

Posudek školitele na diplomovou práci
Martiny Hofmanové
Slabá řešení stochastických diferenciálních rovnic

Diplomová práce Martiny Hofmanové je věnována novému důkazu Skorochoodovy věty o existenci (alespoň jednoho) slabého řešení stochastické diferenciální rovnice

$$(1) \quad dX = b(t, X) dt + \sigma(t, X) dW, \quad X_0 \sim \mu,$$

s koeficienty spojitými v prostorových proměnných a majícími nejvýše lineární růst. Standardní důkazy této věty (založené ostatně na původní Skorochoodově myšlence) sestávají z tří kroků:

- 1° Aproximovat rovnici (1) rovnicemi, které mají silná řešení.
- 2° Ukázat, že rozdělení řešení aproximujících rovnic tvoří těsnou množinu měř na prostoru spojitých trajektorií.
- 3° Ověřit, že libovolný hromadný bod této těsné množiny je rozdělení slabého řešení úlohy (1).

V kroku 3° je zpravidla využívána integrální reprezentace martingalů s absolutně spojitou kvadratickou variací, výsledek sice důležitý a elegantní, ale nikoliv elementární a s důkazem (ve vícedimensionálním případě) dosti technickým. Při vyšetřování stochastických vlnových zobrazení mezi Riemannovými varietami (kdy věta o integrální reprezentaci není k dispozici) předložil před nedávnem M. Ondřeját alternativní metodu identifikace (slabého) hromadného bodu aproximujících řešení, založenou na – v principu zcela přímočarých – výpočtech kvadratických variací limitních procesů.

Kolegyně M. Hofmanové ve své práci ukázala, že tento alternativní postup je použitelný (a užitečný) i v klasické situaci stochastických diferenciálních rovnic v konečně-dimensionálním prostoru. Práce obsahuje úplný důkaz Skorochoodovy věty, vyložený přesně, pečlivě a velmi detailně. Druhá a třetí kapitola práce jsou věnovány pomocným výsledkům o vlastnostech prostoru spojitých funkcí s topologií lokálně stejnoměrné konvergence a o aproximaci spojitých funkcí lipschitzovskými; jde o výsledky známé, zařazené proto, že jsou v důkazu podstatným způsobem užívány. Jádrem práce je však rozsáhlý § 4.2, v němž je vyložena konstrukce slabého řešení. Důkaz těsnosti aproximujících řešení (vcelku snadný) je přejat ze standardních důkazů, avšak přístup k identifikaci limity je originální. Diplomantce se podařilo presentovat potřebné výpočty velmi jasným způsobem, takže lze nahlédnout, že postup založený na výpočtu kvadratických variací umožňuje pěkně dokázat Skorochoodovu větu i bez aplikace vět o integrální reprezentaci.

Práce je sepsána anglicky, což odpovídá současné fázi transformace diplomové práce na publikaci. Bohužel se negativně projevila malá zběhlost kolegyně Hofmanové v matematické angličtině, kdy se vyjadřuje zhusta neobratně, někdy i chybně. Srozumitelnost textu však dotčena není; a hlavně, nedokonalá angličtina nemá vliv na přesnost a kvalitu matematického obsahu.


Úhrnem: předložená práce podle mého soudu plně splňuje požadavky kladené na diplomovou práci a doporučuji, aby byla jako práce diplomová uznána.



Jan Seidler

Návrh klasifikace práce M. Hofmanové:

výborně



Jan Seidler

