

## Posudek vedoucího na diplomovou práci Petra Škody s názvem „Rozklady grafů“

Úkolem Petra Škody bylo ve své diplomové práci studovat nově definovaný koncept submodulárních rozkladových funkcí (submodular partition functions) z hlediska existence efektivních algoritmů pro výpočet optimálních rozkladů. Submodulární rozkladové funkce [1] zobecňují některé známé koncepty z rozkladů grafů, zejména stromovou šířku (graph tree-width) a větvící šířku (graph a matroid branch-width). Řada obecně těžkých problémů (např. 3-barevnost grafů) je lineárně řešitelné pro grafy nebo matroidy s omezenou šířkou a optimální rozklady grafů a matroidů je možné zkonstruovat v polynomiálním čase. Je tedy přirozenou otázkou, které z těchto výsledků stále platí pro obecné submodulární rozkladové funkce.

Petr Škoda se ve své diplomové práci s předloženým problémem vypořádal vynikajícím způsobem a zadání diplomové práce zcela splnil. Bohužel oproti původním očekáváním je jeden ze dvou hlavních výsledků jeho diplomové práce negativní, tj. dokazuje se, že neexistuje žádný subexponenciální algoritmus pro výpočet optimálního rozkladu omezené šířky (dokonce i šířky dva), pokud je submodulární rozkladová funkce zadána orákulem. Tento výsledek kontrastuje s polynomiálními algoritmy Ouma a Seymoura [3] a Hliněného a Ouma [2] pro výpočet optimálních rozkladů pro submodulární souvislostní funkce (submodular connectivity functions), které zahrnují větvící šířku matroidů jako speciální případ.

Druhý hlavní výsledek je pak nalezení nového typu duálního objektu, tzv. „loose tangle“, pro submodulární rozkladové funkce. Dualita hraje významnou roli v návrhu efektivních algoritmů a výše zmiňovaný algoritmus Ouma a Seymoura je založen na konceptu „loose tangle“ pro submodulární souvislostní funkce. Dualita stromové a větvící šířky je též velmi významná ze strukturálního hlediska [4]. Dualita submodulárních rozkladových funkcí vůči jiným objektům již byla známa, ale tyto objekty se ukázaly nevhodné k návrhu efektivních algoritmů i pro submodulární souvislostní funkce. Nalezení více algoritmičtějšího duálního objektu lze tedy považovat za významný krok k návrhu efektivního algoritmu pro konstrukci optimálních rozkladů pro speciální třídy submodulárních rozkladových funkcí.

Předkládaná diplomová práce je rozdělena do tří částí, z nichž první dvě obsahují úvod do problematiky rozkladů grafů a matroidů a submodulárních souvislostních funkcí. Submodulární rozkladové funkce jsou pak představeny společně s vlastními výsledky autora práce v poslední třetí části. Rád bych poznamenal, že termíny a definice vyskytující se v řadě původních článků v této oblasti nejsou vždy nejpřirozenější, a autorovi se v některých případech podařilo některé výsledky přepsat do ekvivalentní více přímočaré podoby (ale i přesto jsou některé části práce techničtějšího rázu). Všeobecně lze pak říci, že práce je přehledná a může posloužit i jako stravitelný základní úvod do problematiky grafových a matroidových rozkladů a jejich duality.

Není pochyb, že výsledky obsažené v práci dosahují vynikající vědecké kvality, zejména tedy jsou bez problémů publikovatelné v mezinárodní časopise s nenulovým impact-faktorem a zapadají do konceptů studovaných v moderní teorii grafů. Po formální stránce práce též splňuje všechny standardy běžné v oblasti teoretické informatiky. Jednoznačně tedy doporučuji práci uznat jako práci diplomovou a hodnotit ji stupněm „výborné“.

V Ljubljani, 12. dubna 2009

## Reference

- [1] O. Amini, F. Mazoit, N. Nisse, S. Thomassé: Submodular partition function, manuscript, 2008.
- [2] P. Hliněný, S. Oum: Finding branch-decomposition and rank-decomposition, SIAM J. Computing 38 (2008), 1012–1032.
- [3] S. Oum, P. Seymour: Approximating clique-width and branch-width, J. Comb. Theory Ser. B 96 (2006), 514–528.
- [4] N. Robertson, P. Seymour: Graph minors X. Obstructions to tree-decomposition, J. Comb. Theory Ser. B 52 (1991), 153–190.