Jedním ze základních problémů moderní statistické fyziky je snaha porozumět \mbox{frustraci} a chaosu. Základním modelem je konečně dimenzionální Edwards-Anderson Ising model. V této práci zavádíme zobecnění tohoto modelu. Studujeme množinové systémy uzavřené na symetrické rozdíly. Ukážeme, že významnou otázku, zda groundstate v Ising modelu je jednoznačný, lze studovat v těchto množinových systémech.

Krewerasova hypotéza říká, že každé perfektní párování v hyperkrychli Q_n lze rozšířit na Hamiltonovskou kružnici. Tuto hypotézu jsme dokázali.

Matching graf $\mg{G}$ grafu G má za vrcholy perfektní párování v G a hranami jsou spojeny ty dvojice perfektních párování, jejichž sjednocení tvoří Hamiltonovskou kružnici v G. Dokážeme, že matching graf $\mg{Q_n}$ je bipartitní a souvislý pro $n \ge 4$. Toto dokazuje Krewerasovu hypotézu, že graf M_n je souvislý, kde M_n vznikne z grafu $\mg{Q_n}$ kontrakcí vrcholů $\mg{Q_n}$, které odpovídají izomorfním perfektním párováním.

Cesta v Q_n vyhýbající se zadaným f chybným vrcholům se nazývá dlouhá, jestliže její délka je alespoň $2^n - 2f - 2$. Analogicky kružnice je dlouhá, pokud její délka je alespoň $2^n - 2f$. Pokud jsou všechny chybné vrcholy ze stejné bipartitní třídy Q_n, pak jsou tyto délky nejlepší možné.

Dokážeme, že pro každou množinu nejvýše $2n-4$ chybných vrcholů Q_n a každé dva bezchybné vrcholy u a v splňující jednoduchou nutnou podmínku na okolí u a v existuje dlouhá cesta mezi u a v. Počet chyb je nejlepší možný a zlepšuje předchozí známé výsledky. Také uvažujeme podstatně slabší podmínky na okolí u a v. Dokážeme, že pro každou množinu nejvýše $(n^2+n-4)/4$ chybných vrcholů Q_n existuje dlouhá cesta mezi libovolnými dvěma bezchybnými vrcholy, které mají nejvýše 3 chybné sousedy.

Označme $f(n)$ maximální číslo takové, že pro každou množinu nejvýše $f(n)$ chyb Q_n existuje dlouhá kružnice. Casta\ {n}eda and Gotchev položili hypotézu, zda $f(n) = \binom{n}{2}-2$. Nejprve jsme našli elegantní důkaz, že \mbox{$f(n) \ge n^2/10+n/2+1$} pro $n \ge 15$, což byl první známý kvadratický dolní odhad. Později jsme tuto hypotézu dokázali pomocí nové techniky potenciálů, kterou jsme zavedli.