

KARLOVA UNIVERZITA v PRAZE

Pedagogická fakulta

katedra matematiky a didaktiky matematiky

ATOMÁRNÍ ANALÝZA JAKO NÁSTROJ POCHOPENÍ MYŠLENKOVÝCH  
OPERACÍ ŽÁKŮ

ATOMIC ANALYSIS AS THE TOOL FOR UNDERSTANDING MENTAL  
OPERATIONS OF STUDENTS.

Vedoucí diplomové práce: Prof. RNDr. Milan Hejný, CSc.

Autor diplomové práce: Veronika Nuslová

Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň ZŠ

Forma studia: prezenční

Diplomová práce dokončena: březen 2010

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury.

V Praze dne .....

Podpis: .....

## Poděkování

*Ráda bych poděkovala Anně Barabášové za pořízení videozáznamu,  
studentkám a studentům 4. ročníků oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ Pedagogické  
fakulty UK v Praze ve školním roce 2008/2009 za podanou zpětnou vazbu,  
RNDr. Darině Jirotkové za podnětné nápady ke zpracování výukového materiálu  
a Prof. Milanu Hejnému podporu a cenné rady při vedení diplomové práce.*

## **Anotace**

Cílem diplomové práce je seznámení s metodou atomární analýzy. Na předložených podkladech historického vývoje, současného využití a praktické zkušenosti autorky je možno udělat si o této metodě ucelenou představu. Podstatnou částí práce je experiment se šesti žáky 4. ročníku ZŠ, z kterého vzešly tři hlavní výstupy. Zaprvé vypracování historického vývoje atomární analýzy. Zadruhé výukový materiál zpracovaný v programu Microsoft Class Server, který již byl využit a nadále bude využíván na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy v Praze při vzdělávání učitelů prvního stupně. A zatřetí ukázka atomární analýzy konkrétního videozáznamu a písemných prací získaných z realizovaného experimentu se šesti žáky 4. ročníku.

**Klíčová slova:** atomární analýza, práce s chybou, konstruktivistický přístup, kombinatorika, experiment

## **Abstract**

The aim of this thesis is familiarization with the atomic analysis method. The historical development of the method, its current use and the author's practical experience together enable a comprehensive conception of the method to be formed. A substantial part of the thesis consists of an experiment with six fourth grade pupils resulting in three distinct outputs. First, a survey of the historical development of atomic analysis. Second, educational material processed in Microsoft Class Server, which has already been used and will continue being made use of in training primary school teachers at the Faculty of Education at Charles University in Prague. Third, a demonstration of the atomic analysis of a specific video recording and accompanying written material obtained from the experiment.

**Keywords:** atomic analysis, students' mistakes and misconceptions, constructivist approach, combinatorics, experiment

## Obsah

|   |    |
|---|----|
| OBSAH .....   | 5  |
| ÚVOD .....  | 7  |
| 1.1 PRŮVODCE ČTENÁŘE DIPLOMOVOU PRACÍ .....                         | 7  |
| 1.2 VÝBĚR TÉMATU .....  | 8  |
| 1.3 CÍLE DIPLOMOVÉ PRÁCE .....                                      | 9  |
| 2 VSTUPNÍ INFORMACE .....   | 10 |
| 2.1 TEORETICKÝ ZÁKLAD .....   | 10 |
| 2.1.1 Vymezení pojmů .....  | 10 |
| 2.1.2 Atomární analýza .....  | 13 |
| 2.2 VYUŽITÍ NA VYSOKÉ ŠKOLE .....                                   | 16 |
| 2.3 METODOLOGICKÝ RÁMEC EXPERIMENTU .....                           | 17 |
| 3 EXPERIMENT .....  | 19 |
| 3.1 PŘÍPRAVA A OČEKÁVÁNÍ .....                                      | 19 |
| 3.1.1 Scénář experimentu .....                                      | 19 |
| 3.2 REALIZACE A EVIDENCE .....                                      | 20 |
| 3.2.1 Experiment na téma Kombinatorika v oblasti 3D geometrie ..... | 21 |
| 3.3 ZÁVĚR EXPERIMENTU .....   | 25 |
| 3.4 ANALÝZY .....   | 25 |
| 3.4.1 Analýza videonahrávky .....                                   | 26 |
| 3.4.1.1 Ukázka scénáře prezentace na semináři .....                 | 26 |
| 3.4.2 Analýza písemných materiálů .....                             | 30 |
| 4 APLIKACE .....  | 36 |
| 4.1 PREZENTACE ANALÝZY .....  | 36 |
| 4.1.1 Zpětná vazba .....  | 37 |
| 4.2 VÝUKOVÝ MATERIÁL .....  | 41 |

|       |                                     |    |
|-------|-------------------------------------|----|
| 4.2.1 | E-learningový výukový kurz .....    | 41 |
| 4.3   | KOMPLEXNÍ ANALÝZA EXPERIMENTU ..... | 42 |
| 5     | SEBEREFLEXE .....                   | 74 |
| 6     | ZÁVĚR .....                         | 77 |
|       | LITERATURA .....                    | 78 |
|       | PŘÍLOHY .....                       | 80 |

# 1 Úvod

*„Největší chyba, kterou v životě můžeme udělat, je mít pořád strach, že nějakou uděláme.“* (Elbert Hubbard) Tento citát nám připomíná, že chyba je součástí našeho života. Chyby dělají malé děti, dospívající mládež, dospělí i staří lidé. Mnoho lidí považuje chybu za něco negativního. My na ni pohlížíme opačně. Díky chybě získáváme důležitou zkušenost. Když chybu přijmeme a budeme ji zkoumat, zjistíme její příčinu a příště se jí můžeme vyvarovat. Učitel by tedy neměl žáky za chyby kárat, ale naopak s ní dál pracovat a plně ji využít k rozvoji žáka.

## 1.1 Průvodce čtenáře diplomovou prací

Diplomová práce je rozdělena do šesti kapitol. V první úvodní kapitole uvádíme podněty, které vedly ke zpracování této práce, v podobě výpovědi autorky (1.2). Dále seznamujeme s hlavními cíli (1.3).

Ve druhé kapitole stručně shrnujeme teoretické poznatky (2.1). Nejprve se zabýváme pojmy (2.1.1), které jsou v práci použity právě ve vymezeném pojetí. Podrobněji se potom zaměřujeme na charakteristiku, historii a využití atomární analýzy (2.1.2). Dále uvádíme metodologický rámec experimentu (2.2). Na konci této kapitoly jsme zařadili ještě podkapitolu o využití atomární analýzy na vysoké škole (2.3).

Třetí kapitola je zaměřena prakticky. Nejprve popisujeme přípravu a realizaci samotného experimentu (3.1 a 3.2). Potom uvádíme závěry, které z něj vplynuly (3.3). Nakonec předkládáme ukázky analýzy písemných materiálů a videonahrávky (3.4).

Čtvrtá kapitola je stěžejní částí diplomové práce. Zprv se zde zabýváme realizací prezentace analýzy (4.1) a jejím využitím na vysoké škole při výuce didaktiky matematiky (4.2). Následně uvádíme komplexní analýzu jednoho experimentu obohaceného o zanalyzované názory studentů (4.3).

Osobní přínos a sebereflexe autorky jsou zařazeny do páté kapitoly. V šesté závěrečné kapitole předkládáme výhledy do budoucnosti.

## 1.2 Výběr tématu

Námět diplomové práce jsem zvažovala delší dobu. Nejprve jsem si musela ujasnit, jaké téma mě opravdu zajímá. Při výběru jsem měla na paměti stále dvě kritéria. Moje diplomová práce mě musí něčemu naučit a měla by mít přínos i pro toho, kdo ji bude číst.

Ve čtvrtém ročníku mého studia mi nabídl profesor M. Hejný vedení diplomové práce. To byl první impuls, abych začala uvažovat právě o tématu z oblasti didaktiky matematiky. Jelikož mě myšlenky z přednášek a seminářů didaktiky matematiky vedené M. Hejným zaujaly svojí netradičností a novostí, věděla jsem, že pod jeho vedením splním minimálně své první kritérium.

Potom mě čekalo druhé rozhodnutí – výběr konkrétního tématu. Na začátku jsem se nadchla pro kombinatorické úlohy ve výuce matematiky na prvním stupni. Podvědomě jsem cítila, že úlohy tohoto typu mohou žákům pomoci v rozvoji jejich matematických schopností. Moji domněnku potvrdila J. Příhonská (2008, s. 1) hned v úvodní části své monografie konstatováním, že *„... kombinatorika hraje v rozvoji matematického myšlení výraznou roli. Její význam je zejména v rozvoji logického myšlení a obecných kombinačních schopností.“* Začala jsem se tedy o tuto problematiku zajímat více. Zjistila jsem, že v roce 2004 obhájila H. Jirasová svoji diplomovou práci na téma *Poznávání kombinatorického myšlení dítěte*. Hlavním cílem práce bylo hlubší porozumění tematickému celku kombinatorika, vzhled do didaktické problematiky kombinačního myšlení žáků a podpora propedeutiky kombinatoriky na prvním stupni základní školy. Pustila jsem se do podobného tématu s tím, že bych chtěla nabýt vlastních zkušeností s řešením kombinatorických úloh žáky prvního stupně pomocí výzkumné metody „research in action“ (akční výzkum) v pojetí definovaném v Pedagogickém slovníku (Průcha, Walterová, Mareš, 2003, s. 14).



Při zpracovávání mého prvního experimentu však vyplynulo pro mne mnohem zajímavější a přínosnější téma. Seznámila jsem se s metodou atomární analýzy. Ta mě zaujala svým širokým využitím v praxi každého učitele a možností hlubšího poznání konkrétního žáka. Z tohoto podnětu vznikla moje diplomová práce na téma Atomární analýza jako nástroj pochopení myšlenkových operací žáků.

### **1.3 Cíle diplomové práce**

První cíl je osobní rozvoj autorky, především v oblasti přípravy na profesi učitelky na prvním stupni základní školy. Jádrem tohoto rozvoje je hlubší seznámení se s metodou atomární analýzy. O plnění cíle vypovídají osobní výpovědi, popisy vlastních zkušeností, úvahy a komentáře začleněné průběžně do textu.<sup>1</sup>

Druhým cílem práce je popsat způsob, který umožňuje představit princip atomární analýzy studentům a studentkám (dále jen studentům) Pedagogické fakulty Univerzity Karlovy v Praze (dále jen PedF UK) interaktivní formou. Tento je naplněn popisem a komentáři průběhu seminářů vedených autorkou v rámci seminářů Didaktika matematiky s praxí určených studentům 4. ročníku oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ na PedF UK ve školním roce 2008/2009. Obsahem seminářů byl matematický experiment z oblasti kombinatoriky. Dále zmíněný experiment je zpracován ve výukový materiál formou interaktivní analýzy v programu Microsoft Class Server, který nalezne uplatnění na PedF UK jako didaktická pomůcka.

---

<sup>1</sup> Osobní výpovědi, popisy vlastních zkušeností, úvahy a komentáře autorky jsou psané v první osobě singuláru.

## 2 Vstupní informace

### 2.1 Teoretický základ

Teoretická východiska jsou základem pro praktickou část. Z nich vycházíme jak při přípravě experimentu, tak v následných analýzách.

#### 2.1.1 Vymezení pojmů

Konstruktivistický přístup k vyučování

Konstruktivistický přístup k vyučování chápeme v této práci ve smyslu knihy M. Hejný a Fr. Kuřina (2009, s. 194, 195) pomocí deseti zásad. Jedná se především o aktivitu samotného žáka, který je veden tak, aby zkoumal a hledal různé cesty řešení a to vše v tvořivé a pracovní atmosféře třídy. Následně je nasměrován k tomu, aby sdílel své výsledky se spolužáky i s učitelem a diskutoval o nich. V závěru žák získává zpětnou vazbu, díky níž se posouvá dál.

Procesuální typ žáka

*„Pojmu proces odpovídá změna, přeměna, pohyb, tvorba, konstrukce, vznikání, deformování, zanikání.“* (Hejný, Michalcová, 2001, s. 59) Řekněme, že žák je procesuálního typu, když řešené problémy uchopuje pomocí změn, přeměn,... Např. Žák (pracovně ho nazveme Adam) první třídy má spočítat úlohu  $1 + 1$ . Adamovi, jelikož se projevil jako procesuální typ, je mnohem bližší následující řešení. Učitelka mu řekne: *„Adame, udělej jeden krok vpřed. Zastav se. Potom udělej ještě jeden krok vpřed. Spočítej, kolik kroků celkem uděláš.“* Adam udělá jeden krok vpřed, zastaví se a potom popojde ještě o jeden krok vpřed. Chvilí přemýšlí. Potom začne znovu pochodovat a potichu si říkat: *„Jeden, dva. Jeden, dva.“* Nahlas potom vykřikne: *„Dva. Udělal jsem dva kroky.“* Adam si uvědomil, že když udělá jeden krok a potom ještě jeden, vždycky udělá celkem dva kroky.

## Konceptuální typ žáka

*„Pojmu koncept odpovídá stav, neměnnost, stálost, existence, trvalost, bytí.“* (Hejný, Michalcová, 2001, s. 59) Na rozdíl od žáka předešlého typu se tento typ zaměřuje na stálost. Například žákyně první třídy (nazvěme ji třeba Barborka) má spočítat stejnou úlohu jako Adam. Jelikož je ale Barborka konceptuální typ, zvolila učitelka jiný postup. Před Barborku položila hromádku krychlí a řekla jí: *„Barborko, vezmi si jednu krychli a polož ji před sebe. Potom vyber ještě jednu a přilož ji k té první. Kolik budeš mít celkem krychlí?“* Barborka udělá přesně to, co po ní učitelka chtěla. Když má určit počet krychlí, dívá se na ně, prstem na ně ukazuje a počítá: *„Jeden, dva. Mám dvě krychle.“* Barborka potřebovala krychle vidět stále před sebou, aby je mohla správně spočítat.

## Kombinatorika

Kombinatorika jako část matematického vzdělávání je v této práci použita ve smyslu přístupu popsaného v Elementární matematice od M. Hejného a N. Stehlíkové (2000): *„Jádrem kombinatoriky je schopnost zpřehlednit nepřehlednou množinu. Stručně, kombinatorika je teorie o „dělání pořádku“. První etapou ve výuce kombinatoriky by mělo být nabývání zkušeností s „úklidem“. Podle našeho názoru existuje jediná cesta, jak toho dosáhnout – trpělivě řešit úlohy vypisováním prvků.“*

## Homogenní varianta

Obor Učitelství pro 1. stupeň ZŠ na PedF UK umožňuje studentům čtvrtých ročníků, kteří studují prezenční formou, výběr skupiny předmětů z tzv. homogenní varianty zaměřených na určitou oblast vzdělávání. Jedná se o tři předměty v zimním semestru a tři předměty v letním semestru v rozsahu šesti hodin týdně. Ve školním roce 2008/2009 byly otevřeny tyto tematické celky: Výchova ke zdraví, Teorie a praxe poradenství na ZŠ, Matematika s didaktikou a Primární pedagogika.

## Tematický celek Matematika s didaktikou

Předměty spadající do této varianty byly v akademickém roce 2008/2009: Cesty poznávání v matematice I.–II., Dítě a matematika I.–II. a Učíme společně matematiku I.–II. Kapacita předmětu byla 16 lidí. Výuka probíhala v šestihodinových blocích každý týden v úterý odpoledne. Základní aktivitou byla realizace matematického kroužku na základní škole pro žáky prvního stupně. Ve vedení kroužku jsme se pravidelně střídali po dvojicích. První dvě hodiny byly věnovány seznámení s přípravou matematického kroužku a řešení úloh, které se týkaly stejného tématu jako u dětí na úrovni studentů pedagogické fakulty. Dále následovala 90minutová realizace kroužku. Dva ze studentů ho vedli a ostatní prováděli pozorování žáků a zajímavých matematických i didaktických jevů. Posledních 90 minut bylo věnováno podrobnému rozboru kroužku a kolektivní reflexi posluchačů.

## Research in action (akční výzkum)

Akční výzkum je „...druh pedagogického výzkumu, jehož účelem je přímo ovlivňovat či zlepšovat určitou část vzdělávací praxe...“ (Průcha, Walterová, Mareš, 2003, s. 14). V tomto pojetí byla metoda využita při realizaci experimentu.

