## Oponentský posudek na bakalářskou práci Martina Franců
## Elementary problems of approximation theory

Bakalářská práce se týká (alternační) Čebyševovy věty a de La Vallée Poussinovy věty o nejlepší stejnoměrné aproximaci spojitých funkcí na kompaktním intervalu pomocí polynomů a zobecněných polynomů (určených systémem spojitých funcí splňujících Haarovu podmínku). Práce zřejmě vychází (i když to není v práci zmíněno) hlavně ze cvičení z Cheneyovy knihy [1]. Kromě důkazů výše uvedených vět jsou uvedeny jejich aplikace na konkrétních příkladech.

Zdá se být zřejmé, že M. Franců větám a jejich významu porozuměl a řadu tvrzení samostatně dokázal, což vyžadovalo značnou práci. Bohužel, výsledná bakalářská práce má daleko do dokonalosti. Obsahuje řadu nepřesností, nejasných formulací a překlepů.

Nejnepříjemnější je to, že důkaz ani jedné z verzí Čebyševovy alternační věty (Věty 1.1.1 a 2.3.1) není úplný. V důkazu první z nich není vůbec učiněn pokus dokázat podstatnou nerovnost $s > 0$.

V důkazu zobecněné alternační věty je zdůvodnění analogické nerovnosti $C > 0$ (a její aplikace) pro mne nesrozumitelné. Přitom je důkaz (který je stejnou metodou jako v bakalářské práci proveden např. v Achiezerově knize) zcela jednoduchý - uvažování speciálních ("rude") intervalů není vůbec potřebné.

Nepříjemná je také nesprávná definice (0.0.2) spojitosti.

Níže uvádím některé další kritické připomínky.

a) Některé argumenty jsou příliš stručné - v bakalářské práci by podle mého názoru měly být rozvedeny. Například na řádku $7_5$ (tj. 5. řádku zdola na str. 7) není zdůvodněno, že takový nejbližší bod $x_1$ existuje (ostaně v triviálním případě $r = 0$ neexistuje). Také o užití Darbouxovy vlastnosti spojitých funkcí se vůbec nehovoří. Tento přístup pak vede k chybám: např. užití kompaktnosti na řádku $25^{16-17}$ není rozvedeno.

b) V nerovnosti na $8^5$ asi něco chybí - měla by záviset nejen na $i$, ale také na paritě $k$; navíc nemůže platit v krajních bodech intervalů.

c) Na několika místech jsou zapomenuty předpoklady. Například $x_i$ z Lemmatu 2.1.2 a $c_i$ z Lemmatu 2.1.10 mají být asi po dvou různé.

d) Definice 1.2.1 je nejasná, protože v tomto případě polynom jako funkce neurčuje obecně koeficienty. Při této definici pak není jasné proč např. systém $\{f, -f\}$ není Haarův systém.

e) Formulace Definice 1.2.3 se mi nelíbí. Navíc by měla být uvedena definice i pro nekonečnou množinu $U$ (srov. Lemma 1.2.6).

f) Nemohu souhlasit s tvrzením z abstraktu, že důkaz de La Vallée Poussinovy věty ze zobeněné de La Vallée Poussinovy věty je jednodušší ke sledování, než její zcela snadný přímý důkaz (který je vlastně jen malou částí v práci uvedeného důkazu).

g) V práci by mělo být uvedeno, jaký je stupeň nulového polynomu.

h) Formulace Problému 1.1.3 je divná. Navíc to vypadá, že autor považuje existenci a jenoznačnost nejlepší aproximace za jasnou.

i) Problém 1.2.7 je skutečně triviální, takže není vhodnou ilustrací obecné věty.

j) V Definici 0.0.3 není napsáno, kde jsou funkce definovány, co je to norma a jakou množinu probíhá $P$. V Definici 0.0.4 by mělo být napsáno, že jde o reálné funkce. Formulace Definice 0.0.5 by měla být přesnější a mělo by být specifikováno i $c_0$.

k) Na řádcích $12_{10}$, $20_8$, $22^5$ jsou překlepy.

Navrhuji hodnocení práce známkou „velmi dobře“.

Praha, 14.9.2009

[redacted]