171 ^b (0.081)

Table 1.10: Les résultats des estimations des modèles de copules bivariés par la méthode du maximum de vraisemblance pour les paires des rendements hebdomadaires des indices. Les exposants a et b indiquent les coefficients estimés significatifs au seuil de 1% et 5%, respectivement. Les erreurs types, indiquées entre parenthèses, sont basées sur une procédure de bootstrap avec 5.000 répétitions. On montre également des valeurs maximisées de la fonction de vraisemblance (LL), le AIC (colonnes 5 et 6), et les statistiques du rapport de vraisemblance, avec les p -valeurs entre parenthèses, pour les régions R_1 et R_2 et la région conjointe R_1 - R_7 , de hit-test de Patton. Les coefficients de dépendance de queue à gauche (avec des erreurs types entre parenthèses) sous-entendus par les modèles de copules estimés sont indiqués dans la dernière colonne. L'échantillon couvre la période du 6 janvier 1999 au 30 juillet 2008.

> 0.41), et le degré qui est seulement légèrement inférieur avec S&P500-PX et PX-BUX ($\lambda_L \simeq 0.3$). Nous trouvons un degré de dépendance de queue assez faible entre les paires DAX-PX et FTSE-PX. Notez, cependant, que l'on ne trouvait auparavant aucune évidence de la dépendance de queue à gauche pour la paire DAX-PX (voir Tableau 1.9), tandis que le coefficient pour la paire FTSE-PX est à peine légèrement significatif.

Ces résultats illustrent le problème de l'utilisation de corrélation linéaire pour mesurer la dépendance entre les marchés boursiers. Une corrélation linéaire plus faible entre les rendements des indices des marchés boursiers n'implique pas nécessairement un risque de baisse plus faible. Considérons, par exemple, les paires S&P500-FTSE et S&P500-WIG avec les coefficients de corrélation de 0.77 et 0.48, respectivement. Bien que cette dernière soit beaucoup plus faible, ce qui implique des possibilités de diversification éventuelle pour un investisseur américain sur le marché hongrois, les coefficients de dépendance de queue estimés sont presque égaux pour les deux paires des indices (0.171 et 0.170, respectivement) et donc le degré du risque de baisse est pratiquement le même pour les deux investissements. Par conséquent, la diversification internationale ne peut pas protéger un tel investisseur des faillites conjointes des deux marchés boursiers. Bien sûr, dans les périodes de fluctuations modérées des prix l'effet de diversification peut être présent, mais ce sont généralement de lourdes pertes pour lesquelles un investisseur averse au risque demande une protection.

Pour nous aider à évaluer l'adéquation des modèles de copules estimés, nous utilisons le hit-test. On reporte seulement des résultats pour les deux régions du test les plus basses ($p_1 = 0.1$ et $p_2 = 0.25$) et pour le test conjoint de toutes les sept régions. Les deux premiers témoignent de la performance des modèles de copules dans les deux quantiles des distributions de rendements les plus *inférieures*, qui sont d'un intérêt fondamental pour notre analyse. Le test conjoint résume la performance des modèles dans les autres régions. Dans tous les cas, les modèles de copules choisis atteignent de remarquablement bons résultats. Un problème mineur se trouve dans la région 2 pour l'indice DAX-WIG, mais là aussi, nous ne rejetons pas l'hypothèse nulle au seuil de 5%.

La question évidente qui reste à résoudre est de savoir si la signification statistique de la dépendance de queue entre les rendements des indices boursiers exerce des répercussions économiques importantes. Autrement dit, les décisions d'investissement fondées sur le modèle de copule sont-elles similaires aux décisions faites en vertu de l'hypothèse de normalité multivariée, ou sont-elles très différentes? Inutile de dire que, si la première était vraie, beaucoup de temps et d'efforts pourraient être gagnés en utilisant les outils analytiques offerts par le modèle gaussien, plutôt que s'appuyer sur des procédures numériques et méthodes de Monte Carlo nécessaires pour les modèles de copules. Nous étudions cette question dans la section suivante.

Applications

Comme nous l'avons discuté dans l'introduction, la présence de la structure de dépendance non linéaire dans les rendements des indices boursiers a des implications importantes pour la gestion de portefeuille et des risques. Afin d'examiner ces implications pour la sélection de portefeuilles, dans les paragraphes suivants, nous appliquons les modèles de copules estimés aux portefeuilles hypothétiques composés de deux indices boursiers. Ensuite, nous appliquons également notre connaissance des structures de dépendance spécifiques dans la gestion des risques.