## Izolovaný model

Izolované modely jsou „ ... první dílčí poznatky příštího poznání, ... (např. že 2 autíčka a 3 autíčka je dohromady 5 autíček).“ (Hejný a kol., 2008, s. 11) Postupem času se dítě seznamuje s dalšími izolovanými modely (například 2 kuličky a 3 kuličky je 5 kuliček; 2 tužky a 3 tužky je 5 tužek atd.)

## Generický model

Generický model „ ... je vytvořen ze společenství izolovaných modelů.“ (Hejný, Littler, 2007, s. 18) Proto jej charakterizujeme větší univerzálností. „Dítě objeví, že k tomu, aby sečetlo 2 panenky a 3 panenky, nemusí mít panenky, ale stačí mu prsty. Prsty se tak stávají nástrojem, s jehož pomocí lze počítat autíčka, míče, panenky...“

(Hejný a kol., 2008, s. 11) Generickým modelem pro předchozí dílčí poznatky je tedy poznání, že k počítání může dítě využít jakýkoliv zástupný objekt.

## **2.1.2 Atomární analýza**

### **2.1.2.1 Výzkumná metoda**

*„Atomární analýza je založena na myšlence atomizace řešení a myšlence komparativní analýzy.“* (Stehlíková, 2000, s. 102) Experimentátor eviduje všechny jevy získaného materiálu<sup>2</sup>. Jednotlivé jevy jsou vnímány jako myšlenkové kroky neboli atomy, které je možno pro přehlednost rozdělit na atomy statické a dynamické (Stehlíková, 2000, s. 102). Statickými atomy myslíme vše, co je napsáno, řečeno či viděno (čísllice, slova, čárky, tečky, přeškrtnutí, úprava, zaváhání v odpovědi, tichá nesrozumitelná mluva, pohyb...). Statickým atomům předcházejí atomy dynamické, které jsou smyslem experimentátora neviditelné. Jedná se o postup probíhající v hlavě žáků ještě před tím, než cokoliv napsali, řekli, udělali. Tyto atomy evidujeme na základě argumentace vycházející z důkladného prostudování materiálu. Všechny jevy jsou následně podrobeny důkladné analýze. Na závěr se experimentátor může pokusit o interpretaci řešitelského postupu a myšlení konkrétního žáka na základě svých zkušeností.

### **2.1.2.2 Historie**

Profesor Milan Hejný se během konzultací nad touto diplomovou prací několikrát zmínil ve vyprávěních o svém životě především o vlivu svého otce Víta Hejného. Když se M. Hejný stal učitelem, častokrát vedl se svým otcem dialog nad pracemi svých žáků. Tyto podnětné rozmluvy přispěly zásadně k jeho pedagogickému rozvoji. Během takovýchto rozhovorů se učil hlouběji porozumět myšlenkovým operacím a řešitelským

---

<sup>2</sup> Zpočátku se jednalo o písemné práce žáků. Ve své práci analyzuji především videozáznam, protože řešení zadané úlohy nalézali žáci nejprve skrze manipulativní činnost. (pozn. autorky)

strategiím svých žáků. Tyto momenty můžeme považovat za prvopočáteční impulsy vedoucí ke vzniku atomární analýzy jako metody.

Myšlenku atomární analýzy dále bohatě rozvíjel M. Hejný na Slovensku v 70. letech 20. století během diskusí, které vedl se svými kolegy L. Hrdinom, V. Repášom a J. Vantuchom nad písemnými pracemi svých žáků. *„V snahe odhaliť čo najpresnejšie myšlienkový pochod žiaka sme čoraz dôkladnejšie evidovali a zápalisto diskutovali aj o tých najnepatrnejších čiarkach a bodkách v žiakovej práci.“* (Hejný, Michalcová, 2001, s. 106) Následně byla tato metoda uplatňována při různých výzkumech té doby. Poprvé ji systematicky použil J. Perenčaj ve své výzkumné práci v letech 1983 až 1985 (Perenčaj, 1989). Získané zkušenosti byly podkladem pro základ metody později nazvané M. Hejným jako Atomární analýza, kterou detailně popsal v roce 1992 (M. Hejný, 1992).

V současné době existují další práce, které se touto problematikou zabývají. Nejkomplexněji je zpracovaná v knihách Hejný, Michalcová (2001) a Stehlíková (2000). Do podvědomí některých učitelů se tato metoda dostala díky vzdělávacímu programu INICIATIVA v rámci cyklu „Jak tvořit se žáky v matematice“, který proběhl v letech 1995–1997 na PedF UK v Praze (Stehlíková, 1995).

V posledních několika letech se s principy této metody seznamují také posluchači učitelských oborů na PedF UK v rámci studií didaktiky matematiky (více v kapitole 2.2).

### **2.1.2.3 Využití v praxi**

Mnozí mohou být zpočátku k této metodě velice skeptičtí. Tato metoda se může zdát pouze jako subjektivní interpretace evidovaných jevů bez jakýchkoli pravidel. Vyplývá to hlavně z nedostatečných zkušeností s touto metodou. Časová náročnost mluví také proti. Začátky nejsou úplně jednoduché (viz kap. 3.4.1). Nad prvními analýzami stráví učitel spoustu času. Avšak již po několika analýzách získají i začátečníci jistotu a po prvních úspěších u svých žáků se zvýší jak hodnověrnost, tak smysluplnost využívání atomární analýzy běžně v praxi.

V rozhovoru na téma, jak hodně je atomární analýza využívána učiteli v praxi, se M. Hejný zmínil o několika svých kolezích a bývalých studentech, kteří atomární analýzu využívají. Obecně o učitelích se vyjádřil tak, že někteří z nich tuto metodu běžně používají, aniž by ji znali pod název atomární analýza.

Čím je tedy tato metoda přínosná a proč bychom se o ni měli zajímat? Atomární analýza napomáhá učitelům hlouběji pochopit myšlenkové operace žáků. K tomu dochází v okamžiku, kdy učitel analyzuje řešitelský postup žáka zadané úlohy. *„Zaujímajú nás jednak riešenia nevšedné, jednak také, ktoré obsahujú chybu, najmä ak ide o chybu netriviálnu, prekvapivú, ťažko vysvetliteľnú.“* (Hejný, Michalcová, 2001, s. 103) Chybná a netradiční řešení jsou pro učitele přínosem především v poznání, jak dále s žáky pracovat. Na rozdíl od toho řešitelský postup pouze převzatý od učitele mu o žácích nic moc neřekne. Snad jen to, že si postup správně zapamatovali a dokázali ho použít v podobných situacích. Avšak aplikace stejného postupu u netradičních úloh jim může činit problémy. V takovém případě by měl žáky více motivovat k porozumění úlohy a nabízet jim různé typy postupů řešení.

Hlavní význam spatřujeme především v posunu od hodnotícího pohledu k diagnostickému. Výrazně se tak zvyšuje učitelova schopnost porozumět žákům, jejich úvahám a myšlenkovým postupům (Hejný, Michalcová, 2001, s. 105). Důraz je kladen především na chybující žáky, kdy *„...učiteľ účinne pomáha chybujúcemu žiakovi, pretože namiesto tradičného vysvetľovania, ako to má byť správne, vedie žiaka k poznaniu, prečo sa chyby dopustil a ako sa má v budúcnosti v podobnej situácii správať.“* (Hejný, Michalcová, 2001, s. 103) Analýza nesprávného řešení je jednou z metod práce s chybou. Je založena na principech detekce, identifikace, interpretace a korekce, jak je uvádí Kulič (1971). Důležitou úlohu pak sehrává vlastní interpretace a korekce chyby. Takováto analýza poukazuje na nový přístup k práci s chybou v pojetí konstruktivistického přístupu k vyučování. Analýza nevšedního řešení může učitele upozornit na různost žáků ve své třídě. Najdou se i tací, kterým může být předložený postup učitelem ne zcela srozumitelný. Musíme si uvědomit, že některým žákům více

vyhovuje procesuální řešení jiným zase konceptuální, někteří si potřebují řešení znázornit graficky, dalším pomůže tabulka nebo manipulace s předměty.

Na závěr předkládáme citát, který podle nás vystihuje základní přínos atomární analýzy pro učitele. *„Pro učitele je atomární analýza ‚škola vidění‘, jak se naučit nalézat ve zdánlivě podřadných a nedůležitých jevech důležité informace.“* (Stehlíková, 2000, s. 99)

## 2.2 Využití na vysoké škole

Nejvěrohodněji o tomto tématu vypovídají vlastní zkušenosti, proto je tato podkapitola pojata jako osobní výpověď autorky.

Během svého studia na PedF UK jsem zažila využití atomární analýzy také jako vyučovací metody. S takovýmto pojetím jsem se setkala v předmětech, které se týkaly didaktiky matematiky. Vyučující nám přinášeli na přednášky a zvláště pak na semináře různé materiály (žákovská řešení úloh v psané podobě i zaznamenané na videu), které jsme následně podrobně analyzovali. Jako příklady nám byly předkládány již selektované jevy, které přinášely zajímavou interpretaci. Ve třetím ročníku při 3. přednášce na téma Operace jsme se dozvěděli o možnosti rozboru myšlenkových operací chybných řešení pomocí principů atomární analýzy. Profesor M. Hejný nám ukázal několik příkladů, upozornil nás na jevy, které mohou být důležité. V navazujících seminářích jsme se snažili analyzovat řešení sami. Nejprve jsme naše nápady probírali ve skupinkách tří až čtyř studentů. Potom jsme naše závěry prezentovali a diskutovali s ostatními spolužáky. O přednosti skupinové práce píšou Hejný a Michalcová ve své práci (2001) *„Navyše skupinová práca obohacuje každého účastníka debaty poznáním, že jeho videnie vecí je iba jedno z možných a zvyšuje jeho schopnosť empatie i schopnosť prekračovať vo svojich budúcich analýzach úzku oblasť vlastných skúseností.“*

V dalších letech jsme se i nadále velice nenápadně seznamovali s touto metodou, i když jsme se s termínem atomární analýzy nikdy neseťkali. Nejosobnější zkušenosti



jsme nabyli s touto metodou v rámci seminárního úkolu, který odpovídal mínění, že „... metoda AA je jen obtížně sdělitelná bez osobní zkušenosti. Nejlépe se s ní zájemce seznámí praktickou činností.“ (Stehlíková, 2000, s. 98) Cílem bylo zpracovat a zanalyzovat vlastní experiment. Zájemci mohli své výsledky prezentovat v rámci seminářů před ostatními. Získali jsme tak jednu z velmi cenných zkušeností. Přínos této metody se stal nejednou tématem společných kritických rozhovorů mezi studenty ve volných chvílích. Nakonec jsme někteří z nás usoudili, že nám poznání této metody pomohlo v osobním profesním rozvoji. Naučili jsme se vnímat žáky jako osobnosti, všimnout si detailů, interpretovat evidované jevy, empaticky se vcítit do žáků. Seznámili jsme se s jednou z metod, jak pracovat s chybou v matematice, díky níž můžeme účinně pomáhat chybným žákům hledat cestu nápravy.

Dlužno však dodat, že ne všichni studenti vnímali metodu atomární analýzy popsáním způsobem. Někteří ji považovali za zbytečné nímání se v detailech. Necítili, že toto zdánlivě zbytečné nímání jim může pomoci lépe rozumět nejen tomu žákovi, který je analyzován, ale dítěti obecně. O tomto problému se též zmiňuji ve zpětné vazbě (viz kap. 4.1.1).

### **2.3 Metodologický rámec experimentu**

Experiment je rozdělen do čtyř etap. První etapa se zabývá prací s dětmi v terénu, druhá etapa je o zpracování získaných materiálů, třetí etapa se zaměřuje na prezentaci zpracovaného videozáznamu na semináři a čtvrtá etapa je věnována analýze toho, co bylo získáno v etapě třetí. Teď podrobněji.

V první etapě bude experiment realizován dne 17. 3. 2009 v odpoledních hodinách od 14:30 do 15:15 na ZŠ Uhelný trh v rámci matematického kroužku. Proběhne podle připraveného scénáře experimentu (viz kap. 3.1.1) na téma kombinatorika v 3D geometrii. Průběh bude zaznamenáván na videokameru, kterou bude obsluhovat jedna ze studentek PedF UK. Předpokládaný počet žáků, který se zúčastní experimentu, je min. 5 max. však 8. Ten je závislý na tom, kolik žáků v ten den dorazí na matematický kroužek. Po zahájení a úvodní aktivitě budou žáci rozděleni na dvě poloviny. První

skupina žáků se pod vedením autorky zúčastní připraveného experimentu. Druhá skupina žáků bude pracovat podle stejného scénáře, jako první skupina, pod vedením studenta Jonáše Koukla. Jejich aktivita však nebude následně analyzovaná.

Ve druhé etapě videonahrávku experimentu zpracujeme. Vytvoříme k nahrávce protokol a metodou atomární analýzy budeme evidovat sérii zajímavých jevů, které mohou být předmětem diskuse na semináři z didaktiky matematiky. Všechny jevy se pokusíme okomentovat. Tím budeme připraveni vést s kolegy diskusi o videonahrávce.

Třetí etapa je věnována prezentaci připraveného zpracovaného videomateriálu pro studenty 4. ročníku oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ PedF UK. Původně bylo určeno, že prezentace proběhne na dvou seminářích, ale později bylo rozhodnuto, že proběhne ve všech čtyřech paralelních matematicko-didaktických seminářích v akademickém roce 2008/2009. K představení zpracovaného experimentu využijeme interaktivní formu. Po zhlédnutí části videonahrávky položí autorka studentům otázku, eventuálně je upozorní na zajímavý matematický či didaktický jev.

Na závěr ve čtvrté etapě budou analýze podrobeny studentské výpovědi, které zazněly během prezentace experimentu ve všech seminářích. Opět bude použita metoda atomární analýzy, tentokrát ne na videozáznam, ale na výpovědi evidované akusticky. Touto etapou bude celý experiment ukončen.

### 3 Experiment

V této a dalších kapitolách popisuje autorka průběh svého experimentu, analýzy získaných materiálů a jejich následné prezentace a využití. Odkaz na video-sekvenci je uváděn v podobě např. V 00:00:00.

#### 3.1 Příprava a očekávání

Přípravu a očekávání jsem zahrнула do scénáře experimentu, který je napsán heslovitě, popřípadě krátkými větami.

##### 3.1.1 Scénář experimentu

|  |  |
|--|--|
| TYP VÝZKUMNÉ METODY                        | „výzkum v činnosti“ tj. research in action   |
| VZOREK                                     | pět až osm žáků ze 4. ročníku základní školy (dívky a chlapci)   |
| PROSTŘEDÍ, ČAS                             | matematický kroužek, tradiční učebna základní školy, úterý odpoledne 14:00 – 15:00 hod   |
| TECHNIKA                                   | pozorování myšlení a strategie žáků, videozáznam   |
| TÉMA                                       | kombinatorika v oblasti 3D geometrie   |
| TYPY ÚLOH                                  | Tvorba souboru všech možných krychlových věží tvořených z krychlí dvou barev.  |
| VÝZKUMNÝ CÍL<br>(definovaný pomocí otázek) | 1. Jaké strategie použije žák při hledání všech možností v kombinatorických úlohách?<br>2. Jaký typ zápisu žák zvolí? Jak bude zápis přehledný pro žáka, jak pro jeho spolužáky a jak pro učitele? |

|                    |  |
|--------------------|--|
| EDUKAČNÍ CÍL       | Vést žáka k:<br><br>a) odhalování vlastních řešitelských strategií<br><br>b) hledání vlastního zápisu daných situací   |
| OČEKÁVÁNÍ          | Nejprve bude žák nacházet možnosti zcela náhodně. Postupně bude přicházet na strategii, kterou bude moci využít i v dalších úlohách.<br><br>Zápis žáka bude epizodický, nepřehledný a chaotický. Žáci budou přicházet na různé styly zápisu. Postupně začnou nacházet symboly, které jim umožní rychlou orientaci v zápise, a ten se stane systematický. |
| UVÁDĚJÍCÍ AKTIVITA | Úlohy: Čtyři žáci představují barevné objekty: tři červené a jeden zelený; jejich úkolem je vymyslet různá uspořádání těchto čtyř barevných objektů.<br><br>Ujasnění pojmu „stejně uspořádání“ a „jiné uspořádání“.  |
| ZADANÉ ÚLOHY       | Kolik různých věží lze postavit z $n$ žlutých a $m$ červených krychlí? Tato úloha je dále značená jako „úloha $n+m$ “.   |

### 3.2 Realizace a evidence

Experiment byl realizován podle metodologického rámce během matematického kroužku (viz příl. 1). Průběh byl zaznamenán na videokameru, kterou obsluhovala studentka Anna Barabášová. Časové údaje níže uváděné odkazují na videozáznam. Písemné materiály žáků jsem po skončení vybrala. (viz příl. 2) Celkem bylo přítomno 12 žáků. Experimentu se zúčastnilo 6 žáků pod mým vedením. Zbývající žáci pracovali ve druhé skupině, pod vedením studenta Jonáše Koukla. Studenti střídavě pozorovali jednu nebo druhou skupinu podle vlastního rozhodnutí.

