

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE



Tomáš Rieb

Určení kosmologických omega faktorů pomocí supernov typu Ia

Astronomický ústav

Vedoucí diplomové práce: Doc. RNDr. Attila Mészáros, DrSc.
Studijní program: Astronomie a astrofyzika

2010

Děkuji Doc. RNDr. Attilu Mészárosovi, DrSc. za vedení mé diplomové práce a pomoc při teoretických částech. Dále děkuji Mgr. Miroslavu Brožovi, Ph.D., RNDr. Ladislavu Šubrovi, Ph.D., Mgr. Josefu Ďurechovi, Ph.D. a prof. RNDr. Petru Harmancovi, DrSc. za diskuse o tématech a metodách mé práce a také za technickou výpomoc při sepisování. Chtěl bych poděkovat i Ing. Janě Riebové za pečlivé přečtení práce a věcné připomínky při jejím stylizování.

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce.

V Praze dne

Tomáš Rieb

Obsah

1	Úvod	6
2	Teoretická část	8
2.1	Friedmannova-Robertsonova-Walkerova metrika (FRW)	8
2.2	Friedmannovy rovnice	12
2.3	Definice kosmologických omega faktorů	18
2.4	Hubbleův diagram	20
3	Modely supernov typu Ia	22
3.1	Čistá deflagrace podle Gamezo et al. (2003)	24
3.2	Přechod deflagrace-detonace (zpožděná detonace, DDT) podle Gamezo et al. (2004)	25
3.3	Pulzující zpětná detonace (PRD) podle Bravo, García-Senz (2004)	25
3.4	Gravitačně přitahovaná detonace (GCD) podle Plewa et al. (2004)	26
4	Analytické zpracování sebraných dat	27
4.1	Absolutní magnituda supernov Ia	27
4.1.1	Monotónní funkce stretch faktoru	28
4.1.2	K-korekce	29
4.1.3	Extinkční koeficient	29
4.2	Efektivní zdánlivá magnituda v B-filtru	30
4.3	Kosmologické modely	30
4.4	Výsledky v rámci projektu Supernova Cosmology Project (SCP)	31
4.4.1	Analýza dat z Hubbleova vesmírného dalekohledu (HST)	31
4.4.2	Analýza dat skupiny Nearby Supernova Factory (NSF)	32
4.4.3	Analýza dat 42 supernov Ia z článku Perlmutter et al. (1999) (SCP1)	38
4.4.4	Analýza dat z domácí webové stránky SCP (SCP2)	41
4.4.5	Shrnutí	44
4.5	Výsledky v rámci projektu High-z Supernova Search Team (HZ)	46
4.5.1	Analýza dat kolektivu Bassett et al.	46
4.5.2	Analýza dat kolektivu Riess et al.	48
4.6	Výsledky v rámci projektu Supernova Legacy Survey (SNLS)	50
4.7	Výsledky ze sebraných dat z projektů SCP a SNLS dohromady	51
4.8	Přehled výsledků z provedených analýz	52
4.9	Srovnání výsledků s publikacemi jiných autorů	55
5	Závěr	52
Literatura		54

A Odvození Mattigova vzorce	55
A.1 $\Omega_k > 0, \Omega_M \equiv \Omega < 1$	55
A.2 $\Omega_k < 0, \Omega_M \equiv \Omega > 1$	56
A.3 $\Omega_k = 0, \Omega_M \equiv \Omega = 1$	56
B Sebraná data	57

Název práce: Určení kosmologických omega faktorů pomocí supernov typu Ia

Autor: Tomáš Rieb

Katedra (ústav): Astronomický ústav UK

Vedoucí bakalářské práce: Doc. RNDr. Attila Mészáros, DrSc.

e-mail vedoucího: meszaros@cesnet.cz

Abstrakt: Moje práce představuje pokus o určení kosmologických omega faktorů pomocí dat změřených z pozorování supernov typu Ia s kosmologickým rudým posuvem $z \geq 0,1$. K určení omega faktorů využívám metody fitování naměřených dat v Hubbleově diagramu. Jednotlivé fity vyhodnocuji pomocí χ^2 -testu. Hodnoty omega faktorů, které mi v analýzách vychází jako nejpravděpodobnější, se liší od výsledků uváděných v současné odborné literatuře. Otázka, kterou si pokládám, zní, je-li oprávněné zavrhnut kosmologické modely s nulovou hodnotou kosmologické konstanty. Statistické výsledky χ^2 -testu, které mi v práci vychází, na první pohled k zavrhnutí dostačují. Ovšem při podrobnějším rozboru příčin a důvodů k tomuto zavrhnutí nulové kosmologické konstanty se hypotéza ukazuje jako nejednoznačná. Své analýzy vypracovávám na základě sebraných dat od několika vědeckých týmů. Většinu z těchto dat se mi nedáří úspěšně nafitovat, protože rozptyly jejich poloh v Hubbleových diagramech jsou příliš velké. Z tohoto plyne, že k věrohodnému určení kosmologických omega faktorů pouze pozorování supernov Ia nestačí.

Klíčová slova: supernovy Ia - kosmologické modely - Hubbleův diagram

Title: Determinating the cosmological omega factors with supernovae Ia

Author: Tomáš Rieb

Department: Astronomical Institute of the Charles University

Supervisor: Doc. RNDr. Attila Mészáros, DrSc.

Supervisor's e-mail address: meszaros@cesnet.cz

Abstract: My thesis is an attempt to determine cosmological omega factors using the data measured during observations of the supernovae type Ia with cosmological redshift $z \geq 0,1$. For the determination of omega factors I use the method of fitting measured data in Hubble's diagram. I evaluate the fits by the χ^2 -tests. The values of omega factors, coming out of the analyses as the most probable ones differ from the results which are published in the contemporary scientific literature. The question which I am posing is, if it is correct to reject the cosmological models with a zero value of the cosmological constant. At the first sight statistical results of χ^2 -test, which issue from my thesis, seem to be sufficient enough to reject these models. But the denial of the zero cosmological constant appears as ambivalent by detailed analysis of the occasions and reasons for it. As the basis for my analyses, I use the data collected by a number of scientific teams. I cannot successfully fit most of these data, because the dispersions of their positions in Hubble's diagrams are too large. I can conclude that the observations of the supernovae Ia alone are not satisfactory for a reliable determination of the cosmological omega factors.

Keywords: supernovae Ia - cosmological models - Hubble's diagram

Kapitola 1

Úvod

V současné době existuje několik vědeckých týmů, které od konce 90. let minulého století uveřejňují v časopisech svá pozorování supernov typu Ia. Seznamují čtenáře s výsledky kosmologických analýz vedoucích k určení omega faktorů. Tyto faktory souvisí přímo s lokální geometrií prostoru ve vesmíru a s vesmírnou expanzí. Stále častěji se objevují názory zavrhnut kosmologické modely s nulovou hodnotou kosmologické konstanty Λ . Podobné úvahy s sebou pochopitelně přináší otázky týkající se fyzikální povahy a interpretace Λ . Diskutuje se o existenci a podobách „temné energie“, která by měla zapříčinit urychlenou vesmírnou expanzi.

Podrobněji jsem se tímto tématem zabýval již ve své bakalářské práci [Rieb (2008)]: „Temná energie představuje hypotetickou fyzikální interpretaci kladné kosmologické konstanty. Podle předpovědí by tato hypotetická forma energie měla mít záporný tlak, který by mohl způsobit urychlené rozpínání vesmíru. V současné době je navrženo několik možných podob temné energie. Zatím se zdá, že nejpravděpodobněji by mohlo jít o dosud nezměřenou energii vakua, která by byla obsažena v pouhé existenci prostoru, nebo by mohlo jít o jistý typ dynamického pole označovaného jako kvintesence.“

Jedním ze závěrů mé práce byl návrh či spíše požadavek získávat nová data z pozorování a zvětšovat výchozí statistický soubor pro kosmologické analýzy. Ve své diplomové práci tedy v tomto tématu pokračuji. Pokusil jsem se shromáždit co největší počet uveřejněných dat z pozorování SNe Ia s kosmologickým rudým posuvem $z \geq 0,1$. Do podzimu 2009 se mi jich podařilo získat 816. Každý z vědeckých týmů, které uveřejňují data, má samozřejmě své vlastní metody a postupy při určování kosmologických Ω -faktorů. Ačkoliv všechny týmy vycházejí z metody fitování Hubbleova diagramu (bodový graf závislosti pozorované magnitudy supernov m na kosmologickém rudém posuvu z), v detailech provedení a vyhodnocení samotných fitů se někdy liší.

Struktura práce je následující. Po této úvodní prvé kapitole uvádím ve druhé kapitole teorii, potřebnou k zadefinování Ω -faktorů. Odvozuji FRW metriku pomocí požadavku na maximální možnou symetričnost prostoru. Z FRW pak odvozuji Friedmannovy rovnice, které již přímo souvisí s Ω -faktory. Na konci druhé kapitoly píši o vzorcích, potřebných k fitování dat v Hubbleově diagramu. Třetí kapitola je věnována modelům explozivních mechanizmů SNe Ia. Rozebírám zde čtyři, v současné literatuře nejcitovanější, modely a srovnávám jejich výstupní parametry s pozorováními. Základní myšlenku modelů uvádí Rose (1998): „Proces emise neutrín v degenerovaných jádrech málo- a středněhmotných hvězd ($M \leq 9M_{\odot}$) odvádí dostatečné množství termální energie, aby zabránil hoření uhlíku, dříve než hvězda ztratí potřebné množství hmoty během přeměny rudého obra v bílého trpaslíka nebo dokud hmota jádra se nestane přibližně rovnou limitě bílého trpaslíka. Z toho vyplývá, že bílí trpaslíci, kteří se vyvinuli ze středně hmotných hvězd

hlavní posloupnosti, by podle předpokladu měli mít jádra bohatá na uhlík. Tedy pokud takoví bílí trpaslíci akreují hmotu z binárních společníků dostatečně rychle tj. tak, aby nezpůsobili výbuchy novy, pak dojde k zapálení uhlíku ve velmi silně degenerovaném plynu ($\rho \simeq 2 - 4 \times 10^9 \text{ g cm}^{-3}$, $T \simeq 5 \times 10^8 \text{ K}$), kdy je dosaženo limitní hmotnosti bílého trpaslíka. Za takových fyzikálních podmínek je tlak uvnitř jádra téměř nezávislý na teplotě a následkem toho teplo v jádře nedovolí jádru rozpínat se a schlazovat. Ačkoliv teplotu snižuje proces emise neutrín, hoření uhlíku teplotu naopak zvyšuje a jádro je navíc zahříváno gravitační kontrakcí. Intenzita hoření uhlíku se tedy zvyšuje, dokud nenastane termonukleární exploze. Jako důsledek této exploze vzroste teplota natolik, že dojde k zapálení kyslíku a křemíku (stane se tak téměř současně). Uvolněná termonukleární energie ($\simeq 2 \times 10^{44} \text{ J}$) je podstatně vyšší než vazebná energie degenerovaného jádra ($\simeq 3 \times 10^{43} \text{ J}$) a hvězda je rozptýlena do prostoru velkou rychlostí. Hoření křemíku dá vzniknout velkému množství ^{56}Ni a ^{56}Co , které se transformují na ^{56}Fe . Po dvou měsících polynomického poklesu začne světelná křivka supernovy Ia klesat lineárně v čase (což souhlasí s pozorováním).“ I když jsou v současné době diskutované modely velmi propracované (většina z nich existuje v 3D variantách), přesto se nejdůležitější výstupní parametr modelů - absolutní magnituda - určuje z pozorování. Určením absolutní magnitudy se zabývám ve čtvrté kapitole, kde se věnuji mimo jiné korekcím dat v Hubbleově diagramu i samotným analýzám, které jsem provedl. Píši o způsobu a výsledcích fitů dat v Hubbleově diagramu. Kapitola 5 shrnuje výsledky práce. Na konci své diplomové práce jsem do přílohy zařadil odvození Mattigova vzorce, který zjednodušuje výraz pro výpočet fitované pozorované magnitudy v modelu s nulovou hodnotou kosmologické konstanty. V příloze je také tabulka všech shromážděných dat z 816 SNe Ia. Jako součást práce příkládám CD s excelovskými tabulkami, jimiž jsem provedl kosmologické analýzy. CD neobsahuje numerickou integraci efektivní magnitudy, protože adresář s numerickou integrací přesáhl velikost 10 GB.

Hlavní myšlenkou mé práce je vypracovat jednotnou metodu k určení hodnot Ω -faktorů a aplikovat ji na všechna získaná data. Zajímala mne otázka, má-li smysl vytvářet úvahy o správnosti kosmologických modelů na základě spojení dat naměřených více vědeckými skupinami. Chtěl jsem také ověřit opodstatněnost zavrhnutí kosmologického modelu s $\Lambda = 0$.

Kapitola 2

Teoretická část

Text v této kapitole je částečně převzat z mé bakalářské práce [Rieb (2008)] a rozšířen. Veškeré uvedené vztahy lze nalézt v knize Gravitation and Cosmology [Weinberg (1972), kap. 13, 14, 15].

2.1 Friedmannova-Robertsonova-Walkerova metrika (FRW)

Mějme N -rozměrnou varietu (prostor N) a M -rozměrný podprostor M v N ($0 < M < N$). Uvažujme možné symetrie podprostoru M : Předpokládejme, že existuje třída pozorovatelů, která vidí podprostor M homogenní a izotropní.

Homogenita znamená, že podprostor je ve všech svých částech stejný. Matematicky se homogenita vyjadřuje tzv. translační symetrií: posuneme-li dva body nezávisle, jejich vzdálenost se nemění. Tomuto tvrzení přiřadíme fyzikální rozměr, pokud řekneme, že místo vzdálenosti dvou bodů se nemění fyzikální veličiny.

Podprostor je izotropní, jestliže existuje bod, ze kterého vypadá ve všech směrech stejně - tedy je-li rotačně symetrický.

V M -rozměrné podvarietě je potřeba k určení homogeneity M nezávislých parametrů - tzv. Killingových vektorů, pro izotropii pak $\binom{M}{2}$ Killingových vektorů. Pokud má M -rozměrná podvarieta všech $M + \binom{M}{2} = \frac{M(M+1)}{2}$ Killingových vektorů (tedy jejich maximální počet v případě, že jsou lineárně nezávislé), pak je tato podvarieta maximálně symetrická.

Uvažujme metriku:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu, \quad (2.1)$$

kde ds je infinitezimální prostoročasový interval, $g_{\mu\nu}(x)$ je metrický tenzor a x^μ, x^ν jsou souřadnice ($\mu, \nu = 1, \dots, N$). Zavedeme souřadnice u, v . V souřadnicích u není symetrie, v souřadnicích v ano. Pak platí:

$$ds^2 = g_{ab}(u, v)dx^a dx^b + 2g_{ai}(u, v)dx^a dx^i + g_{ij}(u, v)dx^i dx^j, \quad (2.2)$$

kde obecně $a, b = (M+1), \dots, N$; $i, j = 1, \dots, M$.

Pak existuje souřadnicový systém, ve kterém platí:

$$g_{ab}(u, v) = g_{ab}(u), \quad g_{ai} = 0, \quad g_{ij}(u, v) = f(u)\tilde{g}_{ij}(v), \quad (2.3)$$

t.j.

$$ds^2 = g_{ab}(u)dx^a dx^b + f(u)\tilde{g}_{ij}(v)dx^i dx^j. \quad (2.4)$$

Metrický tenzor $\tilde{g}_{ij}(v)$ má takový tvar, jaký má mít v maximálně symetrickém M -rozměrném prostoru.

Každou událostí prochází prostorupodobná nadplocha (nadplocha homogeneity), na níž jsou všechny fyzikální parametry konstantní. Vektor rychlosti pozorovatelů vůči nadplochám je kolmý.

V kosmologii podvarietu s $M = 3$ variety s $N = 4$ charakterizuje tzv. Friedmannova-Robertsonova-Walkerova metrika (FRW). FRW je metrikou v případě, kdy třírozměrný prostor, jakožto podvarieta čtyřrozměrného prostoročasu, je maximálně symetrický. Tedy má-li prostoročas 6 Killingových vektorů. Jediným zdrojem gravitačního pole jsou pak hmota, hybnost a tlak látky tvořící ideální kosmickou tekutinu. FRW popisuje homogenní izotropní expandující nebo kolabující vesmír [Weinberg (1972), kap. 15.2].

Když $M = 3$, pak třírozměrná metrika na nadplochách homogeneity má tvar:

$$dl^2 = \tilde{g}_{ij}(v)dx^i dx^j = \sum_{i=1}^3 (dx^i)^2 \pm (dx^4)^2, \quad (2.5)$$

kde x^4 je čtvrtá prostorová (pro případ „+“), popř. pseudoprostorová (pro případ „-“) souřadnice, dl je infinitezimální vzdálenost.

Nechť místo kartézských souřadnic x^1, x^2, x^3 zavedeme sférické souřadnice $v \equiv (r, \theta, \phi)$. Pak platí:

$$(x^4)^2 \pm \sum_{i=1}^3 (x^i)^2 = \tilde{a}^2 \neq 0, \quad \sum_{i=1}^3 (x^i)^2 = r^2, \quad (2.6)$$

z čehož můžeme odvodit infinitezimální přírůstek souřadnice x^4 :

$$(x^4)^2 \pm r^2 = \tilde{a}^2 \Rightarrow x^4 dx^4 = \mp r dr \Rightarrow dx^4 = \mp \frac{r dr}{\sqrt{\tilde{a}^2 \mp r^2}}. \quad (2.7)$$

Metrika na nadplochách homogeneity má potom tvar ($d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin \theta^2 d\phi^2$):

$$dl^2 = \tilde{g}_{ij}(v)dx^i dx^j = dr^2 + r^2 d\Omega^2 \pm \frac{r^2 dr^2}{\tilde{a}^2 \mp r^2} = \frac{\tilde{a}^2 \mp r^2 \pm r^2}{\tilde{a}^2 \mp r^2} dr^2 + r^2 d\Omega^2 = \frac{dr^2}{1 \mp \frac{r^2}{\tilde{a}^2}} + r^2 d\Omega^2. \quad (2.8)$$

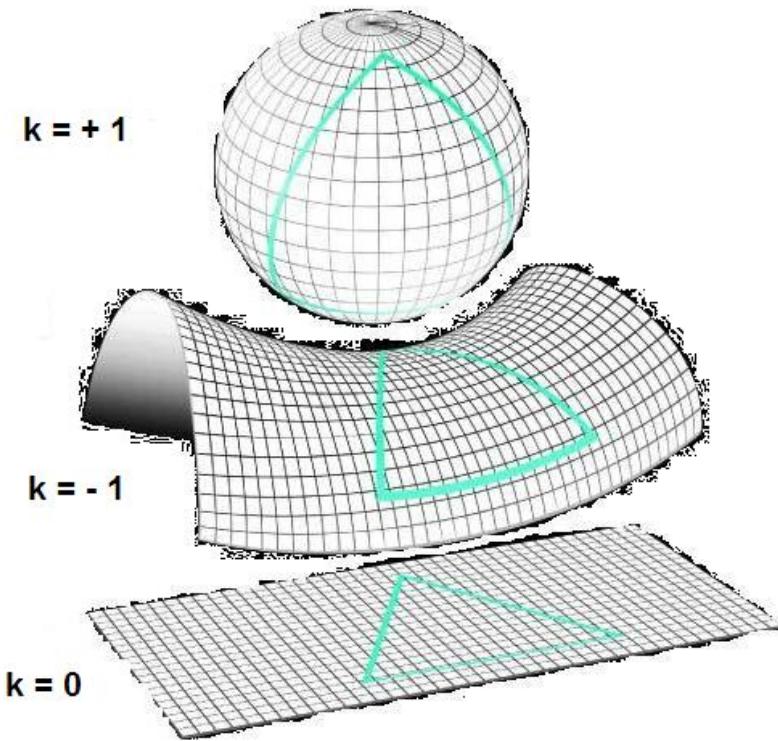
Tyto dvě možnosti definují metriku pro dva ze tří možných maximálně symetrických prostorů. Třetí, euklidovský případ dostaneme pro $\tilde{a} \rightarrow \pm\infty$.

Prostoročasový interval bude potom mít tvar dle (2.4):

$$ds^2 = -c^2 g_{tt}(t) dt^2 + f(t) \left(\frac{dr^2}{1 \mp \frac{r^2}{\tilde{a}^2}} + r^2 d\Omega^2 \right), \quad (2.9)$$

kde c je rychlosť světla, t je čas (odpovídá souřadnici u) a r je tzv. „comoving“ radiální souřadnice. Vztah (2.9) lze upravit:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + f(t) \left(\frac{dr^2}{1-k \frac{r^2}{\tilde{a}^2}} + r^2 d\Omega^2 \right), \quad \begin{cases} k = \pm 1; \\ k = 0, \tilde{a} \rightarrow \pm\infty. \end{cases} \quad (2.10)$$



obr. 1: Lokální geometrie vesmíru.

