

Posudek doktorské dizertační práce Mgr. Michala Macka "Statistické aspekty kolektivní dynamiky atomových jader".

Práce je věnována analýze souvislosti mezi chaotickými a regulárními aspekty spekter a dalších charakteristik kvantových a klasických mikrosystémů v závislosti na symetriích hamiltoniánů těchto mikrosystémů. Autor se soustředil především na chaos a regularitu v atomových jádrech.

Prvky chaotičnosti resp. regularity v řešeních pohybových rovnic klasických systémů jsou zkoumány už řadu desetiletí pomocí tzv. Poincarého řezů fázového prostoru těchto systémů. Pokud je klasický systém s d stupni volnosti integrabilní, potom má d integrálů pohybu, a řešením jeho pohybových rovnic jsou uzavřené periodické trajektorie ve fázovém prostoru. Na Poincarého řezech se tyto uzavřené trajektorie projeví jako pravidelné obrazce a odpovídající chování takového systému je považováno jako regulární. Naproti tomu, pokud klasický systém nemá integrály pohybu kromě energie, potom jeho trajektorie ve fázovém prostoru nejsou uzavřené a v limitě nekonečného času se tyto trajektorie dostanou libovolně blízko k libovolnému bodu fázového prostoru. V Poincarého řezech je pak možné pozorovat izotropní rozdělení bodů po řezu, kdy tyto body jsou průsečíky trajektorií s řezem, a nevidíme žádné regulární obrazce. Systém vykazující takové chování je chaotický. Je zřejmé, že počet integrálů pohybu je dán symetrií hamiltoniánu. U reálných systémů bývá modelový hamiltonián parametrizován množinou parametrů a symetrie hamiltoniánu závisí na konkrétních hodnotách těchto parametrů. V závislosti na hodnotách modelových parametrů může hamiltonián mít více nebo méně symetrií a tudíž pro některé parametry hamiltonián systému se pak chová regulárně a pro jiné chaoticky. Zpravidla se ale jedná o směs regularity a chaotičnosti, kdy při daných modelových parametrech hamiltoniánu jsou některé trajektorie s konkrétními energiemi uzavřené a regulární a trajektorie s jinými energiemi neuzavřené a chaotické. Hamiltonián vykazuje při takových parametrech jisté symetrie, ale počet těchto symetrií není dostačující, aby systém byl regulární. Míru regularity pak můžeme charakterizovat tzv. faktorem regularity definovaným jako podíl plochy regulární části Poincarého řezu k celkové ploše řezu.

U kvantových systémů, kdy nemáme žádné trajektorie ve fázovém prostoru a tudíž ani Poincarého řezy, se regularita resp. chaotičnost charakterizuje pomocí statistického rozdělení energetických vzdáleností mezi nejbližšími sousedními hladinami ve spektru hamiltoniánu uvažovaného systému (tzv. nearest neighbor spacing - NNS). Pokud toto rozdělení má Wignerův tvar odpovídající odpuzování hladin (degenerace jsou vyloučené), potom odpovídající systém se klasicky chová chaoticky. Pokud NNS rozdělení je popsáno Poissonovým vztahem (degenerace je možná), potom se systém klasicky chová regulárně. NNS rozdělení umožňuje zkoumat regularitu nebo chaos pouze ze spektrálního, t.j. energetického, hlediska. Metoda, která umožňuje zkoumat regularitu nebo chaos z hlediska vlnových funkcí, je tzv. metoda Perezových mříží. Ta spočívá v konstrukci mříže bodů (E_i, Q_i) , kde E_i je energie i -tého stavu systému a Q_i je odpovídající hodnota fyzikální veličiny s operátorem \hat{Q} v tomto i -tém stavu. Pokud tyto body vynášené na plochu (E, Q) vykazují regulární obrazce, potom systém je regulární. Pokud tyto body jsou chaoticky rozhozeny na ploše (E, Q) , potom se jedná o chaotický systém. Jedním z výsledků disertace považují rozšíření Perezovy metody i pro případ, kdy operátorem \hat{Q} je operátor střední kvadratické odchylky nějaké veličiny, $\text{var } \hat{Q}$.