### 3.2.1 Experiment na téma Kombinatorika v oblasti 3D geometrie

Kombinatorické úlohy se týkají organizace souboru jevů. Když je takový soubor demonstrován, jsou u něj klíčové dvě otázky: 1) zda je úplný, zda v něm žádný prvek neschází, 2) zda se některý objekt neopakuje. U druhé otázky je nutné vyjasnit pojem jiný a stejný. Právě zde začínal experiment. Nejprve jsem žáky obeznámila s problematikou řešení kombinatorických úloh pomocí uvádějící aktivity.

#### 3.2.1.1 Uvádějící aktivita (V 00:00:00 – 00:10:05)

Před tabulí jsem umístila dvě značky. Na ně se postavili dva žáci, Julie, která držela v ruce červený papír, a Honza, který držel v ruce zelený papír. Zeptala jsem se třídy: „Mohou se žáci postavit na značky jinak, v jiném pořadí?“ Žáci navrhovali: „Stát na jedné noze, stát z boku, sednout si...“ Tedy slovo „jinak“ interpretovali v kontextu běžných životních zkušeností, přestože v mé výzvě bylo slovo pořadí. Bylo nutné vysvětlit jim, že v úlohách chápeme toto slovo v úzce matematickém významu. Když jsem nabyla přesvědčení, že pojem jiný je v případě dvou figurantů většině žáků jasný, přidala jsem třetího opět s červenou barvou. Na můj dotaz zda existuje jiné uspořádání, jeden žák okamžitě velice správně vysvětlil, jak takové uspořádání utvořit. Udělali jsme ještě další dvě uspořádání a přešli jsme ke čtyřem figurantům. Níže poukazuji na klíčovou situaci, která většině žáků pomohla pochopit rozdíl mezi termínem jiné a stejné uspořádání. Autentický záznam nalezneme na přiložené videonahrávce v první části Barevné řady (V 00:05:55 - 00:07:46). V tištěné podobě jsem použila jednotlivé statické snímky a jejich popis.

Písmenem *č* označuji figuranta držícího červený papír a písmenem *z* figuranta držícího zelený papír.



← Žáci vytvořili uspořádání<sup>3</sup> č, č, č, z. Dostali úkol vytvořit další jiná uspořádání, která však navzájem budou různá.

Žáci se radili, jak taková uspořádání vytvořit. Slovo „jiné“ přitom interpretovali různě. Katka vyslovila názor, že když si dva červení figuranti vymění místa, vznikne jiné uspořádání. Na to ihned zareagovali dva žáci zpochybněním jejího výroku. Jeden z nich prohlásil, že je to blbost. Své tvrzení podložil argumentem, že když se prohodila dvě děvčata s červeným papírem mezi sebou, zůstala č stále na stejných místech. Rozvinula se diskuse o vzniklé situaci. Nakonec jsem shrnula názory žáků a přednesla dohodu: „*Ted' se domluvíme, jestli ty dvě možnosti jsou stejné, když stojí tři červené a zelená nebo tři červené a zelená, akorát jsou ty dvě červené prohozené.*“ Žáci se v tu chvíli rozdělili na dvě skupiny, kdy jedna souhlasila s tím, že jde o stejnou možnost, a na druhou skupinu, která považovala tato dvě řešení za odlišná. Druhá skupina byla stále pevně vázána na jednotlivé žáky. Řadila, nikoliv tři červené a jeden zelený papír, ale Illyrii, Nikolu, Julii a Honzu. První skupina se naopak již dokázala od osobností žáků odpoutat a řešila úlohu pomocí abstraktních objektů č, č, č, z. Abych na stejný poznatek navedla i první skupinu, udělala jsem následující aktivitu.



---

<sup>3</sup> Pořadí barev je zaznamenáno zleva doprava.

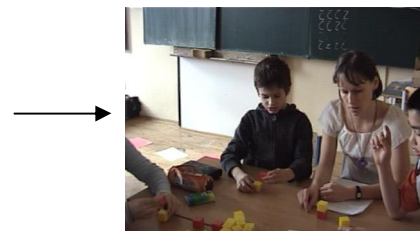


Dívky držící červené papíry jsem poslal sednout, přičemž papíry nechali ležet na značkách. Vzájemným přemístěním dvou červených papírů jsem ukázala, že je možnost i po prohození stejná s tou předešlou, což uznali i žáci sami. Upřesnila jsem tak, že se nejednalo o jiné uspořádání. Po té bylo slovo „jiný“ jasné pravděpodobně všem žákům. Přistoupila jsem tedy k hlavní části experimentu.

### 3.2.1.2 Hlavní část experimentu

Po uvádějící aktivitě následovala hlavní část experimentu (V 00:10:06), které se zúčastnilo pouze 6 žáků (tři dívky a tři chlapci). Zde uvádím průběh experimentu s poukázáním na důležité etapy.

Žáci seděli kolem stolu a nejprve řešili snadnou úlohu 1+1. Již zde se objevily dva typy řešení: Zprvce se jednalo o procesuální typ, kdy žák rychle překládal krychle mezi sebou a zadruhé typ konceptuální, kdy žák postavil vedle sebe dvě věže<sup>4</sup> č, ž a ž, č.



Na tabuli byla tabulka, kterou jsem připravila před hodinou. Do ní jsme zapisovali výsledky našeho bádání. Kolik různých možností měla úloha 1+1, kolik úloha 2+1, kolik úloha 3+1, atd.

Když William psal do tabulky číslo dvě, Illyria ihned formulovala hypotézu, že pro úlohu 5+1 bude výsledek šest.

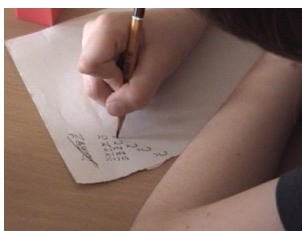
---

<sup>4</sup> Věže jsou zapisovány vždy zdola nahoru.

Zde jsme již řešili úlohu 3+1. Žáci pracovali jednotlivě. Vpředu stálo jedno z konceptuálních řešení úlohy 2+1. Popis obrázku: levá věž je ž, ž, č prostřední č, ž, ž a pravá ž, č, ž. Na moji výzvu šel Dušan tento výsledek zapsat do tabulky.



Podobným způsobem žáci řešili úlohu 4+1.



Když byla úloha 4+1 vyřešena, měli žáci zapsat soubor všech řešení přehledně na papír. Na obrázku je vidět zápis Matouše. První řádek je škrtnut, neboť žák objevil systém, kterým zapíše všechny pozice jasně a přehledně.

Následovalo ověření hypotézy Illyrie, že pro úlohu 5+1 bude výsledek šest. Žáci tuto hypotézu potvrdili.

V další části experimentu jsem navedla žáky k zobecnění otázkou: „Kolik si myslíte, že najdeme možností, když budeme mít 56 krychlí?“ Matouš, Dušan, Illyria a Julie věděli správný výsledek. Aniče a Williamovi potom popsali, jak k němu přišli.



Nový typ úlohy jsem zadala pomocí problémové otázky: „Postavíme více barevných věží ze dvou červených a dvou žlutých krychlí nebo z jedné červené a třech žlutých krychlí?“ Dušan a Matouš tipovali první možnost. Julie se přiklonila ke druhé možnosti. William si nejprve myslel, že se postaví více věží z první možnosti, jak ukazuje na obrázku. Poté co Illyria vyslovila myšlenku, že se postaví stejně věží z první i z druhé možnosti, se k ní William přidal.



Své tipy následně ověřovali. Přišli na to, že z první možnosti (dvě červené a dvě žluté krychle) se postaví šest věží, což je více než u druhé možnosti, kde se daly postavit pouze čtyři věže.



Vyřešením této problémové otázky jsem experiment z časových důvodů musela ukončit.

### 3.3 Závěr experimentu

Závěr experimentu uvádím již zde, protože další část diplomové práce bude zejména zaměřena na podrobné analýzy.

Experiment proběhl v celé své šíři podle scénáře od uvádějící aktivity až po kaskádu kombinatorických úloh v prostředí 3D geometrie. Cílem bylo zkoumat řešitelské strategie žáků a typy zápisů, které žáci použijí při řešení zadaných kombinatorických úloh.

V souladu s teorií generického modelu jsem očekávala, že první pokusy žáků o řešení každé z úloh budou izolované modely získané strategií pokus omyl. Očekávala jsem, že po poznání izolovaných modelů si jednotliví žáci začnou vytvářet generické modely. Generickým modelem v tomto případě je strategie kvalitativně vyšší než je výchozí strategie pokus-omyl. Analýza potvrdila uvedenou domněnku. O tom, jaké způsoby zápisu generického modelu žáci použijí, jsem jasné představy neměla. Výsledky analýzy jednotlivých zápisů uvádím níže (viz kap. 3.4.2).

### 3.4 Analýzy

Jádrem celé práce jsou analýzy řešitelských postupů. Níže uvádím analýzu videozáznamu a písemných prací. V kapitole 4.3 rozšiřuji práci ještě o analýzu výpovědi studentů, kde se jedná o analýzu akustickou. Všechny analýzy jsou subjektivní. Podléhají osobním zkušenostem autorky.

### 3.4.1 Analýza videonahrávky

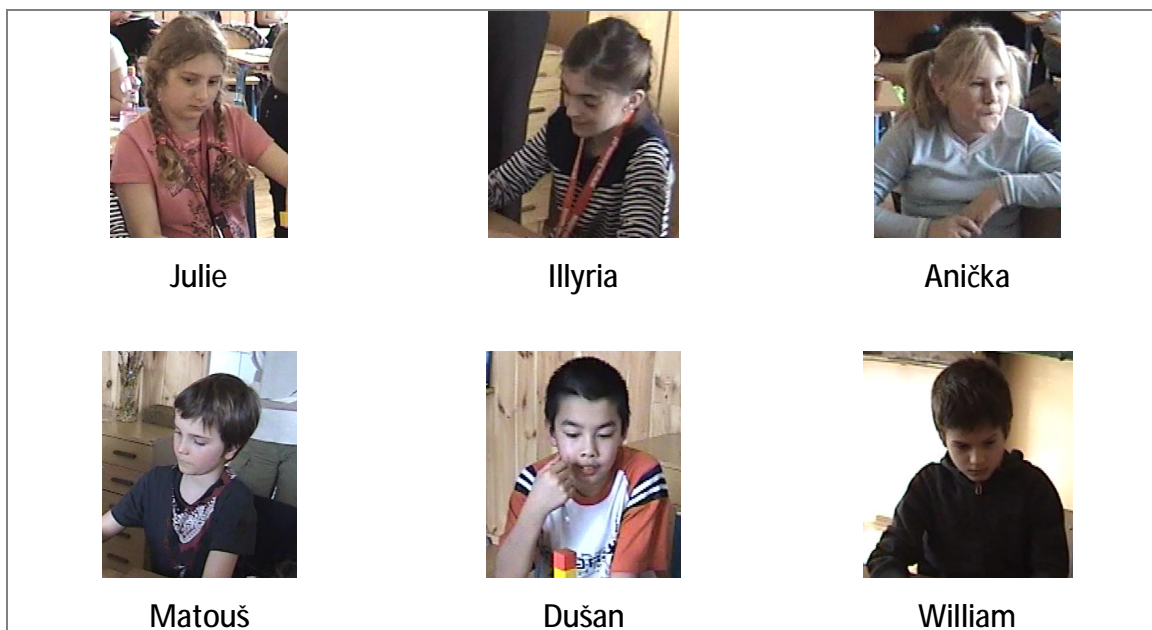
Nejprve jsem se pustila do analýzy videozáznamu. Prvním krokem byla konzultace u prof. M. Hejného, který mě navedl na to, jak udělat správnou analýzu. Na co se mám zaměřit, jakých jevů si mám všimnout. Jaké reakce žáků jsou zajímavé. Jaké si mám pokládat otázky. Prakticky se mnou zanalyzoval první čtyři minuty videozáznamu. Trochu mě vyděsilo, že jsme nad tím strávili hodinu a půl. Uvědomila jsem si ale, že jsem se během ní hodně naučila a že je důležité analýze věnovat dostatek času. Zbytek analýzy jsem zpracovala sama doma. Následovala další konzultace, při níž jsme analýzu experimentu zpracovali do podoby, ve které měla být prezentována studentům 4. ročníků oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ.

#### 3.4.1.1 Ukázka scénáře prezentace na semináři


Vlastní experiment

Instrukce:

1. Video poběží celé, napsané časy jsou okamžiky zastavení videa a položení otázky či doplnění nějaké informace.
2. Po položení otázky bude prostor pro vyslovení názorů studentů (dále jen NÁZOR STUDENTA)
3. Po vyjádření studentů řeknu svůj komentář já (dále jen NÁZOR AUTORA).  
Např. *Dva žáci mají věž obráceně.*
4. V následujícím textu, který se již týká analýzy, je důležité rozpoznávat jednotlivé žáky. Studentům jsem je představila až v průběhu prezentace, jak postupně přicházeli „na scénu“. Pro jednodušší orientaci v písemné podobě uvádím jména a fotografie žáků hned na začátku (obr. 1).



Obr. 1 Identifikace žáků

| Čas   | Popis snímku   |
|---|--|
| 10:14   | <p><b><u>SITUACE 1</u></b></p>  <p>Žáci měli za úkol postavit barevnou věž pomocí jedné červené a jedné žluté krychle. Jejich produkty vypadaly následovně. Od Illyrie <i>č, ž; č, ž; ž, č; č, ž; č, ž (moje věž); ž, č a č, ž.</i></p> |
| <p><b>OTÁZKA 1</b></p> <p>Porovnejte produkty (věže) žáků s mým. Čím se liší?</p> |  |

## NÁZOR STUDENTA 1

...

## NÁZOR AUTORA 1

*Anička a William jako jediní postavili věž obráceně než všichni ostatní včetně mě. Mohlo jít pouze o náhodu. Je ale také možné, že se zaměřili pouze na svůj produkt a již se nestíhali dívat okolo sebe, nebo naopak se okolo sebe rozhlédli a chtěli vytvořit věž, kterou ještě nikdo nepostavil. Již tento první znak nám může pomoci lépe pochopit myšlení výše zmíněných dvou žáků.*

## ÚKOL 1

Nyní zaměřte svoji pozornost na Williama. Pozorujte, co bude dělat s krychlemi.

10:23

### SITUACE 2

-

10:33



William prohazuje opakovaně a velmi rychle krychle mezi sebou.

## OTÁZKA 2a

Co se odehrává v hlavě Williama, když krychle prohazuje?

|  |
|--|
| <p>NÁZOR STUDENTA 2a</p> <p>...</p>  |
| <p>NÁZOR AUTORA 2a</p> <p><i>Vnitřní řeč Williama: „Ať dělám, co dělám, možnosti jsou jen dvě.“ Chytla ho manipulativní hravost. Na jeho pohybu je vidět rytmus. Z toho mohu usuzovat, že jde o procesuální typ.</i></p> |
| <p>OTÁZKA 2b</p> <p>Jak by řešil úlohu konceptuální typ?</p>   |
| <p>NÁZOR STUDENTA 2b</p> <p>...</p>  |
| <p>NÁZOR AUTORA 2b</p> <p>Když bude mít k dispozici čtyři krychle (dvě žluté a dvě červené) postaví z nich dvě věže vedle sebe.</p>  |

Ve stejném stylu byl napsán celý scénář prezentace. Důležitými okamžiky během prezentace byly názory studentů a následné diskuse. Aby se myšlenky neduplovaly, uvádím svoji celkovou analýzu až v edukační aplikaci (viz kap. 4.3).