Sélection de portefeuille

En théorie standard du portefeuille, les investisseurs utilisent l'analyse moyenne-variance afin de trouver leurs portefeuilles optimaux. Cette approche est valable si la fonction d'utilité est quadratique ou si la distribution conjointe des rendements des actions appartient à la classe des distributions elliptiques (voir, par exemple Ingersoll, 1987). Alors que la première supposition est peu plausible en raison des propriétés des fonctions d'utilité quadratique (aversion absolue au risque croissante), la dernière trouve peu de soutien empirique. Limitant ainsi l'analyse de portefeuille seulement aux moyennes et variances ne produit pas les décisions d'investissement optimales. Dans cette section, nous appliquons les modèles de copules estimés pour dériver des poids optimaux des portefeuilles composés de deux indices boursiers et les comparons aux poids optimaux obtenus en vertu de l'hypothèse de normalité bivariée.

D'après Patton (2004), nous supposons que les préférences des investisseurs peuvent être décrites par une fonction d'utilité CRRA

$$\begin{aligned} U(\omega) &= (1 - \gamma)^{-1} (W_0 \exp(\omega r_1 + (1 - \omega)r_2))^{1-\gamma}, \text{ if } \gamma \neq 1, \\ &= \log W_0 + \omega r_1 + (1 - \omega)r_2, \text{ if } \gamma = 1 \end{aligned}$$

où W_0 désigne la richesse initiale, ω est le poids de l'actif 1 dans le portefeuille, r_1 et r_2 sont les rendements des actifs 1 et 2, respectivement, et γ est le coefficient d'aversion relative au risque. Il peut être démontré que la richesse initiale ne porte pas atteinte aux poids optimaux (Ingersoll, 1987), donc on la normalise à l'unité.

Compte tenu de la distribution conjointe des rendements d'actifs, $F(r_1, r_2) = C(F_1(r_1), F_2(r_2))$,

le problème de sélection de portefeuille est alors formulé comme

$$\begin{aligned}\omega^* &= \arg \max_{\omega \in \mathbb{R}} E[U(\exp(\omega r_1 + (1 - \omega)r_2))], \\ &= \arg \max_{\omega \in \mathbb{R}} \int U(\exp(\omega r_1 + (1 - \omega)r_2)) dF(r_1, r_2), \\ &= \arg \max_{\omega \in \mathbb{R}} \int \int U(\exp(\omega r_1 + (1 - \omega)r_2)) c(F_1(r_1), F_2(r_2)) f_1(r_1) f_2(r_2) dr_1 dr_2.\end{aligned}$$

En remplaçant les densités réelles et les fonctions de distribution par leurs homologues estimés, la solution ω^* peut être trouvée par des méthodes numériques. Dans notre étude, nous utilisons la méthode de Monte Carlo pour approximer la double intégrale et employer l'algorithme de BFGS pour trouver le maximum.

Dans la section précédente, nous avons utilisé un estimateur non-paramétrique pour $F_j(\cdot)$ pour atteindre la solidité des modèle de copules vis-à-vis des vraies distributions marginales. Cependant, l'estimateur non paramétrique n'est pas utile pour l'exercice de simulation dans cette section et nous avons donc choisi d'approximer les distributions marginales par la distribution t de Student asymétrique (skewed Student- t).¹⁵ Les densités empiriques obtenues par la méthode du noyau pour chacun des six indices boursiers accompagnés des estimations des distributions t de Student asymétrique indiquent que la distribution t de Student asymétrique approxime sa contrepartie empirique remarquablement bien.

Dans notre étude, nous calculons les poids optimaux ω^* pour quatre différents niveaux d'aversion au risque, ($\gamma = 2, 3, 5, 7$). En outre, nous obtenons les poids optimaux sous la supposition que la distribution conjointe des rendements est donnée par (i) le modèle de copule avec les distributions marginales asymétriques t (modèle 1), (ii) le modèle de copule avec les distributions marginales normales (modèle 2), et le modèle gaussien bivarié (modèle 3). Ces trois modèles nous permettent de distinguer les différences en ω^* dues à la structure de dépendance non linéaire et/ou les distributions marginales asymétriques et leptokurtiques.

Nous considérons d'abord le degré d'aversion au risque le plus bas ($\gamma = 2$). Prenez, par exemple, la paire FTSE-BUX, caractérisée par un degré élevé de dépendance de queue à gauche. Lorsque le modèle de copule avec les distributions marginales asymétriques est utilisé, notre analyse suggère que l'investisseur devrait attribuer 63% de sa fortune à FTSE et 37% à BUX, alors que l'analyse moyenne-variance standard implique le poids de 49.7% pour FTSE et 50.3% pour BUX. Étant donné qu'en modèle 2, le poids optimal de FTSE est 50.4%, on peut constater que près de 95% de la différence entre les modèles 1 et 3 (correspondant à environ 13 points de pourcentage) peut être attribuée aux distributions marginales asymétriques et leptokurtiques, tandis que seulement 5%

¹⁵Pour plus de détails sur la distribution t de Student asymétrique, voir Hansen (1994).

de la différence est due à la structure de dépendance. Un schéma similaire s'applique à la plupart des autres portefeuilles, avec la structure de dépendance expliquant en général des proportions plus petites des différences entre les poids optimaux par rapport au benchmark normal.