Hlavní částí disertace je zkoumání vztahu regularity resp. chaotičnosti a dynamické symetrie hamiltoniánu v jednoduchých algebraických modelech jader, kdy modelový

hamiltonián se dá zapsat jako funkce Kazimirových operátorů podgrup z řetězce rozkladu grupy symetrie tohoto hamiltoniánu. V disertaci je ukázáno, že pokud je hamiltonián dynamicky symetrický vůči všem grupám z výše uvedeného řetězce (a je tudíž integrabilní z hlediska kvantové mechaniky) jeho spektrum i Perezova mříž vykazuje znaky regularity. Pokud je hamiltonián dynamicky symetrický jen částečně (pouze vůči některým grupám z řetězce grup - tzv. částečná a kvazidynamická symetrie), potom určitá část spektra hamiltoniánu je regulární a jiná část chaotická.

V disertaci je podrobně rozebrána chaotičnost resp. regularita hamiltoniánu jednoduché dvouparametrické verze tzv. Interacting Boson Modelu (IBM) v závislosti na těchto dvou parametrech, které mohou ležet pouze uvnitř nebo na stranách tzv. Castenova trojúhelníku. Hlavní grupou symetrie tohoto IBM hamiltoniánu je grupa $U(6)$, která má tři podgrupové řetězce odpovídající třem vrcholům Castenova trojúhelníku (při parametrech odpovídajících vrcholům trojúhelníku, jednoduchý IBM hamiltonián komutuje se všemi elementy všech podgrup z odpovídajícího řetězce a je exaktně řešitelný).

Hlavní přínos disertace vidím v tom, že se podařilo rozdělit Castenův trojúhelník na oblasti podle symetrií hamiltoniánu vůči podgrupám z výše uvedených tří grupových rozkladů a ukázat podíl regularity a chaotičnosti ve spektru i Perezových mřížích v jednotlivých oblastech. V disertaci je ukázána korelace mezi touto kvantově mechanickou analýzou regularity a chaosu a klasickou analýzou, kdy se pohybové rovnice s IBM hamiltoniánem řešily klasicky nekvantově. Byly rovněž zkoumány "fázové" přechody mezi výše uvedenými oblastmi Castenova trojúhelníku.

Disertace je napsána jako průvodní text k osmi původním pracím publikovaným autorem a spolupracovníky v renomovaných mezinárodních časopisech (z 90% ve Phys.Rev.) a k osmi příspěvkům na konferencích (které byly rovněž publikovány v časopisech). Text je napsán podle mého názoru dobrou angličtinou, ale někdy trochu nepřehledně ve smyslu dohledávání některých informací neuvedených v průvodním textu a odkazovaných na původní práce autora. V práci jsem nenašel moc překlepů a zřejmých chyb (v této souvislosti se pouze zmíním o nejasném označení báze $|g_0, g_1\rangle$ na str. 11 nahoře, do které se o 3 řádky dále rozkládá obecný QDS stav $|QDS; \bar{g}_0, g_1\rangle$, ale kde je označena zřejmě jako $|DS; g_0, g_1\rangle$).

Téma disertace je bezesporu velmi aktuální. Objem výsledků, počet publikací a příspěvků na konferencích určitě převyšuje průměrnou úroveň doktorských prací.

K uchazeči mám následující dotazy:

1. V klasické fyzice je integrabilita pohybových rovnic systému zaručena přítomností integrálů pohybu, jejichž počet je roven počtu d stupňů volnosti daného systému. Na str. 9 dole se říká, že v dynamicky symetrickém kvantovém algebraickém systému, jehož hamiltonián je dán vztahem (1.7), je integrabilita garantována faktem, že hamiltonián je funkcí k Kazimirových operátorů, které spolu s hamiltoniánem tvoří úplnou množinu $k+1$ komutujících operátorů. Souvisí počet k Kazimirových operátorů s počtem d stupňů volnosti klasického hamiltoniánu uvažovaného systému?
2. V textu na str. 14 a též pod obrázky 1.3 a 1.4 se mluví o tzv. Alhasid-Whelanově oblouku regularity. Tento oblouk je nějak matematicky přesně definován nebo se o něm hovoří pouze v souvislosti s vizuálním zvýšením regularity na ploše (E, η) (viz. obr. 1.3 a 1.4)?

Závěrem mohu jen konstatovat, že předložená disertace splňuje všechny požadavky kladené na doktorskou disertaci a doporučuji, aby M. Mackovi byl po úspěšné obhajobě udělen titul PhD.

Praha 10.5.2010

prof. RNDr. Jan Kvasil DrSc.
ÚČJF MFF UK