

Posudek vedoucího na disertační práci

Z. Vlasáková: Symmetries of the CR sub-Laplacian

Práce Mgr. Z. Vlasákové je věnována popisu prostoru všech symetrií sub-Laplaceova operátoru na homogenním modelu CR geometrie. Většina zásadních a důležitých diferenciálních operátorů v matematice mají poměrně velkou grupu symetrií, které zachovávají prostor všech řešení. Typickým příkladem je Laplaceův (nebo Dirakův) operátor, který může být přímo charakterizován jako jediný eliptický operátor druhého (prvního) řádu na Eukleidovském prostoru, který působí na funkcích (spinor-hodnotových funkcích) a který je invariantní vzhledem ke grupě konformních transformací.

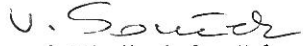
Kromě výše uvedených symetrií prvního řádu, jejichž infinitesimální generátory jsou dány diferenciálními operátory prvního řádu, existují a jsou velmi významné také symetrie vyšších řádů. Poprvé se podařilo popsat algebru (infinitesimálních) symetrií všech řádů pro Laplaceův operátor v článku M. Eastwooda, publikovaném v roce 2005 v *Annals of Mathematics*. Tento výsledek se v posledních letech podařilo zobecnit a popsat algebru všech symetrií pro vyšší mocniny Laplaceova operátoru, resp. pro Dirakův operátor.

V CR geometrii hraje roli Laplaceova operátoru tzv. sub-Laplaceův operátor. Jeho existenci (a existenci jeho invariantních vyšších mocnin) na obecných CR varietách popsali v roce 2005 R. Gover and R. Graham. Hlavní výsledek disertační práce Mgr. Z. Vlasákové je popis prostoru infinitesimálních symetrií všech řádů pro sub-Laplaceův operátor na homogenním modelu CR geometrie. Tento prostor je zde popsán jako vektorový prostor.

Po přípravných kapitolách shrnujících potřebné nástroje pro popis symetrií jsou nové výsledky disertace popsány v šesté a sedmé kapitole práce. Popis všech symetrií má dvě části. V první části je třeba popsat vlastnosti symbolů jednotlivých symetrií. Tato část je početně velmi náročná a schéma popisu vlastností jednotlivých komponent symbolů je podstatně složitější, než v klasickém případě Laplaceova operátoru. Podstatnou roli zde hraje několik různých přeurčených lineárních diferenciálních operátorů (první operátory v několika BGG komplexech). Komplementární úloha, která dokončuje klasifikaci, je konstrukce symetrie s libovolným symbolem splňujícím výše popsané vlastnosti. Metoda, kterou Z. Vlasáková použila, je opět ambientní konstrukce symetrií.

Práce je psána velmi systematicky a pečlivě, s minimem překlepů. Srozumitelnosti výkladu by prospělo větší množství poznámek a komentářů, které by jednotlivé části konstrukce popisovaly a které by čtenáři umožňovaly rychlejší orientaci v textu. Také úvod práce (a její závěr) by si zasloužil podrobnější zpracování.

Není pochyb o tom, že předložená práce obsahuje řešení složitého a zajímavého problému a že autorka prokázala svoje schopnosti vědecky pracovat. Navrhuji proto, aby práce byla podstoupena k obhajobě.


prof. Vladimír Souček
Matematický ústav UK
Sokolovská 83, 186 75 Praha