Bien que ce ne soit pas le cas en général, le modèle 3 tend à impliquer les poids qui ne changent que légèrement à travers des niveaux d'aversion au risque, alors que les deux modèles 1 et 2 impliquent les poids qui semblent augmenter avec les niveaux d'aversion. Par conséquent, à chaque niveau d'aversion au risque plus élevé, la fraction de la différence de à la présence de la structure de dépendance non linéaire a tendance à augmenter aussi. Idéalement, quand l'aversion au risque augmente, l'allocation d'actifs de l'investisseur devrait s'orienter vers le portefeuille de variance minimale; on n'observe pas cet effet aux valeurs des coefficients d'aversion au risque pris en compte dans notre étude.

Enfin, nous résumons nos résultats. Nous montrons que pour la plupart des paires des rendements des indices examinés, les structures de dépendance non linéaires jouent un rôle mineur dans les allocations de portefeuille optimales, mais semblent néanmoins persister à travers tous les niveaux d'aversion au risque. En revanche, négliger les caractéristiques non normales des distributions marginales peut avoir des conséquences beaucoup plus importantes pour les processus de décision de l'investissement. Ainsi, à la fois la présence de structure de dépendance non linéaire et les distributions marginales asymétriques/leptokurtiques peuvent conduire à des allocations de portefeuille sous-optimales.

Value-at-Risk

Nous passons maintenant à l'application de nos modèles de copules dans la gestion des risques. En particulier, notre objectif dans cette partie de l'étude est d'étudier l'effet des structures de dépendance non linéaire trouvées sur les estimations de deux mesures du risque largement utilisées, Value-at-Risk et expected shortfall. Nous commençons par une brève revue de la méthodologie.

Considérons d'abord un portefeuille de N actifs à risque dans des proportions fixes $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N)$. l'horizon de temps $t + 1$ fixé, et le niveau de confiance $\alpha \in (0, 1)$. Supposons que les prix actuels des actifs à risque soient donnés par $p_t = (p_{1t}, p_{2t}, \dots, p_{Nt})$. Alors, le Value-at-Risk (Valeur-à-Risque, en français), $VaR_{t+1}(\alpha)$, est la perte maximale encourue avec une probabilité de $(1 - \alpha)\%$ en investissant dans le portefeuille ω au cours de la période allant du t au $t + 1$. Formellement

$$\Pr[\omega'(\mathbf{p}_{t+1} - \mathbf{p}_t) \leq -VaR_{t+1}(\alpha)] = \alpha.$$

Bien que la mesure VaR soit très populaire dans la pratique, ce n'est pas une mesure de risque cohérente, telle que définie à Artzner, Delbaen, Eber & Heath (1997). La VaR donne essentiellement seulement un α -quantile inférieur de la distribution du portefeuille, mais ne fournit aucun aperçu de ce que la perte attendue devrait être lorsque ceci se produit; c'est-à-dire, étant donné que $\omega'(p_{t+1} - p_t) \leq -VaR_{t+1}(\alpha)$. Cette information est fournie par la mesure dite de l'Expected Shortfall (ES),¹⁶ défini comme la moyenne des pertes du portefeuille dans les pires $\alpha\%$ des cas,

$$ES_{t+1}(\alpha) = E_t[\omega'(p_{t+1} - p_t) | \omega'(p_{t+1} - p_t) \leq -VaR_{t+1}(\alpha)],$$

à condition, bien sûr, que l'espérance existe.

La distribution des rendements du portefeuille et donc de $VaR_{t+1}(\alpha)$ et $ES_{t+1}(\alpha)$ doit être approximée numériquement par une simulation lorsque les expressions formées exactes ne sont généralement pas disponibles. Nous simulons donc N paires des indices des rendements boursiers (r_{1i}, r_{2i}) à partir des modèles de copule estimés comme suit. Premièrement, nous générons deux échantillons *iid*, de taille N , des variables aléatoires uniformes à partir de la copule estimée. Ensuite, nous transformons les variables aléatoires uniformes par l'inverse de la transformation intégrale de probabilité $r_{1i} = \hat{\mu}_{1,t+1} + \hat{\sigma}_{1,t+1} \bar{F}_1^{-1}(u_{1i})$ et $r_{2i} = \hat{\mu}_{2,t+1} + \hat{\sigma}_{2,t+1} \bar{F}_2^{-1}(u_{2i})$, $i = 1, \dots, N$, où $\bar{F}_j^{-1}(\cdot)$ est un estimateur de la fonction de distribution marginale des résidus normalisés originaux, et $\hat{\mu}_{j,t+1}$ et $\hat{\sigma}_{j,t+1}$ sont la moyenne et la volatilité des rendements bruts estimée pour la période $t + 1$. Finalement, nous calculons les rendements, en dollar, pour les portefeuilles (bivariés) avec des poids égaux,