(Obrázek pochází z http://en.wikipedia.org/wiki/Shape_of_the_universe.)

Lokální geometrie vesmíru (viz. obr. 1) závisí na křivosti prostoru. Existují tři kategorie možných prostorových geometrií konstantní křivosti. Podle znaménka k se rozlišují na

plochou geometrii pro $k = 0$, jedná se o Euklidovskou geometrii E^3 ,
sférickou geometrii pro $k = 1$, jde o prostorově uzavřený vesmír S^3 [, "+" v (2.5)],
hyperbolickou geometrii pro $k = -1$, prostorově otevřený vesmír H^3 [, "-" v (2.5)].

Po zavedení vlnkovaných souřadnic (r má rozměr vzdálenosti, \tilde{r} je bezrozměrný)

$$\tilde{a}\tilde{r} = r, \quad dr = \tilde{a}d\tilde{r} \quad (2.11)$$

dostaneme

$$ds^2 = -c^2dt^2 + f(t) \left(\frac{\tilde{a}^2 d\tilde{r}^2}{1-k\tilde{r}^2} + \tilde{a}^2 \tilde{r}^2 d\Omega^2 \right), \quad \tilde{a}^2 f(t) = a^2(t). \quad (2.12)$$

$a(t)$ je tzv. kosmický škálovací faktor s rozměrem vzdálenosti, který reprezentuje relativní vesmírnou expanzi. Výsledný tvar metriky je proto:

$$ds^2 = -c^2dt^2 + a^2(t) \left(\frac{d\tilde{r}^2}{1-k\tilde{r}^2} + \tilde{r}^2 d\Omega^2 \right). \quad (2.13)$$

Modely s maximálně symetrickým prostoročasem (při počtu Killingových vektorů rovném 10) jsou nevyhovující, protože do nich nelze dosadit látku [Weinberg (1972), kap. 16.2.]. FRW je metrikou s maximálně symetrickým prostorem jakožto podvarietou prostoročasu, která je nejsymetričtějším modelem v souladu s pozorováními.

2.2 Friedmannovy rovnice

Pro zjednodušení zápisu budu v dalších úvahách psát r namísto \tilde{r} . V minulé podkapitole odvozená metrika má tedy tvar:

$$ds^2 = -c^2dt^2 + a^2(t) \left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right) \quad (\text{FRW metrika}). \quad (2.14)$$

Znamená to, že metrický tenzor lze psát maticově:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a^2}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2 r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Platí:

$$g_{tt} = -1, \quad g_{t\alpha} = 0, \quad g_{\alpha\beta} = a^2 \tilde{g}_{\alpha\beta}, \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3, \quad (2.16)$$

kde $\tilde{g}_{\alpha\beta}$ není funkcií t .

Einsteinův gravitační zákon v podobě s kosmologickou konstantou Λ má tvar:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad (2.17)$$

kde $R_{\mu\nu}$ je Ricciho tenzor, $R = R^\nu_\nu$ je Ricciho skalár, G je gravitační konstanta, $(\mu, \nu = 0, 1, 2, 3)$.

Tenzor energie a hybnosti $T_{\mu\nu}$ ideální kosmické tekutiny je definován:

$$T_{\mu\nu} = (\rho c^2 + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}, \quad (2.18)$$

kde čtyřrychlosť má tvar $u_\mu = (1, 0, 0, 0)$; $\rho = \rho(t)$ je hustota, $p = p(t)$ je tlak.

Ricciho tenzor lze zapsat pomocí Christoffelových symbolů 2. druhu a jejich parciálních derivací:

$$R_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\nu,\sigma}^\sigma - \Gamma_{\sigma\mu,\nu}^\sigma + \Gamma_{\mu\nu}^\sigma \Gamma_{\sigma\kappa}^\kappa - \Gamma_{\mu\kappa}^\sigma \Gamma_{\nu\sigma}^\kappa, \quad \mu, \nu, \sigma, \kappa = 0, 1, 2, 3. \quad (2.19)$$

Christoffellovy symboly 1. druhu závisí explicitně na parciálních derivacích metrického tenzoru:

$$\Gamma_{\kappa\nu\mu} = \Gamma_{\kappa\mu\nu} = \frac{1}{2}(-g_{\mu\nu,\kappa} + g_{\mu\kappa,\nu} + g_{\nu\kappa,\mu}) \quad (2.20)$$

a v našem případě budou mít tvar s triviálními kombinacemi indexů:

$$\Gamma_{000} = 0, \quad \Gamma_{0\alpha 0} = \Gamma_{00\alpha} = 0, \quad \Gamma_{\alpha 00} = 0 \quad (2.21)$$

a netriviálními kombinacemi díky časové závislosti kosmického škálovacího faktoru:

$$\Gamma_{0\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left[-(a^2 \tilde{g}_{\alpha\beta})_{,0} \right] = -\frac{1}{2}(2aa_{,0}\tilde{g}_{\alpha\beta}) = -aa_{,0}\tilde{g}_{\alpha\beta}, \quad (2.22)$$

$$\Gamma_{\alpha 0\beta} = \Gamma_{\alpha\beta 0} = \frac{1}{2}(a^2 \tilde{g}_{\alpha\beta})_{,0} = aa_{,0}\tilde{g}_{\alpha\beta}. \quad (2.23)$$

Převod na Christoffelův symbol, nezávislý na čase, je samozřejmě analogický převodu metrického tenzoru:

$$\Gamma_{\alpha\beta\sigma} = a^2 \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta\sigma}, \quad \tilde{g}^{\alpha\gamma} \tilde{g}_{\gamma\beta} = \delta_\beta^\alpha, \quad \gamma = 1, 2, 3. \quad (2.24)$$

Christoffellovy symboly druhého druhu získáme zde vynásobením symbolů 1.druhu s příslušnou komponentou kontravariantního metrického tenzoru:

$$\Gamma_{00}^0 = 0, \quad \Gamma_{\alpha 0}^0 = 0, \quad \Gamma_{00}^\alpha = g^{\alpha\kappa} \Gamma_{\kappa 00} = 0, \quad (2.25)$$

$$\Gamma_{\alpha\beta}^0 = g^{00} \Gamma_{0\alpha\beta} + g^{0\gamma} \Gamma_{\gamma\alpha\beta} = -\Gamma_{0\alpha\beta} + aa_{,0} \tilde{g}_{\alpha\beta} \cdot g^{0\gamma} = 0. \quad (2.26)$$

S využitím relace (2.24), dostaneme jednou kontravariantní Christoffelův symbol v jednodušším tvaru než (2.23):

$$\Gamma_{0\beta}^\alpha = g^{\alpha\kappa} \Gamma_{\kappa 0\beta} = g^{\alpha\gamma} \Gamma_{\gamma 0\beta} = \frac{\tilde{g}^{\alpha\gamma}}{a^2} (aa_{,0}) \tilde{g}_{\gamma\beta} = \frac{a_{,0}}{a} \delta_\beta^\alpha. \quad (2.27)$$

Převod na časově nezávislý symbol je obdobný:

$$\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = g^{\alpha\kappa} \Gamma_{\kappa\beta\gamma} = \frac{\tilde{g}^{\alpha\kappa}}{a^2} (a^2) \tilde{\Gamma}_{\kappa\beta\gamma} = \tilde{\Gamma}_{\beta\gamma}^\alpha. \quad (2.28)$$

Pro komponenty Ricciho tenzoru pak platí:

$$R_{00} = -\Gamma_{\alpha 0,0}^\alpha - \Gamma_{0\beta}^\alpha \Gamma_{0\alpha}^\beta = -\left(\frac{a_{,0}}{a} \delta_\alpha^\alpha\right)_{,0} - \frac{a_{,0}}{a} \delta_\beta^\alpha \frac{a_{,0}}{a} \delta_\alpha^\beta = -3\left(\frac{a_{,0}}{a}\right)_{,0} - 3\left(\frac{a_{,0}}{a}\right)^2 = -3\frac{a_{,00}}{a} - 3a_{,0} \left(-\frac{1}{a^2}\right) a_{,0} - 3\left(\frac{a_{,0}}{a}\right)^2 = -3\frac{a_{,00}}{a}, \quad (2.29)$$

$$R_{0\alpha} = \Gamma_{0\alpha}^\beta \Gamma_{\beta\kappa}^\kappa - \Gamma_{0\gamma}^\beta \Gamma_{\alpha\beta}^\gamma = \Gamma_{0\alpha}^\beta \tilde{\Gamma}_{\beta\gamma}^\gamma - \Gamma_{0\gamma}^\beta \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^\gamma = \frac{a_{,0}}{a} \delta_\alpha^\beta \tilde{\Gamma}_{\beta\gamma}^\gamma - \frac{a_{,0}}{a} \delta_\gamma^\beta \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^\gamma = \frac{a_{,0}}{a} \left(\tilde{\Gamma}_{\alpha\gamma}^\gamma - \tilde{\Gamma}_{\alpha\gamma}^\gamma \right) = 0, \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} R_{\alpha\beta} &= [\epsilon = 1, 2, 3] \Gamma_{\alpha\beta,0}^0 + \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta,\gamma}^\gamma - \tilde{\Gamma}_{\gamma\alpha,\beta}^\gamma + \Gamma_{\alpha\beta}^0 \Gamma_{0\gamma}^\gamma + \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^\gamma \tilde{\Gamma}_{\gamma\epsilon}^\epsilon - \Gamma_{\alpha\gamma}^0 \Gamma_{\beta 0}^\gamma - \Gamma_{\alpha 0}^\gamma \Gamma_{\beta\gamma}^0 - \tilde{\Gamma}_{\alpha\gamma}^\epsilon \tilde{\Gamma}_{\beta\epsilon}^\gamma = [\tilde{R}_{\alpha\beta} = \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta,\gamma}^\gamma - \tilde{\Gamma}_{\gamma\alpha,\beta}^\gamma + \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^\gamma \tilde{\Gamma}_{\gamma\epsilon}^\epsilon - \tilde{\Gamma}_{\alpha\gamma}^\epsilon \tilde{\Gamma}_{\beta\epsilon}^\gamma] \tilde{R}_{\alpha\beta} - (aa_{,0})_{,0} \tilde{g}_{\alpha\beta} - aa_{,0} \tilde{g}_{\alpha\beta} \cdot 3\frac{a_{,0}}{a} + aa_{,0} \tilde{g}_{\alpha\gamma} \delta_\beta^\gamma \frac{a_{,0}}{a} + \frac{a_{,0}}{a} \delta_\alpha^\gamma aa_{,0} \tilde{g}_{\beta\gamma} = \tilde{R}_{\alpha\beta} - a_{,00} a \tilde{g}_{\alpha\beta} - (a,0)^2 \tilde{g}_{\alpha\beta} - 3(a,0)^2 \tilde{g}_{\alpha\beta} + 2(a,0)^2 \tilde{g}_{\alpha\beta} = \tilde{R}_{\alpha\beta} - a_{,00} a \tilde{g}_{\alpha\beta} - 2(a,0)^2 \tilde{g}_{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

V maximálně symetrickém M -rozměrném prostoru platí:

$$R_{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{R}{M(M-1)}(g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho}) , \quad (2.32)$$

kde $R_{\mu\nu\rho\sigma}$ je Riemannův tenzor. Proto zde pro Ricciho tenzor dostaneme:

$$R_{\mu\nu} = \frac{R}{M}g_{\mu\nu} . \quad (2.33)$$

Zkoumáme prostor s $M = 3$, takže zde máme:

$$R = -6k, \quad \tilde{R}_{\alpha\beta} = -2k\tilde{g}_{\alpha\beta}, \quad R_{\alpha\beta} = -[2k + aa_{,00} + 2(a_{,0})^2]\tilde{g}_{\alpha\beta}. \quad (2.34)$$

Protože nultý index označuje časovou složku, obdržíme:

$$a_{,0} = \frac{\partial a}{\partial x^0} = \frac{\partial a}{c\partial t} = \frac{\dot{a}}{c}, \quad R_{00} = -\frac{3\ddot{a}}{c^2a}, \quad (2.35)$$

$$R_{\alpha\beta} = -\left(2k + \frac{a\ddot{a}}{c^2} + \frac{2\dot{a}^2}{c^2}\right)\tilde{g}_{\alpha\beta} . \quad (2.36)$$

Rovnice (2.35) a (2.36) definují nenulové komponenty Ricciho tenzoru.

Uvažujme nyní Einsteinův gravitační zákon (2.17) se smíšenými indexy:

$$R^\mu_\nu - \frac{1}{2}R\delta^\mu_\nu - \Lambda\delta^\mu_\nu = \frac{8\pi G}{c^4}T^\mu_\nu . \quad (2.37)$$

Vezmeme-li stopu této rovnice

$$R - 2R - 4\Lambda = \frac{8\pi G}{c^4}T, \quad R = -\frac{8\pi G}{c^4}T - 4\Lambda , \quad (2.38)$$

můžeme dosadit do (2.37):

$$R^\mu_\nu - \frac{1}{2}\left(-\frac{8\pi GT}{c^4} - 4\Lambda\right)\delta^\mu_\nu - \Lambda\delta^\mu_\nu = \frac{8\pi GT}{c^4}T^\mu_\nu \quad (2.39)$$

a upravit

$$R_\nu^\mu = \frac{8\pi GT}{c^4} \left(T_\nu^\mu - \frac{1}{2} \delta_\nu^\mu T \right) - \Lambda \delta_\nu^\mu . \quad (2.40)$$

S využitím vztahu (2.18) komponenty Ricciho tenzoru ($T = \rho c^2 - 3p$)

$$R_\nu^\mu = \frac{8\pi G}{c^4} \left[(\rho c^2 + p) u^\mu u_\nu - p \delta_\nu^\mu - \frac{1}{2} \delta_\nu^\mu (\rho c^2 - 3p) \right] - \Lambda \delta_\nu^\mu \quad (2.41)$$

upravíme na

$$R_\nu^\mu = \frac{8\pi G}{c^4} \left[(\rho c^2 + p) u^\mu u_\nu - \frac{1}{2} \delta_\nu^\mu \rho c^2 + \frac{1}{2} \delta_\nu^\mu p \right] - \Lambda \delta_\nu^\mu . \quad (2.42)$$

Po těchto vztazích při uvážení časových indexů Ricciho tenzoru ($u^0 u_0 = g^{00} u_0 u_0 = 1$):

$$\mu, \nu = 0 \rightarrow -\frac{3\ddot{a}}{c^2 a} = \frac{4\pi G}{c^4} (\rho c^2 + 3p) - \Lambda \quad (2.43)$$

dostaneme výslednou II. Friedmannovu rovnici:

$$-\frac{3\ddot{a}}{a} = 4\pi G \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) - \Lambda c^2 . \quad (2.44)$$

Pro odvození I. Friedmannovy rovnice vyjdeme z jednou kontravariantního prostorového Ricciho tenzoru:

$$R_\beta^\alpha = g^{\alpha\gamma} R_{\gamma\beta} = \frac{1}{a^2} \tilde{g}^{\alpha\gamma} R_{\gamma\beta} = -\frac{1}{a^2} \left(2k + \frac{a\ddot{a}}{c^2} + \frac{2\dot{a}^2}{c^2} \right) \delta_\beta^\alpha . \quad (2.45)$$

Po úpravě vztahu (2.41) ($u^\alpha u_\beta = 0$):

$$\left(2k + \frac{a\ddot{a}}{c^2} + \frac{2\dot{a}^2}{c^2} \right) \left(-\frac{1}{a^2} \right) \delta_\beta^\alpha = \frac{4\pi G}{c^4} (p - \rho c^2) \delta_\beta^\alpha - \Lambda \delta_\beta^\alpha \quad (2.46)$$

vynásobíme rovnici c^2 a dále upravujeme

$$(2k c^2 + a\ddot{a} + 2\dot{a}^2) \frac{-\delta_\beta^\alpha}{a^2} = \frac{4\pi G}{c^2} (p - \rho c^2) \delta_\beta^\alpha - \Lambda c^2 \delta_\beta^\alpha , \quad (2.47)$$

$$2k c^2 + a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 = 4\pi G(\rho - \frac{p}{c^2})a^2 + \Lambda c^2 a^2 , \quad (2.48)$$

$$\ddot{a}a + 2\dot{a}^2 + 2kc^2 = \frac{4\pi G}{c^2}(\rho c^2 - p)a^2 + \Lambda c^2 a . \quad (2.49)$$

Přepíšeme rovnici (2.44) do tvaru:

$$\ddot{a}a = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) a^2 + \frac{\Lambda c^2 a^2}{3} . \quad (2.50)$$

Odečteme od vztahu (2.49) II. Friedmannovu rovnici (2.50):

$$2\dot{a}^2 + 2kc^2 = \frac{4\pi G}{c^2}(\rho c^2 - p)a^2 + \Lambda c^2 a + \frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) a^2 - \frac{\Lambda c^2 a^2}{3} = \frac{16\pi G\rho a^2}{3} + \frac{2c^2 a^2 \Lambda}{3} \quad (2.51)$$

a upravíme na tvar I. Friedmannovy rovnice:

$$\dot{a}^2 + kc^2 = \frac{8\pi G\rho a^2}{3} + \frac{c^2 a^2 \Lambda}{3} . \quad (2.52)$$

Zderivujeme-li I. Friedmannovu rovnici (2.52) podle t , dostaneme:

$$2\dot{a}\ddot{a} = \frac{8\pi G\dot{\rho}a^2}{3} + \frac{16\pi G\rho a\dot{a}}{3} + \frac{2a\dot{a}c^2\Lambda}{3} , \quad (2.53)$$

$$\ddot{a} = \frac{4\pi G\dot{\rho}a^2}{3\dot{a}} + \frac{8\pi G\rho a}{3} + \frac{ac^2\Lambda}{3} . \quad (2.54)$$

Do vztahu (2.54) dosadíme za \ddot{a} z II. Friedmannovy rovnice (2.44):

$$-\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) a + \frac{ac^2\Lambda}{3} = \frac{4\pi G}{3} \frac{\dot{\rho}a^2}{\dot{a}} + \frac{8\pi G\rho a}{3} + \frac{ac^2\Lambda}{3} \quad (2.55)$$

a dále upravujeme:

$$-\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) a\dot{a} = \dot{\rho}a^2 + 2\rho a\dot{a}, \quad (2.56)$$

$$-3\rho a\dot{a} - \frac{3p}{c^2}a\dot{a} = \dot{\rho}a^2, \quad (2.57)$$

$$3a\dot{a}\left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) + \dot{\rho}a^2 = 0, \quad (2.58)$$

$$3\rho a\dot{a} + \dot{\rho}a^2 = -3\frac{pa\dot{a}}{c^2}, \quad (2.59)$$

$$3\rho\dot{a}a^2 + \dot{\rho}a^3 = -3\frac{pa^2\dot{a}}{c^2}. \quad (2.60)$$

Využijeme toho, že levá strana rovnice představuje derivaci jednoho členu:

$$\frac{d}{dt}(\rho a^3) = -3\frac{pa^2\dot{a}}{c^2}, \quad (2.61)$$

$$\frac{d}{dt}(\rho a^3) = -\frac{d}{dt}\left(\frac{pa^3}{c^2}\right) + \dot{p}\frac{a^3}{c^2}, \quad (2.62)$$

až nakonec obdržíme rovnici (2.63), která je důsledkem I. a II. Friedmannovy rovnice:

$$\frac{d}{dt}\left[(\rho c^2 + p)a^3\right] = a^3\frac{dp}{dt}. \quad (2.63)$$

Rovnice (2.44), (2.52) a (2.63) jsou výchozími Einsteinovými rovnicemi pro FRW modely vesmíru. Z těchto tří rovnic jsou pouze dvě nezávislé - např. z Friedmannových rovnic (2.44) a (2.52) lze získat třetí, jak bylo vidět v této podkapitole.

2.3 Definice kosmologických omega faktorů

Friedmannovy rovnice jsou tedy:

$$H^2(t) \equiv \left[\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right]^2 = \frac{8\pi G\rho(t)+\Lambda c^2}{3} - k \frac{c^2}{a^2(t)}, \quad (2.64)$$

$$3 \left[\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} \right] = \Lambda c^2 - 4\pi G [\rho(t) + \frac{3p(t)}{c^2}]. \quad (2.65)$$

Stavová rovnice ideální kosmické tekutiny má tvar:

$$w = p(t)/[\rho(t)c^2], \quad (2.66)$$

kde w je v kosmologických modelech konstanta, p je tlak a ρ je hustota - obě jsou pouze funkcií času t .

