1

OPONENTSKÝ POSUDEK BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Autor práce: Veronika Půlpánová
Název: Diofantické rovnice a p-adická čísla
Vedoucí: Libor Barto

Hlavním tématem, které zpracovává přeložené práce, je otázka existence netriviálního racionálního řešení diofantické rovnice $F(X, Y, Z) = 0$ pro kvadratickou formu F na $\mathbb{Q}^3$. Práce je rozčleněna do pěti kapitol. Po historickém úvodu je nejprve nastíněna konstrukce tělesa p-adických čísel a okruhu p-adických celých čísel. Třetí kapitola obsahuje formulaci a důkaz dvou verzí klíčového Henselova lemmatu a čtvrtá část vedle příkladů formuluje Hasse-Minkovského větu, jejíž důkaz se bohužel do práce nevešel. Nejrozsáhlejší pátá kapitola se zabývá řešením samotného centrálního problému práce.

Text je napsán přístupnou formou a přes občasné stylistické nedostatky se poměrně dobře čte. Množství věcných chyb a matematických nepřesností, které oponent v textu postřehl, je přiměřené rozsahu práce (viz seznam níže). Autorka problematice zjevně porozuměla a především v centrální páté kapitole prokázala schopnost samostatné práce. Na druhou stranu méně přesvědčivou částí předloženého textu je konstrukce okruhu p-adických celých čísel v druhé kapitole, kde často není jasné, co se přebírá jako fakt, jehož znalost je u čtenáře předpokládána, a co je zjevné a není to třeba dokazovat (například v Definici 2.4 či v důkazu Věty 3.1). Podle oponentova mínění by navíc stálo za to, aby byl vždy u prezentovaných úvah (jako je tomu u Tvrzení 2.6 a Věty 3.1) uveden jejich původ. Zejména by mělo být jasné, které postupy jsou kompletně převzaté z jednoho zdroje, kdy autorka zpracovala téma z různých textů a kdy se jedná o zcela samostatnou práci.

Přes uvedené výhrady doporučuji práci Veroniky Půlpánové *Diofantické rovnice a p-adická čísla* uznat jako bakalářskou a navrhuji ji ohodnotit známkou **velmi dobře**. V případě, že se autorka při prezentaci práce úspěšně vypořádá s uvedenými výhradami, nemá oponent námitek proti hodnocení výborně.

v Praze 7.6.2010 Jan Žemlička

Seznam závažnějších nepřesností:

- s.10, Definition 2.4 - Bylo by vhodné něco říci o operacích na zúplnění $\mathbb{Q}_p$, tedy alespoň komentovat, proč má $\mathbb{Q}_p$ strukturu tělesa. Podobně by přinejmenším komentář zasloužila i jednoznačnost existence zúplnění.
- s.10, Proposition 2.5 - Dokazujeme (a potřebujeme dokázat), že $\mathbb{Z}_p$ je podokruh $\mathbb{Q}_p$ (nikoli, že jde o pouze o jakýsi okruh, jak je uvedeno ve formulaci tvrzení).
- s.12, ř.2 - Uvažujeme-li prvky $\mathbb{Z}_p$ jako formální sumy s koeficienty z množiny $\{0, 1, \ldots, p-1\}$, měl by i výsledek operace být téhož tvaru, tedy tvaru $\sum c_n p^n$ pro $c_n \in \{0, 1, \ldots, p-1\}$ (navíc zde přebývá =).
- s.14, ř.11 Užití Taylorova rozvoje pro formální derivaci a p-adickou topologii by zasluhovalo komentář či odkaz.
- s.17, ř.-4, Example 4.2 - Měli bychom mluvit o "a non-zero solution" (nuly danou rovnici samozřejmě řeší),
- s.18, Example 4.3 - To, že součin dvou kvadratických nezbytků je kvadratický zbytek, by zasloužilo stručné odůvodnění (například, že kvadratické zbytky tvoří modulo p podgrupu indexu 2).
- s.23 ř.11 a ř.13 - V součtech uvažujeme dosazené hodnoty x, y, z nikoli proměnné X, Y, Z.
- s.23, Lemma 5.1 - V důkazu bychom měli říci, že uvažujeme multiplikativní grupu $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$, tedy nikoli (aditivní) grupu $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$.
- s.24 ř.2 - Chybí "mod p".