$$R_{pi} = 0.5M[\exp(r_{1i}) + \exp(r_{2i})] - M, i = 1, \dots, N,$$

où M est la valeur en dollars de l'investissement au temps t , et estimons $VaR_{t+1}(\alpha)$ comme un α -quantile empirique de R_p ,

$$\widehat{VaR}_{t+1}(\alpha) = -R_{p,(\alpha(N+1))},$$

où $R_{p,(m)}$ désigne la m -ème valeur triée en ordre croissant. Étant donné une estimation de $VaR_{t+1}(\alpha)$, on calcule $ES_{t+1}(\alpha)$ comme

$$\widehat{ES}_{t+1}(\alpha) = \frac{1}{N_{t+1}} \sum_{i=1}^N R_{pi} \mathbf{1}_{\{R_{pi} \leq -\widehat{VaR}_{t+1}(\alpha)\}}$$

où N_{t+1} est le nombre de valeurs de portefeuille simulées moins ou égal à $-\widehat{VaR}_{t+1}(\alpha)$.

¹⁶L'Expected Shortfall est aussi appelé Valeur-à-Risque conditionnel (CVaR). Comme une alternative cohérente naturelle de la Valeur-à-Risque, l'Expected Shortfall est discuté en détail dans Areal & Taylor (2002).

L'analyse est effectuée en utilisant $\alpha = 1\%$ et 5% , soit deux niveaux de probabilité normalement utilisés. Encore une fois, nous considérons les trois modèles statistiques (modèle 1, modèle 2, et modèle 3) décrits dans la section précédente. Les estimations, fondées sur $N = 50,000$ simulations, sont calculées en utilisant les moments inconditionnels μ_i et σ_i des rendements bruts plutôt que leurs homologues conditionnels $\mu_{i,t+1}$ et $\sigma_{i,t+1}$. Étant donné que nous utilisons des données hebdomadaires, les mesures de VaR et de ES examinées correspondent à la période d'investissement d'une semaine.

Les résultats sont très similaires à travers des paires d'indices boursiers. Nous trouvons que le modèle normal bivarié (modèle 3) couramment utilisé en pratique sous-estime considérablement le niveau de risque des portefeuilles de poids égaux. Nous concentrant sur les mesures de VaR et le niveau de probabilité $\alpha = 5\%$, on observe qu'une partie considérable de biais est généralement due à la présence de structures de dépendance non linéaire, alors que seulement une petite partie est expliquée par les distributions marginales asymétriques/leptokurtiques. En fait, en moyenne environ 80% de la différence entre les modèles 1 et 3 est due à la dépendance des structures non linéaires. Au niveau de probabilité $\alpha = 1\%$, les proportions de biais qui peuvent être attribuées à la structure de dépendance non linéaire (la différence entre modèles 2 et 3) et aux distributions marginales asymétriques et/ou leptokurtiques (la différence entre les modèles 1 et 2) sont environ égales. Comme un exemple représentatif, considérons le cas de la paire FTSE-BUX où environ 78% (54%) sont dus à la structure de dépendance à niveaux de probabilité $\alpha = 5\%$ (1%). Des résultats pour l'Expected Shortfall sont presque analogues aux résultats obtenus pour la VaR, même si des proportions de biais dues aux structures de dépendance non linéaire sont légèrement plus petites relatives à la VaR.

Pour conclure, nous constatons que les structures de dépendance non linéaire sont, en général, les initiateurs au moins aussi importants des biais qui surviennent dans la construction des mesures de risque communs comme les distributions marginales asymétriques et leptokurtiques, et que ce biais peut également être économiquement significatif.

Bibliography

- Andersen, T. G. & Bollerslev, T. (1998a). Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts, *International Economic Review* 39(4): 885–905.
- Andersen, T. G. & Bollerslev, T. (1998b). Deutsche Mark - Dollar volatility: Intraday activity patterns, macroeconomic announcements, and longer run dependencies, *Journal of Finance* 53(1): 219–265.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T. & Diebold, F. X. (2007). Roughing it up: Including jump components in the measurement, modeling and forecasting of return volatility, *Review of Economics and Statistics* 89(4): 701–720.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X. & Labys, P. (2000). Exchange rate returns standardized by realized volatility are (nearly) gaussian, *Multinational Finance Journal* 4(3).
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X. & Labys, P. (2001). The distribution of realized exchange rate volatility, *Journal of the American Statistical Association* 96(453): 42–55.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X. & Labys, P. (2003). Modeling and forecasting realized volatility, *Econometrica* 71(2): 579–625.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T. & Dobrev, D. (2007). No-arbitrage semi-martingale restrictions for continuous-time volatility models subject to leverage effects, jumps and i.i.d. noise: Theory and testable distributional implications, *Journal of Econometrics* 138(1): 125–180.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., Frederiksen, P. H. & Nielsen, M. (2009). Continuous-time models, realized volatilities, and testable distributional implications for daily stock returns, *Journal of Applied Econometrics* 25(2): 233–261.