Řešením Friedmannových rovnic (2.64) a (2.65) obdržíme pro $w = \text{konst.}$, $k = 0$ a $\Lambda = 0$:

$$a(t) \propto t^{\frac{2}{3(1+w)}}, \quad (2.67)$$

$$\rho(t) \propto a(t)^{-3(1+w)}. \quad (2.68)$$

Řešení uvedené výše je platné pro $w \neq -1$.

Ve vesmíru, ve kterém dominuje záření, je $w = 1/3$, zatímco ve vesmíru, ve kterém dominuje prach, $w = 0$. V těchto případech získáváme pro záření:

$$a(t) \propto t^{1/2}, \quad \rho(t) \propto a(t)^{-4} \quad (2.69)$$

a pro prach:

$$a(t) \propto t^{2/3}, \quad \rho(t) \propto a(t)^{-3}. \quad (2.70)$$

Pro $w = -1$ platí

$$a(t) \propto \exp(Ht), \quad (2.71)$$

kde Hubbleův parametr H je v tomto případě speciálně konstanta. Model $w = -1$ je pro 10 Killingových vektorů - nelze do nich umístit látku [Weinberg (1972), kap. 16.2]. Teoretická část práce se s tímto modelem dále nezabývá.

Zavedeme-li konformní čas η

$$d\eta = \frac{cdt}{a(t)}, \quad (2.72)$$

můžeme určit pro $\Lambda = 0, p = 0, k\epsilon\{-1, 0, 1\}$ koeficient A :

$$A = 8\pi G\rho a^3/(3c^2), \quad [A] = \text{m}. \quad (2.73)$$

Pro $k = 0$ platí

$$\begin{aligned} & \eta\epsilon\langle 0, \infty \rangle, \\ & a = \frac{A}{4}\eta^2 \\ & ct = \eta^3 \frac{A}{12}, \end{aligned} \quad (2.74)$$

pro $k = 1$

$$\begin{aligned} & \eta\epsilon\langle 0, 2\pi \rangle, \\ & a = \frac{A}{2}(1 - \cos \eta), \\ & ct = (\eta - \sin \eta) \frac{A}{2} \end{aligned} \quad (2.75)$$

a pro $k = -1$

$$\begin{aligned} & \eta\epsilon\langle 0, \infty \rangle, \\ & a = \frac{A}{2}(\cosh \eta - 1), \\ & ct = (\sinh \eta - \eta) \frac{A}{2}. \end{aligned} \quad (2.76)$$

Řešení (2.74) je identické s řešením (2.70).

Definujeme-li Ω -faktory vztahy:

$$\Omega_M(t) = \frac{8\pi G\rho(t)}{3H^2(t)}, \quad (2.77)$$

$$\Omega_\Lambda(t) = \frac{\Lambda c^2}{3H^2(t)}, \quad (2.78)$$

$$\Omega_k(t) = \frac{-kc^2}{H^2(t)a^2(t)}, \quad (2.79)$$

pak z rovnice (2.64) platí pro libovolné t

$$1 = \Omega_M(t) + \Omega_\Lambda(t) + \Omega_k(t).$$

Ω -faktory jsou závislé na čase. Je ale zvykem psát pro čas $t = t_0$ („nyní“): $H(t_0) = H_0$, $\Omega_M(t_0) = \Omega_{M_0} = \Omega_M$, $\Omega_\Lambda(t_0) = \Omega_{\Lambda_0} = \Omega_\Lambda$, $\Omega_k(t_0) = \Omega_{k_0} = \Omega_k$.

Z rovnic (2.64, 2.65) lze odvodit:

$$\Lambda c^2/[3H(t)^2] - \frac{4\pi G\rho(t)}{3H^2} = \Omega_\Lambda(t) - \frac{\Omega_M(t)}{2} = \frac{\ddot{a}(t)a(t)}{\dot{a}(t)^2} = -q(t), \quad (2.80)$$

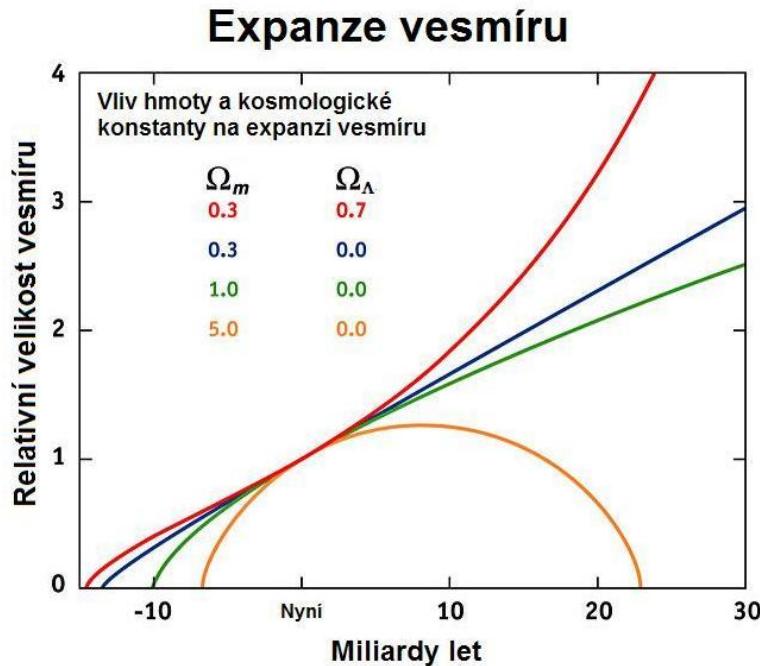
kde $q(t)$ je tzv. decelerační (zpomalovací) parametr.

Proto, když $\Omega_\Lambda(t) > \frac{\Omega_M(t)}{2}$, dochází k urychlené expanzi [$q(t) < 0$ neboli $\ddot{a}(t) > 0$].

Pro $\Omega_\Lambda = 0, p = 0, k = 0$ platí, že $q = \frac{1}{2}$.

To znamená, že když $\Omega_\Lambda = 0$, platí vždy $\ddot{a}(t) < 0$. V tomto případě tedy není možné řešení s $a(t) = \text{konst.}$

Když $p = 0$, tak je model jednoznačně určen třemi parametry ($\Omega_M, \Omega_\Lambda, H_0$). V závislosti na poměru nynějších hodnot Ω -faktorů v čase t_0 můžeme odhadovat průběh vesmírné expanze (viz. obr. 2) pro hodnotu $H_0 = 69,7^{+4,9}_{-5,0} \text{ km.s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ [Suyu et al.(2010)]:



obr. 2: Možné průběhy expanze vesmíru.

(Obrázek pochází z http://en.wikipedia.org/wiki/Expansion_of_space.)

2.4 Hubbleův diagram

Klíčovou pozorovací metodou v kosmologii je tzv. Hubbleův diagram m vs $\log z$, kde m je pozorovaná magnituda a z je kosmologický rudý posuv. Fitování dat v Hubbleově diagramu se provádí s pomocí Pogsonova vztahu:

$$m - M = 25 + 5 \log d_{LM}, \quad (2.81)$$

kde d_{LM} je luminozitní vzdálenost v Mpc [Weinberg (1972), kap. 14.4] a M je absolutní magnituda.

Podle Carrolla et al. (1992) platí:

$$d_{LM} = (1 + z) d_{PM}, \quad (2.82)$$

kde d_{PM} je „proper-motion“ vzdálenost, definovaná vztahem

$$d_{PM} = a(t_0) r,$$

kde r je bezrozměrná „comoving“ vzdálenost objektu a $a(t_0)$ s rozdílem vzdálenosti je hodnota kosmického škálovacího faktoru [viz. vzorec (2.14)] v čase t_0 [Weinberg (1972), vzorec (14.4.14)]. Pro d_{PM} uvádí Carroll definiční vztah:

$$H_0 d_{PM} = \frac{c}{|\Omega_k|^{\frac{1}{2}}} \operatorname{sinn} \left\{ |\Omega_k|^{\frac{1}{2}} \int_0^z [(1+z')^2(1+\Omega_M z') - z'(2+z')\Omega_\Lambda]^{-\frac{1}{2}} dz' \right\}, \quad (2.83)$$

kde $\operatorname{sinn} \equiv \sinh$ pro $\Omega_k > 0$ a $\operatorname{sinn} \equiv \sin$ pro $\Omega_k < 0$. Pro $\Omega_k = 0$ lze místo (2.83) psát:

$$H_0 d_{PM} = c \int_0^z [(1+z')^2(1+\Omega_M z') - z'(2+z')\Omega_\Lambda]^{-\frac{1}{2}} dz'. \quad (2.84)$$

Když speciálně $\Omega_\Lambda = 0$, pak lze (2.83) a (2.84) nahradit Mattigovým vztahem (viz. příloha A). Pokud $\Omega_\Lambda \neq 0$, pak je třeba integrály v (2.83) a (2.84) určit numericky. Z rovnic (2.82 - 2.84) je zřejmé, že $d_{LM} = d_{LM}(z, H_0, \Omega_\Lambda, \Omega_M)$. Pro $z \leq 0,1$ platí navíc, že $d_{LM} \cong d_{PM} \cong \frac{c}{H_0} z$.

Kapitola 3

Modely supernov typu Ia

V této kapitole budu diskutovat čtyři v současné literatuře nejcitovanější modely explozivních mechanizmů SNe Ia. Hlavní motivací těchto modelů je určit absolutní magnitudu pro SNe Ia. Přes velký pokrok v modelování za posledních deset let se dodnes určuje absolutní magnituda z pozorování [viz. podkapitola (4.1)]. Následující text úvodu k této kapitole je zpracován podle Gamezo et al. (2003) a Jordan et al. (2008).

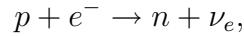
Jedním z možných „konečných“ stádií vývoje hvězd jsou bílí trpaslíci. Bílí trpaslíci jsou konečným stadiem vývoje hvězd, jejichž původní hmota je menší než $8M_{\odot}$. Stadíum bílého trpaslíka ovšem nemusí být pro hvězdu zcela konečné, protože za jistých okolností může i bílý trpaslík skončit mohutnou explozí. Vznikne tím velmi jasný objekt - supernova. Termínem „supernova“ označujeme explozi, která může být způsobena buď uvolněnou gravitační energií při kolapsu jádra masivní hvězdy nebo nukleární energií uvolněnou explozivním termonukleárním hořením bílého trpaslíka. Ve své práci se soustředím na termonukleární supernovy, které naleží k typu Ia (SN Ia).

Předchůdci termonukleárních supernov jsou bílí trpaslíci (BT) složení z jader uhlíku a kyslíku a oddělených degenerovaných elektronů. Termín „degenerovaný“ znamená, že elektrony okupují všechny možné kvantové stavy pod určitou energetickou hladinou. Hydrostatická rovnováha v BT je způsobena nejvíce právě tlakem degenerovaných elektronů, který nezávisí na teplotě. Hvězda může ztratit značnou část materiálu, ze kterého je tvořena, odvrhnutím vnějších vrstev do prostoru při závěrečných fázích své evoluce. Hmotnost zbylého BT je vždy menší než Chandrasekharův limit $1,4 M_{\odot}$, neboť nad ním je hydrostatická rovnováha degenerované hmoty nemožná. Izolovaný uhlíko-kyslíkový BT je stabilní a prakticky inertní, neboť jeho teplota není dostatečně vysoká, aby podporovala průběh základních nukleárních reakcí. Takto izolovaná mrtvá hvězda může existovat téměř nekonečně dlouho a pomalu chladnout díky vyzařování své energie do prostoru. Avšak pozorování ukazují, že více než 50% všech hvězd není izolovaných. Náleží do skupin dvou či více hvězd, které obíhají okolo společného těžiště. V blízkém binárním systému může BT zvýšit svou vlastní hmotnost akrecí hmoty ze sousední hvězdy. Právě takové systémy považujeme za nejpravděpodobnější předchůdce SN Ia.

Přiblíží-li se akrecí hmotnost BT Chandrasekharovu limitu, znamená každý další přírůstek úplnou kontrakci celé hvězdy. Materiál v blízkosti centra hvězdy bude značně zhuštěn. To způsobí vzrůst teploty a urychlí termonukleární reakce v blízkosti centra. Uvolněná energie dále zvyšuje teplotu, tedy dále urychluje termonukleární reakce. Tento proces je zpomalován neutrínovým, konvektivním a proudovým schlazováním. Nicméně teplota v centru BT stále roste, až dosáhne bodu, kdy uvolněná energie převýší energetický odtok. V obyčejné, nedegenerované hvězdě by uvolněná energie byla stabilizována

termální expanzí a prací vykonanou proti gravitaci. Avšak v BT vzrůst původní teploty nebude působit na tlak degenerovaných elektronů a nepovede tedy k význačnější expanzi, která by mohla zpomalit termonukleární reakce a působit jako prevence proti nestabilnímu procesu. Nakonec vzroste teplota natolik, že termální tlak a tlak degenerovaného elektronového plynu si budou rovny a hmota začne expandovat. V tomto okamžiku již je expanze schopna uhasit rychlé termonukleární hoření zapálené v centru BT. Nestabilní termonukleární mechanismus v degenerované hmotě je klíčem možných scénářů SN Ia. Podle typu scénáře může k zapálení dojít v blízkosti centra, mimo centrum nebo ve vnějších vrstvách BT. Budu se nyní soustředit na zapálení v centru.

Zapálením startuje v SN Ia exploze, která trvá několik sekund, ale uvolní $\simeq 10^{51}$ erg, čili tolik energie, kolik by Slunce vyzářilo za 8 miliard let. Energie je produkována řadou termonukleárních reakcí, které začínají jádry ^{12}C a ^{16}O a končí ^{56}Ni a dalšími jádry prvků ze skupiny železa. Zároveň dojde k vytvoření velkého množství jader středně těžkých prvků jako Ne, Mg, Si, S a Ca. Hlavní reakce produkující energii probíhají v tenké obálce nazývané termonukleární plamen, který se rozpíná do prostoru. Na počátku je plamen laminární a jeho rychlosť šíření je kontrolována termální vodivostí. Jak se postupně plamen šíří pryč od centra, stává se turbulentním a zrychluje. Nakonec hoření přejde z relativně pomalého podzvukového režimu nazývaného deflagrace do režimu nadzvukového, kterému říkáme detonace, kdy čelo reakce předchází rázovou vlnu. 99% uvolněné energie odnáší neutrina, která se tvoří při neutronizaci:



kdy vzniknou termalizovaná neutrina všech vůně. 1% uvolněné energie se přemění na kinetickou a termální energii expandující obálky (toto 1% se nejprve změní na teplo, neboli „mikroskopickou“ E_k a posléze na makroskopickou E_k). Pouze 0,01% uvolněné energie uniká jako pozorované záření. Jakmile součet termální a kinetické energie převýší potenciální energii vlastní gravitace BT, stane se obálka nevázanou a bude pokračovat v expanzi až „do nekonečna“.

Termonukleární reakce, které probíhají při explozi, zajišťují pro expanzi potřebnou energii, ale nezajišťují svítivost rozpínajícího se plynu, pozorovanou jako SN Ia. Energetickým zdrojem svítivosti je pomalý radioaktivní rozpad $^{56}\text{Ni} \rightarrow ^{56}\text{Co} \rightarrow ^{56}\text{Fe}$. Svítivost dosahuje maxima 15 až 20 dní po explozi a pak pomalu klesá, než se všechna jádra ^{56}Co přemění. Maximum jasnosti SN Ia je porovnatelné s jasností celé galaxie a u jednotlivých supernov se může lišit v řádu magnitudy. Pozorování ukazují, že maximum svítivosti SNe Ia na viditelných vlnových délkách koreluje s rychlostí poklesu svítivosti po maximu světelné křivky. Tato a další příslušné korelace nám dovolují považovat SNe Ia za standardní svíčky k měření vzdáleností ve vesmíru a k určení kosmologických parametrů klíčových pro naše chápání globální vesmírné evoluce.

Význam SNe Ia jakožto standardních svíček roste se zlepšujícími se pozorovacími technikami, protože určení kosmologických parametrů se tím zpřesňuje. Ačkoliv korelace mezi maximem svítivosti a rychlostí jejího poklesu má pro SNe Ia teoretické vysvětlení, založené na jednorozměrném modelu, jedná se při nejlepším stále pouze o první přiblížení, které nebere do úvahy detailní mechanismus exploze a jeho možné variace. Jedinou možnou cestou, jak vyřešit tento problém, je studium detailů explozí supernov pomocí vícerozměrných numerických simulací. V současné době existují 4 základní modely explozivních mechanismů. Jedná se o 1) čistou deflagraci (Gamezo et al., 2003), 2) přechod deflagrace-detonace (DDT; Gamezo et al., 2004), 3) pulzační detonaci (PRD; Bravo, García-Senz, 2004) a 4) gravitačně omezenou detonaci (GCD; Plewa et al., 2004). V dalších podkapitolách se budu věnovat těmto čtyřem modelům.

3.1 Čistá deflagrace podle Gamezo et al. (2003)

Autoři stanovili počáteční podmínky pro BT o Chandrasekharově hmotnosti ($1,4 M_{\odot}$) v hydrostatické rovnováze:

$$\begin{aligned} &\text{počáteční poloměr } R_{WD} = 2 \times 10^8 \text{ cm}, \\ &\text{počáteční centrální hustota } \rho_c = 2 \times 10^9 \text{ g.cm}^{-3}, \\ &\text{jednotná počáteční teplota } T = 10^5 \text{ K} \\ &\text{a jednotné počáteční chemické složení BT s } 50\% \text{ }^{12}\text{C} \text{ a s } 50\% \text{ }^{16}\text{O}. \end{aligned}$$

Na počátku modelu je zažehnut v jádru BT plamen, který se začne sféricky symetricky rozpínat laminární rychlostí S_l . Dále je v článku definována rychlosť šíření turbulentního plamene v kvazirovnážném stavu ovlivněném Rayleighovou-Taylorovou (RT) nestabilitou, která je vyvolána gravitací. Tato rychlosť závisí na gravitačním zrychlení g , škálové délce L (bývá považována za jednotkovou) a Atwoodově číslu $A = \frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_0 + \rho_1}$ (ρ_0 , ρ_1 jsou hustoty před a za čelem plamene) a je vyjádřena vztahem:

$$S_t = 0,5\sqrt{AgL} \quad (3.1)$$

Jak se plamen vzdaluje od centra, gravitační zrychlení a Atwoodovo číslo roste. To zvyšuje amplitudu a rychlosť vývoje RT nestability. Díky této nestabilitě rostou malé perturbace na povrchu plamene a vytvoří několik útvarů tvarově podobných houbám. Turbulentní rychlosť šíření plamene převáží nad laminární [rychlosť šíření se dá chápout jako $S = \max(S_l, S_t)$]. Plamen, nyní již ve tvaru souboru hub, pokračuje v šíření, částečně díky své vlastní rozpínavosti a částečně díky gravitačním silám, které způsobí, že horký, spálený, řídký materiál houbovitých útvarů se začne dostávat k povrchu BT. Stejně gravitační síly totiž přitahují studenou, hustou, nespálenou hmotu mezi houbovitými útvary směrem k jádru. Výsledné toky podél povrchu plamene jsou nestabilní [Kelvinova-Helmholtzova (KH) nestabilita] a rychle v nich vznikají víry. Tyto víry dále devastují povrch plamene a přispívají svou energií k turbulentnímu vodopádu, který pak vytvoří další turbulentní pohyby na malých škálách. Až původní plamenné „houby“ dostatečně vyrostou, vynese se na jejich povrchu sekundární RT nestabilita, která vyprodukuje další stupeň houbovitých útvarů, které opět vyrostou a stanou se objektem RT nestability na nižších rozměrech, atd. Tyto menší gravitačně vyvolané „houby“ interagují s turbulencí vytvořenou v předchozí generaci a také produkují vlastní turbulenci díky KH nestabilitě.

Jak se turbulentní plamen vyvíjí, energie, uvolněná při termonukleárním hoření, způsobí, že se BT začne rozpínat. Expanze zrychluje a stává se nejednotnou, jak se vznikající plamenné „houby“ blíží k povrchu. V článku popisovaný model končí v okamžiku, kdy se poloměr expandujícího BT zvětší asi $2,6\times$. Vnější vrstvy expandují rychlosť $1,2 \times 10^9 \text{ cm.s}^{-1}$ a hustota nespáleného materiálu v blízkosti jádra klesá na cca $5 \times 10^7 \text{ g.cm}^{-3}$. Oblast v okolí jádra stále obsahuje významné množství nespálené hmoty, která klesá rychlosť 10^8 cm.s^{-1} směrem k jádru skrz plamenné „houby“. Rychlosť pohybu velkých plamenných „hub“ je v podstatě nulová v porovnání s expandující hmotou. To znamená, že „houby“ prakticky zastavily svůj další růst. Tento efekt zamrznutí RT nestability na velkých měřítkách kvůli expanzi souvisí také se zamrznutím velkorozměrové turbulencie a přispívá k poklesu rychlosť hoření po 1,5 s.

