

# POSUDEK VEDOUcíHO NA BAKALÁŘSKOU PRÁCI

## Součtové vzorce pro goniometrické funkce a jejich aplikace

Josef Vojáček

Předložená práce se zabývá součtovými vzorci pro funkce sinus a kosinus. Obsahuje různá odvození a matematické aplikace těchto vzorců. Cílem práce je upozornit na klíčovou roli, kterou součtové vzorce v goniometrii mají.

Text je členěn do šesti kapitol. V první jsou shrnuty různé definice funkcí sinus a kosinus. Následuje několik názorných odvození součtových vzorců a souvislostí mezi nimi. Ve třetí kapitole jsou shrnuta odvození goniometrických vztahů běžných ve školské matematice; vychází se při tom ze součtových vzorců, které jsou tak základem školské goniometrie.

Následující kapitoly jsou věnovány některým matematickým aplikacím součtových vzorců. Čtvrtá kapitola je zaměřena na výpočet funkčních hodnot funkce sinu, inspirace je čerpána zejména z *Almagestu* alexandrijského astronoma a geografa Klaudia Ptolemaia. Slabinou Ptolemaiova přístupu byl odhad hodnoty odpovídající sinu jednoho stupně (moderně řečeno), jehož přesnost byla omezena na dvě šedesátinná místa. Tento nedostatek se podařilo překonat al-Kášímu, který využil vztahu pro  $\sin 3\alpha$  k sestavení kubické rovnice, jejíž řešení iterační metodou otevřelo cestu k určení hodnoty  $\sin 1^\circ$  s libovolnou přesností. Poměrně zajímavou aplikací součtových vzorců je algoritmus CORDIC, původně navržený pro výpočet hodnot funkce tangens, který byl následně modifikován pro další funkce. Al-Kášího výpočet hodnoty  $\sin 1^\circ$  i algoritmus CORDIC autor samostatně naprogramoval v jazyce Python3, zdrojové kódy i s komentáři jsou součástí textu. V poslední kapitole je ukázán Eulerův přístup ke goniometrii, jak jej sepsal ve své učebnici *Introductio in analysin infinitorum*. Důraz je přitom kladen na tu část, v níž je odvozen Eulerův vzorec  $e^{iv} = \cos v + i \sin v$ .

Kladně hodnotím samostatnou práci s literaturou, ze značné části psanou anglicky, která nebyla vždy jen kompilačního charakteru. Na některých místech autor přistoupil k modifikacím, které považuji za elegantní a přínosné.

Jedná se například o modifikaci odvození součtových vzorců čerpanou ze standardní učebnice goniometrie ze série *Matematika pro gymnázia*, která spočívá v otočení ramen úhlů místo otočení celé soustavy souřadné, čímž došlo k poměrně příjemnému zjednodušení.

Velmi názorná je prezentace algoritmu CORDIC, která je přitom blízká původnímu Volderovu přístupu.

Oceňuji také prezentaci Eulerova odvození vzorce, který dnes nese jeho jméno. Autor nečerpá pouze ze sekundární literatury (Sandifer: *How Euler Did Even More*), ale pracoval i se samotným textem Eulerovým. Dosáhl tak větší věrnosti původnímu textu a úplnějšího odvození, v němž se lépe odráží Eulerův přístup k matematické analýze i ke goniometrii.

Text je psán srozumitelně a poměrně čtivě. Obrázky jsou vesměs názorné, autor je samostatně narýsoval v programu Geogebra. Sazba je pěkně provedena v L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>Xu.

V práci se vyskytují různorodé nedostatky. Nejsou bohužel úplně vzácné, většinou jsou však poměrně drobné. Z nejzávažnějších uvedme například:

- zaměňování obloukové a stupňové míry (např. na str. 27:  $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$ , ale následně se pracuje s výrazy  $\sin(90^\circ - \varphi)$ ),
- v definici *velikosti orientovaného úhlu* (str. 9, def. 3) není jasné, které  $k \in \mathbb{Z}$  vybrat,
- místy psáno  $R_{n+1}$  místo  $R_{n+1}(x)$  (třikrát na str. 15 a dvakrát na str. 16).

Vzhledem k výše uvedenému doporučuji, aby tato práce byla uznána jako bakalářská, a doporučuji ji k obhajobě. Navrhuji hodnocení **v ý b o r n ě**.