

Posudek vedoucího bakalářské práce Lenky Slavíkové

Luboš Pick

V teoretickém výzkumu prostorů funkcí a při jejich aplikacích například k nacházení řešení parciálních diferenciálních rovnic či v harmonické analýze nebo matematické fyzice bývá tradičně značná pozornost věnována spojitým a zejména kompaktním vnořením mezi jednotlivými prostory funkcí. Dokázat kompaktní vnoření prostorů funkcí vhodných pro řešení dané úlohy ovšem často představuje velice obtížný technický problém, zejména jednalo se o úlohu v nějakém smyslu limitní nebo jsou-li ve hře jemné škály složitějších prostorů funkcí. Existuje ovšem několik metod, které umožňují podobné technické obtíže nějakým způsobem obejít a nebo alespoň zjednodušit. Jedna z nich je založena na myšlence nahrazení kompaktního vnoření relací, která je sice mnohem slabší, ale v jistém smyslu alespoň pro některé konkrétní aplikace je dostačující. Tato relace se nazývá *skorokompaktní vnoření* a je definována prostřednictvím normové konvergence k nule posloupnosti vzniklé restrikcí funkcí na bodově mizející posloupnost měřitelných množin. Zásadním pojmem v pozadí celého konceptu je *stejněměrná absolutní spojitost norem*. Tato metoda se ukázala jako mimořádně úspěšná při dokazování kompaktních vnoření prostorů Sobolevova typu, a to zejména proto, že v kombinaci s kompaktností v míře již dává opravdovou kompaktnost, přičemž ovšem kompaktnost v míře omezených podmnožin Sobolevových prostorů je splněna automaticky.

Bakalářská práce slečny Lenky Slavíkové je věnována detailnímu studiu skorokompaktních vnoření mezi Banachovými prostory funkcí. Ve své práci se slečna Slavíková zabývala několika specifickými otázkami a dosáhla velice pozoruhodných výsledků. Hlavní výsledky práce jsou obsaženy v kapitolách 2-6. Ve druhé kapitole autorka dokázala, že skorokompaktní vnoření je ekvivalentní jisté relaci mezi prostory, definované pomocí bodové konvergence. Významným důsledkem této věty je postačující podmínka na kompaktnost jistého Sobolevova vnoření. Ve třetí kapitole autorka studuje operátor součinu a dokazuje, že pro dvojici prostorů funkcí s normou invariantní vůči nerostoucímu přerovnání je nutnou a postačující podmínkou pro to, aby operátor součinu byl na nich omezen s cílem v prostoru podstatně menším než je L^{∞} , je právě odpovídající typ skorokompaktní vnoření. Tím autorka vyřešila problém, který byl po několik let otevřen. Rozhodujícím parametrem v otázkách skorokompaktních vnoření má takzvaná fundamentální funkce. Podmínky pro skorokompaktní vnoření formulované pomocí fundamentálních funkcí odvozuje autorka v kapitole 4. Úplná charakterizace všech možných vzájemných skorokompaktních vnoření mezi takzvanými Lorenztovými a Marcinkiewiczovými koncovými prostory je podána v kapitole 5. V poslední kapitole autorka charakterizuje inkluzi prostorů do podprostoru s absolutně spojitou normou.

Výsledky slečny Slavíkové jsou na studentku třetího ročníku zcela mimořádné. Autorka ve své práci prokázala svou neobyčejnou tvůrčí invenci a vysokou matematickou kultivovanost. Odvodila velké množství hlubokých nových poznatků a své výsledky pečlivě a přehledně sepsala. Práce je napsána anglicky, a to na velmi slušné jazykové úrovni. Předpokládám, že v brzké době bude autorka své výsledky publikovat v kvalitním mezinárodním matematickém časopise.

Doporučuji práci slečny Slavíkové uznat jako bakalářskou a hodnotit známkou **výborně**.

V Praze 29. dubna 2010

Luboš Pick