Typická kinetická energie pozorovaná u SN Ia (vypočtená podle změřeného Dopplera posudu na spektrálních čárách) je $(1 - 1,5) \times 10^{51}$ erg. V modelu čisté deflagrace vychází konečná energie $(1,0 - 1,2) \times 10^{51}$ erg, tedy velmi dobrá shoda s dolním koncem pozorovaného intervalu. Ovšem množství jader prvků skupiny železa, vytvořené při explozi, je pouhých $0,47M_{\odot}$ (podle článku Gamezo et al., 2004). Podíl zastoupení ^{56}Ni , určený z pozorování, činí $0,6M_{\odot}$ pro typickou SN Ia. Zastoupení niklu, vytvořeného čistou deflagrací, je tedy pro úspěšnost tohoto modelu nedostatečné. Nakonec autoři zmiňují, že v modelu dochází k produkci jader středně hmotných prvků (prvky od uhlíku po železo), jakmile hustota klesne pod 5×10^7 g.cm $^{-3}$ a hoření se zastaví při hustotě menší než 10^6 g.cm $^{-3}$.

3.2 Přechod deflagrace-detonace (zpožděná detonace, DDT) podle Gamezo et al. (2004)

Protože se jedná o podobný kolektiv autorů jako u článku v předchozí podkapitole (3.1), nepřekvapí, že počáteční podmínky modelu byly voleny stejně. Autoři nejprve modelovali deflagraci a vyhranili se proti svému předchozímu článku tím, že konstatovali: „... výsledné spektrum čisté deflagrace nesouhlasí se spektrem, pozorovaným u SN Ia“. Detonační fázi pak modelovali pro tři různé případy. V případě a) došlo k počátku detonace po 1,62 s trvání deflagrace, kdy shořela $\frac{1}{3}$ hmoty BT. V případě b) začala detonace po 1,62 s deflagrace ve vzdálenosti 10^8 cm od jádra. A konečně v případě c) došlo k detonaci 1,51 s po začátku deflagrace. Všechny tři modely předpovídají konečnou kinetickou energii expandujícího materiálu $(1,3 - 1,6) \times 10^{51}$ erg, tedy dobrou shodu s horním koncem pozorovaného intervalu. Modely předpovídají i celkové hmoty jader prvků skupiny železa, vytvořené při explozi. Pro případ a) to je $0,78M_{\odot}$, pro b) $0,73M_{\odot}$ a pro c) $0,94M_{\odot}$. Tedy všechny tři modely jsou v souladu s pozorováními [nejblíže je model b)], na rozdíl od modelu čisté deflagrace.

3.3 Pulzující zpětná detonace (PRD) podle Bravo, García-Senz (2004)

Ve svém článku neříkají autoři nic o počátečních podmínkách svého modelu (kromě zmínky, že uvažují C-O BT o hmotnosti $1,38M_{\odot}$), který rozdělují do tří fází. V první fázi podle nich dojde v BT k deflagraci, při které shoří $0,18M_{\odot}$ hmoty. Tato fáze trvá 1 s a uvolní se při ní $2,5 \times 10^{50}$ erg, což vede dále k pulzaci BT. Druhá fáze začne detonační explozí poté, co dojde k uhašení deflagrace vlivem expanze, a končí akreční srážkou při nárazu hmoty dopadající z binárního průvodce BT. K akreční srážce dojde po 7,18 s. Třetí fáze pak začíná odpálením sbíhající se detonační vlny. V krátkém okamžiku tedy postupuje detonace směrem k jádru, aby znova zapálila dříve uhašený materiál. 0,3 s po vzplanutí této zpětné detonační vlny se stává akreovaný materiál nehybným v blízké poloze k jádru. Poté přetlak způsobený uvolněnou nukleární energií ve vnitřních vrstvách BT odmrští akreovanou hmotu pryč, oddělí ji od jádra. Detonovaná hmota začíná expandovat velkými rychlostmi. Tato expanze však detonaci oslabuje a hoření nakonec uhasíná. Ve výsledku spálí detonace veškeré palivo až na malou oblast v okolí jádra. Vnější vrstvy jsou pak bohaté ve svém složení na jádra středně těžkých prvků. Výsledná kinetická energie expandujícího materiálu v PRD modelu je $1,05 \times 10^{51}$ erg,

což odpovídá spodní hranici určené z pozorování. Konečné zastoupení niklu v materiálu, vzniklé při explozi, je $M(^{56}\text{Ni}) = 0,70M_{\odot}$, tedy dobrá shoda s pozorovanou $0,6M_{\odot}$.

3.4 Gravitačně přitahovaná detonace (GCD) podle Plewa et al. (2004)

Tento model začínají autoři s $1,36M_{\odot}$ izotermálním BT, složeným z 50% C a z 50% O o teplotě $T = 3 \times 10^7$ K. Scénář modelu začíná vzplanutím deflagrační exploze v jádře, která dá vzniknout přetlakem řízené bublině horkého materiálu, který dosáhne povrchu BT nadzvukovou rychlostí. Únik této bubliny urychlí později vnější vrstvy BT bohaté na nukleární palivo. Tyto vrstvy (o hustotě $\sim 10^4 \text{ g.cm}^{-3}$) gravitačně přitahovány k jádru BT proletí po jeho obvodu a začnou se shlukovat na protilehlém místě povrchu, než na jakém došlo k úniku bubliny. Tyto proudy nukleárního paliva obsahují po cca 1,94 s dostatek hmoty (hustota $\sim 1,7 \times 10^6 \text{ g.cm}^{-3}$) a energie (teplota $\sim 2,2 \times 10^9$ K) k zapálení detonace těsně u povrchu BT. Detonace pak odstřelí celého BT. Materiál s hustotou větší než 10^8 g.cm^{-3} podstoupí spalování na prvky skupiny železa. V okamžiku detonace je hmotnost oblastí s touto hustotou $0,71M_{\odot}$, což dobře souhlasí s pozorováním. Ve článku se, bohužel, nepíše nic o kinetické energii expandujícího materiálu, takže toto kritérium nemůžeme porovnat s výsledky pozorování.

Kapitola 4

Analytické zpracování sebraných dat

Určení kosmologických omega faktorů provedu metodou fitování Hubbleova diagramu. Do 30. 9. 2009 se mi povedlo z vědeckých časopisů zjistit data z 816 SNe Ia s kosmologickým posuvem $z \geq 0,1$. Data byla publikována různými vědeckými skupinami (byla změřena různými teleskopy), které je možno zařadit do tří hlavních kosmologických projektů: Supernova Cosmology Project (SCP), High-z Supernova Search Team (HZ) a Supernova Legacy Survey (SNLS). Cílem mé práce je provést srovnání výsledků fitů diagramů pro zkalirovaná data z jednotlivých skupin a pokusit se zjistit, zda má smysl provést kosmologické úvahy na základě dat z více skupin, případně i projektů.

4.1 Absolutní magnituda supernov Ia

Viděli jsme sice v předchozí kapitole velmi nadějně pokusy o modelování absolutní magnitudy supernov Ia. Přesto se i v současné době určuje absolutní magnituda pro kosmologické analýzy z pozorování (pozorujeme supernovu v blízké galaxii, jejíž vzdálenost od nás známe, a ze zdánlivé magnitudy určíme magnitudu absolutní podle Pogsonova vztahu). V určení absolutní magnitudy supernov typu Ia jsou kosmologické týmy nejednotné. Ačkoliv se, až na výjimky, shodují v korekčních členech, které absolutní magnitudu opravují, samotná hodnota M_B (tedy absolutní magnituda v B-filtru, se kterou se pracuje) se u nich mírně liší. Tento rozdíl by se částečně dal vysvětlit závislostí M_B na hodnotě Hubbleovy konstanty H_0 (v případě, že by různé týmy braly různou hodnotu, a v případě, že by absolutní magnituda byla na Hubbleově konstantě závislá). Ovšem např. u Perlmutter et al. (1997) odkazují odvození své konstanty

$$M_B - 5 \log H_0 + 25 = (0,86 \pm 0,21)(\Delta m_{15} - 1,1) - (3,32 \pm 0,05), \quad (4.1)$$

(Δm_{15} je pokles pozorované efektivní magnitudy s maxima světelné křivky během 15 dnů) na Hamuy et al. (1996). V tomto článku jsem se ale o žádné závislosti M_B na H_0 nedočetl. Budu tedy ve svých fitech uvažovat obojí možnost: určení absolutní magnitudy podle Perlmuttera (se závislostí na H_0) i podle Hamuye (bez závislosti; budu tedy diskutovat fity pro různé hodnoty Hubbleovy konstanty). Nejistota v hodnotě absolutní magnitudy je dána též tím, že pro supernovy typu Ia neexistuje jednoznačně přijatý model (viz. kapitola 3).

Určení absolutní magnitudy podle Perlmuttera pro $H_0 = 69,7 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$ při započtení opravy o Δm_{15} (nebo analogicky opravy o funkci stretch faktoru):

$$M_B = -19,10 \pm 0,05; \sigma_M = 0,17 . \quad (4.2)$$

Určení absolutní magnitudy podle Perlmuttera pro $H_0 = 69,7 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$ bez započtení opravy:

$$M_B = -18,95 \pm 0,03; \sigma_M = 0,26 . \quad (4.3)$$

Určení absolutní magnitudy podle Hamuye:

$$M_B = -19,26 \pm 0,05; \sigma_M = 0,17 . \quad (4.4)$$

Zvláštním případem je projekt SNLS, který má svůj vlastní způsob určení absolutní magnitudy supernov:

$$M_B = -19,31 \pm 0,03 + 5 \log \frac{H_0}{70} . \quad (4.5)$$

V případě jejich dat budu tedy pracovat i s touto hodnotou.

V podkapitolách 4.1.1 - 4.1.3 se nyní podíváme na tři korekční členy, které ovlivňují absolutní magnitudu a efektivní zdánlivou magnitudu supernov typu Ia.

4.1.1 Monotónní funkce stretch faktoru

Jedná se jednoduše o monotónní funkci stretch faktoru s , která natahuje (pro větší hodnoty s) nebo zkracuje (pro menší hodnoty s) časovou osu světelné křivky supernovy. Platí:

$$\Delta_{corr}(s) = \alpha(s - 1). \quad (4.6)$$

Stretch faktor je analogický s parametrem Δm_{15} (neboli s intervalem poklesu zdánlivé magnitudy během 15 dnů od maxima světelné křivky). Perlmutter et al. (1997) určují vzájemný vztah mezi Δm_{15} a absolutní magnitudou supernovy [vztah (4.1)]. Stretch faktor tedy ovlivňuje absolutní magnitudu supernovy. Autoři využívají započtení tohoto korekčního členu ke snížení disperze určení absolutní magnitudy (ze $\sigma_M = 0,26$ bez započtení funkce stretch faktoru na $\sigma_M = 0,17$ se započtením). Tímto postupem se řídí i já ve své práci.

4.1.2 K-korekce

Započtení této korekce je nutné v důsledku existence kosmologického rudého posuvu supernovy a pozorování supernov v jiných filtroch než ve filtru B, se kterým se pracuje ve výsledném Hubbleově diagramu. Ovlivňuje tedy hodnotu zdánlivé magnitudy. Princip K-korekce je zřejmý. Pozorují-li supernovu např. v R-filtru, musíme si uvědomit, že v důsledku kosmologického posuvu vidíme množství (intenzitu) příchozího světla z kratší vlnové délky. Já ovšem pro své analýzy potřebuji znát intenzitu (a z ní určit zdánlivou magnitudu výchozího světla) ve filtru B. Správná hodnota K-korekce by se tedy měla určit podle poměru ploch pod křivkou v grafu pozorovaná intenzita vs. vlnová délka v oblasti pozorované vlnové délky a v oblasti vlnové délky, jejímž kosmologickým posuvem bychom získali vlnovou délku B-filtru. Podobné informace se ovšem v literatuře nezveřejňují (pokud se neuvádí rovnou hodnota K-korekce). V některých článcích [např. Knop et al. (2003)] a zejména v internetových telegramech [např. Bassett et al. (2007)] údaje o K-korekcích chybí. Proto, je-li potřeba (v případech, kdy není uvedena opravená $m_{Bi}^{effective}$), vypočítávám K-korekci pomocí kvadratické závislosti - podle Nugent, Kim, Perlmutter (2002) - na kosmologickém posuvu z , jejíž parametry jsem zjistil metodou nejmenších čtverců ze zveřejněných dat. Platí:

$$K_{BX} = 0,1669 - 3,3378z + 3,1930z^2 \pm 0,0178. \quad (4.7)$$

4.1.3 Extinkční koeficient

Každá zdánlivá magnituda je též opravena o galaktickou extinkci, ke které dochází při průchodu světla z hostící galaxie k nám. Např. u dat SCP je tento koeficient určen pomocí zčervenání barevného indexu a poměru výběrového součtu (R_R)

$$A_R \equiv R_R \times E(B - V)$$

(je zde uvažována galaktická extinkce pro filtr R, a to z důvodu provedení K-korekce). R_R pak nabývá hodnot od 2,56 při $z = 0$ a např. 4,88 při $z = 0,83$.

Rowan-Robinson (2001) upozorňuje {uvedené zpracování jeho článku jsem již použil ve své bakalářské práci [Rieb (2008)]}, že oba hlavní týmy pozorovatelů expanze vesmíru (Supernova Cosmology Project a High-Z Supernova Search Team) u svých starších analýz podceňují význam galaktické extinkce v místech, kde se supernovy nacházejí (tzv. extinkce v hostící galaxii). Rowan-Robinson uvádí, že některé nepříliš vzdálené supernovy typu Ia se nacházejí v eliptických galaxiích, kde galaktická extinkce může být vskutku zanedbatelná. Většina pozorovaných supernov ovšem pochází ze spirálních galaxií, kde již extinkci zanedbat nemůžeme. Navíc, když se díváme zpět v čase (okolo $z = 1$), setkáváme se se zvýšeným podílem systémů, ve kterých se rodí hvězdy, a můžeme zde tedy předpokládat vyšší průměrnou galaktickou extinkci než u malých z .

Při fitování Hubbleových diagramů se absence extinkce v hostící galaxii objevuje u 42 supernov Ia z článku Perlmutter et al. (1999) a 88 supernov vědecké skupiny Nearby Supernova Factory.

Tým SNLS počítá ve svých analýzách extinkční člen odlišným způsobem, a sice podle tzv. barvy c , kterou určí pomocí světelných křivek. Extiční člen má pak u tohoto týmu hodnotu

$$A_X = \beta c, \text{ kde } \beta = 1,57 \pm 0,159 .$$

4.2 Efektivní zdánlivá magnituda v B-filtru

Po dosazení korekčních členů z předchozí kapitoly do Pogsonova vztahu (2.81) má tento zákon podobu:

$$m_X - M_B - K_{BX} - A_X + \alpha(s-1) = 25 + 5 \log d_{LM} . \quad (4.8)$$

V literatuře [např. Perlmutter et al. (1999)] se do Hubbleova diagramu dosazuje tzv. efektivní zdánlivá magnituda ve filtru B (index i označuje příslušnou supernovu v analyzovaném souboru dat):

$$m_{B_i}^{effective} = m_X - K_{BX} - A_X + \alpha(s-1), \quad (4.9)$$

která se pak porovnává v χ -kvadrát testu s hodnotou vypočtenou podle zadaných Ω -faktorů:

$$m_B^{effective}(z_i, \Omega_M, \Omega_\Lambda) = 25 + M_B + 5 \log d_{LM}, \quad (4.10)$$

kde d_{LM} se určí podle vztahů (2.82 - 2.84). Integrály (2.83) a (2.84) počítám numericky obdélníkovou metodou v programu Excel. Chybu této integrace odhaduji dle vzorce:

$$R_r = \frac{D_0^2 z}{r},$$

kde $D_0 = \max \left| \frac{\partial d_{PM}}{\partial x} \right|$ pro $0 \leq x \leq z$ a r je počet obdélníků, které sčítám (v mém případě $r = 1000$). Vypočtenou chybu přičítám k vyintegrované d_{PM} a sleduji, jak se výsledná efektivní zdánlivá magnituda mění. Maximální rozdíl nepřekračuje 0,01 magnitudy, což je moje přesnost určení pro počítanou efektivní zdánlivou magnitudu. Proto chybu integrace zanedbávám.

4.3 Kosmologické modely

Své analýzy provedu zvlášť pro tři různé případy: pro kosmologický model s nulovou hodnotou kosmologické konstanty ($\Omega_\Lambda = 0$), pro model s nulovou křivostí prostoru ($\Omega_k = 0$, $\Omega_\Lambda + \Omega_M = 1$) a konečně pro případ, kdy nekladu žádná omezení na hodnoty Ω -faktorů (Ω_Λ , Ω_M libovolné).

Není-li v článcích explicitně uvedena disperze efektivní zdánlivé magnitudy ($\sigma_{m_{B_i}^{effective}}$), počítám ji ze závislosti na chybě měření zdánlivé magnitudy, chybě K-korekce, chybě monotónní funkce stretch faktoru a chybě extinkčního členu (případně absorpčního členu z barvy u SNLS) podle vzorce:

$$\sigma_{m_{B_i}^{effective}} = \sqrt{\sigma_{m_X}^2 + \sigma_{K_{BX}}^2 + \sigma_{\alpha(s-1)}^2 + \sigma_{A_X}^2} . \quad (4.11)$$

Abychom získali disperzi, která se bude dosazovat do vzorce (4.13), musíme k předchozí hodnotě započít chybu určení absolutní magnitudy:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_{m_{B_i}^{effective}}^2 + \sigma_M^2 + \sigma_{5 \log d_{LM}}^2}; \quad \sigma_{5 \log d_{LM}} \approx 0 \text{ [viz. podkapitola (4.2)]} \quad (4.12)$$

Disperze pro jednotlivá určení absolutní magnitudy:

Perlmutter et al. se započtením korekce monotónní funkce stretch faktoru: $\sigma_M = 0, 17$,

Perlmutter et al. bez započtení korekce: $\sigma_M = 0, 26$,

Hamuy et al.: $\sigma_M = 0, 17$,

Astier et al. (SNLS): $\sigma_M = 0, 15$.

Samotné fity pak vyhodnocuji dle χ -kvadrát testu. Kvantitu χ^2 vypočítávám podle vzorce (4.13) [Press et al. (1992)]

$$\chi^2 = \sum \left(\frac{m_{B_i}^{effective} - m_B^{effective}(z_i, \Omega_M, \Omega_\Lambda)}{\sigma_i} \right)^2. \quad (4.13)$$

Hodnoty χ -kvadrát lze při známém počtu stupňů volnosti souboru převézt na pravděpodobnost rozdělení χ -kvadrát. Za úspěšný fit považuji takový, jehož pravděpodobnost rozdělení je alespoň 5%.

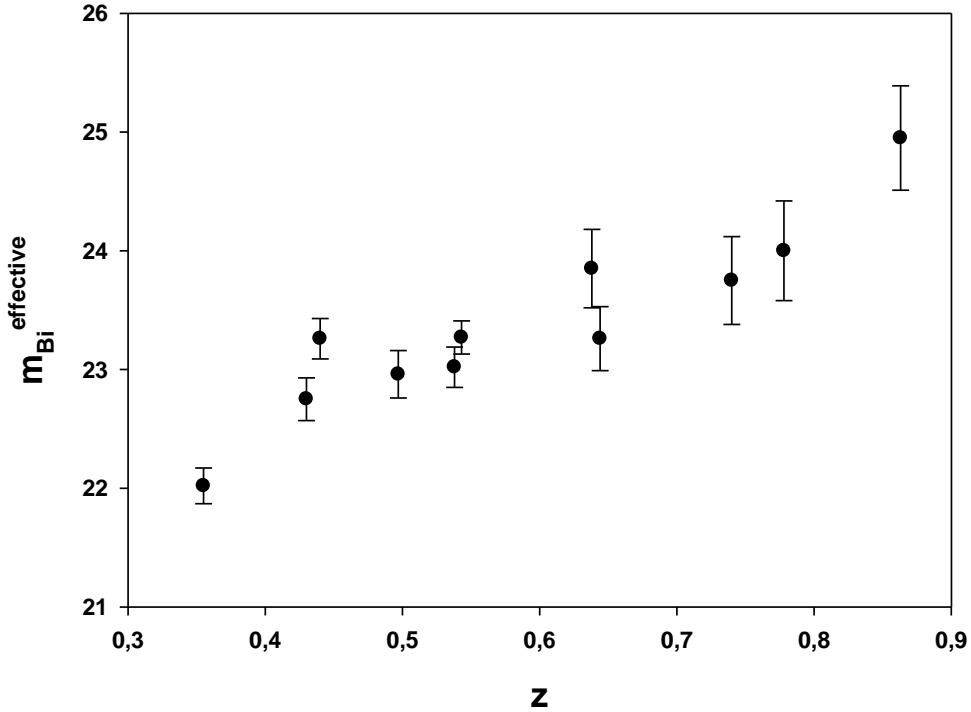
Vědecké týmy [Perlmutter (1999)] používají nezřídka mnohem sofistikovanější metody výpočtu hodnoty χ^2 .

