

Posudek vedoucího diplomové práce R.Pathó:  
„*Tvarová optimalizace v kontaktních úlohách se třením*“

Diplomová práce je věnována problematice kontaktní tvarové optimalizace, kdy na základě daného kritéria chceme navrhnout tvar kontaktní části hranice pružného tělesa, kterou spočívá na dokonale tuhé podložce. Kromě podmínek nepronikání je na této části hranice vzat do úvahy i vliv tření. K jeho popisu je použit model s danou mezí skluzu a s koeficientem tření, který závisí na řešení samotném. Jedná se tedy o úlohu optimálního řízení, v níž úlohu řídicí proměnné hrají funkce, popisující tvar kontaktní části hranice a stavová relace je dána implicitní eliptickou variační nerovnicí. Cílem práce bylo danou úlohu zformulovat, dokázat existenci jejího řešení, provést podrobnou analýzu diskrétního modelu a následnou konvergenční analýzu.

Úvodní kapitola je věnována stavové úloze. Uvádí její klasickou a slabou formulaci a shrnuje známé výsledky o existenci, eventuálně jednoznačnosti jejího řešení. Tato část práce má rešeršní charakter. Formulace a analýza vlastní úlohy tvarové optimalizace je obsahem Kapitoly 2. Autor nejprve definuje systém přípustných oblastí. Na rozdíl od úlohy bez tření je nutno použít oblasti s vyšší regularitou kontaktní části hranice. Ta je nyní representována funkcemi, jež náležejí do prostoru  $C^{1,1}$ . Hlavním výsledkem je Lemma 2.4, v níž je dokázána kompaktnost grafu obecně mnohoznačné stavové relace. Na základě tohoto výsledku je dokázána existence alespoň jednoho řešení úlohy tvarové optimalizace pro třídu zdola polospojitéch kritériálních funkcí. Speciální pozornost je věnována případu, kdy stavová úloha má jediné řešení. Je ukázáno, že je možno zajistit podmínky zaručující jednoznačnost nezávisle na konkrétním výběru oblasti z daného přípustného systému (Věta 2.2). Nejvíce původních výsledků autora je obsaženo v Kapitole 3., která je plně věnována diskretizaci úlohy tvarové optimalizace. Systém přípustných funkcí, které popisují kontaktní část hranice ve spojitě formulaci, je diskretizován po částech lineárními, spojitými funkcemi. Jedná se o vnější aproximaci, neboť takové funkce patří pouze do prostoru  $C^{0,1}$ . Navíc vazbová podmínka na druhou derivaci návrhové funkce ve spojitěm případě je nahrazena podmínkou na druhou konečnou diferenci v diskrétní formulaci. Stavová úloha je aproximována pomocí standardní metody konečných prvků. Autor nejprve dokazuje existenci alespoň jednoho řešení takto diskretizované úlohy tvarové optimalizace na základě kompaktnosti grafu diskrétní stavové relace (Proposition 3.1). Obvykle lze tento výsledek jednoduše získat z čistě algebraické formulace problému. V našem případě však algebraická formulace není plně ekvivalentní s původní, diskrétní funkcionálně-analytickou formulací, neboť obsahuje pouze diskretizaci třetího členu pomocí vhodné kvadratické formule. K důkazu výše zmíněné kompaktnosti bylo potřeba odvodit několik pomocných výsledků (Lemmata 3.2.- 3.4), získaných samostatně autorem práce. Závěr této kapitoly je věnován konvergenční analýze, tj. studiu vztahu mezi řešeními spojitěho a diskrétních úloh. Zvláště se zkoumá případ, kdy diskrétní stavové úlohy mají řešení jediné. Tehdy je možno získat silnější konvergenční výsledek. Práce je doplněna Appendixem, který obsahuje pomocné výsledky, používané v předchozím textu.

Pan Robert Pathó projevoval po celou dobu zájem o studium problematiky tvarové optimalizace. Aktivně se mnou spolupracoval. Samotná práce je napsána srozumitelně, na dobré technické úrovni, bez větších formálních nedostatků. Za její klad považuji skutečnost, že je sepsána v anglickém jazyce. Je mi ale záhadou, proč název práce byl ponechán v jazyce českém. Za její nedostatek považuji to, že autorovi nezbyl čas na analýzu citlivosti pro diskretizovanou úlohu tvarové optimalizace, což bylo také jedním z cílů práce.

*Závěr: práce splňuje všechny podmínky kladené na práci diplomovou a proto ji doporučuji k obhajobě.*

V Praze 19.8.2009



Jaroslav Haslinger

Návrh klasifikace: vzhledem k tomu, že není zpracována problematika analýzy citlivosti, navrhuji známku *velmi dobře*.