

Oponentský posudek doktorské disertační práce
Mathematical analysis of models for viscoelastic fluids

autora Ondřeje Kremla

V předložené disertační práci se Ondřej Kreml zabývá matematickými modely proudění několika složitějších typů tekutin. V první kapitole se věnuje základním principům a z nich plynoucím konstitučním rovnicím Newtonovské tekutiny a několika případů ne-Newtonovských tekutin, jako jsou tekutina Oldroydova typu, polymerické tekutiny a Rivlin–Ericksenovy tekutiny. V dalších čtyřech kapitolách se postupně podrobněji věnuje formulaci a popisu matematického modelu proudění tekutiny Oldroydova typu (kapitola 2), polymerické tekutiny (kapitola 3), tekutiny druhého stupně (kapitola 4) a tekutiny s nekonstantní vazkostí a nelineární difuzí napětí (kapitola 5). V každé ze jmenovaných kapitol dále odvozuje věty, týkající se zejména existence řešení. Na závěr, v Appendixu, autor stručně popisuje a shrnuje některý používaný matematický aparát a poznatky o různých prostorech funkcí a Stokesových nebo Navierových–Stokesových rovnicích.

Hlavním přínosem práce jsou věty o existenci řešení. Konkrétněji, ve druhé kapitole se autor zabývá matematickým modelem tekutiny Oldroydova typu ve dvou- nebo třírozměrné hladké oblasti Ω a v celém prostoru \mathbb{R}^2 nebo \mathbb{R}^3 a dokazuje existenci silného řešení lokálně v čase. V kapitole 3 je dokázána lokální existence silného řešení počátečního–okrajového problému, popisujícího proudění polymerické tekutiny. V kapitole 4 je dokázána existence stacionárního řešení pro tekutinu druhého stupně ve vnější oblasti a rovněž jsou odvozeny odhady, poskytující informace o poklesu řešení směrem k nekonečnu. V kapitole 5 se autor zabývá existencí slabého řešení (globálně v čase) systému pohybových rovnic a podmínek (počátečních a okrajových) tekutiny s nekonstantní vazkostí a nelineární difuzí napětí.

Je nutné konstatovat, že uvažované matematické modely jsou samy o sobě dosti složité, a to zejména díky komplikovaným nelineárním konstitučním rovnicím. V důkazech existence autor aplikoval rozsáhlý aparát funkcionální analýzy a teorie parciálních diferenciálních rovnic, jako jsou věty o pevných bodech, kompaktních vnořeních různých prostorů, věty o vlastnostech Stokesova operátoru a řadě dalších operátorů, věty o vlastnostech Navierových–Stokesových rovnic nebo Oseenových rovnic v oblastech různých typů, atd.

Disertační práce přináší poměrně mnoho nových výsledků. Přehledným a exaktním způsobem odvozuje a prezentuje řadu matematických modelů, popisujících pohyb zmíněných tekutin s komplikovanou vnitřní strukturou. Modely jsou podrobně zkoumány a výsledkem jsou zejména věty o existenci silných nebo slabých řešení v různých prostorech funkcí. Práce na napsána přehledně a srozumitelně.

V disertační práci jsem nenašel nedostatky, které by stály za zmínku v tomto posudku. Naopak oceňuji, že autor prokázal hluboké porozumění problematice tvorby matematických modelů pohybu složitějších tekutin, odvozování odpovídajících rovnic a rovněž prokázal schopnost samostatně vědecky pracovat v oblasti analýzy příslušných matematických modelů. Z uvedených důvodů doporučuji, aby po úspěšné obhajobě byl Ondřej Kremlovi udělen titul PhD.

V Praze, 19. září 2010

Prof. RNDr. Jiří Neustupa, CSc.