

Oponentský posudek doktorské práce

Mgr. Jana Flašková: Ultrafilters and small sets

V doktorské práci se studují ultrafiltry na spočetné množině, které obsahují vhodně definované malé množiny. Hlavním cílem práce jsou vzájemné vztahy těchto ultrafiltrů pro různé malé množiny a jejich existence.

V první části autorka definuje základní malé množiny na množině přirozených čísel a zkoumá jejich vztahy. Skoro tenké množiny mají za enumeraci prosté posloupnosti přirozených čísel, které splňují podílové kritérium pro konvergenci řad, tenké jsou z nich ty, které mají příslušnou limitu podílů rovnou nule. Dále se zkoumají sčítatelné množiny, tj. prosté posloupnosti, jejichž řada konverguje; dále množiny, jejichž posuny obsahují jen konečně mnoho prvků původní posloupnosti. Mezi další důležité malé množiny patří ty, které mají limitní nulovou hustotu.

Předchozí malé množiny generují ideály množin na přirozených číslech (pokud už samy ideál netvoří) a vzhledem k těmto ideálům se definují a zkoumají ultrafiltry malých množin. Je ukázáno, že má smysl zkoumat tyto ultrafiltry jen pro tzv. vysoké (tall) ideály a že za určitého předpokladu teorie množin tyto ultrafiltry existují. Pro všechny zkoumané ideály malých množin je tu (za předpokladu Martinova axiomu) úplně vyřešena otázka vzájemných inkluzí. Tato část je nelehká a tvoří jádro doktorské disertace.

Konec práce je věnován zkoumání, kdy ultrafiltry malých množin jsou nebo nejsou uzavřené na součty, a existenci obecnějších ultrafiltrů malých množin. Hlavním výsledkem je tu existence ultrafiltru vzhledem k sčítatelným množinám (zobecnění tvrzení Gryzlova).

Doktorská disertace je sepsána anglicky a styl, formulace i objasňování postupů jsou na velmi pěkné úrovni. Práce se čte bezproblémově, zřejmě byla jejímu sepsání věnována velká péče. Nejsm expert na teorii ultrafiltrů a nedovedu se dobře orientovat v metodách důkazů a souvislostech s jinými pracemi. Proto mně osobně, jako neodborníkovi, chybělo více vysvětlování původnosti různých tvrzení a jejich souvislostí se známými postupy a výsledky.

Co se týká obsahu doktorské disertace, myslím, že i zde je na vysoké úrovni. Hlavně druhá kapitola působí velmi přesvědčivě, a potom i výše uvedené zobecnění výsledku Gryzlova. Nenašel jsem nic, co bych mohl práci vytknout.

Předložená disertační práce splňuje všechny požadavky na ní kladené. Jsem přesvědčen, že Mgr. Jana Flašková zvládá potřebné odborné matematické metody a je schopná vědecky pracovat. Proto doporučuji příslušné komisi pro obhajoby doktorských prací, aby udělila Mgr. Janě Flaškové titul PhD.



Profesor RNDr. Miroslav Hušek, DrSc

Praha, 10.3.2006