4.4 Výsledky v rámci projektu Supernova Cosmology Project (SCP)

Data spadající do projektu SCP jsem získal ze čtyř zdrojů: z dat změrených pomocí Hubbleova vesmírného dalekohledu [Knop et al. (2003)]; ze zpráv o pozorování supernov Ia v podobě elektronických telegramů na serveru ADS - jedná se o vědeckou skupinu Nearby Supernova Factory (NSF) [např. Pecontal et al. (2006)]; z pilotního článku SCP, referujícího o pozorování 42 supernov Ia s velkým kosmologickým posuvem [Perlmutter et al. (1999)] a z dat uveřejněných na stránkách SCP <http://supernova.lbl.gov/Union> [Kowalski et al. (2008)].

4.4.1 Analýza dat z Hubbleova vesmírného dalekohledu (HST)

Knop et al. (2003) uveřejňují ve svém článku již výsledná data pro fit (zkorigovaná zdánlivá B-magnituda o K-korekci, galaktickou extinkci i o člen odpovídající extinkci v hostící galaxii supernovy a o započtení korekce monotónní funkce stretch faktoru pro absolutní magnitudu). Tato data tedy nijak neupravuju a pouze přejímám. Jedná se o 11 supernov typu Ia.



obr. 3: Hubbleův diagram z dat HST.

Modely s absolutní magnitudou určenou podle Perlmuttera nelze nafitovat s lepším výsledkem než necelé 1% pravděpodobnosti rozdělení χ -kvadrát. Nemá tedy smysl výsledky těchto fitů uvažovat.

S obdobně malou hodnotou rozdělení dopadly i fity s absolutní magnitudou určenou podle Hamuye. Ani pro jednu hodnotu H_0 nepřekročil žádný z modelů pravděpodobnost 1%.

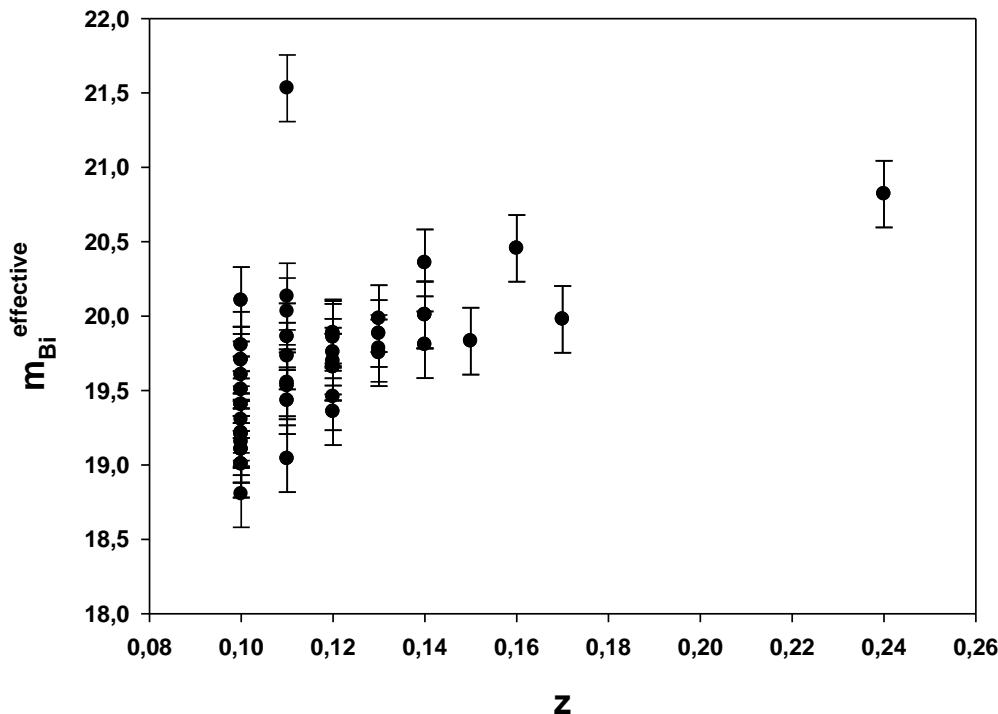
4.4.2 Analýza dat skupiny Nearby Supernova Factory (NSF)

Jak už jsem naznačil v úvodu podkapitoly, jedná se o 88 supernov typu Ia, jejichž dílčí záznamy z pozorování byly zveřejněny v podobě elektronických telegramů na internetu. V těchto telegramech šlo o velmi strohé informace, ze kterých jsem pro účely této práce mohl využít pouze informace o kosmologickém posuvu z a o pozorovaných magnitudách (často ani nebylo uvedeno v jakém filtru pozorování proběhlo, či zda se jednalo o pozorování v maximu světelné křivky). Ani u jedné pozorované supernovy z této skupiny se mi nepodařilo zjistit hodnotu stretch faktoru s , proto v analýzách celý příslušný korekční člen nezapočítávám. Perlmutter et al. (1999) pro takové případy určuje absolutní magnitudu supernov jako

$$M_B - 5 \log H_0 + 25 = -3,17 \pm 0,03; \quad \sigma_{M_B} = 0,26.$$

Ve svých výpočtech uvažuju opět obě varianty - určení absolutní magnitudy podle Perlmuttera et al. i Hamuye et al. Výsledná $m_{Bi}^{effective}$, kterou dosazují do Hubbleova diagramu, je odhadem, protože odhaduji hodnotu K-korekce (pomocí kvadratické závislosti na kosmologickém posuvu) i extinkční koeficient [za který dosazují aritmetický průměr

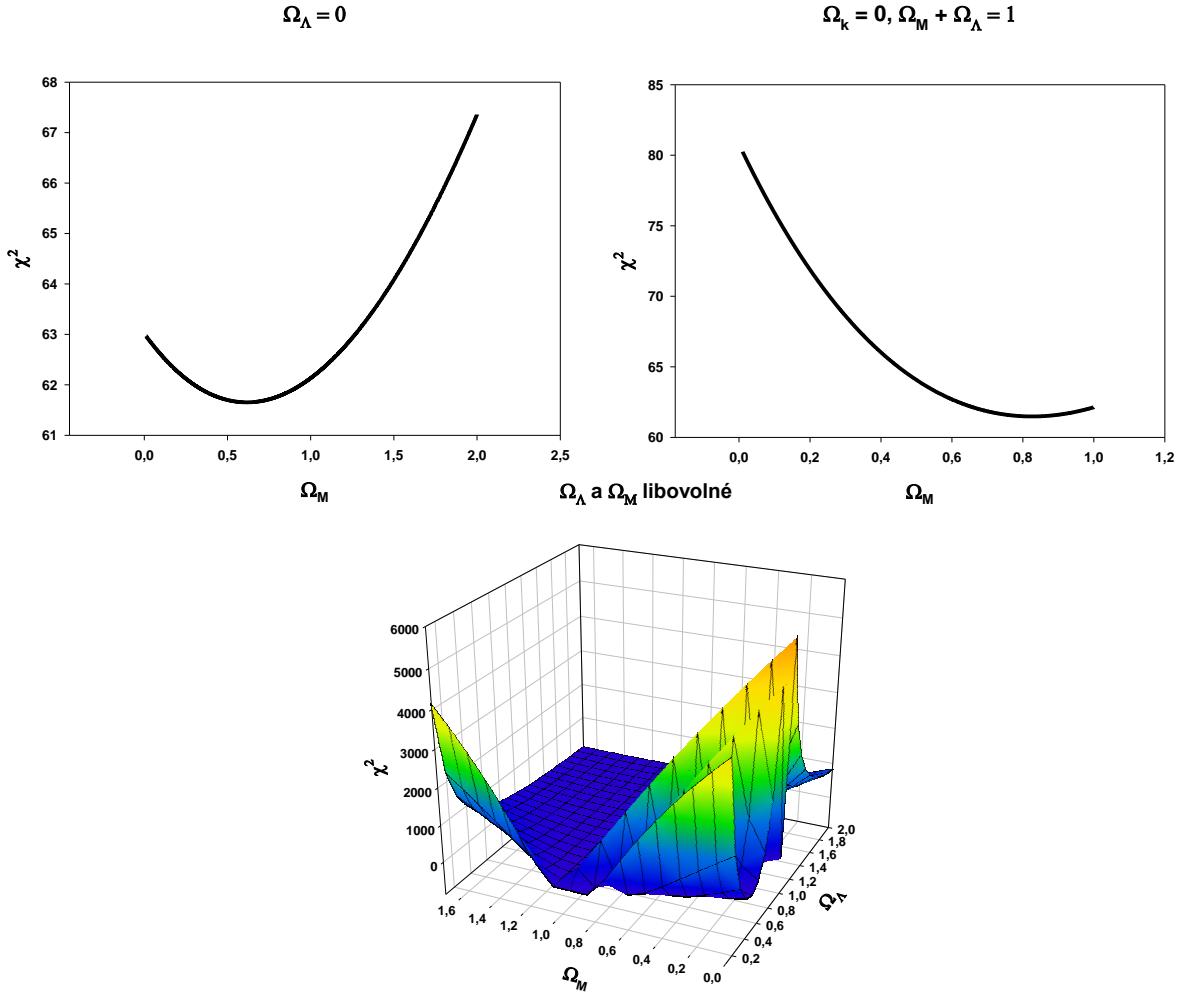
hodnot ze 42 supernov článku Perlmutter et al. (1999)]. Disperze efektivní magnitudy je též odhadem, neboť odhaduji chybu měření pozorované magnitudy ($\sigma_{m_X} = 0,2$), chybu určení extinkčního koeficientu ($\sigma_{A_X} = 0,10$) a chybu K-korekce vzešlou z metody nejmenších čtverců ($\sigma_{K_{BX}} = 0,02$).



obr. 4: Hubbleův diagram z dat NSF.

Na obr. 4 vidíme, že supernova v levém horním rohu (nazvaná SNF20070819-007) leží evidentně mimo polohy ostatních supernov v diagramu a lze ji tedy považovat za outlier. V další analýze ji nebudu uvažovat a pokračuji se souborem 87 supernov.

Nejprve uvedu výsledky s určením absolutní magnitudy podle Perlmuttera et al. (na grafech jsou vyneseny vždy jen takové hodnoty Ω -faktorů, pro které alespoň jeden fit přesáhl 5% hranici rozdělení χ^2 ; uvažované intervaly jsou pro model s nulovou hodnotou kosmologické konstanty: $\Omega_M \in \langle 0, 2 \rangle$, pro model s nulovou křivostí prostoru: $\Omega_M \in \langle 0, 1 \rangle$, pro model s libovolnými hodnotami Ω -faktorů: $\Omega_M \in \langle 0, 2 \rangle, \Omega_\Lambda \in \langle 0, 2 \rangle$):



obr. 5: Hodnoty χ^2 pro tři různé kosmologické modely s absolutní magnitudou podle Perlmuttera.

Nejlepší fit pro model s nulovou kosmologickou konstantou:

$$\Omega_M = 0, 62 \rightarrow \chi^2 = 61, 65 \Leftrightarrow 97, 35\%.$$

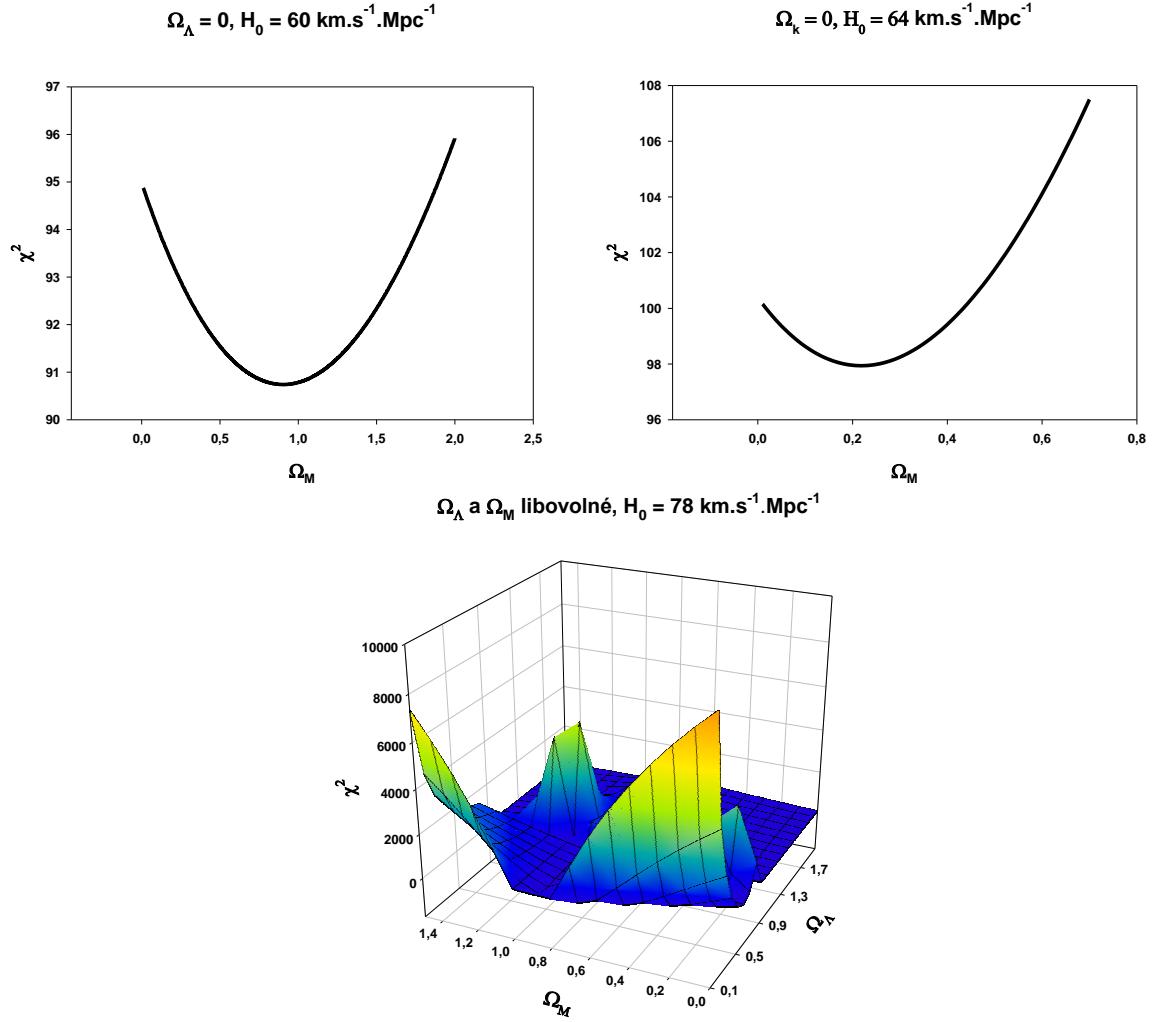
Nejlepší fit pro model s nulovou křivostí prostoru:

$$\Omega_M = 0, 83 \rightarrow \chi^2 = 61, 48 \Leftrightarrow 97, 45\%.$$

Nejlepší fit pro model s libovolnými hodnotami Ω -faktorů:

$$\Omega_\Lambda = 0, 4; \Omega_M = 1 \rightarrow \chi^2 = 70, 00 \Leftrightarrow 97, 23\%.$$

Nyní uvedy výsledky některých fitů s určením absolutní magnitudy podle Hamuye et al. (závislost na H_0):



obr. 6: Hodnoty χ^2 pro tři různé kosmologické modely a tři různé hodnoty Hubbleovy konstanty s absolutní magnitudou podle Hamuye.

Nejlepší fit pro model s nulovou kosmologickou konstantou při $H_0 = 60 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Mpc}^{-1}$:

$$\Omega_M = 0,9 \rightarrow \chi^2 = 90,74 \Leftrightarrow 31,50\%.$$

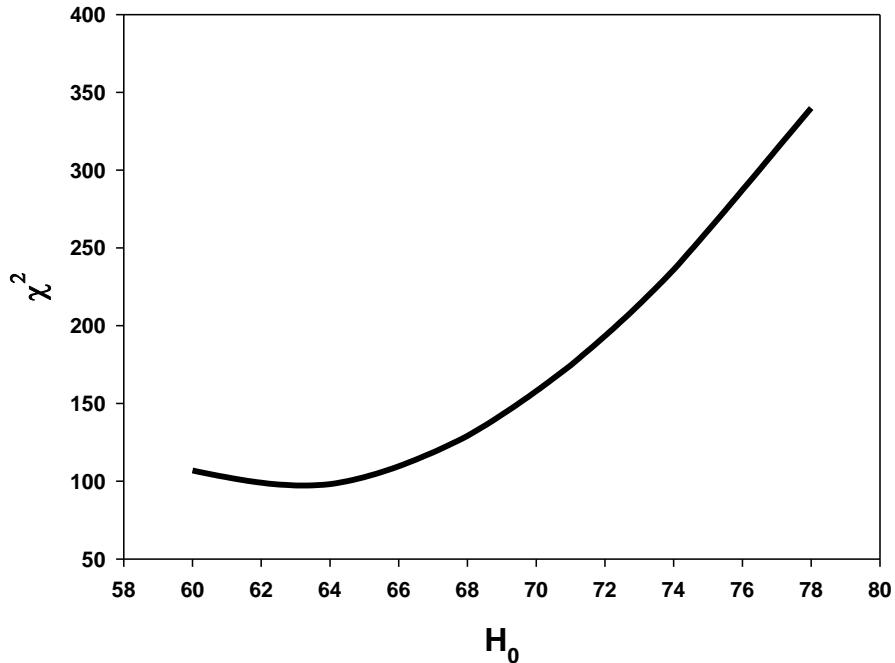
Nejlepší fit pro model s nulovou křivostí prostoru při $H_0 = 64 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Mpc}^{-1}$:

$$\Omega_M = 0,22 \rightarrow \chi^2 = 97,94 \Leftrightarrow 15,95\%.$$

Nejlepší fit pro model s libovolnými hodnotami Ω -faktorů při $H_0 = 78 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Mpc}^{-1}$:

$$\Omega_\Lambda = 0,5; \Omega_M = 0,8 \rightarrow \chi^2 = 91,71 \Leftrightarrow 29,03\%.$$

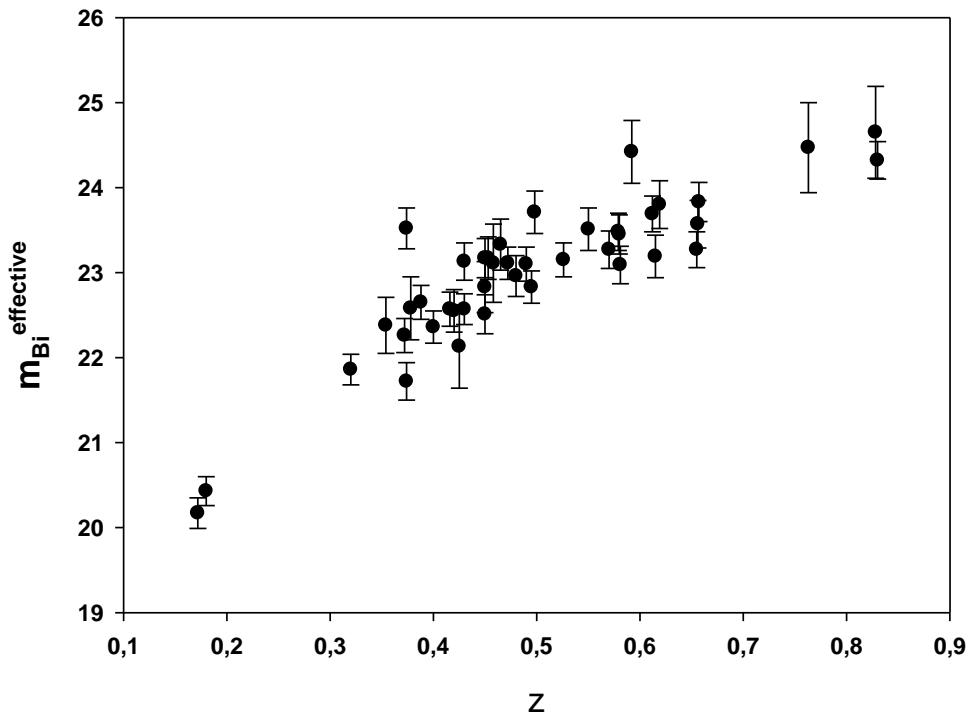
$$\Omega_k = 0, \Omega_M = 0,28$$



obr. 7: Závislost na Hubbleově konstantě pro nulovou křivost prostoru a pevnou hodnotu Ω_M .