### 3.4.2 Analýza písemných materiálů

Za neméně důležitou je pokládána analýza písemných prací, která umožňuje hlouběji pochopit řešitelský proces jednotlivých žáků. U každého z následujících zápisů lze evidovat dva parametry: znak a grafickou organizaci. Nejprve jsem se zaměřila na volbu znaku. Na obrázku 2 je vidět šest zápisů.



Obr. 2 Úloha 4+1

Čtyři z nich, používají jako znak písmena č a ž. Zvolili si první písmena barev krychlí (č pro červenou a ž pro žlutou krychli). William využil také písmena, ale na první pohled trochu nepochopitelně. Č pro něj znázorňuje žlutou krychli a z červenou krychli. Vysvětlujeme si to tím, že převzal symboly zápisu napsaného na tabuli z uvádějí activity. V tomto zápisu využil Dušan písmeno č pro záznam tří červených figurantů a písmeno z pro jednoho zeleného figuranta. Zcela odlišný od těch předešlých zápisů je zápis Julie. Využila barevné čtverce. Volba znaků nám o žácích říká, jaký smyslový orgán

preferují. Dušan, Matouš, Anička a Illyria zvolili písmena na základě slyšených slov červený a žlutý. Julie preferuje znak, protože možnosti zakreslila pomocí barevných pastelek ve tvaru čtverce. Tento poznatek umožní učitelům volit nejvhodnější výukové metody. Julii pomohou metody názorně demonstrační, ostatním budou více vyhovovat metody slovní (Vališová, 2007, s. 189-210).

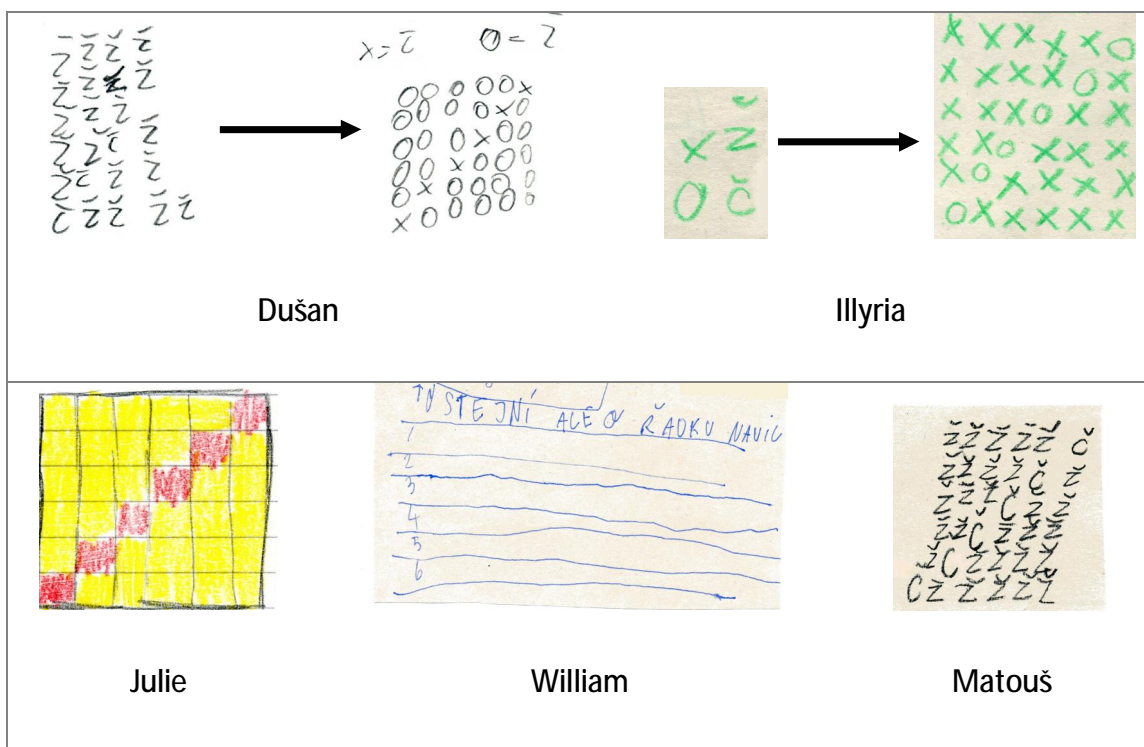
Ještě výraznější rozdíl se ukázal v samotné organizaci zápisů. Vedoucí práce ve snaze ukázat mi, jak se má analýza dělat, napsal text uvedený níže. K této části neměl k dispozici videozáznam. Vycházel tedy pouze z písemných materiálů. *„U všech zápisů si můžeme položit otázku o pořadí, v jakém byla písmena kladena na papír. V úvahu připadají tři typy: A) po sloupcích, zdola nahoru, B) po sloupcích, shora dolů, C) po řádcích, zleva doprava. Každý z těchto typů nám něco řekne o řešiteli. Typ A koresponduje právě prožitě zkušenosti se stavbou věží, kde se budovalo po sloupcích zdola nahoru. Typ C se shoduje s kulturní zvyklostí psát po řádcích zleva doprava a shora dolů. Typ B je hybridní.“* Dostala jsem za úkol klasifikovat zápisy Dušana, Matouše, Williama a Aničky podle horních typů a uvést pro své tvrzení argumenty. Chtěla jsem zadaný úkol splnit. Hned na samém začátku jsem se ale dostala do rozporu se svojí zkušeností, kterou jsem nabyla během realizace experimentu. Navrhované typy odpovídaly jen některým řešitelským postupům žáků. Aničku patří k typu C, což podporuje fakt dominantně působícího zápisu do jednotlivých řádků. Na první pohled tak působí i Williamův zápis. Oprávněnou argumentací by mohlo být číslování řádek a výrazné podtržení každé možnosti. Avšak po hlubším zkoumání lze zjistit, že o něco zřetelnější je členění do sloupců. Čísla se tak vztahují k umístění krychle ve věži. Řádkování slouží jako pomůcka k lepší přehlednosti zápisu. Dokazuje to i videozáznam Williamova postupu zapisování (V 00:15:33 – 00:15:39). Při analýze zápisu Matouše jsem začala mít pochybnosti. Ze zkušenosti jsem věděla, že ho nemohu přiřadit ani k jednomu z navrhovaných typů. Po zhlédnutí videozáznamu, jsem se utvrdila v názoru, že kromě postupů A, B, C je zde další. Matouš vypsál nejprve úhlopříčně všechny pozice červené krychle odspodu nahoru (V 00:14:50 – 00:14:58). Tím definoval nový typ D. Domnívám se, že strategii D bylo možné odhalit i bez videa, protože písmena č se od

písmen ž liší svojí velikostí a zároveň diagonální uspořádání je velice přesné. O zápise Dušana se mohu domnívat, že patří k typu A nebo B. Na obrázku 1 převažuje spíše vertikální členění sloupce. Videozáznam mne ale upozornil na další typ E, který vznikl kombinací typů A a D (V 00:14:35 – 00:14:45). Dušan propojil zápis sloupcový s diagonálním. První možnost zaznamenal do sloupce. Potom vypsál úhlopříčně dolů pozice červené krychle. Nakonec doplnil písmena ž. K analýzám zápisu Julie a Illyrie vedoucí napsal: *„U Illyrie se jedná o další typ, který popíše až po analýze zápisu Julie. Dívka nepoužívá písmena, ale barevné čtverečky. Ty organizuje do graficky velice přehledného tvaru. Z tohoto zápisu je evidentní, že se zde nejedná o postupné zaznamenávání jednotlivých věží, ale o zápis celé skupiny všech pěti věží. Tuto skutečnost zdůrazňuje orámování čtverce. Tedy Julie zápisem nereprodukuje proces řešení, ale ihned jeho celý výsledek. V mysli Julie došlo již k posunu od procesu stavění, ke konceptu výsledku (podle Hejného je to proceptuální transfer). Ted' již můžeme analyzovat zápis Illyrie. Je jasné, že i když dívka používá písmena, organizace zápisu je velice podobná organizaci Julie. Pouze symbol volí pro tuto organizaci ne příliš vhodný. Proto Illyrii neřadíme k procesuálním typům A, B a C, ale společně pro ni a Illyrii zavádíme nový typ F. Zde je na papír kladen obraz celého výsledku, tedy koncept.“*

S touto analýzou mohu souhlasit pouze částečně, protože i zde dochází v mé mysli ke konfrontaci se zkušeností. U Julie je velice pravděpodobné, že již před samotným zápisem viděla koncept pěti možností, ke kterému došla v představě pohybem červenou krychlí. Na videonahrávce (V 00:15:15 – 00:15:28; 00:15:52 – 00:16:03) je vidět, že při samotném zápisu si již nepotřebovala jednotlivé věže stavět. Přesto si myslím, že k výsledku došla ještě procesuálním řešením, protože postupně zaznamenávala jednotlivé věže s vybarvením červeného čtverce. Julie si správně uvědomovala, že další novou možnost určuje právě nová pozice červené krychle. V umístování měla systém popsany v typu D. K zápisu Illyrie podávám další analýzu, která je podpořená videem. Její záznam je přehledný a pečlivě zaznamenaný, což vypovídá o svědomitosti žákyně. Převažuje u něj vertikální členění na sloupce, patří tedy k typu A nebo B. Z videozáznamu (V 00:15:00 – 00:15:05) je zřetelné, že vypisovala jednotlivě možnosti po sloupcích odspodu nahoru. Zaznamenávala tedy

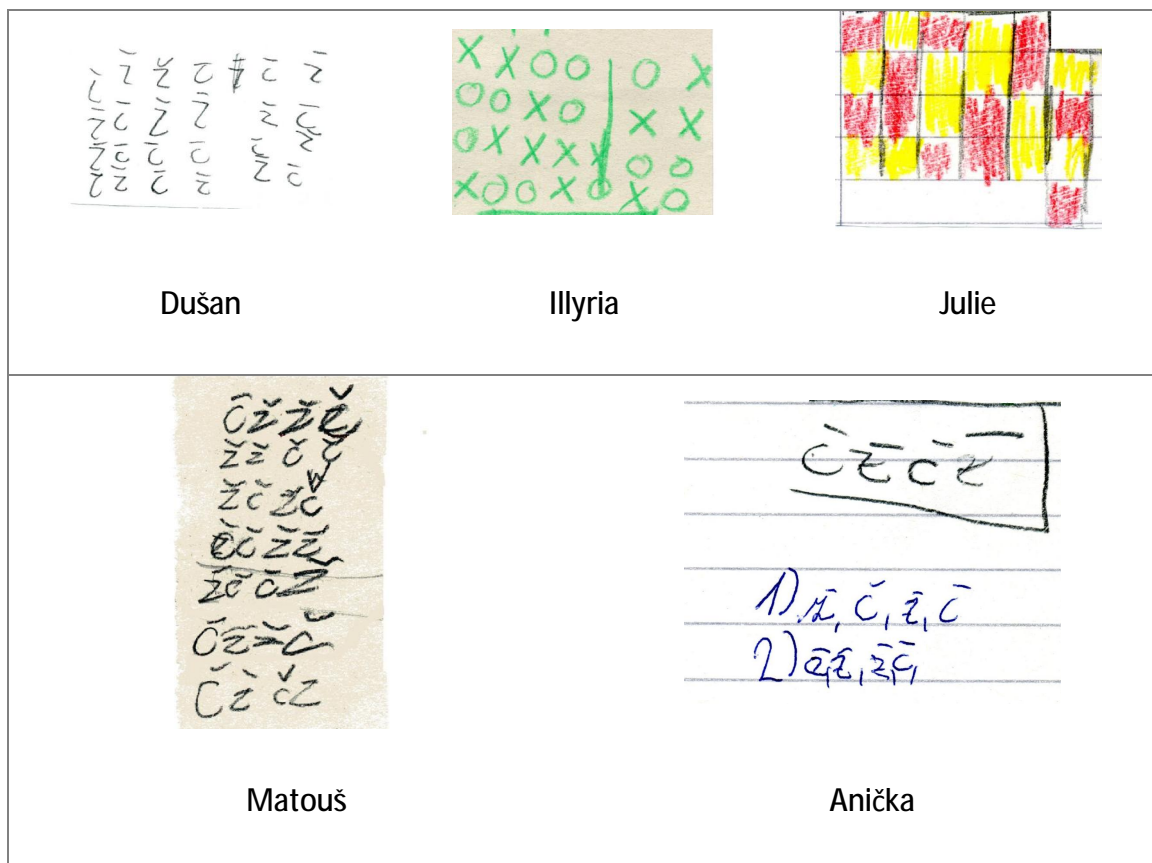


věže tak, jak je stavěla. Patří k typu A. Na výše uvedených analýzách je prakticky demonstrováno, jak je důležitá skupinová analýza. Čím více názorů, tím více je možné přiblížit se realitě.



Obr. 3 Úloha 5+1

Na obrázku 3 si jsou vidět zápisy úlohy 5+1. Julie a Matouš postupovali stejně jako u úlohy 4+1 (viz obr. 2). U Matoušova zápisu je však mnohem lépe vidět diagonální umístění písmene č než v prvním zápise. Anička úlohu neřešila. William odevzdal záznam s velice zajímavou poznámkou. Na papír napsal: „*To stejný, ale o řádku navíc.*“ Uvědomil si, že věž bude o jednu krychli vyšší, není si ale zcela jist, jestli je celkem možností pět nebo šest. Pravděpodobně by došel ke správnému výsledku, protože v úloze před tím našel strategii o postupném posunu červené krychle (viz obr. 2). Písmena č a ž byla pro Illyrii a Dušana již při této úloze nevhodná pro svoji nepřehlednost. Přešli tedy k novým symbolům X a O (viz obr. 3).



Obr. 4 Úloha 2+2 (William tuto úlohu neřešil)

U úlohy 2+2 nenalezli žáci žádný apriorní systém. V literatuře se dají vyhledat strategické termíny jako je symetrie a mantinelismus. Tyto prvky lze objevit i v zápisech žáků na obrázku 4. Dušanův zápis nemá jednotnou myšlenku. První dva sloupce patří k sobě, poslední dva sloupce tvoří další skupinu. Přičemž sloupce první ke druhému a pátý k šestému jsou ve vztahu polohové symetrie. Zároveň k vytvoření prvního a druhého sloupce byla použita barevná symetrie. Třetí sloupec je izolován. V tomto zápise je vidět částečný chaos, proto Dušan nenalezl všechny možnosti a neví, jestli je nebo není hotov. Julie využila podobného postupu. Zapsala jednu věž. Druhou k ní vytvořila tak, že pouze prohodila č za ž a naopak (2. a 3. sloupec, 4. a 5. sloupec, 1. a 6. sloupec). Ve druhé a třetí možnosti jde najít prvek mantinelismu, kdy dvojice krychlí jedné barvy je ohraničena z obou stran další jednou krychlí odlišné barvy. Illyria vypisovala možnosti náhodně. Je těžké u ní najít nějaký systém. Přesto našla všechny možnosti a žádná se jí neobjevila dvakrát. Má velice dobrou krátkodobou paměť.

Nejvíce zmateně působí zápis Matouše. Nelze u něj najít žádný systém. Možnosti vymýšlel náhodně. Jednu možnost má v zápise dvakrát. Anička tuto úlohu nedořešila. Z fragmentu zápisu je vidět, že i ona nalézala možnosti zcela náhodně.

## 4 Aplikace

### 4.1 Prezentace analýzy

Prezentace proběhla ve čtyřech seminářích v předmětu Didaktika matematiky III. pro studenty 4. ročníku oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ. Analýza byla představována studentům interaktivní formou. Pustila jsem jim videozáznam. V určitém okamžiku jsem ho zastavila a položila jsem studentům otázku, nebo jsem je upozornila na nějaký zajímavý matematický či didaktický jev, kterého si mají všimnout. Potom jsme o jednotlivých názorech diskutovali.

