

Ramseyovské výsledky pro uspořádané hypergrafy

Martin Balko

Abstract

Představíme *uspořádaná Ramseyova čísla*, která jsou obdobou Ramseyových čísel pro grafy s lineárně uspořádanými vrcholy.

Studujeme růst uspořádaných Ramseyových čísel uspořádaných grafů vzhledem k počtu vrcholů. Nalezneme uspořádaná párování se superpolynomiálními uspořádanými Ramseyovými čísly. Ukážeme, že uspořádaná Ramseyova čísla uspořádaných grafů s omezenou degenerovaností a intervalovým chromatickým číslem jsou nanejvýš polynomiální. Dokážeme, že uspořádaná Ramseyova čísla jsou nanejvýš polynomiální pro uspořádané grafy s omezenými délkami hran. Nalezneme 3-regulární grafy se superlineárními uspořádanými Ramseyovými čísly nad všemi uspořádáními. Poslední dva výsledky řeší problémy od autorů Conlon, Fox, Lee a Sudakov.

Odvodíme přesnou formuli pro uspořádaná Ramseyova čísla monotónních cyklů a použijeme ji k získání přesné formule pro geometrická Ramseyova čísla cyklů, která byla představena Károlyim a spol. Vyvrátíme domněnku Peterse a Szekereše o zesílení slavné Erdősovy–Szekeresovy domněnky nad uspořádanými hypergrafy. Dokážeme přesnou formuli pro minimální počet průsečíků v jednoduchých x -monotónních nakresleních úplných grafů a ukážeme kombinatorickou charakterizaci těchto nakreslení pomocí obarvení uspořádaných úplných 3-uniformních hypergrafů.