- Ang, A. & Chen, J. (2002). Asymmetric correlations of equity portfolios, *Journal of Financial Economics* 63(3): 443–494.
- Antal, J. & Holub, T. (2007). Exchange rate arrangements prior to Euro adoption, *Czech Economic Review* 1(3): 312–323.
- Areal, N. M. & Taylor, S. J. (2002). The realized volatility of FTSE-100 futures prices, *Journal of Futures Markets* 22(7): 627–648.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M. & Heath, D. (1997). Thinking coherently, *Risk Magazine* 10: 68–71.
- Back, K. (1991). Asset pricing for general processes, *Journal of Mathematical Economics* 20(4): 371–395.
- Bac, K.-H., Karolyi, G. A. & Stulz, R. M. (2003). A new approach to measuring financial contagion, *The Review of Financial Studies* 16(3): 717–763.
- Baillie, R. T. & Bollerslev, T. (1991). Intra-day and inter-market volatility in foreign exchange rates, *Review of Economic Studies* 58(3): 565–85.
- Bandi, F. & Russell, J. R. (2006). Separating microstructure noise from volatility, *Journal of Financial Economics* 79(3): 655–692.
- Barndorff-Nielsen, O. E., Hansen, P. R., Lunde, A. & Shephard, N. (2008a). Designing realized kernels to measure the ex-post variation of equity prices in the presence of noise, *Econometrica* 76(6): 1481–1536.
- Barndorff-Nielsen, O. E., Hansen, P. R., Lunde, A. & Shephard, N. (2008b). Realised kernels in practice: Trades and quotes, *Econometrics Journal* 4: 1–33.
- Barndorff-Nielsen, O. E. & Shephard, N. (2002). Econometric analysis of realized volatility and its use in estimating stochastic volatility models, *Journal of the Royal Statistical Society B* 64(2): 253–280.
- Bartram, S. M. & Bodnar, G. M. (2009). No place to hide: The global crisis in equity markets in 2008/2009, *Journal of International Money and Finance* 28(8): 1246–1292.
- Beine, M., Lahaye, J., Laurent, S., Neely, C. J. & Palm, F. C. (2006). Central bank intervention and exchange rate volatility, its continuous and jump components. Federal Reserve Bank of St. Louis Working Paper, 031B.

- Bekaert, G. & Harvey, C. R. (1997). Emerging equity market volatility, *Journal of Financial Economics* 43(1): 29–78.
- Bekaert, G., Harvey, C. R., Erb, C. B. & Viskanta, T. E. (1998). Distributional characteristics of emerging market returns and asset allocation, *The Journal of Portfolio Management* pp. 102–116.
- Black, A. J. & McMillan, D. G. (2004). Long run trends and volatility spillovers in daily exchange rates, *Applied Financial Economics* 14(12): 895–907.
- Bollerslev, T. (1990). Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A MV generalized ARCH model, *Review of Economics & Statistics* 72(3): 498–505.
- Bollerslev, T., Kretschmer, U., Pigorsch, C. & Tauchen, G. (2009). A discrete-time model for daily S&P500 returns and realized variations: Jumps and leverage effects, *Journal of Econometrics* 150(2): 151–166.
- Bondarenko, O. (2007). Variance trading and market price of variance risk. University of Illinois at Chicago.
- Bontemps, C. & Meddahi, N. (2005). Testing normality: A GMM approach, *Journal of Econometrics* 124(1): 149–186.
- Bubák, V. & Zikeš, F. (2009). The distribution and dynamics of Central-European exchange rates: Evidence from intraday data, *Czech Journal of Economics and Finance* 59(4): 334–359.
- Bulíř, A. & Šmídková, K. (2005). Exchange rates in the new EU accession countries: What have we learned from the forerunners, *Economic Systems* 29(2): 163–186.
- Cai, F., Howorka, E. & Wongswan, J. (2008). Informational linkages across trading regions: Evidence from foreign exchange markets, *Journal of International Money and Finance* 27(8): 1215–1243.
- Campbell, J. Y., Lo, A. W. & MacKinlay, A. C. (1996). *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press, Princeton, NJ.
- Campbell, R., Koedijk, K. & Kofman, P. (2002). Increased correlation in bear markets, *Financial Analysts Journal* 58(1): 87–94.
- Canova, F. & DeNicolò, G. (1995). Stock returns and real activity: A structural approach, *European Economic Review* 39(5): 981–1015.