Výpovědi studentů jsem nahrávala na diktafon a poté jsem je převedla do písemné podoby (viz obr. 5). Odpovědi a komentáře jsem přepsala s částečnou stylistickou úpravou do závěrečné podoby analýzy experimentu tak, aby byly srozumitelné i nezúčastněným studentům.

<sup>133</sup> "Mě š klápa, protože jsem nevěděla, co má dělat."  
"Musela jsem to odříkat. Měla jsem ji <sup>trélovat</sup> ať ~~sej~~ postup dětem  
zvětšila ji a <sup>to</sup> slusila říst jako sama, ať to zveštlík ten  
dětem eby ten postup, ať postupová postupně aš a šestce.  
Ja jsem jí hlavě nechtela, ať to reprodukova ten obsahem.  
Ať si to ona slusila, ale obsahem ať si to mohli sem jestli  
to tak je nebo ne."  
<sup>134</sup> "Ja si zptám, že do toho rhlid nemá, že tam je 5, 6, dva a  
že si žpla že to bude šest, šest a pson je nahusta.  
"Mělo ji to odříkat nebo dětem ji to zveštlík."

Obr. 5 Ukázka přepisu z diktafonu

### 4.1.1 Zpětná vazba

Na svoji prezentaci jsem dostala od studentů zpětnou vazbu, ze které jsem se dozvěděla, jaký pro ně měla prezentace přínos a co by v ní zlepšili. Do hodnocení se zapojilo 80 studentů.

Otázka č. 1: *Čím nás prezentace obohatila?*

Nejčastější odpovědi:

- názory ostatních, různé úhly pohledů v rozhovorech ve skupinkách, během diskusí, díky zpětné vazbě studentů
- na co se v experimentu zaměřit, co sledovat, jak má experiment vypadat
- přístup žáků, různý způsob myšlení a odlišné tempo při řešení úloh
- motivace ke zpracování nového experimentu

Zajímavé odpovědi, které se vyskytly jednou:

- pochopení teoretických termínů na praktických ukázkách
- zjištění jaké mají studenti vědomosti o žácích
- nový pohled na žáka a jak s ním pracovat

Z reflexe studentů:

- *Po zhlédnutí experimentu jsem si uvědomila, že si musím všimnout i zdánlivě nedůležitých maličkostí – i ty mohou být důležité.*
- *Pomůže mi to (asi) do budoucna v odhadování reakcí dětí.*

- *Bylo zajímavé vidět, jak pracují jednotlivé děti, rozebrat to a zamyslet se nad tím, proč zrovna takto.*
- *Libily se mi její otázky, které nás nutily přemýšlet o tom, co jsme právě viděli.*
- *Bylo to dobré, hlavně proto, že si člověk uvědomí mnohem více věcí, než když by byl na hodině jen přítomen, také pouze koukání bez otázek by nebylo tak přínosné.*
- *Obohatilo mě to tím, že jsem o kombinatorice nic nevěděla a pochopila jsem ten princip, na který přišly děti.*
- *Vychází se z praxe a autentických zážitků, na tom by se dala rozebírat i didaktika samotná.*

Otázka č. 2: *Jak bychom prezentaci doporučovali vylepšit?*

Často vyskytované odpovědi:

- podrobnou analýzu zařadit do nižších ročníků
- nevěnovat tomu celou hodinu, moc dlouhé, zbytečně moc rozpitvané
- seznámení se scénářem experimentu (na flipu, na tabuli, pustit nejprve celé video), aby byl vidět kontext

Zajímavé odpovědi, které se vyskytly jednou:

- více experimentů za hodinu kvůli srovnání
- pestrost analýzy – bylo to stále stejné
- vyzkoušet úlohu zadanou žákům se studenty (lepší osobní prožitek)

- jiné téma experimentu
- více času na přemýšlení
- větší obraz videa, lepší kvalita videozáznamu

Z reflexe studentů:

- *Bylo dobré vidět, jak může experiment vypadat, probíhat. Vzhledem k tomu ale, že většina z nás nebude dělat diplomku z matematiky, tak experiment diplomantky, která se hlouběji zajímá o zkoumanou problematiku, nám moc nepomohl v tom, jak bychom my „obyčejní studenti“ měli experiment dělat (v menším rozsahu, bez nahrávky,...). Většina z nás asi nebude zkoumat (dělat experiment) v tak rozsáhlém pojetí, přístupu.*
- *Zdalo se mi to zbytečně moc rozpitvané, některé zmíněné věci se mi zdály úplně jasné, ale byly prezentovány jako něco nového, jako nějaký objev. Tento způsob prezentace, kdy se zmiňuje úplně všechno a takto podrobně, by mi vyhovoval, když jsem byla třeba v prváku a neměla jsem vůbec žádné zkušenosti z praxe, prahla jsem po nich, ale na praxe se začalo chodit už ve 3. ročníku.*
- *Uvítala bych vidět zamýšlenou strukturu její hodiny (struktura experimentu – poznámka autora),(nafocenou / na tabuli / na flipu). Jednak proto, abych se v tom orientovala časově, jednak proto, abych mohla více nahlédnout záměr její hodiny (např. se nás ptala, jak bychom se cítili na jejím místě v určité situaci, ale my jsme nevěděli, jak chtěla tu hodinu vést dál, takže nám nebylo jasné, co pro ni ta situace znamenala.)*

Z výpovědí studentů je vidět, jaký postoj k atomární analýze zaujali. Někteří považují tuto metodu za velice přínosnou jak v praxi, tak v rámci svého studia na

vysoké škole. „Po zhlédnutí experimentu jsem si uvědomila, že si musím všítat i zdánlivě nedůležitých maličkostí – i ty mohou být důležité.“ „Vychází se z praxe a autentických zážitků, na tom by se dala rozebírat i didaktika samotná.“ Jiní tuto metodu pokládají za méně důležitou. „Většina z nás asi nebude zkoumat (dělat experiment) v tak rozsáhlém pojetí, přístupu.“ „Zdalo se mi to zbytečně moc rozpitvané.“ Mým cílem nebylo donutit studenty dělat experiment ve stejném rozsahu, ale chtěla jsem jim ukázat, že když si budou všítat maličkostí, pomůže jim to v budoucí praxi lépe poznat své žáky.

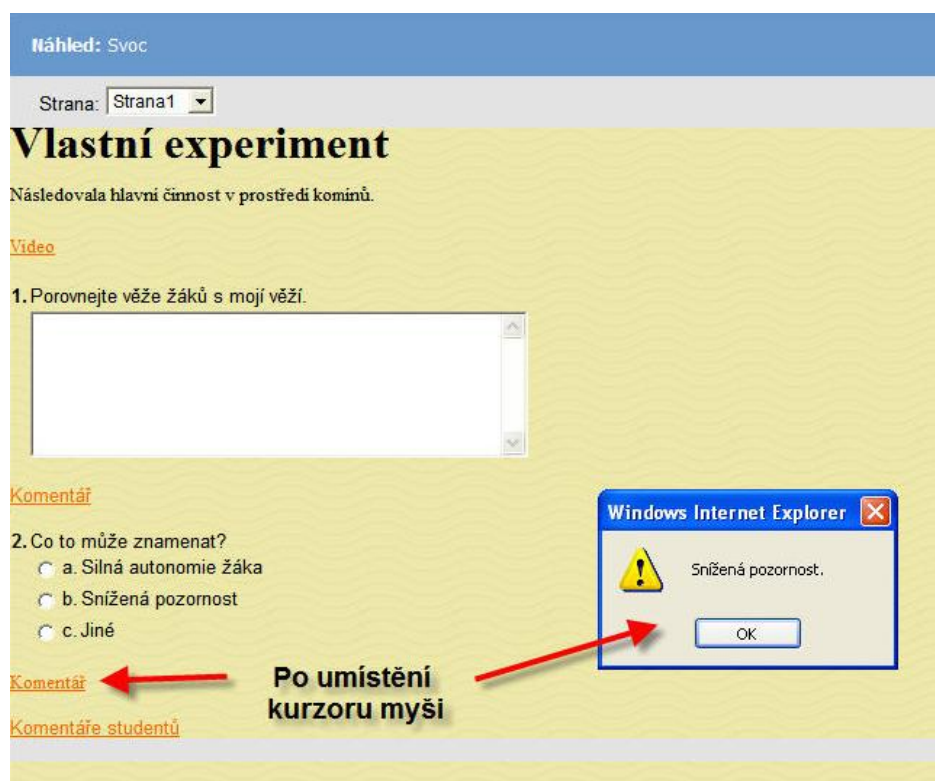


## 4.2 Výukový materiál

Analýzu experimentu s videonahrávkou jsem následně zpracovala jako podklad pro výukový materiál v programu Microsoft Class Server, který bude využíván na PedF UK při vzdělávání učitelů prvního stupně.

### 4.2.1 E-learningový výukový kurz

Na začátku jsou základní informace o kurzu (téma, datum vzniku, autor). Dále následuje prolog, který uvede studenty do situace. Potom už začíná samotný kurz interaktivní podobou. Student zhlédne video. Následně odpoví na zadané otázky. Buď napíše svůj názor do prázdného pole, nebo zaškrtně jednu z nabízených odpovědí. Po kliknutí na Komentář se objeví vyskakovací okno s názory autora. (viz obr. 6) Ucelenější představu o jevu dodá studentovi větší škála možných interpretací. I přesto, že student prochází kurzem sám, může své úsudky konfrontovat s dalšími názory, které nalezne pod Komentářem studentů. Takovéto porovnávání může mít pro studenta veliký přínos. O výhodách skupinové práce píše Hejný, Michalcová ve své práci (2001, s. 106).



Obr. 6 ukázka výukového materiálu

### 4.3 Komplexní analýza experimentu

Komplexní analýza experimentu v písemné podobě je rozdělena do jednotlivých situací. Každá jednotlivá situace je definována odkazem na video-sekvenci (např. V 00:10:07), situační fotografií a stručným popisem. Dále následuje otázka (např. OTÁZKA 1) popř. komentář (např. KOMENTÁŘ) a názor autora (např. NÁZOR AUTORA 1). Nakonec jsou zařazeny výpovědi studentů (např. NS01) a jejich analýza (např. ANS01). V určitých místech analýzy se objeví poznámky autorky v rámečku, které se týkají využití analýzy jako vyučovací metody. Jedná se o vlastní zkušenosti autorky získané při prezentacích na seminářích.

#### Prolog

Na začátku experimentu byla uvádějící aktivita. (V 00:00:00 – 00:10:05)

Charakteristika úlohy: Žáci představovali barevné objekty, tři byly červené a jeden zelený. K identifikaci objektů jsem využila barevné papíry, které figuranti drželi viditelně před sebou. Ostatní žáci měli za úkol vymyslet různá uspořádání barevných objektů na značkách.

Pomocí uvádějící aktivity se žáci seznámili s kombinatorickou úlohou a ujasnili si pojem „jiné uspořádání“ na konkrétní vzniklé situaci. (V 00:05:55 - 00:07:46) Katka prohodila dva červené figuranty mezi sebou a prohlásila to za nové řešení. Většina žáků s jejím názorem souhlasila. Nedorozumění jsem se snažila odstranit přemísťováním červených papírů na značkách bez figurantů. Žáci pak začali vnímat figuranty jako objekty, které mají určité vlastnosti. Proběhl zde posun od životní zkušenosti k matematice. Později se žáci během této aktivity setkali s první podobou zápisu, který vycházel z jejich potřeby.

## Vlastní experiment

Video je puštěné celé, napsané časy znamenají chvíle zastavení videa a položení otázky či doplnění nějaké informace.

Následovala hlavní činnost v prostředí komínů. (V 00:10:06 čas začátku experimentu)

### SITUACE 1

V 00:10:14



Žáci měli za úkol postavit barevnou věž pomocí jedné červené a jedné žluté krychle. Jejich produkty vypadaly následovně. Zprava od Illyrie č, ž; č, ž; ž, č; č, ž; č, ž (moje věž); ž, č a č, ž.

### OTÁZKA 1

Porovnejte produkty (věže) žáků s mým. Čím se od sebe liší?

### NÁZOR AUTORA 1

*Anička a William jako jediní postavili věž obráceně než všichni ostatní včetně mě. Mohlo jít pouze o náhodu. Je ale také možné, že se zaměřili pouze na svůj produkt a již se nestihali dívat okolo sebe, nebo naopak se okolo sebe rozhlédli a chtěli vytvořit věž, kterou ještě nikdo nepostavil. Již tento první znak mi může pomoci lépe pochopit výše zmíněné dva žáky.*

## NÁZOR STUDENTA 1

NS01: „Žáci neviděli rozdíl nebo důležitost v barvách. Jenom aby byly stejně vysoké ty věže.“

NS02: „Spíš nekoukali na to tvoje, na ten tvůj vzor, ale spíš koukali na to svoje. Možná dávali větší důraz na to, co slyší.“

NS03: „Postavili stejný komín, protože nejsou zvyklí sami něco vymyslet.“

## ANALÝZA NÁZORU

ANS01: *Student klade důraz na počet krychlí. Barevné rozlišení pro něj není důležité.*

ANS02: *Zde student obohacuje analýzu o novou myšlenku. Nepřímo poukazuje na učební styly, které jsou určeny preferencí jednoho ze smyslů. Student rozlišuje stejně jako někteří představitelé konstruktivistického přístupu žáky na vizuální a auditivní typy. Díky tomuto uvědomění může dojít k důležitému poznání, že „... je nutno dát žákům možnost představit si problém způsobem, který jim odpovídá.“ (Skalková, 2007, s. 150)*

ANS03: *Student se dívá na žáky velice kriticky. Domnívá se o nich, že jsou schopni pouze reprodukce.*

## SITUACE 2

V 00:10:23 - 00:10:33

### ÚKOL

Nyní zaměřte svoji pozornost na Williama. Pozorujte, co bude dělat s krychlemi.



William prohazuje opakovaně a velmi rychle krychle mezi sebou.

#### OTÁZKA 2a

Co se odehrává v hlavě Williama, když krychle prohazuje?

#### NÁZOR AUTORA 2a

*Vnitřní řeč Williama: „Ať dělám, co dělám, možnosti jsou jen dvě.“ Williama chytla manipulativní hravost. Na jeho pohybu je vidět rytmus. Z toho mohu usuzovat, že jde o procesuální typ.*

#### NÁZOR STUDENTA 2a

NS04: *Ukázal tak dvě možné varianty.*

NS05: *Spíš jestli se to nějak změní.*

NS06: *Když on koukal na ty tvoje kostky, a teď si to představil. Aha, tak to změnil a vyzkoušel si to u sebe.*

#### ANALÝZA NÁZORU 2a

ANS04-06: *Nikdo ze studentů nepoužil termín procesuální typ. Proč? Je překvapivé, že studenti vidí procesualnost akce, ale nepoužijí termín procesuální. Jeden student mi napsal do reflexe, že teprve po mém výstupu pochopil, co znamená termín procesuální.*

#### OTÁZKA 2b

Jak by řešil úlohu konceptuální typ?

### NÁZOR AUTORA 2b

*Když bude mít k dispozici čtyři krychle (dvě žluté a dvě červené) postaví z nich dvě věže vedle sebe.*

### NÁZOR STUDENTA 2b

*NS07: Komíny si nakreslí. Postaví dva komíny.*

### ANALÝZA NÁZORU 2b

*ANS07: Pro studenta je termín konceptuální typ jasný.*

### SITUACE 3

V 00:10:53



*Žáci řeší další zadání 2 žluté krychle a 1 červená. Staví věže ze tří krychlí.*

### OTÁZKA 3

Jakým způsobem mohli žáci věž postavit?