Na obr. 7 vidíme pokus o změření hodnoty Hubbleovy konstanty pomocí mé metody určování kosmologických Ω -faktorů. Toto měření lze provést, zadefinujeme-li pevné hodnoty Ω -faktorů. Pak můžeme vynést závislost hodnoty χ^2 na Hubbleové konstantě. Za „nejpravděpodobnější“ by se dala pak považovat hodnota, pro kterou je kvantita χ^2 nejmenší. Vybral jsem tedy model nulové křivosti prostoru, který bývá v současné literatuře považován za nejpravděpodobnější a vybral jsem také nejpravděpodobnější hodnotu faktoru Ω_M z článku Perlmutter et al. (1999). Z obrázku vychází nejnižší hodnota χ^2 pro $H_0 = 64 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$. Podle článku Suyu et al. (2010), ve kterém autoři kombinují výsledky měření reliktního záření sondou WMAP a gravitačního lensingu, je současná odhadovaná hodnota $H_0 = 69,7^{+4,9}_{-5,0} \text{ km.s}^{-1}$. Mnou „naměřená“ hodnota se tedy s jejich určením neshoduje, což si vysvětlují bud' příliš jednoduchým výpočtem hodnoty χ^2 [vzorec (4.13)] nebo skutečností, že supernovy typu Ia nejsou vhodným nástrojem k určení hodnoty Hubbleovy konstanty.

4.4.3 Analýza dat 42 supernov Ia z článku Perlmutter et al. (1999) (SCP1)

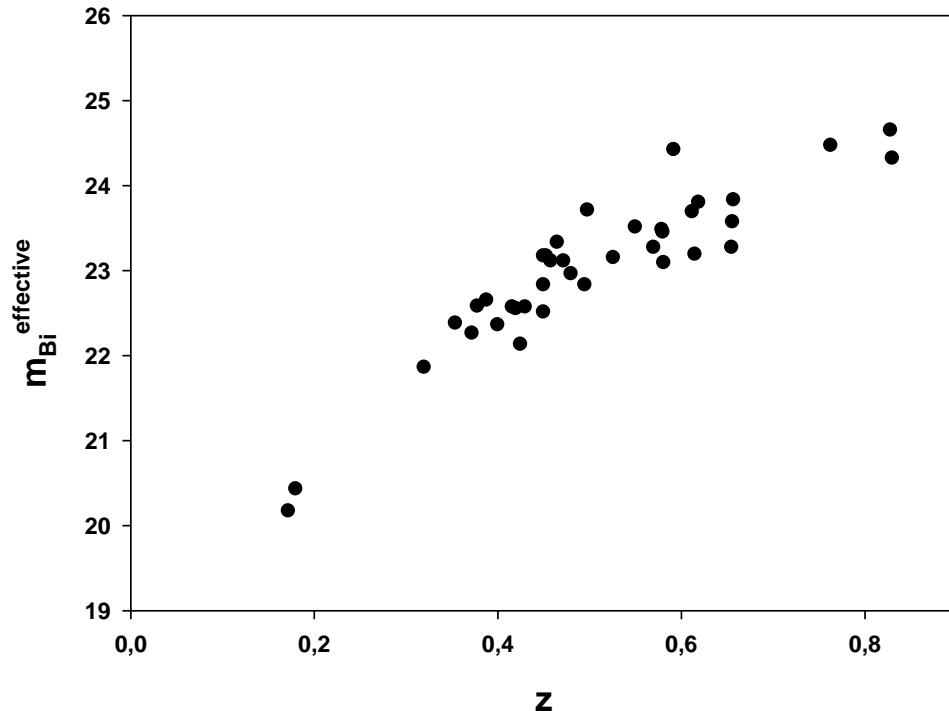


obr. 8: Hubbleův diagram z uveřejněných dat, které mají $z \geq 0,10$.

Autoři vyloučili ze supernov, znázorněných na obr. 8, čtyři exempláře:

- supernovu SN 1997O, jejíž zčervenání je prý zatíženo velkou nepřesností;
- supernovu SN 1994H, u které chybí spektrum k potvrzení, zda je skutečně typu Ia;
- supernovy SN 1996cg a SN 1996cn, jejichž zčervenání má chybu $> 3\sigma$.

Po vypuštění těchto 4 supernov má Hubbleův diagram podobu, která je znázorněna na obr. 9. V dalších analýzách budu pracovat právě s tímto souborem.



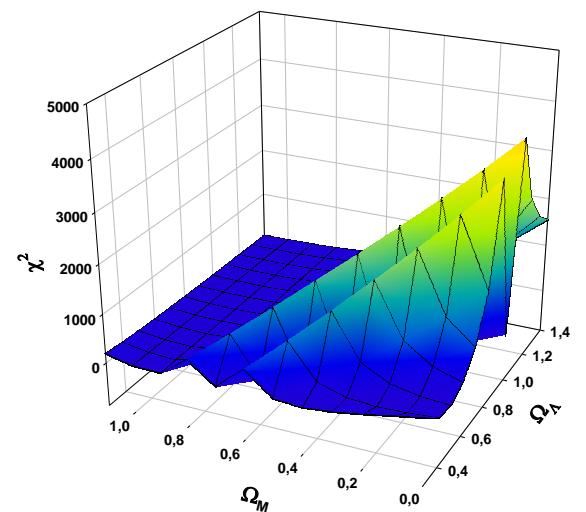
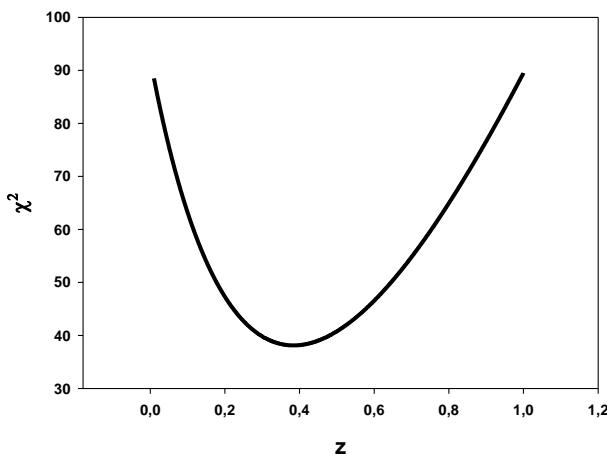
obr. 9: Hubbleův diagram po vypuštění čtyř nepřesných pozorování.

Žádný z fitů, které jsem provedl se započtením absolutní magnitudy podle Hamuye et al., nepřesahuje hranici 5% pravděpodobnosti rozdělení χ -kvadrát. Uvedu tedy pouze výsledky analýz s absolutní magnitudou, určenou podle kolektivu Perlmutter et al.:

Kosmologický model s nulovou hodnotou kosmologické konstanty nemá pro žádný z parametrů Ω_M pravděpodobnost rozdělení χ -kvadrát $\geq 5\%$. Z toho vyplývá, že data z článku Perlmutter et al. (1999) model s nulovou kosmologickou konstantou vylučují.

Ω_Λ a Ω_M libovolné

$\Omega_k = 0$



obr. 10: Hodnoty χ^2 pro kosmologický model s nulovou křivostí prostoru a s libovolnými kombinacemi Ω -faktorů.

Nejlepší fit pro model s nulovou křivostí prostoru:

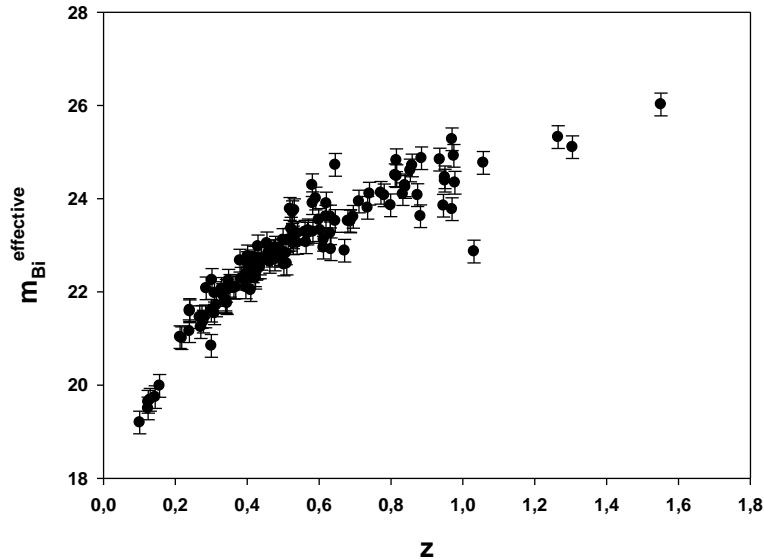
$$\Omega_M = 0,38 \rightarrow \chi^2 = 38,13 \Leftrightarrow 32,91\%.$$

Nejlepší fit pro model s libovolnými hodnotami Ω -faktorů:

$$\Omega_\Lambda = 0,4; \Omega_M = 0,2 \rightarrow \chi^2 = 38,14 \Leftrightarrow 32,87\%.$$

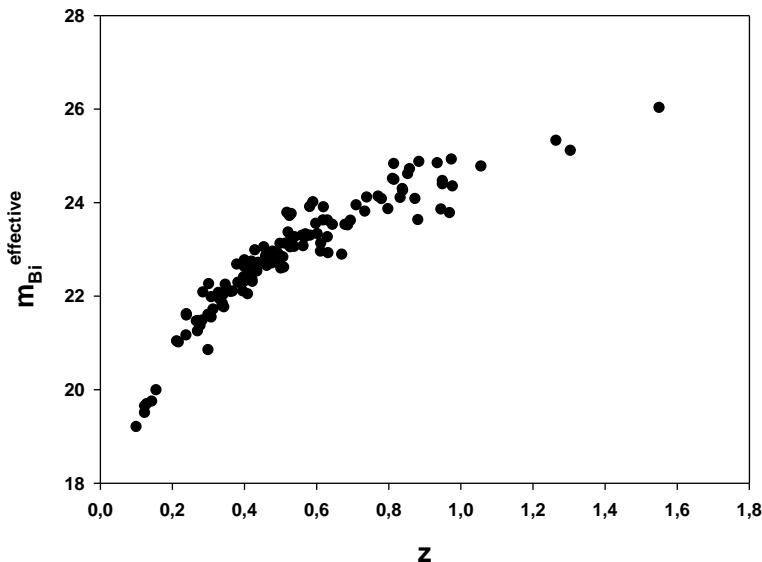
4.4.4 Analýza dat z domácí webové stránky SCP (SCP2)

Na stránkách projektu Supernova Cosmology Project jsem objevil 134 supernov Ia, které ještě nebyly použity v předchozích fitech.



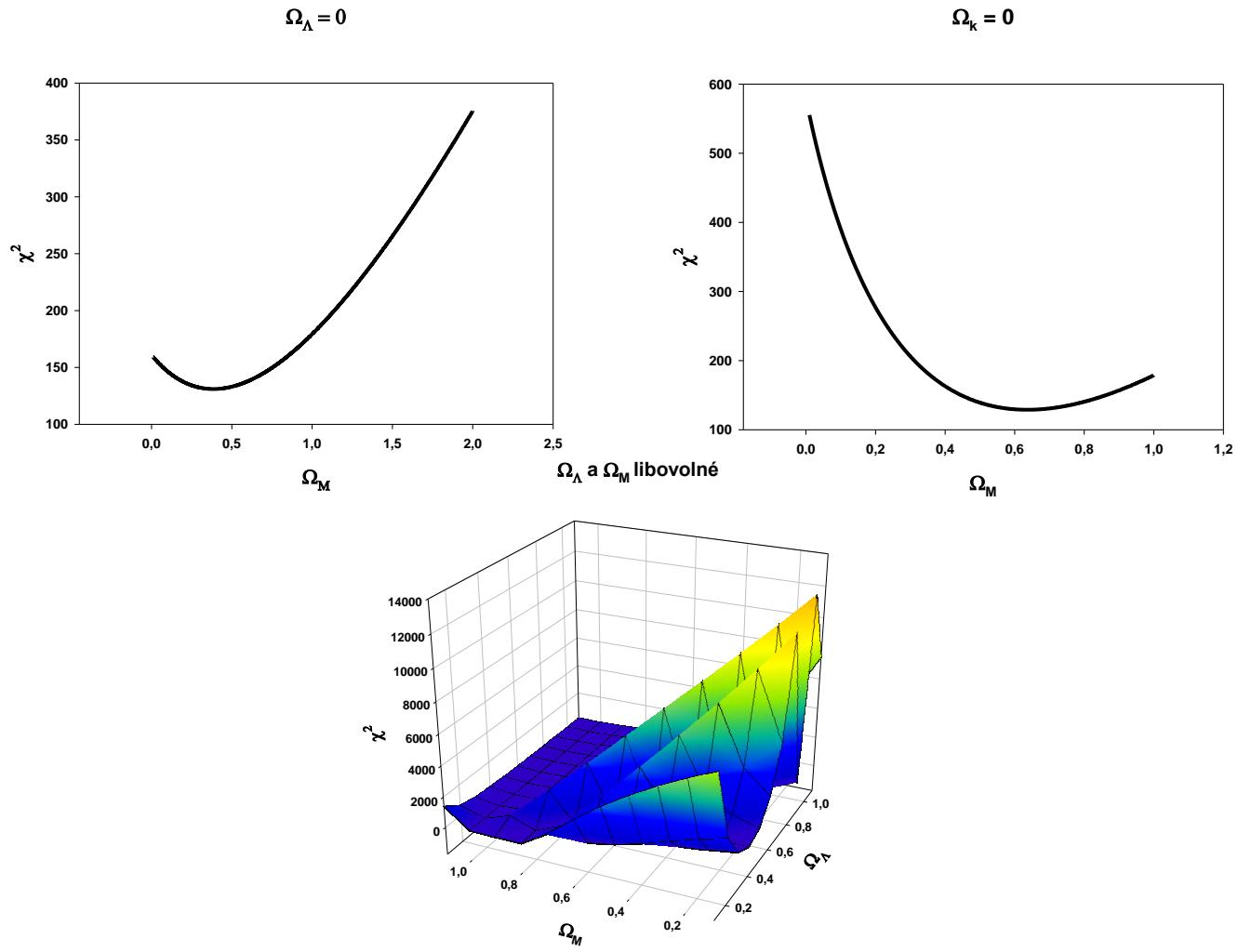
obr. 11: Hubbleův diagram z uveřejněných dat.

Z obr. 11 je zřejmé, že čtyři supernovy jsou evidentně outliers (SN 04Pat, SN 2001jn, SN 2002w, SN m138). V dalších analýzách tedy budu pracovat se souborem 130 supernov, který tyto outliers neobsahuje (obr. 12).



obr. 12: Hubbleův diagram po vypuštění čtyř outliers.

Obdobně jako v předchozí kapitole, žádný z fitů, které jsem provedl se započtením absolutní magnitudy podle Hamuye et al., nepřesahuje hranici 5% pravděpodobnosti rozdělení χ^2 -kvadrát. Obr. 13 znázorňuje intervaly hodnot Ω -faktorů pro úspěšné fity při použití absolutní magnitudy spočtené podle Perlmuttera et al.



obr. 13: Hodnoty χ^2 pro tři různé kosmologické modely s absolutní magnitudou podle Perlmuttera.

Nejlepší fit pro model s nulovou kosmologickou konstantou:

$$\Omega_M = 0,39 \rightarrow \chi^2 = 131,03 \Leftrightarrow 38,52\%.$$

Nejlepší fit pro model s nulovou křivostí prostoru:

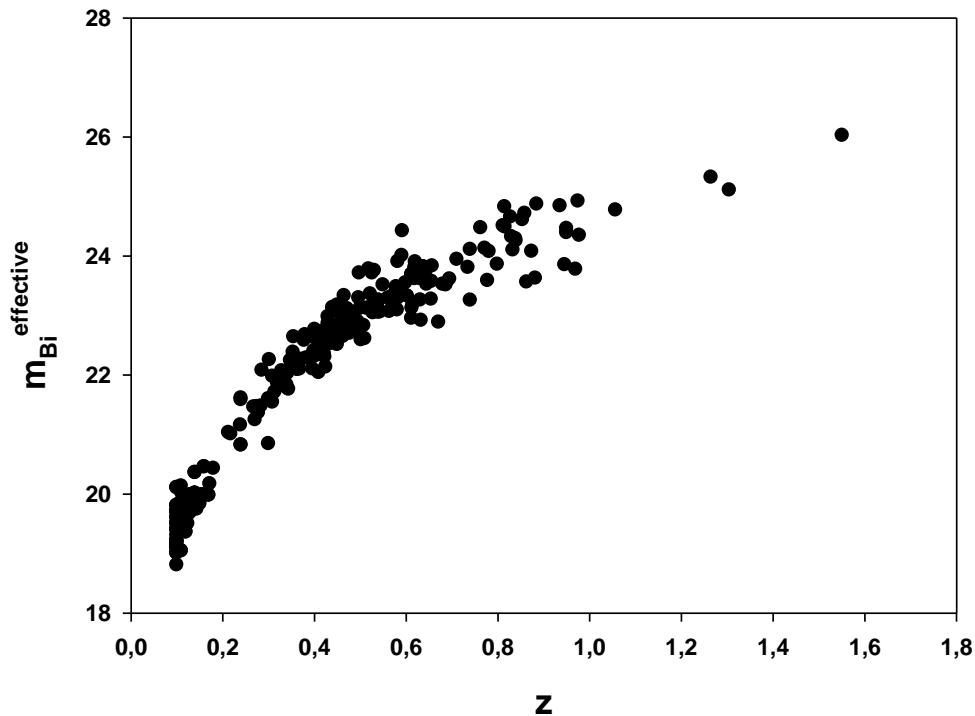
$$\Omega_M = 0,64 \rightarrow \chi^2 = 128,96 \Leftrightarrow 43,48\%.$$

Nejlepší fit pro model s libovolnými hodnotami Ω -faktorů:

$$\Omega_\Lambda = 0,4; \Omega_M = 0,6 \rightarrow \chi^2 = 130,51 \Leftrightarrow 37,34\%.$$

4.4.5 Shrnutí

Obr. 14 znázorňuje Hubbleův diagram ze všech dat, sebraných v rámci SCP. Ze souhrnné analýzy byla vyloučena data, která nebyla uvažována v předchozích kapitolách. Výsledný Hubbleův diagram představuje soubor 265 supernov Ia.

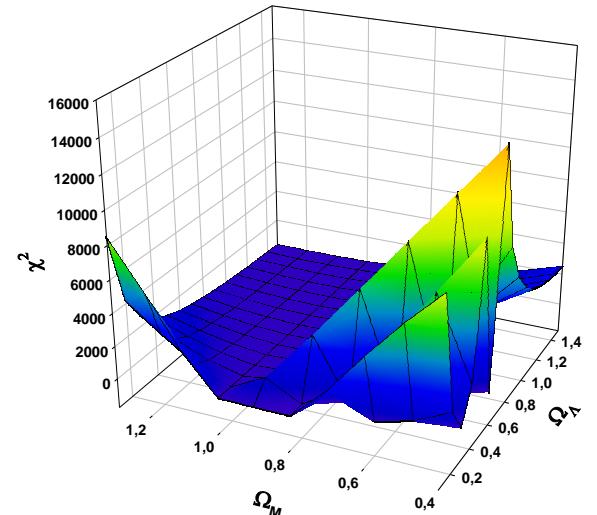
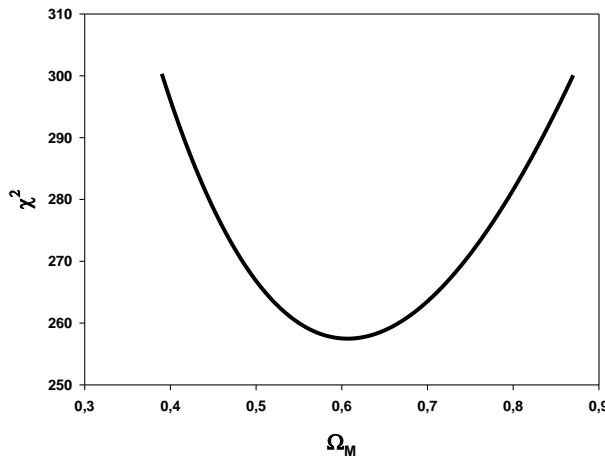


obr. 14: Hubbleův diagram ze všech cenzurovaných dat projektu SCP.

Fity vypracované pomocí absolutní hodnoty supernov podle Hamuya et al. nepřesahují 5% pravděpodobnost rozdělení χ -kvadrát. Na obr. 15 tedy ukazuje pouze fity s absolutní magnitudou podle Perlmuttera et al. Model s nulovou kosmologickou konstantou nepřesáhl 5% pravděpodobnosti rozdělení.

Ω_Λ a Ω_M libovolné

$\Omega_k = 0$



obr. 15: Hodnoty χ^2 pro kosmologický model s nulovou křivostí prostoru a s libovolnými kombinacemi Ω -faktorů.

