

Posudek disertační práce

Zuzany Vlasákové

Symmetries of the CR sub-Laplacian

Předložená práce se zabývá vysoce aktuální tematikou diferenciálních symetrií invariantních diferenciálních operátorů. Vychází z hlubokých souvislostí zmíněných symetrií s geometrií a reprezentační teorií základních grup infinitesimálních symetrií, které zvolenou geometrii určují.

Zuzana Vlasáková si předsevzala studovat z tohoto pohledu tzv. Cauchy-Riemannovy geometrie a symetrie operátoru, který je v této geometrii obdobou Riemannovského Laplaceova operátoru. Vychází přitom z průlomové práce [Eastwood, Michael, Higher symmetries of the Laplacian. Ann. of Math. (2) 161 (2005), no. 3, 1645–1665.].

Z technického hlediska jde o velice složité studium, které náročnými výpočty převádí problém na diskusi možných symbolů operátorů v rámci jednotlivých tříd ekvivalencí studovaných objektů a poté dokazování, že každý takový symbol skutečně lze doplnit do dobře definovaného operátoru. Nástrojem je, obdobně jako ve výše citované práci, tzv. ambientní konstrukce. Autorka velmi důsledně využívá obecné algebraické podobnosti grupy symetrií konformní Riemannovské geometrie s příslušnou grupou geometrie Cauchy-Riemannovské. Protože však při přechodu od Riemannovské metriky k Hermiteovské přibývá navíc jedna dimenze a celá geometrie se tím stává $|2|$ -gradovaná, technicky jsou potřebné výpočty ještě daleko komplikovanější než v konformním případě.

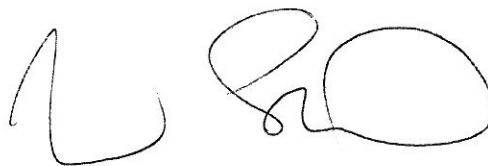
Obdobně jako u Eastwooda jsou v práci diskutovány symetrie na plochém modelu geometrie a to pomocí šikového vložení do komplexního afinního prostoru, které umožňuje úplně explicitní výpočty v ambientní konstrukci. Roli Killingových spinorů z konformní geometrie zde dle očekávání hrají tenzory z jádra prvního operátoru tzv. BGG rezolventy.

Vlastní jádro práce s původními výsledky je v samotném konci práce, počínaje od strany 50, kde jsou podrobně spočteny, zformulovány a dokázány výše uvedené skutečnosti. Samotná formulace výsledků je nesrozumitelná bez důkladného osvojení základních poznatků kolem tzv. parabolických geometrií a související teorie reprezentací. Velmi stručný a rychlý přehled vybraných pojmů, souvislostí a výsledků je uveden v prvních 4 kapitolách práce. Jde o vcelku zdařilý přehled definic a výsledků, které jsou sice v samotných důkazech později využívány spíše implicitně (protože jde o velice explicitní výpočty ambientních konstrukcí pro úplně plochý model), nicméně by bez jejich pochopení těžko mohla autorka práci samostatně zvládat.

V textu jsem narazil jen občas na drobné překlepy. Celý postup i detaily výpočtů se jeví jako správné. Jsem si jist, že Zuzana Vlasáková prokázala předloženou disertační práci velikou vyspělost, schopnost řešit složité matematické problémy a v neposlední řadě i obrovskou výdrž, když se jí podařilo tak složitou tematikou projít až k vlastním úplným výsledkům.

Doporučuji tuto práci k obhajobě.

V Brně, 6. září 2010

A handwritten signature in black ink, consisting of a stylized 'J' followed by 'S' and 'O' with a large loop, likely representing 'Jan Slovák'.

Prof. RNDr. Jan Slovák, DrSc.