- Chaboud, A., Chiquoine, B., Hjalmarsson, E. & Loretan, M. (2009). Frequency of observation and the estimation of integrated volatility in deep and liquid financial markets. Federal Reserve Board International Finance Discussion Paper.
- Chelley-Steeley, P. L. (2005). Modeling equity market integration using smooth transition analysis: A study of Eastern European stock markets, *Journal of International Money and Finance* 24(5): 818–831.
- Chen, X. & Fan, Y. (2006). Estimation and model selection of semiparametric copula-based multivariate dynamic models under copula misspecification, *Journal of Econometrics* 135: 125–154.
- Chernov, M., Gallant, A. R., Ghysels, E. & Tauchen, G. (2003). Alternative models for stock price dynamics, *Journal of Econometrics* 116(1-2): 225–257.
- Cherubini, U., Luciano, E. & Vecchiato, W. (2004). *Copula Methods in Finance*, John Wiley & Sons.
- Cheung, Y.-W. & Ng, L. K. (1996). A causality-in-variance test and its application to financial market prices, *Journal of Econometrics* 72(1).
- Claessens, S. & Forbes, K. (2001). *International and Financial Contagion*, Springer.
- Corradi, V., Distaso, W. & Fernandes, M. (2009). International market links and volatility transmission. Working Paper, Warwick University, Imperial College London and Queen Mary College.
- Corsi, F. (2009). A simple approximate long-memory model of realized volatility, *Journal of Financial Econometrics* 7(2): 174–196.
- Corsi, F., Mittnik, S., Pigorsch, C. & Pigorsch, U. (2008). The volatility of realized volatility, *Econometric Reviews* 27(1): 46–78.
- de Zwart, G., Markwat, T., Swinkels, L. & van Dijk, D. (2009). The economic value of fundamental and technical information in emerging currency markets, *Journal of International Money and Finance* 28(4): 581–604.
- Diebold, F. X. & Yilmaz, K. (2009). Measuring financial asset return and volatility spillovers, with application to global equity markets, *The Economic Journal* 119(534): 158–171.
- Dooley, M. P. & Hutchinson, M. M. (2009). Transmission of the US subprime crisis to emerging markets: Evidence on the decoupling-recoupling hypothesis, *Journal of International Money and Finance* 28(8): 1331–1349.

- Doornik, J. A. (2007). *Ox 5.0 - An Object-oriented Matrix Programming Language*, Timberlake Consultants Ltd., London.
- Edwards, S. & Susmel, R. (2001). Volatility dependence and contagion in emerging equity markets, *Journal of Development Economics* 66(2): 505-532.
- Égert, B. (2007). Central bank interventions, communication and interest rate policy in emerging European economies, *Journal of Comparative Economics* 35(2): 387-413.
- Égert, B. & Komárek, L. (2006). Foreign exchange interventions and interest rate policy in the Czech Republic: Hand in glove?. *Economic Systems* 30(2): 121-140.
- Engle, R. F. (2002). Dynamic conditional correlation - a simple class of multivariate GARCH models, *Journal of Business and Economic Statistics* 20(3): 339-350.
- Engle, R. F., Gallo, G. M. & Velucchi, M. (2009). A MEM-based analysis of volatility spillovers in East Asian financial markets. Working paper FIN-08-036, New York University.
- Engle, R. F., Ito, T. & Lin, W.-L. (1990). Meteor showers or heat waves? Heteroskedastic intra-daily volatility in the foreign exchange market, *Econometrica* 58(3): 525-542.
- Engle, R. F. & Sheppard, K. (2001). Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate GARCH. NBER Working paper 8554.
- Fidrmuc, J. & Horváth, R. (2008). Volatility of exchange rates in selected new EU members: Evidence from daily data, *Economic Systems* 32(1): 103-118.
- Forsberg, L. & Ghysels, E. (2007). Why do absolute returns predict volatility so well?, *Journal of Financial Econometrics* 5: 31-67.
- Fortin, I. & Kuzmics, C. (2002). Tail dependence in stock return pairs, *Intelligent Systems in Accounting, Finance & Management* 11(2): 89-107.
- Frómmel, M. (2010). Volatility regimes in Central and Eastern European countries' exchange rates, *Czech Journal of Economics and Finance* 60(1): 2-21.
- Gallo, G. M. & Otranto, E. (2007). Volatility transmission across markets: a multichain Markov Switching model, *Applied Financial Economics* 17(8): 659-670.
- Geršl, A. (2004). Foreign exchange intervention: The theoretical debate and the Czech Koruna episode, *Czech Journal of Economics and Finance* 54(3).