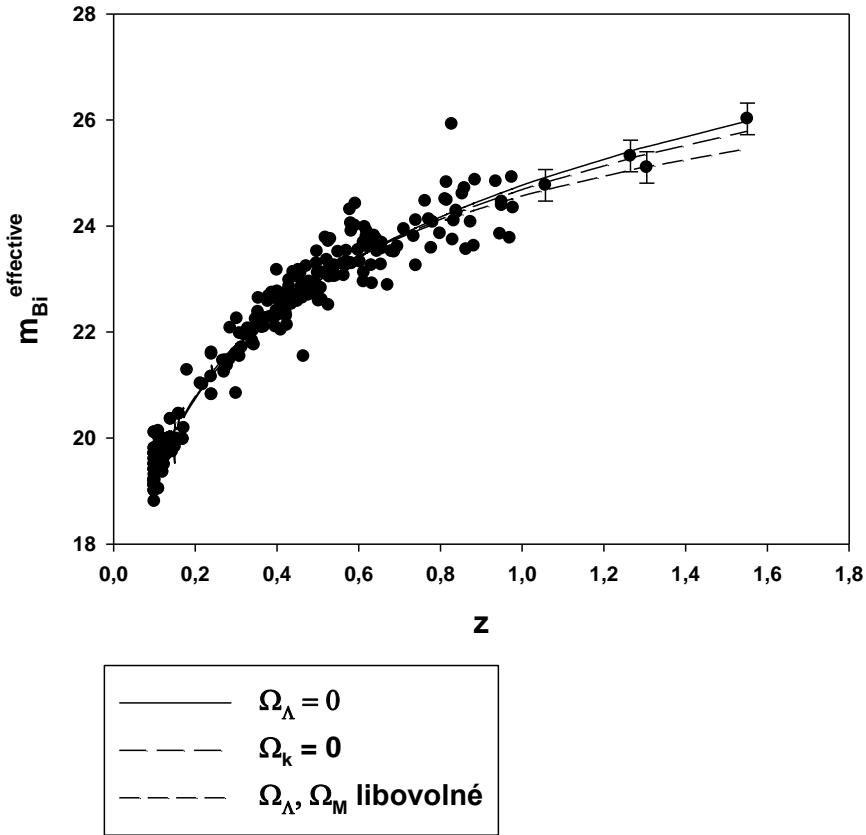
Nejlepší fit pro model s nulovou křivostí prostoru:

$$\Omega_M = 0,61 \rightarrow \chi^2 = 257,48 \Leftrightarrow 57,83\%.$$

Nejlepší fit pro model s libovolnými hodnotami Ω -faktorů:

$$\Omega_\Lambda = 1,3; \Omega_M = 1,1 \rightarrow \chi^2 = 256,85 \Leftrightarrow 73,68\%.$$

Zajímavou ukázkou nejednoznačnosti studovaného problému je Hubbleův diagram s promítnutými „nejlepšími“ (s nejnižší hodnotou kvantity χ^2) fity podle dílčích modelů. Vidíme ho na obr. 16. Z něj je patrné, že jednotlivé modely se liší i pro velké hodnoty z maximálně do poloviny magnitudy. Velice mne překvapuje, že kosmologický model s nulovou kosmologickou konstantou ($\Omega_\Lambda = 0$) „nejlépe“ fituje od nás nejvzdálenější supernovu v souboru (SN 2003ak, $z = 1,55$). Vidím zde určitý paradox, protože právě tento model nepřesáhne pravděpodobnost 5% rozdělení χ -kvadrát a přesto polohu zmiňované supernovy v diagramu předpoví mnohem lépe než podle statistiky „úspěšnější“ model s libovolnými hodnotami Ω -faktorů. Jinak řečeno: vysoké hodnoty z , jakkoli se zdají být rozhodujícím kritériem mezi modely, o jejich správnosti evidentně nerozhodují.



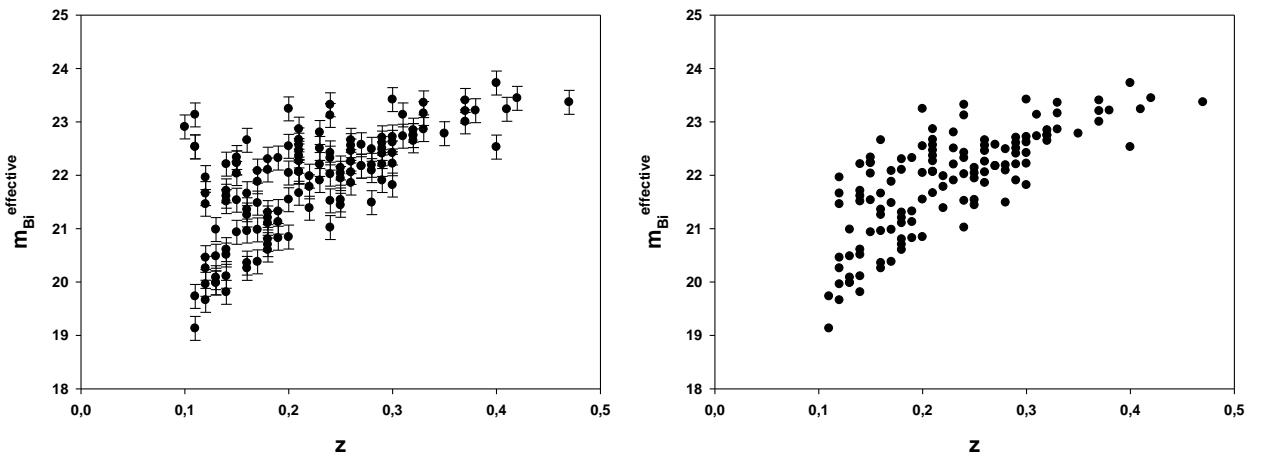
obr. 16: Promítnutí „nejlepších“ fitů do Hubbleova diagramu ze sebraných dat SCP.

4.5 Výsledky v rámci projektu High-z Supernova Search Team (HZ)

Tento projekt rozdělují do dvou skupin vždy podle jednoho z jmen, která se objevují v seznamu autorů. První skupinou je kolektiv Bassett et al., druhou pak Riess et al. První skupina kontinuálně navazuje na druhou, je tedy mladší (zahrnuje supernovy pozorované ke konci roku 2006 a v roce 2007). Druhá skupina představovala koncem devadesátých let minulého století alternativu k SCP a obsahuje data z období 1996 - 2006.

4.5.1 Analýza dat kolektivu Bassett et al.

Data skupiny Bassett et al. jsem získal výhradně formou elektronických telegramů, uveřejňovaných na serveru ADS [např. Bassett et al. (2007)]. Podobně jako u skupiny NSF, jednalo se pouze o nejzákladnější informace, tedy ani přesnost mých analýz nemůže být považována za vyjímečnou. Absolutní magnitudu, odhadovanou $m_{Bi}^{effective}$ i její disperzi určuji stejným způsobem jako u skupiny NSF. Soubor analyzovaných supernov Ia, uvedených na obr. 17, obsahuje 134 pozorování.



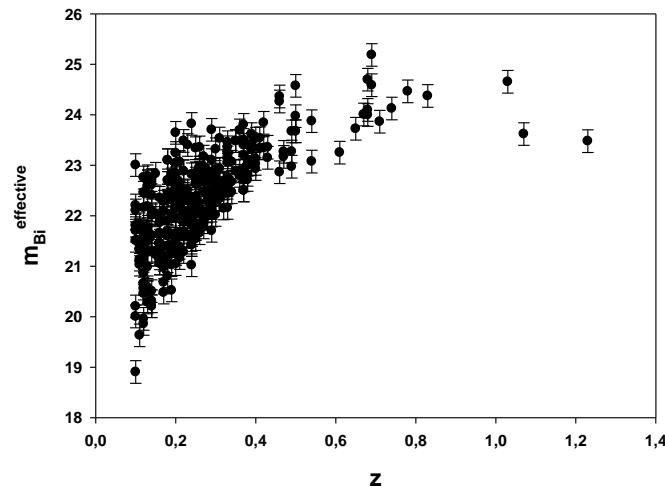
obr. 17: Hubbleův diagram z uveřejněných dat Bassett et al. a po vypuštění čtyř nepřesných pozorování.

Na obr. 17 vlevo vidíme, že čtyři supernovy jsou evidentně outliers (SN 2007ks, SN 2007ou, SN 2007px, SN 2007qa). V dalších analýzách tedy budu pracovat pouze se 130 supernovami (obr. 17 vpravo).

Při vyhodnocení fitů jsem ani v jednom případě (pro žádný kosmologický model při zahrnutí absolutní magnitudy podle Perlmuttera et al. i Hamuya et al. - pro žádnou hodnotu H_0) nezískal fit, jehož pravděpodobnost rozdelení χ -kvadrát by převyšovala hranici 5%.

4.5.2 Analýza dat kolektivu Riess et al.

Až na výjimku u SN 1996E, o které se autoři zmiňují v pilotním článku High-z Supernova Search Team [Riess et al. (1998)], jsem všechna zbylá data získal ve formě elektronických telegramů. Platí pro ně samozřejmě charakteristiky z předchozí kapitoly. Supernov je v této skupině 335 a Hubbleův diagram z nich vytvořený vidíme na obr. 18:

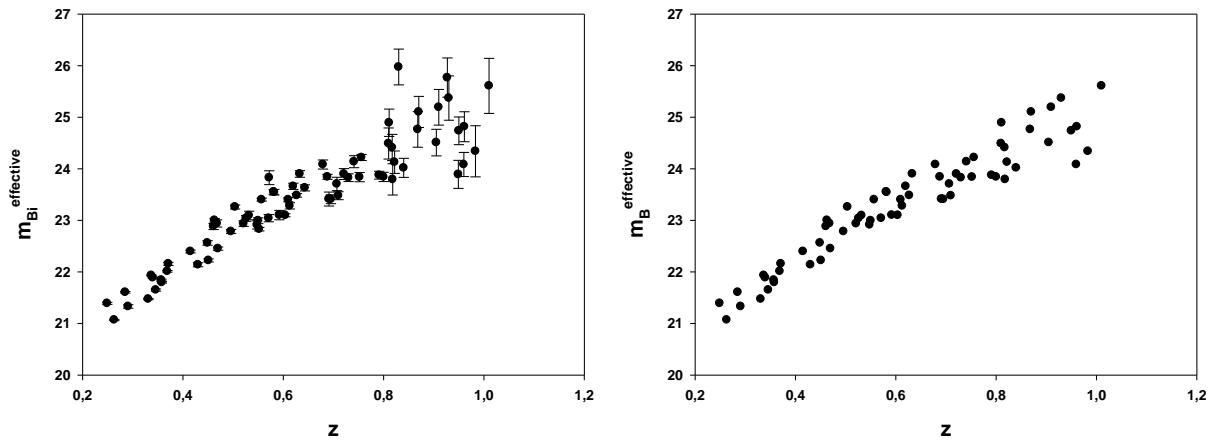


obr. 18: Hubbleův diagram z dat kolektivu Riess et al.

Na obr. 18 vidíme, že supernovy mají příliš velký rozptyl pozic v Hubbleově diagramu, než aby bylo možné je úspěšně fitovat. Skutečně také při vyhodnocení fitů vyšly hodnoty χ -kvadrát příliš veliké. Není ani možné prohlásit několik měření za outliers, protože by to znamenalo vyřadit téměř polovinu dat ze souboru.

4.6 Výsledky v rámci projektu Supernova Legacy Survey (SNLS)

SNLS data jsem získal z pilotního článku projektu Astier et al. (2006). Hubbleův diagram z nich vytvořený můžeme vidět na obr. 19. Jedná se o soubor 73 supernov Ia:



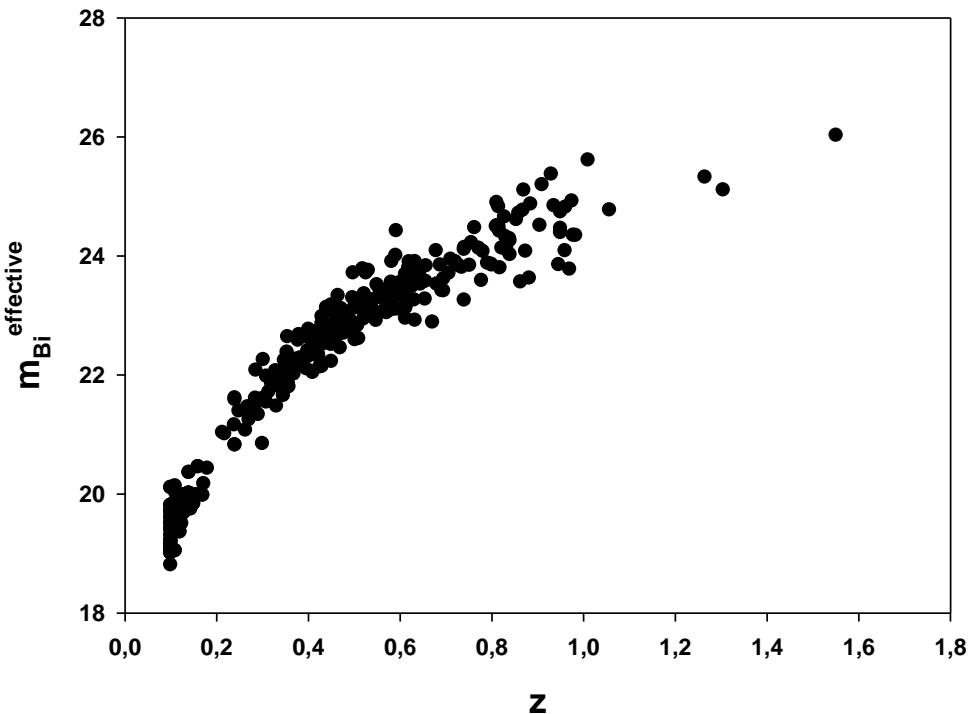
obr. 19: Hubbleův diagram z dat SNLS.

Při pohledu na obr. 19 vlevo vidíme, že pro velká z jsou data v diagramu charakterizována velkými disperzemi pozic (nediskutují odchylky jednotlivých hodnot, uvažuji samotné hodnoty). Takový soubor by se velmi špatně fitoval, proto jsem 6 supernov (SN 03D4bc, SN 03D4cx, SN 03D4cy, SN 04D3cp, SN 04D3hn, SN 04D3is) prohlásil za outliers a dále jsem fitoval pouze zbylých 67 hodnot v diagramu (obr. 19 vpravo).

Vyhodnocením fitů jsem ovšem ani v jednom případě (pro žádný kosmologický model při zahrnutí absolutní magnitudy podle Astiera et al., Perlmuttera et al. ani Hamuye et al. - pro žádnou hodnotu H_0) nezískal fit, jehož pravděpodobnost rozdělení χ -kvadrát by převyšovala hranici 5%.

4.7 Výsledky ze sebraných dat z projektů SCP a SNLS dohromady

Vytvoříme-li společný soubor dat z obou projektů, získáme 332 supernov typu Ia, jejichž Hubbleův diagram je znázorněn na obr. 20:



obr. 20: Hubbleův diagram ze společných dat.

Ve svém analytickém fitování tohoto diagramu jsem zahrnul absolutní magnitudu podle Perlmuttera et al. Žádný ze tří uvažovaných kosmologických modelů ovšem nemá pravděpodobnost rozdělení χ -kvadrát větší než 5%. Zahrnutí ostatních absolutních magnitud jsem tedy již dále netestoval.

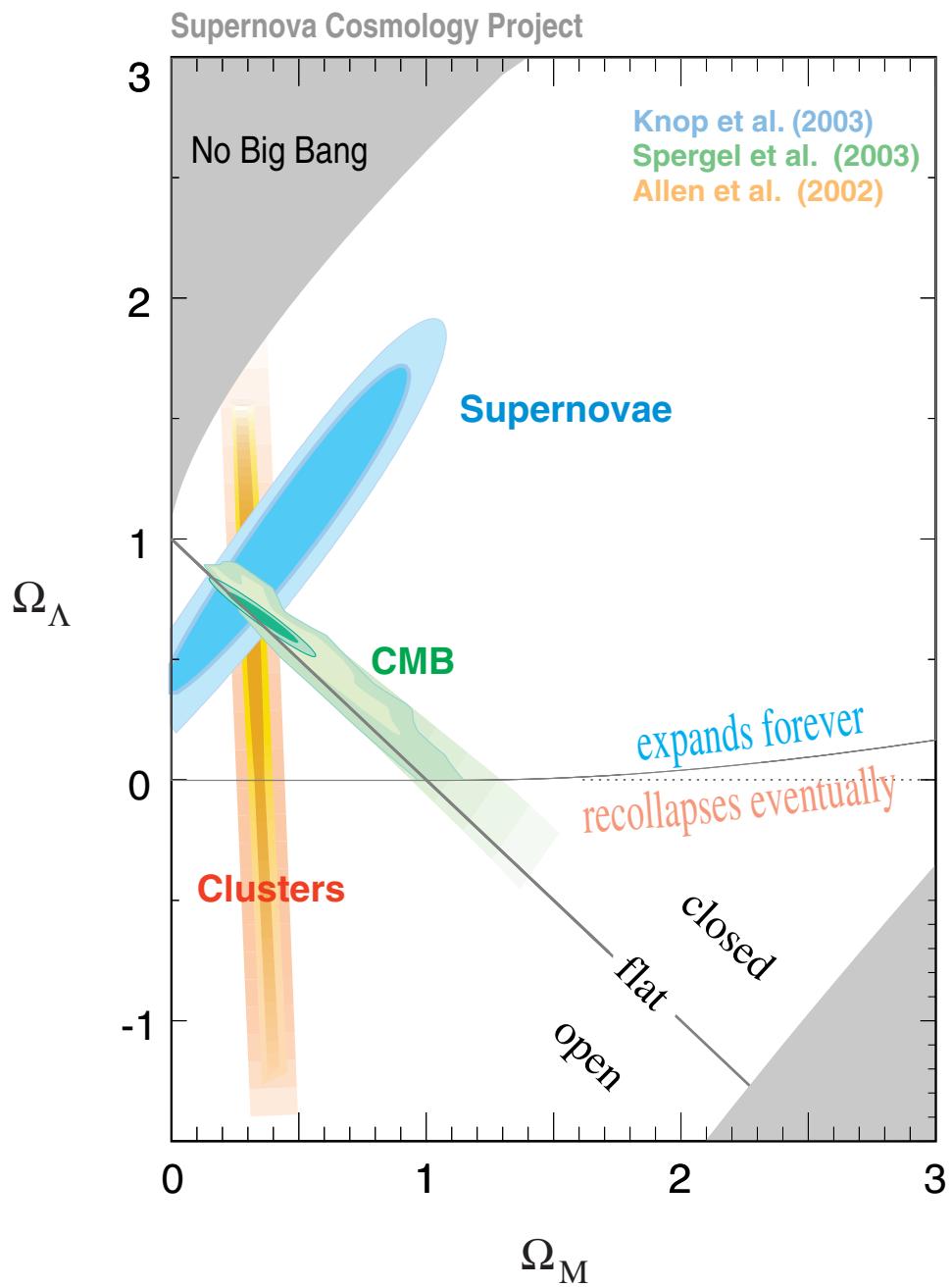
4.8 Přehled výsledků z provedených analýz

V tab. 1 jsou uvedeny pro jednotlivé modely kosmologické Ω -faktory z nejpravděpodobnějších fitů podle χ^2 -testu. V buňkách, které jsou proškrtnuty, nepřesáhla pravděpodobnost rozdělení 5% hranici pro žádnou kombinaci Ω -faktorů. Mé výsledky se liší od hodnot, uveřejňovaných ve vědeckých článcích [viz. podkapitola (4.9)]. Projektu SNLS [Astier et al. (2006)] vychází pro model nulové křivosti prostoru $\Omega_M = 0,263 \pm 0,042$, ovšem při mých analýzách se mi jejich data nepovedlo úspěšně nařadit. Tyto rozdíly od mnou získaných hodnot si vysvětluji odlišnými postupy při určování hodnoty χ -kvadrát a nestejným výchozím statistickým souborem (uvažuji pouze supernovy s $z \geq 0,1$).

		$\Omega_\Lambda = 0$	$\Omega_k = 0$	Ω_Λ, Ω_M libovolné
SCP	HST	–	–	–
	NSF	$\Omega_M = 0,62$	$\Omega_M = 0,83$	$\Omega_\Lambda = 0,4 \Omega_M = 1,0$
	SCP1	–	$\Omega_M = 0,38$	$\Omega_\Lambda = 0,4 \Omega_M = 0,2$
	SCP2	$\Omega_M = 0,39$	$\Omega_M = 0,64$	$\Omega_\Lambda = 0,4 \Omega_M = 0,6$
		–	$\Omega_M = 0,61$	$\Omega_\Lambda = 1,3 \Omega_M = 1,1$
HZ	Bassett	–	–	–
	Riess	–	–	–
SNLS		–	–	–
SNLS + SCP		–	–	–

tab. 1: Hodnoty Ω -faktorů pro nejlepší fitu v příslušných modelech.

