

Posudek doktorské disertační práce Mgr. Kateřiny Helisové:

## Models for random union of interacting discs

Práce se zabývá novým modelem pro konečné částicové procesy v  $\mathbf{R}^2$ , modelem pro sjednocení kruhů s interakcemi. Model zobecňuje jak klasický Booleov model pro částicové procesy, takzvané "quermass interaction procesy" představené v článku Kendall et. al. 99.

Po zopakování nutných definic a používaných klasických výsledků v kapitole 2, je v kapitole 3 zdefinován zkomplaný model a to pomocí hustoty exponenciálního tvaru vzhledem k referenčnímu Booleovu modelu. Velkou výhodou představeného modelu je definice hustoty pouze pomocí kanonických statistik jež jsou přímo pozorovatelné, tj. jsou to geometrické vlastnosti sjednocení pozorovaných kruhů, nikoli jednotlivých kruhů. Ve třetí kapitole jsou také odvozeny teoretické vlastnosti modelu, určeny podmínky za nichž je proces dobře definovaný a odvozeny jeho lokální a Markovské vlastnosti. Hlavním prostředkem použitým při práci s modelem je tzv. "power teselace" jež umožňuje zjednoduší postupů a vzorců používaných pro starší quermass interaction procesy a také efektivní výpočet Papangeluovy podmíněné intenzity a tím i efektivní MCMC simulaci z představeného modelu.

Ve čtvrté kapitole je podrobně rozebrán problém odhadu parametrů modelu pomocí MCMC maximální věrohodnosti a následné validace odhadnutého modelu, včetně problémů s okrajovými efekty a různými referenčními Booleovými modely. Vše je ilustrováno použitím na klasických "vřesových datech" z Diggle 81 a dosažené výsledky jsou prokazatelně lepší než veškeré předchozí analýzy z literatury.

V páté kapitole je podrobně komentována konkrétní implementace navržených statistických postupu v autorkou vyvinutých programech.

Mimo drobných výhrad jako je stejné značení pro Borelovské množiny i power teselaci,  $\theta \neq 0$  místo  $\theta = 0$  v poznámce 3.2, či neviditelné tečkované čáry na obrázku 3.2 mám dvě větší výhrady:

- (1) poznámka 3.1 je poněkud matoucí - představená hustota (3.1.1.1) může být zajisté definována jako hustota vzhledem k jakémukoli Booleovu referenčnímu modelu a pokud bude definována vzhledem k Booleovu modelu s nehomogenní intenzitou jader, tak se na ní zajisté nic nezmění - bylo by tedy možné vyjasnit význam poznámky 3.1 a také co by se změnilo na dále uvedených postupech (třeba odhadu parametrů modelu) kdyby fitovaná data byla natolik nehomogenní, že by vyžadovala mít jako referenční proces Booleův model s nehomogenní intenzitou?
- (2) Tvzení 3.6 odkazuje na Hammersley-Cliffordovu větu pro procesy Markovské vzhledem k souvislým komponentám, přestože v úvodní kapitole 2 je diskutován pouze případ obyčejných Markovských bodových procesů s relací sousedkosti nezávislou na bodové konfiguraci  $x$ . Bylo by možné pro úplnost říci, jak se změní definice 2.12 a 2.13 pro případ hustoty Markovské vzhledem k souvislým komponentám a interakční funkce vzhledem k souvislým komponentám?

Dále mne ve třetí kapitole několikrát (strana 15, 31, 32) překvapila absence důkazu některých tvrzení a pouze odkaz na článek autorky. Zvláště v porovnání s podrobností s jakou jsou diskutovány vlastnosti power teselace a dalších technických detailů způsobuje absence těchto důkazů (zbytečně) jistý pocit neúplnosti předložené práce. Bylo by možné alespoň krátce nastínit proč je podmínka z tvrzení 3.8 postačující podmínkou pro to, aby byla hustota (3.3.1.2) stabilní v Ruelleho smyslu?

A nakonec mne zaujal jeden z otevřených problémů nastíněných na konci práce - problém se závislostí modelu na referenčním Booleově modelu, zvláště rozdělení poloměrů koulí v tomto modelu - bylo by možné podrobněji komentovat myšlenku "limitního" rozdělení, které by mělo být stejné pro referenční proces i představený model?

Celkově je možno říci, že disertační práce se věnuje aktuálnímu tématu z oblasti prostorové statistiky, dosažené výsledky jsou originální a přínosné, přehledně prezentované a po formální stránce je práce napsána na velmi dobré úrovni. Práce jistě splňuje požadavky kladené na disertační práci, doporučuji ji k obhajobě.

