

Disertační práce Jana Hubičky

Combinatorial Properties of Finite Models

Hlavním thematem práce jsou t.zv. universální struktury vzhledem k vložení či homomorfismům. V tomto kontextu universální objekt v nějaké třídě objektů \mathcal{K} struktur je

- v případě vložení takový objekt A z \mathcal{K} že každý další objekt B z \mathcal{K} se do A dá vložit jako indukovaný podobjekt,
- v případě homomorfismů takový objekt A z \mathcal{K} že pro každý další objekt B z \mathcal{K} existuje homomorfismus $B \rightarrow A$.

Struktury o které zde jde jsou relační struktury (v obecných úvahách a některých zmiňovaných výsledcích), v konkrétních výsledcích a úvahách především binární relace, které je možno interpretovat jako speciální typy orientovaných grafů. (V jednom významném případě jde ale o strukturu podstatně odlišnou, totiž o metrické prostory.) Na universální objekty jsou dále kladeny dodatečné podmínky, zejména ultrahomogenita, kde jde o to, aby každý isomorfismus mezi dvěma indukovanými konečnými podobjekty byl rozšiřitelný na autohomeomorfismus (dodejme, že objekty jsou zde typicky spočetné nebo konečné).

Jedná se o obor, v němž v uplynulých desetiletích došlo k mnoha významným objevům. Uchazeč obor velmi dobře zvládl a dosáhl řady nových výsledků (a též doplnění a rozšíření výsledků starších).

Práce je rozdělena do devíti kapitol, a ty potom do tří oddílů (autor vyznačuje dva oddíly, ty však začínají kapitolou druhou a předchází je kapitola první stejného rozsahu jako oddíly vyznačené).

V první kapitole jsme seznámeni s definicemi a významnými výsledky v oblasti. Je zde především pojednáno o výsledcích jiných autorů. Tuto kapitolu pokládám za velice užitečnou a její rozsah (třetina práce) jednoznačně schvaluji a chválím. Následuje "část I" týkající se konstrukcí ultrahomogenních struktur a "část II" o strukturách universálních na vložení. Zde již převládají výsledky nové.

V části I jsou podány konstrukce ultrahomogenních grafů (kapitola druhá), ultrahomogenních částečných uspořádání (kapitola třetí), ultrahomogen-

ních turnajů (kapitola čtvrtá), a konečně nová konstruktivní presentace Urysohnova univerzálního racionálního prostoru (stojí za zmínku, že významní odborníci o možnosti natolik explicitní konstrukce pochybovali). Všechny výsledky jsou zde "konečně presentovány" - jedná se o typ velmi explicitních konstrukcí založených na konečných postupných krocích (trochu vágně, ale pro účely práce dostačujícím způsobem je tato míra konstruktivity vysvětlena na konci stránky 31). Poznamenejme ještě, že v řadě případů jsou možná t.zv. on-line vložení.

V části II pak jde o struktury univerzální vzhledem k vložení. Především jsou předloženy příklady univerzálních částečných uspořádání (kapitola šestá). V kapitole sedmé se autor zabývá universalitou grafových homomorfismů; zejména je zde třeba zmínit universalitu uspořádání orientovaných cest. V kapitole osmé jsou studovány univerzální struktury v třídách daných zakázanými podobjekty.

Závěrečná devátá kapitola uvádí, kromě shrnutí některých výsledků, také otevřené problémy.

Jedná se o vynikající disertační práci obsahující řadu zajímavých, užitečných a netriviálních výsledků (některé z nich již byly publikovány, další jsou v tisku). Též po stránce formální mohu práci pochválit: je dobře rozvržena, dobře napsána, a čtenář si z ní udělá dobrou představu o problematice.

Práce nepochybně splňuje požadavky na disertační práce kladené a prokazuje předpoklady autora k samostatné vědecké práci. Doporučuji, aby za disertační práci byla uznána a aby po úspěšné obhajobě byl uchazeči udělen titul PhD.

Červen 2010



Aleš Pultr