### NÁZOR AUTORA 3

*V této chvíli se u žáků objevila tři řešení (všechna stejná, odlišná od mého). Žáci žlutou krychlí pouze přidali na již postavenou věž nebo věž úplně změnili.*

### NÁZOR STUDENTA 3

NS08: *Přidali na již vytvořený komín další krychli.*

NS09: *Nikdo nepostavil komín jako ty. Preferovali střídání barev, tu barevnou zajímavost.*

NS10: *Postavili žlutá, červená, žlutá kostka, protože je to pro ně barevně hezčí. Tu červenou krychli si orámovali.*

### ANALÝZA NÁZORU 3

ANS08: *Student si mohl vzpomenout na zkušenost z dětství, kdy při hře s kostkami stavěl věže postupným přidáváním. Právě tyto vzpomínky mu v budoucí profesi pomohou lépe porozumět svým žákům.*

ANS09-10: *Až v tomto okamžiku vstupuje estetické hledisko, což je pochopitelné, protože u dvou krychlí nebylo třeba. U třech krychlí lze využít například symetrie, kterou studenti viděli.*

### SITUACE 4

V 00:11:24



Na tabuli vidí žáci v tuto chvíli připravenou tabulku, do níž zapisujeme postupně výsledky našeho bádání. Kolik různých možností má úloha 1+1, kolik úloha 2+1, kolik

úloha 3+1, atd. Když William píše do tabulky číslo 2, Illyria říká: „*Já vím, co bude u šestky. Šest.*“

#### KOMENTÁŘ

*Illyria došla k objevu na základě izomorfismu (stejnosti) – vychází z předchozí aktivity, kde se končilo u čtyř objektů. Možná už tam věděla, jak to bude pokračovat.*

*Toto je většinou okamžik pro rozdělení třídy. V první skupině jsou žáci, kteří myšlenku Illyrie rozumí. Do druhé patří ti, kteří jí nerozumí. V takovém případě bych měla mít připravenou složitější úlohu pro první skupinu.*

#### OTÁZKA 4a

Co si myslíte, jak jsem se cítila, když Illyria vyslovila správný výsledek?

#### NÁZOR AUTORA 4a

*Nejprve jsem byla naštvaná, potom jsem začala hledat možnosti řešení vzniklé situace.*

#### NÁZOR STUDENTA 4a

*NS11: Zaskočeně.*

*NS12: Mě by asi kleplo, protože bych nevěděla, co dělat.*

#### ANALÝZA NÁZORU 4a

*ANS11-12: Studenti se nedokážou vcítit do mě, ale odpovídají tak, jak by se cítili oni v té situaci. Z toho vyplývá potřeba kolektivní analýzy. Jeden student podsouvá žákovo jednání vlastní zkušenosti a psychice. Tím může dojít k výraznému zkreslení skutečnosti. Když žákovu akci posuzuje více lidí, je a) větší pravděpodobnost, že některý z komentátorů se dostane blízko k pravdě a b) spektrum různých pohledů vede každého diskutujícího ke střídmosti prosazování vlastního názoru.*



#### OTÁZKA 4b

Jak byste reagovali vy?

#### NÁZOR AUTORA 4b

*Já jsem nechala Illyrii napsat její řešení s otazníkem do tabulky.*

#### NÁZOR STUDENTA 4b

NS13: *Neřekla bych jim, jestli je to správně nebo špatně. Řekla bych, že je to nějaký tip a že se k tomu dostaneme, jestli to je nebo není správně.*

NS14: *Napsat jako odhad a teď schválně, jestli má pravdu. Všichni bychom k tomu došli postupně.*

NS15: *Zeptala bych se, proč si to myslí a ověřili bychom to.*

NS16: *Začít o tom s dětmi diskutovat.*

NS17: *Ona by to musela dokázat nebo by jí to děti měly vyvrátit.*

NS18: *Musela by to dokázat.*

NS19: *Aby si to zkusila, ale neprozrazovala to ostatním, aby na to mohli přijít sami, jestli to tak je nebo není.*

NS20: *Myslím si, že do toho nemá vhléd a že to byla jenom náhoda.*

#### ANALÝZA NÁZORU 4b

ANS13-16: *Tyto názory vypovídají o konstruktivistickém smýšlení studentů, kteří dokážou využít vzniklé situace ve prospěch rozvoje všech žáků.*

ANS17: *Zde se již student zaměřuje více na Illyrii, i když dává částečně i šanci ostatním žákům.*

*ANS18-19: Na rozdíl od předešlých výpovědí je zde matematika vnímána dosti tvrdě. Pro studenta je rozhodující, zda to je pravda nebo není. Vyžaduje důkazy. Pomíjí ostatní žáky. Pro Illyrii je to přínos, ostatní jen pasivně přihlížejí. Tento výrok akceptuje matematiku, neakceptuje děti.*

*ANS20: Tento student je k žákům silně skeptický a nedůvěřivý. V budoucnu by mohl mít problémy s motivováním svých žáků k osobnímu rozvoji.*

### SITUACE 5

V 00:12:05 – 00:12:14

ÚKOL

Sledujte činnost Julie.



Julie postavila věž č, ž, ž a otočila ji o 180°.

OTÁZKA 5

Na co Julie přišla?

NÁZOR AUTORA 5

*Julie objevila geometrickou symetrii – jako symetrii kombinatorickou. Tento poznatek využila i později při zápisu.*

## NÁZOR STUDENTA 5

*NS21: Otočila komín vzhůru nohama. Jakoby to drželo pohromadě jako celek.*

*NS22: Komín nemusí rozložit, ale stačí ho jenom otočit, aby našla další možnost.*

*NS23: Ona tu první možnost otočila a teď je otázka, jestli to není náhodou stejná možnost.*

*NS24: Že je to jako symetrický, zrcadlově. Prostě že je to to samý, když to otočí. Osově souměrné.*

## ANALÝZA NÁZORU 5

*ANS21: Neakceptuje barvy, ale manuální zručnost.*

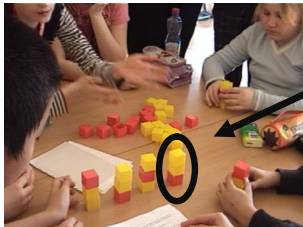
*ANS22: Pro tohoto studenta je jasné, že otočením vzniká nová možnost. Akci Julie považuje za šikovný trik. Student mohl dodat na moji adresu: „Kdybych byl na tvém místě, řekl bych ostatním, aby se na Julii ostatní podívali, co udělala.“ Je dobré, když učitel upozorňuje na triky, které vymyslí sami žáci.*

*ANS23: Studentka si myslí, že Julie jen testuje, jestli otočením dostane novou možnost.*

*ANS24: V hlavách studentů se objevuje geometrický fenomén souměrnosti.*

## SITUACE 6

V 00:12:26



Illyria postavila věž. Tato možnost tam už ale byla.

### OTÁZKA 6a

Co se odehrálo v mé hlavě?

### NÁZOR AUTORA 6a

Vnitřní řeč: „*Tahle možnost tam přece nepatří, já jsem odpovědná za to, že tam nebude žádná chyba. Potom jsem si ale uvědomila, že jsem tu kvůli žákům, že by na chybu měli přijít sami.*“

### NÁZOR STUDENTA 6a

*NS25: Je to ten samý komín jako tvůj. To znamená, že se třeba tvůj nepočítá, že ho musí vytvořit oni.*

*NS26: Zrovna se nekoukala a přiložila tam ten svůj.*

*NS27: Proč jí přijde jiný, než je ten tvůj?*

### ANALÝZA NÁZORU 6a

*ANS25: Student myslí hlavně na žáky. Povzbuzuje je, aby objevovali a nalézali možnosti sami.*

*ANS26: Tento názor poukazuje na často se vyskytující jev při hodinách a to ten, že někteří žáci nemusí udržet svoji pozornost po celou dobu výuky.*

*ANS27: Položení takovéto otázky poukazuje na filosofický pohled na situaci. Žák může vidět skutečnost jinak než dospělý, z čehož vyplývá, že student je si vědom rozdílů myšlení žáků a dospělých.*

#### OTÁZKA 6b

Jak byste reagovali?

#### NÁZOR AUTORA 6b

*Pokládala bych takové otázky, které by žáky k chybě dovedly.*

#### NÁZOR STUDENTA 6b

*NS28: Zeptala bych se, jestli si někdo myslí, že je z nějakého důvodu jiný.*

*NS29: Zeptala bych se, jestli tam máme každou možnost jenom jednou.*

*NS30: Já bych ty komíny možná dala vedle sebe, aby to viděli.*

*NS31: Dala bych tam ještě třetí a zeptala bych se, které z nich jsou stejné.*

#### ANALÝZA NÁZORU 6b

*ANS28: Tato odpověď je nejkvalitnější, protože oslovuje celou třídu.*

*ANS29: Oslovení celého kolektivu je méně adresné než u názoru NS28.*

*ANS30-31: Tyto výpovědi jsou nejméně kvalitní, protože učitel vstupuje do matematického děje. Příčina vstupu může být a) radost ze spoluúčasti na matematickém myšlení. Když je to řídce používáno, je to pozitivní. Žáci vidí zájem učitele. b) Ze strachu učitele, že by se mohlo dojít tam, kde už učitel matematiku neovládá. Což je negativní.*

## SITUACE 7

V 00:12:30



Žáci vidí tři věže vedle sebe.

## KOMENTÁŘ AUTORA 7

*Na této konkrétní situaci je vidět výrazný posun v myšlení od procesu ke konceptu.*

## SITUACE 8

V 00:12:55 – 00:13:13

## ÚKOL

Zaměřte se na jednotlivé žáky (Dušan, Matouš, Illyria, Julie). Pozorujte, jak probíhá jejich řešení.



Je třeba vidět proces na videu. Procesy jednotlivých žáků jsou popsány studenty níže.

## OTÁZKA 8

Jak probíhaly jednotlivá řešení žáků?

## NÁZOR AUTORA 8

*Všichni čtyři žáci nakonec dospěli k jedné z možných strategií na vyhledávání všech možností. Hlavní roli v jejich řešení hrála červená krychle. Když ji posouvali od jednoho konce na druhý, našli vždy všechny možnosti.*

## NÁZOR STUDENTA 8

*NS32: (Dušan) Nejdřív si zkusil prohodit dvě žluté krychle, to zjistil, že takhle teda ne. Potom vzal červenou a jenom ji přiložil z boku, aby viděl ty varianty.*

*NS33: (Matouš) Všimli jsme si toho, že velmi systematicky pracoval a že vlastně postupoval s červenou od shora dolů.*

*NS34: Matouš používal vysouvání. Vysunul vždy žlutou kostičku pod červenou a dal ji nahoru. Když došel až dolu, vysunul červenou kostičku a dostal se do té fáze, z které vycházel.*

*NS35: (Matouš) Všimla jsem si, že hned řekl čtyři a pak si to vyzkoušel.*

*NS36: (Illyria) Nejdřív si červenou kostičku dala až dolů a pak postupně postupovala nahoru.*

*NS37: (Illyria) Nejprve měla kostičku nahoře. Dalším krokem bylo, že ji dala úplně dolů a potom ji posouvala nahoru vždy o kostičku.*

*NS38: (Julie) Nechala jednu žlutou dole. Manipulovala s dvěma horními a mezi ně vkládala červenou.*

*NS39: (Julie) V podstatě posouvala červenou kostičku. Zarazilo mě, že tu červenou kostičku vrátila na místo, že byla na druhé pozici odspodu. Nenechala ji nahoře ani vespod, ale vložila ji mezi žluté. Asi proto, že tak začínala.*

## ANALÝZA NÁZORU 8

*ANS32: I když dané vyjádření není zcela jednoznačné, je jasné, že student ve výroku popisuje myšlenkový proces řešitele Dušana. Tedy tento student situaci nejen popsal, ale snažil se také interpretovat žákovi reakce. Má hlubší vhled než student ve výpovědi NS34.*

*ANS33: Student přiřadil slovo systematicky k prováděné činnosti pozorovaného dítěte, což může vypovídat o tom, že a) Matouš měl v jednotlivých krocích navenek viditelný systém, kterého si student všiml nebo b) systematický postup dítěte byl natolik výrazný, že studenta ihned zaujal.*

*ANS34: Student se zaměřil na pouhý popis činnosti bez jakékoliv interpretace, či popisu myšlenkových procesů žáka.*

*ANS35: Student prokázal citlivé vnímání detailů, je pravděpodobné, že v této roli experimentátora-analytika se zdokonaluje a snad zde našel i zalíbení.*

*ANS36: Student popisuje jenom hlavní část manipulace Illyrie. Této manipulaci (zdola nahoru) předcházel pohyb červené kostičky shora dolů. Tento student již v průběhu sledování vybral z celého procesu tu část, kterou považoval za rozhodující a o předešlé této části vůbec nemluvil.*

*ANS37: Toto tvrzení doplňuje popis předešlého studenta. Opět zde student situaci prostě popsal bez jakékoliv interpretace, avšak projevil více vnímavosti. Do svého popisu zahrnul i předešlou, kde se odehrálo přesunutí červené krychle ze shora dolů. Srovnání výpovědí NS36 a NS37 pak vede k poznání, že při popisu experimentu musíme popisovat všechny jevy i ty, které se nám při běžném zhlédnutí jeví jako nepodstatné.*

*ANS38: Zde jde pouze o popis manipulace s krychlemi.*

*ANS39: Student situaci popsal až do té chvíle, kdy ho zaujalo posunutí červené krychle na výchozí pozici. V tom okamžiku dokázal projevit překvapení a snažil se najít*



*interpretaci reakce. Studenta nezajímá pouhé pozorování, ale snaží se dítě pochopit, což je velice dobrý přístup, který mu pomůže v budoucí praxi. Je to poprvé, kdy student mluví o svém překvapení.*

#### Poznámka autora

V těchto místech se studenti již začali nudit. Doporučujeme proto při využití této metody, aby byla aplikace zkrácena na 10 minut.

### SITUACE 9

V 00:13:30



Žáci vidí v této chvíli před sebou téměř vyplněnou tabulku.

### OTÁZKA 9

Řekne teď Illyria pět nebo ne? Pokud řekne, co to znamená? Pokud neřekne, znamená to co?

### NÁZOR AUTORA 9

*Jestliže Illyria výsledek řekne, může to poukazovat na projev bezprostřední radosti, že měla pravdu. Žáci by měli zažívat chvíle úspěchu. Pokud bude ale Illyria dál mlčet, může to vést k domněnce, že ji něco znejistělo. Také se můžeme dohadovat, že Illyria chtěla dát prostor ostatním žákům, to by vypovídalo o její vyspělosti.*

## NÁZOR STUDENTA 9

Illyria řekne výsledek

*NS40: Řekne ano, protože vidí, že když to funguje do čtyřky, tak to bude fungovat i dál. Když tam vidí čtyřku a šestku, přijde mi nepravděpodobné, že by ji napadlo jiné číslo.*

*NS41: Řekne ne, protože těsně před cílem znejistěla.*

*NS42: Má radost, že se jí to potvrzuje. Illyria neřekne výsledek*

*NS43: Dává šanci ostatním.*

*NS44: Nechává řešení na spolužácích.*

*NS45: Čeká, jak zareagují ostatní.*

*NS46: Má zkušenost, že to tak nemusí být. Teď čeká, jestli tam ta nějaká změna bude nebo ne. Jestli jsme ji náhodou nechtěli napálit.*

## ANALÝZA NÁZORU 9

*ANS40: Student se možná vyhýbá jiné možnosti. Nemá potřebu řešit pro něj zcela jasnou situaci, přestože ji žák může vnímat úplně jinak.*

*ANS41: Student se umí vžít do situace žáka, kdy si nemusí být jistý. To mu možná v budoucnu ulehčí pochopit žáky slabší.*

*ANS42: Student je orientován více na pocity než na matematickou strukturu.*

*ANS43-45: Tyto tři výroky jsem seřadila sestupně, jak vypovídají o nejistotě žáka. Názor NS43 student podává tak, že Illyria výsledek ví, ale že chce dát možnost i ostatním. To by pravděpodobně udělal on ve stejné situaci. Je to sociálně kvalitní jednání. Je ale opravdu žák natolik uvědomělý, že počká a dá možnost ostatním? Je pravděpodobnější, že žák vykřikne. Altruistické chování je ve výjimečných případech možné. V dalším*

*výroku NS44 již student nechává prostor pro nejistotu dítěte. Má možná reálnější představu o reakcích žáků. Má zkušenost, že to tak nemusí být. Žáci v tomto věku zobecňují velice ukvapeně. Poslední výpovědi této skupiny NS45 student uvádí žáka do velké nejistoty a pocitu strachu z nezdaru.*

*ANS46: Student možná zažil podobnou situaci, kdy si myslel, že již ví výsledek, nakonec se ale změnil v jiný. Mohl mít potom pocit méněcennosti. Proto možná chtěl Illyrii chránit, aby se necítila jako on.*

## SITUACE 10

V 00:14:13



V této chvíli dochází u žáků k dalšímu posunu. Jsou vybídnuti k tomu, aby všechny možnosti zapsali na papír.