- Geršl, A. (2006). Testing the effectiveness of the Czech National Bank's foreign-exchange interventions, *Czech Journal of Economics and Finance* 56(9).
- Geršl, A. & Holub, T. (2006). Foreign exchange interventions under inflation targeting: The Czech experience, *Contemporary Economic Policy* 24(4): 475–491.
- Giacomini, R. & White, H. (2006). Tests of conditional predictive ability, *Econometrica* 74(6): 1545–1578.
- Gilmore, C. G., Lucey, B. M. & McManus, G. M. (2008). The dynamics of Central European equity market comovements, *The Quarterly Review of Economics and Finance* 48(3): 605–622.
- Gilmore, C. G. & McManus, G. M. (2002). International portfolio diversification: US and Central European equity markets, *Emerging Markets Review* 3(1): 69–83.
- Gilmore, C. G., McManus, G. M. & Tezel, A. (2005). The dynamics of Central European equity market comovements, *Journal of Multinational Financial Management* 15(3): 287–300.
- Groh, A. P. & von Liechtenstein, H. (2009). How attractive is central eastern europe for risk capital investors?, *Journal of International Money and Finance* 28(4): 625–647.
- Hansen, B. E. (1994). Autoregressive conditional density estimation, *International Economic Review* 35: 705–730.
- Hansen, P. H. & Lunde, A. (2006). Realized variance and market microstructure noise, *Journal of Business & Economic Statistics* 24(2): 127–161.
- Hansen, P. R., Large, J. & Lunde, A. (2008). Moving average-based estimators of integrated variance, *Econometric Reviews* 27(1): 79–111.
- Harvey, C. R. (1995). Predictable risk and returns in emerging markets, *The Review of Financial Studies* 8(3): 773–816.
- Hong, Y. (2001). A test for volatility spillover with application to exchange rates, *Journal of Econometrics* 103(1).
- Hong, Y. & Li, H. (2005). Nonparametric specification testing for continuous-time models with application to spot interest rates, *The Review of Financial Studies* 18(1): 37–84.

- Horváth, R. (2005). Exchange rate variability, pressures and optimum currency area criteria: Lessons for the Central and Eastern European countries. Czech National Bank Working Paper, 8/2005.
- Hu, L. (2006). Dependence patterns across financial markets: A mixed copula approach, *Applied Financial Economics* 16(10): 717–729.
- Ingersoll, J. E. (1987). *Theory of Financial Decision Making*, Rowman & Littlefield Publishers, Totowa, NJ.
- Jotikasthira, P., Lundblad, C. & Ramadorai, T. (2009). Asset fire sales and purchases and the international transmission of funding shocks. Working paper DP 7595, Center for Economic Policy Research.
- Kanas, A. (1998). Volatility spillovers across equity markets: European evidence, *Applied Financial Economics* 8(3): 245–256.
- Karolyi, G. A. & Stulz, R. M. (1996). Why do markets move together? An investigation of US-Japan stock return comovements, *Journal of Finance* 51(3): 951–989.
- Kearney, C. & Patton, A. J. (2000). MV GARCH modeling of exchange rate volatility transmission in the European Monetary System, *The Financial Review* (41): 29–48.
- King, M. A., Sentana, E. & Wadhvani, S. (1994). Volatility and links between national stock markets, *Econometrica* (62): 901–933.
- King, M. A. & Wadhvani, S. (1990). Transmission of volatility between stock markets, *The Review of Financial Studies* 3(1): 5–33.
- Koutmos, G. & Booth, G. G. (1995). Asymmetric volatility transmission in international stock markets, *Journal of International Money and Finance* 14(6): 747–762.
- Kočenda, E., Kutan, A. M. & Yigit, T. M. (2008). Fiscal convergence in the European Union, *North-American Journal of Economics and Finance* 19(3): 319–330.
- Kočenda, E. & Poghosyan, T. (2009). Macroeconomic sources of foreign exchange risk in new EU members, *Journal of Banking and Finance* 32(1): 103–118.
- Kočenda, E. & Valachy, J. (2006). Exchange rate volatility and regime change: A Visegrád comparison, *Journal of Comparative Economics* 34: 727–753.
- Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models, *Journal of Derivatives* 3: 73–84.

- Lawrence, C. T. & Tits, A. (2001). A computationally efficient feasible sequential quadratic programming algorithm, *SIAM Journal of Optimization* 11(4): 1092–1118.
- Ledford, A. W. & Tawn, J. A. (1996). Statistics for near independence in multivariate extreme values, *Biometrika* 83(1): 169–187.
- Lien, K. (2005). *Day Trading and Swing Trading the Currency Market: Technical and Fundamental Strategies to Profit from Market Moves*, Wiley, John and Sons, NY.
- Lin, W.-L., Engle, R. F. & Ito, T. (1994). Do bulls and bears move across borders? international transmission of stock returns and volatility, *The Review of Financial Studies* (7): 507–538.
- Longin, F. & Solnik, B. (2001). Extreme correlation of international equity markets, *The Journal of Finance* 56(2): 649–676.
- Mateus, T. (2004). The risk and predictability of equity returns of the EU accession countries, *Emerging Markets Review* 5(2): 241–266.
- McAleer, M. & Medeiros, M. C. (2008). Realized volatility: A review, *Econometric Reviews* 27(1-3): 10–45.
- McMillan, D. G. (2001). Common stochastic volatility trend in european exchange rates, *Applied Economics Letters* 8(9): 605–608.
- McMillan, D. G. & Speight, A. E. H. (2010). Return and volatility spillovers in three euro exchange rates, *Journal of Economics and Business* 62(2): 79–93.
- Melecký, M. & Komárek, L. (2008). Transitional appreciation of equilibrium exchange rates and the ERM II, *Transition Studies Review* 15(1): 95–110.
- Melvin, M. & Melvin, B. P. (2003). The global transmission of volatility in the foreign exchange market, *The Review of Economics and Statistics* 85(3): 670–679.
- Melvin & Taylor (2009). The crisis in the foreign exchange market, *Journal of International Money and Finance* 28(8): 1317–1330.
- Müller, U. H., Dacorogna, M. M., Dav, R. D., Olsen, R. B., Pictet, O. V. & von Weizsacker, J. E. (1997). Volatilities of different time resolutions - analysing the dynamics of market components, *Journal of Empirical Finance* 4(2).
- Muller, A. & Verschoor, W. F. (2009). The effect of exchange rate variability on US shareholder wealth, *Journal of Banking and Finance* 33(11): 1963–1972.

- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach, *Econometrica* 59(2): 347–370.
- Ng, A. (2000). Volatility spillover effects from Japan and the US to the Pacific-Basin, *Journal of International Money and Finance* 19(2): 207–233.
- O'Hara, M. (1995). *Market Microstructure Theory*, Blackwell Publishing Limited.
- Oomen, R. C. A. (2006). Properties of realized variance under alternative sampling schemes, *Journal of Business & Economic Statistics* 24(2): 219–237.
- Orlowski, L. T. (2005). Monetary convergence of the EU accession countries to the Eurozone: A theoretical framework and policy implications, *Journal of Banking and Finance* 29(1): 203–225.
- Papaioannou, M. G. (2006). Exchange rate risk measurement and management: Issues and approaches for firms. International Monetary Fund Working Paper, 06/255.
- Patton, A. (2002). Applications of copula theory in financial econometrics. Unpublished Ph.D. Dissertation, University of California, San Diego, CA.
- Patton, A. J. (2004). On the out-of-sample importance of skewness and asymmetric dependence for asset allocation, *Journal of Financial Econometrics* 2(1): 130–168.
- Patton, A. J. (2006). Modeling asymmetric exchange rate dependence, *International Economic Review* 47(2): 527–556.
- Patton, A. J. (2008). Volatility forecast comparison using imperfect volatility. Oxford-Man Institute of Quantitative Finance, University of Oxford.
- Phylaktis, K. & Ravazzolo, F. (2002). Measuring financial and economic integration with equity prices in emerging markets, *Journal of International Money and Finance* 21(6): 879–903.
- Poon, S.-H., Rockinger, M. & Tawn, J. (2004). Extreme value dependence in financial markets: Diagnostics, models, and financial implications, *The Review of Financial Studies* 17(2): 581–610.
- Protter, P. E. (2005). *Stochastic Integration and Differential Equations*, 2 edn, Springer.
- Roll, R. (1992). Industrial structure and the comparative behaviour of international stock market indices, *Journal of Finance* 47(1): 3–41.

- Santis, G. D. & Imrohorglu, S. (1997). Stock returns and volatility in emerging financial markets, *Journal of International Money and Finance* 16(4): 561–579.
- Schwert, G. W. (1990). Stock returns and real activity: A century of evidence, *Journal of Finance* 45(4): 1237–1257.
- Sheppard, K. (2006). Realized covariance and scrambling. University of Oxford.
- Sklar, A. (1959). Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges, *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris* 8: 229–231.
- Soriano, P. & Climent, F. J. (2006). Volatility transmission models: A survey. Working paper, Universidad de Valencia, available at: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=929953.
- Speight, A. E. II. & McMillan, D. G. (2001). Volatility spillovers in East European black-market exchange rates, *Journal of International Money and Finance* 20(3): 367–378.
- Susmel, R. & Engle, R. F. (1994). Hourly volatility spillovers between international equity markets, *Journal of International Money and Finance* 13(1): 3–25.
- van Dijk, D., Osborn, D. R. & Sensier, M. (2005). Testing for causality in variance in the presence of breaks, *Journal of Econometrics* 89(2): 193–199.
- Voronkova, S. (2004). Equity market integration in Central European emerging markets: A cointegration analysis with shifting regimes, *International Review of Financial Analysis* 13(5): 633–647.
- Zikeš, F. (2009). Testing for normality and independence of asset returns standardized by realized measures of integrated variance. Imperial College London.
- Wongswan, J. (2006). Transmission of information across international equity markets, *Review of Financial Studies* 19(4): 1157–1189.
- Zhang, L., Mykland, P. A. & Ait-Sahalia, Y. (2005). A tale of two time scales: Determining integrated volatility with noisy high-frequency data, *Journal of the American Statistical Association* 100(472): 1394–1411.