

Oponentský posudek na disertační práci Mgr. Oty Havleho

Numerical analysis of partial differential equations with applications in mathematical modeling

Předložená disertační práce je věnována analýze několika vybraných problémů z oblasti numerického řešení parciálních diferenciálních rovnic. Ve všech případech se jedná o aktuální problémy numerické matematiky a jejich zpracování představuje významný přínos pro další rozvoj oboru.

První kapitola se zabývá vlastnostmi prostorů po částech sobolevovských funkcí, které se používají zejména při studiu nespojitě Galerkinovy metody. Tato část obsahuje dva důležité původní výsledky, a sice zobecnění multiplikativní věty o stopách na prostory $W^{1,p}(\Omega, T_h)$ a zobecnění interpolace mezi Sobolevovými prostory na prostory po částech sobolevovských funkcí, což umožňuje autorovi dokázat vnoření těchto prostorů do Běsovových prostorů.

Druhá kapitola je věnována nespojitě Galerkinově metodě s vnitřní penalizací aplikované na Poissonovu rovnici se smíšenými okrajovými podmínkami. Po odvození metody a uvedení výsledků o konvergenci se autor věnuje odhadu chyby v L^2 normě pro liché stupně polynomiální aproximace. Otázka optimality těchto odhadů byla v posledních letech předmětem intenzivního výzkumu. Autor dokazuje velmi zajímavý výsledek pro jednorozměrný případ neúplné varianty uvažované metody na kvazi-stejných sítích, který říká, že optimální odhad platí pouze pro speciální volbu penalizačního parametru. Tento teoretický výsledek je ilustrován numerickými výsledky v dodatku A, kde jsou srovnány experimentální řady konvergence pro různé varianty nespojitě Galerkinovy metody s vnitřní penalizací.

Třetí kapitola je věnována aplikaci metody konečných objemů na diskretizaci rovnic mělké vody. Nejprve je zde zkonstruován numerický tok Vijayasundaramova typu pro případ s rovným dnem, pro nějž je dokázáno, že je spojitý, konzistentní a konzervativní. Následně je uvažován případ obecného dna a numerický tok z předcházejícího případu je modifikován tak, aby výsledné schéma zachovávalo určitá stacionární řešení. Vlastnosti odvozených numerických toků ilustrují výsledky numerických experimentů v dodatku B, které ukazují srovnání s Laxovým-Friedrichsovým a Osherovým-Solomonovým numerickým tokem pro rovné i nerovné dno.

V závěru práce jsou uvedeny některé otevřené problémy související s výsledky uvedenými v práci, kterými by bylo vhodné se zabývat v dalším výzkumu.

Práce obsahuje řadu netriviálních původních výsledků, o jejichž kvalitě svědčí i fakt, že výsledky druhé a třetí kapitoly již byly uveřejněny resp. přijaty k uveřejnění v prestižních matematických časopisech. Autor prokázal své velmi dobré znalosti numerické matematiky, teorie Sobolevových prostorů a funkcionální analýzy i dobrý přehled o existující literatuře k tématu disertace. Dodatky však ukazují, že je schopen

numerické metody nejen analyzovat, ale též úspěšně algoritmizovat a implementovat. Práce je napsána pečlivě, přehledně a srozumitelně, dobře se čte a obsahuje jen velmi málo chyb. Pozitivní je též skutečnost, že jsou jasným způsobem odlišeny vlastní a převzaté výsledky.

Práce je celkově velmi kvalitní a prokazuje předpoklady autora k samostatné tvořivé práci. Proto doporučuji, aby byla předložená práce uznána za disertační práci a aby po její úspěšné obhajobě byl Mgr. Otovi Havlemu udělen titul Ph.D.

V Praze dne 15. 7. 2010

Doc. Mgr. Petr Knobloch, Dr.
Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta