

**Oponentský posudek na PhD práci O. Kurky.**

Předložená práce sestává ze tří článků [K1], [K2], [K3]. Práce [K1] řeší problém položený v článku jehož autory jsou Debs, Godefroy a Saint Raymonod. Jde o konstrukci rotundní normy na separabilním nereflexivním prostoru, jejíž množina duálních funkcionálů nabývajících své normy je borelovská a má libovolně vysoký stupeň komplexity. Připomeňme že Kaufman dokázal že tato množina je vždy borelovská. Důkaz je zhruba řečeno založen na konstrukci konvexního obalu jisté množiny vysoké komplexity, která je odvozena od množiny této komplexity na intervalu. Zachování důležitých vlastností konvexního obalu je zaručeno použitím věty z Kaufmanova článku, která platí za předpokladu že Banachův prostor není reflexivní. Důkaz je technicky náročný a výsledek je vynikající. V [K2] Kurka řeší Zajíčkův problém, a nachází ekvivalenci mezi borelovskostí množiny Fréchetovské subdiferenciability každé lipschitzovské funkce na  $X$  a reflexivitou Banachova prostoru  $X$  který je definičním oborem. Případ když prostor je reflexivní byl vyřešen pozitivně Holickým a Laczkovichem, a Kurka se strojil funkci s neborelovskou množinou subdiferenciálů pro nereflexivní případ. Důkaz je opět založen na přenesení neborelovské množiny z intervalu do tvaru jisté lipschitzovské funkce definované na kartézském součinu prostoru s reálnou přímkou tak, aby subdiferenciály které jsou nulové na velkém prostoru tvořily neborelovskou množinu. Důkaz je opět technicky náročný a využívá techniky stromů a Jamesovy charakterizace nereflexivních prostorů. V článku [K3] je vytvořena teorie binormality pro normovou a slabou topologii v neseparabilních Banachových prostorech, s použitím projekčních rozkladů. Kurka kromě pozitivních výsledků dostává také charakterizaci Alplundových prostorů jako těch pro které platí binormalita na duálu.

Práce patří k těm nejlepším co jsem na katedře analýzy měl možnost vidět. Výsledky jsou hluboké a řeší problémy světových autorit. Jednoznačně doporučuji.

Doc. Dr. Petr Hájek, DrSc.  
MÚ AV ČR, Žitná 25, Praha 1, 11567  
5.3. 2011



## Reference

- [K1] O. Kurka, *Structure of the set of norm-attaining functionals on strictly convex spaces*, vyjde v Can. Math. Bull.
- [K2] O. Kurka, *Reflexivity and sets of Fréchet subdifferentiability*, PAMS 136 (2008),
- [K3] O. Kurka, *On binormality in non-separable Banach spaces*, JMAA 371 (2010).