### Komentář

*Na otázku, kolik možností existuje u pěti krychlí, zaznívaly odlišné odpovědi. Nastala tím příhodná situace, kdy jsem mohla žáky k zápisu vybídnout a tím je posunout o kousek dál v nalézání řešitelských strategií. Své tvrzení měli žáci podpořit písemným záznamem. Plynule tak přešli od manipulativní činnosti k písemnému záznamu. Mnohem přínosnější by však bylo, kdyby si o papír řekli sami. Tato situace však nenastala ani v jednom případě.*

## SITUACE 11

V 00:14:50 – 00:15:05



V následujících dvou záběrech uvidíte nejprve zápis Matouše a potom Illyrie.

Zápis Matouše – nejprve vypsál všechny pozice červené krychle, potom doplnil pozice žlutých krychlí.

Zápis Illyrie – zaznamenala vždy celou věž, postupně vypisovala všechny možnosti.

### OTÁZKA 11a

Porovnejte způsob zápisu Matouše se strategií zápisu Illyrie

### NÁZOR AUTORA 11a

*Chtěl mít co nejdříve celý obraz. Jasně viděl výsledek ještě před tím, než začal možnosti vypisovat. Nejprve si představil průběh červené krychle, který mu umožnil dojít k výsledku. Stačilo mu vypsát všechna umístění červené krychle. Již si nepotřeboval zapisovat pozice žlutých krychlí. Tento fakt podporuje písemný zápis. Písmena č jsou zapsána jasně a důkladně, na rozdíl od toho písmena ž zapsal Matouš velice nedbale.*

*Illyria zapisovala vždy celou věž najednou. I u jejího zápisu je vidět zvolená strategie postupného posouvání červené krychle. Avšak ověřovala si každou věž zvlášť. Potvrzovala si, že to opravdu funguje. Nalézání jistoty podporuje i její pečlivý záznam možností. Z hlediska estetiky byl její zápis úhlednější a tudíž i přehlednější.*

## NÁZOR STUDENTA 11a

Matouš

*NS47: Napsal si jednu červenou řadu a pak zakresloval žluté.*

*NS48: Věděl, kolik těch komínů bude. Věděl, že je prostě pět pozic červený kostky. Zapsal je a pak doplňoval zbytek.*

*NS49: Vypsal nejdřív Č, aby na žádný nezapomněl.*

*NS50: Protože ta červená je stěžejní, ta se pohybuje.*

*NS51: Vidí je všechny najednou.*

Illyria

*NS52: Illyria to psala postupně. Podle mého názoru možná nakreslila komín, který měla před sebou a pak už si je nestavěla, ale jakoby jenom v hlavě viděla komín, že je ta červená kostička už na druhém místě, na třetím místě. Jak si to představila v hlavě, tak to napsala.*

*NS53: Jela pořád sloupečky. Tím zápisem jakoby si to jistila, aby neudělala chybu.*

## ANALÝZA NÁZORU 11a

*ANS47: Student situaci jen popsal.*

*ANS48-NS51: Výroky jsou popisem s vlastní interpretací činnosti žáka. Studenti tím prokazují znalost dítěte na základě pozorování v předchozích činnostech Matouše.*

*ANS52: Student se snažil o podrobný popis myšlenkového procesu řešení Illyrie. Poukázal na posun od manipulativní činnosti k modelování možností v představách.*

*ANS53: Upozornění na nejistotu Illyrie vyvolává dojem, že on sám si moc nevěří.*

## OTÁZKA 11b

Který způsob byste si vybrali vy?

## NÁZOR AUTORA 11b

*Raději bych si vybrala způsob Matouše, protože mi je bližší vidět celý výsledek. Ze zkušenosti ale vím, že se mohu ve výsledku plést. Proto se přikláním k způsobu Illyrie, kdy se přesvědčím o pravdivosti mého odhadu postupnými kroky.*

## NÁZOR STUDENTA 11b

*NS54: Já bych je možná zkombinovala, že bych zpočátku začala tou možností Illyrie a potom bych skončila tou druhou.*

*NS55: Já bych si vybrala Matoušův styl, ale měla bych v tom nakonec strašnej bordel.*

*NS56: Já bych osobně k jeho zápisu použila linkovanej papír a udělala bych to podle něj.*

*NS57: Je to jednodušší, když to člověk vidí. Přijde mi to rychlejší.*

*NS58: Protože mám ráda úhlednost a viděla bych, jak to postupně probíhá.*

## ANALÝZA NÁZORU 11b

*ANS54: Student projevil zpočátku nejistotu. Potřebuje si ověřit, že to opravdu tak funguje. Nakonec přejde k druhému typu zápisu, protože nabyl sebejistoty.*

*ANS55: Student si uvědomuje nedostatky zápisu.*

*ANS56: Student hledá možnosti, jak zápis zpřehlednit.*

*ANS57: Student má jasnou představu o probíhajících možnostech. Je konceptuální typ.*

*ANS58: Student klade důraz na průběh, což o něm vypovídá, že se řadí k procesuálnímu typu.*

## SITUACE 12

V 00:16:23



V této chvíli všichni žáci pracují. Všimněte si Williama a Aničky. Stále řeší úlohu s pěti krychlemi, ostatní již řeší úlohu s šesti krychlemi.

### OTÁZKA 12

Co to může znamenat? Co by v tomto případě mohl udělat učitel špatně?

### NÁZOR AUTORA 12

*Znamená to, že William s Aničkou nejsou ještě hotovy s předchozí úlohou a snaží se ji vyřešit. V této chvíli je vidět, že tito žáci jsou pomalejší než ostatní čtyři. Učitel se zde může dopustit zásadní chyby. Jestliže by trval na tom, aby William s Aničkou začali pracovat na úloze se šesti krychlemi, mohlo by u nich dojít k neúspěšnému řešení, protože by přeskočili jeden pro ně zásadní krok.*

### NÁZOR STUDENTA 12

*Z časových důvodů nebyla tato otázka na semináři položena.*

### SITUACE 13

V 00:16:37 – 00:16:43

#### ÚKOL

Pozorujte Aničku.



Postaví náhodně jednu věž. Chvilí se na ni dívá a potom si možnost zapíše.

#### OTÁZKA 13a

Co právě probíhá v hlavě Aničky?

#### NÁZOR AUTORA 13a

*Vnitřní řeč Aničky: „Červená krychle je č, žlutá krychle je ž. Aha tady je červená, tak to zapíšu sem.“ Anička potřebuje krychle k manipulaci. Komín je konkrétní zápis abstraktní evidence. Buduje si propojení.*

#### NÁZOR STUDENTA 13a

*NS59: Má strach, že si nezapamatuje všechny možnosti, tak si hned jednu zapíše. Bude to dělat tak, že zkusí, napíše, zkusí, napíše. A pak třeba na to celkově koukne.*

*NS60: Potřebuje vidět všechny možnosti, stavěla si je, teprve potom je schopná si je zapsat.*



### ANALÝZA NÁZORU 13a

*ANS59: Slovo strach není úplně na místě, protože prostředí nebylo pro Aničku frustrující. Vhodnější vyjádření by bylo, že má zkušenost, že v podobných situacích chybuje.*

*ANS60: Je velice pozitivní, že na adresu Aničky nebyla vyřčena výtka, že je slabá žákyně.*

### OTÁZKA 13b

Jak by mohl učitel Aničce pomoci?

### NÁZOR AUTORA 13b

*Učitel by mohl dát Aničce více krychlí, aby si mohla postavit všechny možné věže. Když by si je potom libovolně řadila vedle sebe, mohla by dojít až k poznání, že všechny možnosti nalezne, když dá červenou krychli na jeden konec žluté věže a bude ji posunovat vždy o jednu pozici výš nebo níž.*

### NÁZOR STUDENTA 13b

*NS61: Nechat ji vypsát všechny modely: jedna krychle, dvě až šest, aby uviděla ten systém a třeba by přišla na to, že je tam nějaký řád.*

*NS62: Postavil bych jí těch šest komínů vedle sebe tak, aby postupovala červená vždy o jednu pozici.*

### ANALÝZA NÁZORU 13b

*ANS61: U studenta je vidět, že klade důraz na to, aby dítě samo došlo k poznání.*

*ANS62: Na rozdíl od předešlé výpovědi tento student již zasahuje svojí činností do procesu poznání tím, že před dítě sama postaví všechny možnosti. Dítě tak ztrácí možnost vlastního objevování. Projevuje netrpělivost a negativně vstupuje do myšlenkového procesu dítěte. Z pohledu učitele je tento výrok nejméně kvalitní.*

## SITUACE 14

### OTÁZKA 14

V následující chvíli změní jedna ze dvou dívek (Illyria nebo Anička) symboly v zápisu na  $x$  a  $o$ . Která to bude? Proč?

### NÁZOR AUTORA 14

*Symbol změní Illyrie, protože jí v hlavě probíhají velice rychle myšlenkové procesy, což má vliv na úhlednost jejího zápisu, který pro ni začíná být nesrozumitelný. Volba nových symbolů může také znamenat dřívější zkušenosti se zápisem pomocí abstraktních symbolů  $x$ ,  $o$ .*

### NÁZOR STUDENTA 14

Illyria

*NS63: Protože to pro ni bude rychlejší. Zjednoduší si to. Už někdy zápis  $x$ ,  $o$  používali, tak si ho přenesla do své představy.*

Anička

*NS64: Je na ten zápis zvyklá. Bude to pro ni jednodušší.*

### ANALÝZA NÁZORU 14

*NS63: Student dokázal velice dobře odhadnout rychlost pochopení u Illyrie.*

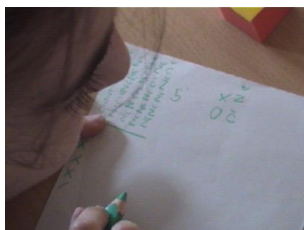
*NS64: Student má asi malé zkušenosti se složitostí symbolických zápisů.*

## SITUACE 15

V 00:16:51

### Poznámka autora

Následující situace jsem na seminářích již z časových důvodů nechala bez analýzy. Proto zde uvádím pouze analýzu autora. Analýza se studenty proběhla ještě v situaci 20, protože jsem ji považovala za velice zajímavou.



Tady vidíte změnu zápisu u Illyrie. Změnila symboly  $ž \rightarrow x$  a  $č \rightarrow o$ .

### OTÁZKA 15

Co ji k tomu asi vedlo?

### NÁZOR AUTORA 15

*Nový zápis ji vede ke generickému modelu, který bude moci v budoucnu využívat při řešení kterýchkoliv úloh.*

## SITUACE 16

V 00:17:58



Položila jsem otázku: *Kolik najdeme možností, když budeme mít 56 krychlí?*

### OTÁZKA 16

Kteří žáci budou umět odpovědět, kteří ne a proč?

### NÁZOR AUTORA 16

*Bude umět odpovědět Illyria, Dušan, Julča a Matouš, protože vidí souvislosti.*

*Pravděpodobně bude váhat William a Anička, protože ještě nemají utvořený vhled do situace*

## SITUACE 17

V 00:18:50



Matouš postavil věž pouze ze žlutých krychlí a vyslovil myšlenku: *„Kdyby ta červená nebyla, tak by byla možnost jenom jedna.“*

### OTÁZKA 17a

Co se právě odehrálo Matoušovi v hlavě?

### NÁZOR AUTORA 17a

*Představil si věž pouze ze žlutých krychlí a došel tak k formálnímu poznání.*

### OTÁZKA 17b

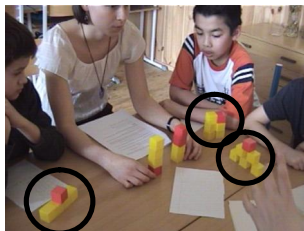
Jak byste na jeho myšlenku reagovali jako učitelé?

### NÁZOR AUTORA 17b

*Pochválím ho a nechám ho vysvětlit jeho objev ostatním.*

### SITUACE 18

V 00:19:25



Všimněte si staveb z krychlí.

### OTÁZKA 18

Co můžeme o chlapcích říci?

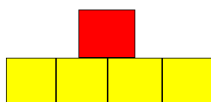
### NÁZOR AUTORA 18

*Chlapci se již nudí, mají přebytek energie. Může to vypovídat i o tom, že si rádi staví a tvoří (každá stavba je jiná).*

## SITUACE 19

V 00:19:25

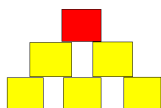
Chlapci postavili následující stavby z krychlí.



1 – úplně vlevo (William), první podlaží čtyři krychle, uprostřed je červená krychle



2 – stavba chlapce (Dušan) v oranžovém triku



3 – stavba ve tvaru pyramidy (Matouš)

## OTÁZKA 19

Porovnejte jednotlivé stavby mezi sebou. Jaký společný znak mají stavby.....(např. 1 a 2) oproti stavbě..... (např. 3)

## NÁZOR AUTORA 19

*1 a 2 x 3 celistvost stavby*

*2 a 3 x 1 robustnost, tři podlaží*

*3 a 1 x 2 symetrie, dominance červené krychle*

## NÁZOR STUDENTA 19

*NS65: 1 a 2 x 3: stavby bez mezer, kostky na sebe přiléhají stranami, tvoří celek, jednoduitost*

*NS66: 2 a 3 x 1: šest kostek, tři patra*

*NS67: 3 a 1 x 2: složitější, souměrnost, červená krychle na vrcholu, nejsou to krychlové stavby*

#### ANALÝZA NÁZORU 19

*ANS65-67: Studenti vyjmenovali hned několik znaků, které stavby charakterizovaly. Dokázali se na stavby dívat z různých úhlů pohledu.*

#### SITUACE 20

V 00:19:32



Poslední úlohu jsem uvedla otázkou: *Postavíme více barevných věží ze dvou červených a dvou žlutých krychlí nebo z jedné červené a třech žlutých?*

#### OTÁZKA 20

Na jakou věž ukáže více žáků? Proč?

#### NÁZOR AUTORA 20

*Matouš by mohl tipovat č,č,ž,ž, protože možná vidí, že čím více je věž barevná, tím více existuje možností (propojení s jeho myšlenkou o celé žluté věži).*

## SITUACE 21

V 00:20:26



## OTÁZKA 21

Podívejte se na stavbu z krychlí u Aničky. Co to může znamenat?

## NÁZOR AUTORA 21

*Je již unavená. Úloha je na ni příliš těžká.*

## SITUACE 22

V 00:22:55 - 00:23:05



## OTÁZKA 22

Jak si vysvětlíte, že Anička našla poslední možnost ž, ž, č, č?

## NÁZOR AUTORA 22

*Považuji to za náhodu. Přesto si Anička zaslouží pochvalu, která tu bude působit jako motivační prvek.*



## SITUACE 23

V 00:24:00

Konec experimentu

Na závěr předkládám jeden podnět ke zvážení. Studenti všechny předložené situace pouze popisovali a analyzovali. K ještě přínosnější analýze by dopomohlo, kdybych je vybídla i k formulaci svých překvapení. Tímto způsobem vzniká diskuse, ve které jeden student mluví o překvapení a druhý toto překvapení odmítá. Vzniklý rozpor svědčí o různé zkušenosti obou diskutérů a pomáhá všem přítomným nahlédnout do jednoho z klíčových cílů takovýchto analýz: uvědomit si, že moje interpretace žáka nemusí být pravdivá a že tedy mohu při komunikaci s ním být v nedorozumění. Učitel, který si je vědom možného nedorozumění, nebude na žáka vyvíjet autoritativní tlak, ale v dialogu s ním bude hledat správnou interpretaci jeho předchozí reakce.

## 5 Sebereflexe

V listopadu 2008 jsem začala pracovat na své diplomové práci. Zadala jsem si ji na katedře matematiky a didaktiky matematiky. Požádala jsem profesora Milana Hejného o vedení mé diplomové práce. Stal se tak mým vedoucím a hlavním konzultantem, ale především průvodcem, který mi ukazoval „cestu“, předával mi cenné rady, kritizoval a povzbuzoval mě tak, že jsem byla vždy motivovaná pokračovat dál. Během té doby jsem se mnohému naučila a zároveň jsem získala nové užitečné zkušenosti.

Na začátku jsem dostala zadání tří kombinatorických úloh, které jsem měla vyřešit vypisováním všech možností. Stejný postup používají žáci na prvním stupni základních škol. M. Hejný ho považuje za první etapu ve výuce kombinatoriky (Hejný, Stehlíková, 2000). Nejprve mi tento způsob přišel zdlouhavý. Ve velkém množství možností jsem se ztrácela. Postupem času jsem však začala nalézat různé strategie, jak si řešení ulehčit. K obecným vzorcům jsem nedospěla ani u jedné z úloh. U dvou jsem ale došla k posloupnosti, ze které lze obecný vzorec vytvořit. Ani na jeden jsem však nepřišla. Nejprve mě to rozčilovalo, protože jsem stále nedosahovala cíle. Teprve až po roce mi došlo, že podstatné pro mě nebylo najít obecný vzorec, ale nabýt zkušeností s řešením kombinatorických úloh. Naučila jsem se uspořádat nepřehlednou množinu a nalézt všechny její prvky. Naučila jsem se trpělivosti při hledání všech možností. Naučila jsem se nevzdávat se. Především jsem si ale uvědomila, že můj řešitelský postup prošel vývojem od metody pokus omyl, přes různé organizace jednotlivých prvků až po přehledný zápis všech možností. Právě vývoj v čase se stal nejdůležitějším poznáním. Pochopila jsem, že každý řešitelský proces prochází v čase určitými etapami poznání.

Po půl roce řešení zadaných úloh a studování literatury, která se týkala kombinatoriky, jsem připravila experiment na téma Kombinatorika v oblasti 3D geometrie. Po jeho realizaci jsem dostala další úkol - provést analýzu získaných materiálů z experimentu. Nejprve se jednalo o analýzu videozáznamu, později o písemná řešení. V té době mě M. Hejný seznámil s metodou atomární analýzy. Začátky byly pro mě velice těžké. Hodiny jsem seděla nad videozáznamem a snažila jsem se

rozpoznávat jednotlivé reakce, zaznamenávat každý detail a následně vše analyzovat a interpretovat. Když už jsem si myslela, že jsem u konce, vedoucí mě vyvedl z omylu. Pochválil mě za každý můj postřeh, ale ukázal mi, že bych si měla všimnout ještě dalších drobností. Vytrvale mě povzbuzoval, abych se dívala ještě pozorněji. Přišlo mi to nekonečné. Nakonec jsem ale analýzu uzavřela. Díky této činnosti jsem pochopila, že nestačí popsat, jak experiment dopadl, jak žáci odpovídali, ale že se musím dívat více do hloubky. Co se skrývá za konkrétní reakcí? Co by to mohlo znamenat? Proč se tak žák zachoval? Proč učitel odpověděl tak, jak odpověděl? Jak by mohl reagovat jiný žák? Seznámila jsem se s tím, jak se nově dívat na žáka i učitele, a na co se zaměřit. Potom mě čekal další úkol. Měla jsem svoji analýzu prezentovat interaktivní formou před spolužáky na matematicko-didaktických seminářích. Vůbec jsem si nebyla jistá, jak prezentaci přijmou a jestli budou spolupracovat. Již po prvním semináři jsem ale nabyla jistoty a s každým dalším výstupem jsem působila přesvědčivěji. Během prezentací jsem si plně uvědomila, že skupinová analýza napomáhá k přesnějšímu obrazu myšlenkových operací žáků.

Na základě poznatků z analýzy a z její prezentace na seminářích jsem vypracovala seminární práci na téma Využití videonahrávky experimentu v přípravě budoucích učitelů 1. stupně, kterou jsem v červnu 2009 obhajovala na soutěži SVOČ 2009<sup>5</sup>. Získala jsem ve své kategorii 2. cenu (viz příl. 3). Díky této příležitosti jsem si vyzkoušela, co to znamená obhajovat svoji práci před cizími lidmi a že když chci něco obhajovat, musím být o tom sama přesvědčená.

Na závěr uvádím proces mé největší proměny, která se týká nahlížení na chybu. Mé vlastní přijetí chyb a reakce na ně se shodují s pojetím chyby M. Hejného v příspěvku Chyba jako pedagogický fenomén (Hejný, 2001). Na základní škole mě naučili, že chyby dělat nesmím. A když ji udělám, čeká mě trest (starozákonní pohled). Tento strach mi pomohl utvořit si nový názor a to úplně opačný. Na střední pedagogické škole jsem

---

<sup>5</sup> Česko-slovenská soutěž prací z didaktiky matematiky a informační výchovy

začala pohlížet na chyby mírněji. Pouze ale u druhých. Když jsem byla na praxi a nějaké dítě udělalo chybu, reagovala jsem shovívavě (novozákonní pohled). Teprve až během studia na vysoké škole jsem se seznámila v různých předmětech s tím, že s chybou, kterou žák udělá, se může dále pracovat ve prospěch jeho dalšího rozvoje. (antický pohled). Já jsem ale dál žila v přesvědčení, že chybu udělat nikdy nesmím. Začala jsem ale na sobě pracovat a snažila jsem se vnímat chyby jako součást svého života. Podařilo se mi to do takové míry, že před dětmi na praxi jsem již chybu přiznala a dokázala jsem ji i využít ve prospěch vyučování. Jakmile jsem se ale ocitla před autoritou, opět ve mně vyhrál pocit, že chybu udělat prostě nesmím. Ještě měsíc před odevzdáním diplomové práce jsem vnitřně bojovala sama se sebou. V mých uvedených analýzách lze moji nejistotu občas vyzorovat. Teď už ale chápu, že ... *„Největší chyba, kterou v životě můžeme udělat, je mít pořád strach, že nějakou uděláme.“ (Elbert Hubbard)*

## **6 Závěr**

Ani finální produkt, který předkládám, se mi nejeví jako uzavřený. Stále zůstávají některé věci otevřené, některé otázky nezodpovězené. Věřím, že se v budoucnu budu moci zajímat o atomární analýzu i nadále. Zvláště bych se pak chtěla zaměřit na její praktické využití na základní škole. Zkušenosti, které jsem získala při psaní diplomové práce, plně využiju v roli učitelky a možná i v roli učitelky-výzkumníka.

## Literatura

JIRASOVÁ, H. Poznávání kombinatorického myšlení dítěte. *Praha, 2004. 90 s. Diplomová práce. Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta. Katedra matematiky a didaktiky matematiky. Vedoucí práce M. Hejný.*

HEJNÝ, M. *Analysis of Students Solutions of Equations  $x^2 = a^2$  and  $x^2 - a^2 = 0$ .* Acta Didactica Universitatis Comenianae 1, 1992.

HEJNÝ, M., STEHLÍKOVÁ, N. *Elementární matematika: rovnice, teorie čísel, kombinatorika, planimetrie.* Praha : Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2000, 79 s. ISBN 80-7290-014-5.

HEJNÝ, M. Chyba jako pedagogický fenomén. In HADJ MOUSSOVÁ, Z.; ŠTECH, S. *Dítě - škola - učitel : sborník k životnímu jubileu prof. PhDr. Zdeňka Heluse, DrSc.* Praha : Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2001, s. 72-80.

HEJNÝ, M., MICHALCOVÁ, A. *Skúmanie matematického riešiteľského postupu.* Bratislava : Metodické centrum v Bratislave, 2001, 188 s. ISBN 80-8052-085-2.

HEJNÝ, M. LITTLER, G. Transmisivní a konstruktivistický přístup k vyučování. In STEHLÍKOVÁ, N. *Náměty na podnětné vyučování v matematice.* Praha : Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2007, s. 11-30.

HEJNÝ, M. a kol. *Matematika: příručka učitele pro 2. ročník základní školy.* Plzeň : FRAUS 2008, 183 s. ISBN 978-80-7238-771-7.

HEJNÝ, M., KUŘINA, Fr. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování.* Praha : Portál 2009, 232 s. ISBN 80-7178-581-4.

KULIČ, V. *Chyba a učení.* Praha : SPN 1971.

PERENČAJ, J. Analýza stereometrických představ studentů z hlediska potřeb vysokých škol technických. *Žilina, 1989. Kandidátská disertační práce. VŠ dopravy a spojov v Žilině, Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov.*

PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E., MAREŠ, J. *Pedagogický slovník.* 3. aktualiz. vyd. Praha : Portál 2001, 328 s. ISBN 80-7178-579-2.

PŘÍHONSKÁ, J. *Úvod do kombinatoriky.* Brno : Tribun EU s.r.o 2008, 104 s. ISBN 978-80-7399-456-3.

SKALKOVÁ, J. *Obecná didaktika*. Praha : GRADA 2007, 328 s. ISBN 978-80-247-1821-7.

STEHLÍKOVÁ, N. *Analýza žákovských písemných řešení. Vzdělávací program Iniciativa, Cyklus Jak tvořit se žáky v matematice*. Praha : Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 1995.

STEHLÍKOVÁ, N. Analýza písemného řešení žáka, jedna z možných technologií. In NOVOTNÁ, J. *Analýza řešení slovních úloh*. Praha : Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2000, 126 s.

VALIŠOVÁ, A. Metody vyučování a jejich modernizace in VALIŠOVÁ, A. KASÍKOVÁ, H. a kol.: *Pedagogika pro učitele*. Praha : GRADA 2007, s. 189-210. ISBN 978-80-247-1734-0.

## Přílohy

Příloha 1 – Scénář matematického kroužku

Kroužek – homova

27.3.2009 (úterý)

- Cíl:**
1. Děti se seznámí se studentkami a naopak.
  2. Děti se seznámí s kombinatorickými úlohami – v prostředí krychlí.
  3. Děti si vymyslí vlastní organizaci prvků tak, aby našla všechna možná řešení.

### 1) SEZNÁMENÍ

-hra Orangután

### 2) BAREVNÉ ŘADY

pomůcky: barevné papíry, 4 značky na podlahu

*úloha č. 1: Scénář*

*postavy: hráči (2 + 1 + 1), řešitelé, zapisovatel, režisér (v této situaci to budeme my)*

*1+1*

*Na podlaze jsou připravené dvě značky - očíslované. Vyvoláme dvojici. Každé dítě dostane jeden barevný papír (žlutý a modrý). Drží ho před sebou tak, aby ho řešitelé viděli.*

*my: „Postavte se na značky.“ otázka na řešitele: „Mohou se postavit ještě jinak (použít toto slovo, kvůli úlohám), v jiném pořadí?“ (děti dávají své návrhy)*

*1+2 (přidání třetí značky)*



vyvoláme dalšího dobrovolníka, který dostane papír žluté barvy

my: „Postavte se na značky.“ otázka na řešitele: „Mohou se postavit jinak, v jiném pořadí?“

Děti dávají možnosti. „Po třetí možnosti se zeptat, jestli jsme ji už náhodou neměli. – navedení k zápisům)

Děti si mohou být jisté, že určitě nebyla. Necháme je v tom. Pokud budou váhat, vyzveme je k tomu, jak bychom mohli zjistit, jestli jsme už tu kterou možnost měli. (volba zapisovače)

1+3 (přidání čtvrté značky)

vyvoláme dalšího dobrovolníka, který dostane žlutý papír

my: „Postavte se na značky.“ Dále opět nabádáme děti k novým možnostem. „Už jsou to úplně všechny možnosti?“ Necháme děti argumentovat proč.

### 3) BAREVNÉ VĚŽE

– individuálně (rozdělení do dvou skupin – jednu povede Veronika a jednu Jonáš, budou mít stejné úlohy, na tabuli bude připravená tabulka, kterou budou děti doplňovat – bude to nápověda pro děti při řešení problémové otázky)

pomůcky: barevné krychličky dvou barev, papíry ležící na stole

**úloha č. 1** (stejně zadání jako u BAREVNÝCH ŘAD, jiné prostředí):

Podmínka – věž musí být postavena vždy ze všech krychlí, neřešíme postavení krychlí (nakřivo ...) ale barevnost věže.)

1+1: „Postavte z krychlí věž. (Děti postaví dva druhy – „Je možné postavit ještě jinou barevnou kombinaci věže?“) kontrola ve skupině

1+2: „Pracujte samostatně. Najděte všechny barevné kombinace komínů. Kolik jste jich našli?“ Tady už můžeme děti vybídnout k použití papíru. „Kdo chcete použít papír, je před vámi.“

1+3, 1+4... (Už někdo z dětí přišel na podobnost z předchozí úlohou? Zaslouží si pochvalu.)

*problémová otázka k č.1:* „Kolik barevných kombinací komínů postavím z pěti krychlí, když z toho bude jedna modrá a ostatní budou žluté? Uměl by to někdo vyřešit z paměti?“ (Ověříme si prakticky. Pokud to některé dítě dá návrh, argumentuje. Tabulkou se budeme zabývat do té doby, než děti uvidí souvislost mezi počtem krychlí a počtem možností.)

*úloha č.2:* „Postavíme více barevných kombinací komínů ze dvou modrých a dvou žlutých krychlí nebo z jedné modré a třech žlutých?“ (Děti dávají návrhy. Prakticky ověříme.)

*úloha č.3 (pro koumáky):* 2+3, 2+4, 2+5...

#### 4) REFLEXE

Hra Orangután (cíl č.1)

Cíl č.2 bude splněn, pokud proběhne část kroužku 2,3.

Cíl č.3 zjistíme podle zápisů dětí na papír, který nám odevzdají.

Příloha 2 – Písemné materiály

Handwritten practice sheet for the letters 'č' and 'z'. It features five rows of the letters, a central box with a mnemonic, and six horizontal lines for writing practice.

1 č z č č č  
 2 č č z č č  
 3 č č č z č  
 4 č č č č z  
 5 z č č č č

č je žlutí  
 z je černá

TO STEJNÍ ALFA ŘADKU NAVID

1  
 2  
 3  
 4  
 5  
 6

WILLIAM (4. třída)

Handwritten practice sheet for the letter 'ž'. It consists of two columns of the letter in various combinations and orientations.

ž ž ž ž č  
 ž ž ž č ž  
 ž ž č ž ž  
 ž č ž ž ž  
 č ž ž ž ž  
 ž ž ž ž ž č  
 ž ž ž ž č ž  
 ž ž ž č ž ž  
 ž ž č ž ž ž  
 ž č ž ž ž ž  
 č ž ž ž ž ž

Handwritten practice sheet for the letter 'č'. It consists of two columns of the letter in various combinations and orientations.

č ž ž ž  
 ž ž č  
 ž č ž č  
 č č ž ž  
 ž č č  
 č ž č  
 č ž č

MATOUŠ (4. třída)



Illyria (4. třída)

5  
 x z  
 o c

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| x | x | x | x | x | o |
| x | x | x | x | o | x |
| x | x | x | o | x | x |
| x | x | o | x | x | x |
| x | o | x | x | x | x |
| o | x | x | x | x | x |

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| x | x | o | o |
| o | o | x | o |
| o | x | x | x |
| x | o | o | x |

~~Stejně~~

Anna Štehlíková 4. A 6

St.A.

0 1, 5

m, 5

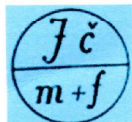
zc z z z  
 c z z z z  
 z z c z z  
 z z c z z  
 z z z z c



c z c z

m. v. k. z. k

1) a, c, z, c  
 2) z, z, z, z



Společnost učitelů matematiky JČMF  
(SUMA JČMF)  
a Slovenská matematická spoločnosť  
Jednoty slovenských matematikov  
a fyzikov (SMS JSMF)  
ve spolupráci s Klubem přátel  
didaktiky matematiky na UK

SU  
 $\Sigma$   
MA  
Společnost učitelů  
matematiky JČMF

---

Česko-slovenská soutěž prací z didaktiky matematiky a informační výchovy

**SVOČ 2009**

**DIPLOM**

**Veronice Nuslové**

se uděluje

**2. cena**

v česko-slovenském kole SVOČ 2009


v kategorii K1 Seminární práce

Název práce:

Využití videonahrávky experimentu v přípravě budoucích učitelů 1. stupně

Kostelec nad Černými lesy, 5.–6.6.2009

  
\_\_\_\_\_  
Za SUMA JČMF

  
\_\_\_\_\_  
Předseda poroty

  
\_\_\_\_\_  
Za organizátory SVOČ