Na obr. 21 vidíme obrázek oblastí pravděpodobnosti pro Ω -faktory určené ze tří různých kosmologických pozorování. První určení je z pozorování SNe Ia podle článku Knop et al. (2003). Druhé určení je z měření reliktního záření sondou WMAP podle Spergel et al. (2003) a třetí určení pochází z pozorování galaktických kup podle Allen et al. (2002). Srovnáme-li obr. 21 s mými výsledky nejpravděpodobnějších hodnot Ω -faktorů, vidíme, že okrajově (s nejmenší znázorněnou mírou pravděpodobnosti) se se všemi třemi kosmologickými pozorováními shodují moje výsledky u dat v řádku SCP1 (tedy pro data z pilotního článku SCP). Oba „úspěšné“ fitu pro model s nulovou kosmologickou konstantou uvedené v tabulce se okrajově shodují s výsledky Knop et al., ovšem pozorování CMB a clustrů se s nimi neshodují. Model sférického uzavřeného vesmíru, který vyšel jako nejpravděpodobnější u analýzy dat v rámci celého projektu SCP, leží mimo všechna tři pozorování. Zbylé „úspěšné“ výsledky v tabulce souhlasí s pozorováním reliktního záření, ale s ostatními dvěma měřeními nesouhlasí.



obr. 21: Pravděpodobné hodnoty Ω -faktorů ze tří různých kosmologických měření.

(Obrázek pochází z <http://supernova.lbl.gov>.)

4.9 Srovnání výsledků s publikacemi jiných autorů

Spergel et al. (2003) zpracovávají výsledky měření sondy WMAP, která pozorovala reliktní záření přicházející z celého vesmíru. Uvádějí hodnotu $\Omega_M = 0,27 \pm 0,04$.

Suyu et al. (2010) kombinují ve svém článku výsledky sondy WMAP s pozorováním gravitační čočky B1608+656. Uzavírají, že křivost prostoru leží v intervalu $-0,031 < \Omega_k < 0,009$.

Za předpokladu, že je splněna podmínka nulové křivosti prostoru ($\Omega_k = 0 \Rightarrow \Omega_\Lambda + \Omega_M = 1$), uvádí tým autorů Perlmutter et al. (1999) za nejpravděpodobnější hodnoty

$$\Omega_M = 0,28_{-0,08}^{+0,09} \Rightarrow \Omega_\Lambda = 0,72_{-0,09}^{+0,08}.$$

Dále ve svém článku píší, že věrohodnost zamítnutí modelu s $\Lambda = 0$ je větší než 99%. Uváděné hodnoty se liší od výsledků analýz, které jsem provedl na základě dat z jejich článku (viz. tab. 1). Tento nesoulad si vysvětlují jednak tím, že autoři ve svých analýzách uvažovali i supernovy s $z < 0,1$, a jednak jejich pravděpodobně sofistikovanější metodou určení kvantity χ^2 , než je moje verze, vzorec (4.13).

Proti jednoznačnému zavrhnutí modelu s $\Omega_\Lambda = 0$ existuje v literatuře několik prací. Zmiňoval jsem již v podkapitole (4.1.3) Rowana-Robinsona (2001) a uvedu další v citaci ze své bakalářské práce [Rieb (2008)], kde jsem se tímto tématem zabýval:

„Mészáros uveřejnil článek (2002), ve kterém ověruje pomocí χ^2 -testu statistickou věrohodnost zamítnutí $\Omega_\Lambda = 0$ pro 60 supernov shromážděných v Tables 1 a 2 v Perlmutter (1999). Mészáros uvádí, že význam zamítnutí je v rozsahu 0,1% – 3,0%, což je dostatečné pro zamítnutí nulové hypotézy. Dále ovšem autor upozorňuje, že významný příspěvek k hodnotě χ^2 jde od jedné supernovy (SN 1997O na $z = 0,374$ přispívá 26,7 k $\chi^2 = 108$). Pokud bychom tento objekt ve statistickém vzorku neuvažovali, vyjde význam zamítnutí nulové hypotézy 6% – 7%. Zahrneme-li do výpočtu možnou chybu 1% – 3%, dojdeme k závěru, že významu 5%, umožňujícímu zamítnutí nulové hypotézy, nebude dosaženo. Dostáváme tedy překvapivý výsledek: *Nulová hypotéza je zamítnuta pouze jediným objektem*. Autor uvádí v článku některé důvody, proč bychom objekt SN 1997O neměli uvažovat. První důvod je čistě statistický. Není nic neobvyklého vyřadit jeden objekt ze statistického vzorku, pokud tento objekt vykazuje odlišné hodnoty než ostatní. Dalším argumentem pro vyřazení je skutečnost diskutovaná již v Perlmutter (1999). Čtyři supernovy (SN 1992bo, SN 1992bp, SN 1994H a SN 1997O) vykazují odlišné astrofyzikální vlastnosti (jiné světelné křivky, zčervenání v hostící galaxii, atd.) než ostatní objekty. Konečně autor upozorňuje, že i kdybychom uvažovali všech 60 objektů, vyjde nám sice dobrý význam pro zamítnutí $\Omega_\Lambda = 0$, ovšem pravděpodobnost chyby při zamítnutí $\Omega_\Lambda \neq 0$ je 1% - jedná se tedy opět o špatný fit. Čistě ze statistiky tedy vyplývá, že předpoklad $\Omega_\Lambda > 0$ není u tohoto souboru dat experimentálně potvrzen.“

Korekcí naměřených dat z hlediska extinkce v galaxii původu supernovy se zabývala skupina Balázs et al. (2006). Autoři statisticky nalezli korelace mezi stanovenou luminozitní vzdáleností a vnitřní extinkcí pro objekty s $z \geq 0,25$. Pro kvantitativní stanovení této korelace uvádí autoři skryté proměnné získané technikou faktorové analýzy. Po korekci dat o skryté proměnné obdrželi luminozitní vzdálenost, která již nebyla v korelacích s vnitřní extinkcí. Následně fitovali tuto korigovanou luminozitní vzdálenost v kosmologických modelech a uzavírají, že samotná SNe Ia data nevylučují možnost řešení s $\Lambda = 0$. Statisticky nejlepšího fitu dosáhli autoři z korigovaných dat pro $\Omega_\Lambda = 0,47$; $\Omega_M = 0,43$. Pokud bude splněna podmínka Euklidovského prostoru ($\Omega_\Lambda + \Omega_M = 1$), pak byl nejlepší fit dosažen pro $\Omega_\Lambda = 0,55$; $\Omega_M = 0,45$.

Gott et al. (2001) používají Bayesiánskou statistiku pro ověření závěrů skupin High-z Supernova Search team a The Supernova Cosmology Project. Pravděpodobnost, že $\Lambda > 0$ je podle nich 70%-89%, což je ovšem méně než 95% potřebných k prokazatelnosti jevu. Navíc přesné určení hodnot Ω -faktorů z dosud naměřených dat je dle autorů článku zavádějící.

Seikel a Schwarz (2008) testovali kosmickou expanzi bez specifikace parametrů hustoty nebo parametrisování kinematických kvantit. Uvažovali dvě různé kalibrace M a H_0 pro dvě sady naměřených dat - Riess et al. (1998), Sandage et al. (2006). Nulovou hypotézu, tedy neurychlenou expanzi prostorově plochého, homogenního a izotropního vesmíru, zamítli s velkou jistotou ($> 5\sigma$). Pro některé kombinace kalibrace, sady dat a fitu světelných křivek vzrostla evidence urychlení dokonce až na $11,9\sigma$. V otevřeném vesmíru by ovšem vycházela mnohem slabší (pouze $1,8\sigma$ - k prokazatelnosti jevu je přitom zapotřebí evidence minimálně 2σ). Bereme-li do úvahy pouze data ze supernov, nedokážeme podle autorů rozhodnout, zda vesmír je prostorově plochý nebo otevřený.“

Kapitola 5

Závěr

Ve své práci jsem se pokusil zjistit, má-li smysl uvažovat kosmologické závěry na základě analýzy dat od více vědeckých týmů. Shromáždil jsem proto rozsáhlý statistický soubor potřebný pro určení poloh supernov Ia v Hubbleově diagramu. Pracoval jsem s daty z celkem 816 SNe Ia se $z \geq 0,1$ (narozdíl od vědeckých týmů, které uvažují ve svých analýzách i s blížšími objekty). Soubor těchto dat jsem nejprve rozdělil podle autorů (týmů), kteří data uveřejnili v astronomických časopisech nebo na serveru ADS. Fitoval jsem Hubbleovy diagramy vytvořené z rozdělených dat pro všechny reálné hodnoty Ω -faktorů (neuvažoval jsem pouze možnost, že by Ω_Λ byl záporný; Ω_M musí být vždy kladný). Jednotlivé fity jsem vyhodnocoval podle χ^2 -testu. Po provedení analýz na rozdělených datech jsem se pokusil analyzovat data z více týmů dohromady.

Výsledky svých analýz jsem shrnul v tab. 1 v podkapitole 4.8. Podle ní vidíme, že pouze v jediném případě se mi povedlo úspěšně fitovat data sebraná z více vědeckých týmů, a to v rámci celého projektu Supernova Cosmology Project (SCP). Dále by se dal na první pohled v tab. 1 za nejméně úspěšný považovat model s nulovou hodnotou kosmologické konstanty. Žádný z fitů v tomto modelu nepřesáhl 5% hranici pravděpodobnosti rozdělení χ -kvadrát u dat pilotního článku SCP a u souboru dat celého projektu. V obou případech vyšly „úspěšné“ fity v modelech s kladnou Λ . Podíváme-li se ovšem na obr. 16 v podkapitole 4.4.5, vidíme, že supernovu s největším kosmologickým posuvem ve fitovaném souboru (SN 2003ak; $z = 1,55$) předpovídá nejlépe právě model s $\Lambda = 0$. Došel jsem k závěru, že na základě fitování pouze tří supernov s ultravysokým z v diagramu na obr. 16 není možné jednoznačně určit, který z uvažovaných modelů je ten nejpravděpodobnější a nejvíce odpovídá skutečnosti. Jedním ze závěrů mé bakalářské práce byl požadavek na větší počet pozorovaných SNe Ia s ultravysokým z , protože právě v této části Hubbleova diagramu se jednotlivé modely od sebe nejvíce odlišují. Na základě výsledků diplomové práce jsem došel k závěru, že největší statistický soubor dat, který se mi povedlo úspěšně nafitovat, obsahuje pouze 3 supernovy s ultravysokým z . Tento počet k jednoznačnému statistickému závěru nestačí. Výsledky mé práce tedy ukazují, že kosmologický model s $\Lambda = 0$ není možné jednoznačně zavrhnut.

Data projektu High-z Supernova Search Team (HZ) se mi nepodařilo úspěšně nafitovat, protože rozptyl jejich poloh v Hubbleových diagramech byl příliš velký. Šlo totiž v porovnání s ostatními soubory získanými od skupin v projektu SCP o velmi obsáhlé fitované soubory dat. Počet supernov v obou skupinách projektu HZ je srovnatelný snad jen s počtem dat v rámci celého projektu SCP. Data projektu HZ byla většinou zveřejňována v podobě elektronických telegramů na serveru ADS. Nezaznamenal jsem žádný článek, který by informoval o pokusu analyzovat tyto data [s výjimkou analýzy 10 supernov v článku Riess et al. (1998) - z nich ovšem 9 zařazuji do SCP]. Nepodařilo se

mi úspěšně nafitovat ani data projektu Supernova Legacy Survey, přestože Astier et al. (2006) informují o „úspěšných“ výsledcích. Tento nesoulad si vysvětlují odlišným statistickým souborem, se kterým jsem oproti Astier et al. pracoval - nebral jsem v úvahu supernovy s $z < 0,1$.

Jedním z cílů mé práce bylo určit přesné hodnoty Ω -faktorů na základě redukovaných dat z vědeckých článků. Jsem si vědom, že vztah (4.13) je stavěn zejména k případnému zavrhnutí určitého kosmologického modelu. Ovšem všechny vědecké týmy používají právě tento χ^2 -test k určení hodnot Ω -faktorů. Používám jej tedy i já ve své práci.

Hlavním cílem mé práce bylo ale ověřit, zda je možné zamítout model s nulovou kosmologickou konstantou. Většina současné literatury nepovažuje model s $\Lambda = 0$ za odpovídající skutečnosti. Některé z analýz, které jsem provedl, skutečně podobné zavrhnutí naznačují. Ovšem ve své práci jsem došel k závěru, že model s nulovou kosmologickou konstantou nelze pro fitování dat v Hubbleově diagramu jednoznačně vyloučit.

Závěry mé práce lze shrnout v těchto bodech:

- shromáždil jsem data potřebná pro kosmologické analýzy z celkem 816 supernov Ia pro $z \geq 0,1$;
- největší statistický soubor, který se mi povedlo „úspěšně“ nafitovat, bylo 265 supernov z projektu SCP;
- kosmologická analýza těchto dat naznačuje možnost prohlásit kosmologický model s nulovou hodnotou kosmologické konstanty za nevyhovující;
- Hubbleův diagram na obr. 16 s promítnutými „nejúspěšnějšími“ fity v jednotlivých modelech ovšem toto prohlášení znehodnocuje;
- data z ostatních projektů (HZ, SNLS) se mi nepovedlo „úspěšně“ nafitovat.

Literatura

- Allen S. W., Schmidt R. W., Fabian A. C., 2002, MNRAS 334L, 11A
Astier P. et al., 2006, AA 447, 31
Balázs L. G. et al., 2006, AN 00, 1
Bassett B. et al., 2007, CBET 1167, 1B
Bravo E., García-Senz D., 2006, ApJ 642, L157
Carroll S. M., Press W. H., Turner E. L., 1992, ARAA 30, 499
Gamezo V. N. et al., 2003, Sci 299, 77G
Gamezo V. N., Khokhlov A. M., Oran E. S., 2004, Phys. Rev. Lett. 92, 211102
Gott J. R. et al., 2001, ApJ 549, 1
Hamuy et al., 1996, AJ 112, 2391
Jordan IV G. C. et al., 2008, ApJ 681, 1448
Knop R. A. et al., 2003, ApJ 598, 102
Kowalski M. et al., 2008, ApJ 686, 749
Mattig W., 1958, AN 284, 109M
Mészáros A., 2002, ApJ 580, 12
Nugent P., Kim A., Perlmutter S., 2002, Publ. Astron. Soc. Pac. 114, 803
Pecontal E. et al., 2006, CBET 768, 1P
Perlmutter S. et al., 1997, ApJ 483, 565
Perlmutter S. et al., 1999, ApJ 517, 565
Plewa T., Calder A. C., Lamb D. Q., 2004, ApJ 612, L37
Press W. H. et al., Numerical recipes in FORTRAN, 1992, Cambr. Uni. Press
Rieb T., Temná energie, 2008, bakalářská práce, AUUK, Praha
Riess A. G. et al., 1998, AJ 116, 1009
Rose W. K.: Advanced Stellar Astrophysics, 1998, Cambr. Uni. Press
Rowan-Robinson M., 2002, MNRAS 332, 352
Sandage A. et al., 2006, ApJ 653, 843S
Seikel M., Schwarz D. J., 2008, JCAP 2, 7
Spergel D. N. et al., 2003, ApJS 148, 175S
Suyu S. H. et al., 2010, arXiv.:0910.2773v2
Weinberg S., Gravitation and Cosmology, 1972, J. Wiley, New York

Dodatek A

Odvození Mattigova vzorce

Mattigův vzorec [Mattig (1958)] je analogický vztahům (2.83) a (2.84) pro model $\Omega_\Lambda = 0$. Odvodíme jej pro všechny tři různé geometrie prostoru. Uvidíme, že výraz Mattigova vzorce je ve všech případech stejný.

A.1 $\Omega_k > 0, \Omega_M \equiv \Omega < 1$

$$H_0 d_{PM} = \frac{c}{\sqrt{1-\Omega}} \sinh \left(\sqrt{1-\Omega} \int_0^z \frac{d\omega}{(1+\omega)\sqrt{1+\Omega\omega}} \right) \quad (\text{A.1})$$

Zadefinujeme-li $y \equiv \sqrt{1+\Omega\omega}$, můžeme psát:

$$\begin{aligned} \int \frac{d\omega}{(1+\omega)\sqrt{1+\Omega\omega}} &= 2 \int \frac{dy}{y^2 - (1-\Omega)} = \frac{1}{\sqrt{1-\Omega}} \ln \frac{y - \sqrt{1-\Omega}}{y + \sqrt{1-\Omega}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-\Omega}} \ln \frac{\sqrt{1+\Omega\omega} - \sqrt{1-\Omega}}{\sqrt{1+\Omega\omega} + \sqrt{1-\Omega}} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

a tedy

$$\int_0^z \frac{d\omega}{(1+\omega)\sqrt{1+\Omega\omega}} = \frac{1}{\sqrt{1-\Omega}} \left[\ln \left(\frac{\sqrt{1+\Omega z} - \sqrt{1-\Omega}}{\sqrt{1+\Omega z} + \sqrt{1-\Omega}} \right) - \ln \left(\frac{1 - \sqrt{1-\Omega}}{1 + \sqrt{1-\Omega}} \right) \right]. \quad (\text{A.3})$$

S pomocí identity

$$\sinh(\ln x) = \frac{x - \frac{1}{x}}{2}$$

můžeme nakonec vztah (A.1) upravit do tvaru

$$\frac{H_0 d_{PM}}{c} = 2 \frac{\Omega z + (\Omega - 2)(\sqrt{1+\Omega z} - 1)}{\Omega^2(1+z)}. \quad (\text{A.4})$$

A.2 $\Omega_k < 0, \Omega_M \equiv \Omega > 1$

$$H_0 d_{PM} = \frac{c}{\sqrt{\Omega - 1}} \sin \left(\sqrt{\Omega - 1} \int_0^z \frac{d\omega}{(1 + \omega)\sqrt{1 + \Omega\omega}} \right) \quad (\text{A.5})$$

Při stejně substituci jako v předchozí podkapitole $y \equiv \sqrt{1 + \Omega\omega}$, dostaneme:

$$\begin{aligned} \int \frac{d\omega}{(1 + \omega)\sqrt{1 + \Omega\omega}} &= 2 \int \frac{dy}{y^2 + (\Omega - 1)} = \frac{1}{i\sqrt{\Omega - 1}} \ln \frac{y - i\sqrt{\Omega - 1}}{y + i\sqrt{\Omega - 1}} = \\ &= \frac{1}{i\sqrt{\Omega - 1}} \ln \frac{\sqrt{1 + \Omega\omega} - i\sqrt{\Omega - 1}}{\sqrt{1 + \Omega\omega} + i\sqrt{\Omega - 1}} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

a dále

$$\int_0^z \frac{d\omega}{(1 + \omega)\sqrt{1 + \Omega\omega}} = \frac{1}{i\sqrt{\Omega - 1}} \left[\ln \left(\frac{\sqrt{1 + \Omega z} - i\sqrt{\Omega - 1}}{\sqrt{1 + \Omega z} + i\sqrt{\Omega - 1}} \right) - \ln \left(\frac{1 - i\sqrt{\Omega - 1}}{1 + i\sqrt{\Omega - 1}} \right) \right]. \quad (\text{A.7})$$

S pomocí identity

$$\sin \left(\frac{1}{i} \ln x \right) = \frac{x - \frac{1}{x}}{2i}$$

vyjde nakonec opět vztaž (A.4)

$$\frac{H_0 d_{PM}}{c} = 2 \frac{\Omega z + (\Omega - 2)(\sqrt{1 + \Omega z} - 1)}{\Omega^2(1 + z)}. \quad (\text{A.8})$$

A.3 $\Omega_k = 0, \Omega_M \equiv \Omega = 1$

$$H_0 d_{PM} = c \int_0^z \frac{d\omega}{(1 + \omega)\sqrt{1 + \Omega\omega}} = c \int_0^z \frac{1}{(1 + \omega)^{\frac{3}{2}}} d\omega, \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{H_0 d_{PM}}{c} = -2 [(1 + \omega)^{-\frac{1}{2}}]_0^z = -2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 + z}} - 1 \right), \quad (\text{A.10})$$

což odpovídá vzorcům (A.4) a (A.8) po dosazení $\Omega = 1$.

Dodatek B

Sebraná data

V této části přílohy uvádím data z 816 SNe Ia, která jsem použil při svých analýzách. Tučně zvýrazněné hodnoty v tabulce jsou odhadы - at' již vypočtené (K-korekce, extinkční koeficient) nebo převzaté (chyba pozorované magnitudy).