

Oponentský posudek disertační práce
Mgr. Magdaleny Krátké: „Srovnání ontogenetického a fylogenetického vývoje
porozumění jevu nekonečno v geometrickém kontextu“

Předloženou disertační práci jsem četla s velkým zájmem. Práce je věnována dvěma tématům mimořádně důležitým pro vzdělávání v matematice. Jedním z nich je samotný pojem nekonečno nejen v matematice, ale i filozofii a teologii, druhým je sledování vlivu epistemologických překážek na kvalitu poznání jedince. Epistemologické překážky jsou v práci vyhledávány pomocí sledování paralel mezi vývojem poznání lidstva a vývojem poznání jednotlivce.

Práce se skládá ze dvou základních částí. V první části se autorka ve dvou kapitolách věnuje historii matematiky ve výuce a nekonečnu v matematice. Tato část prokazuje, že autorka získala hluboký vhled do problematiky. Zpracování kapitoly věnované vývoji nekonečna, který zasahuje významně nejen do matematiky, ale je výrazně ovlivněn i filozofickými a teologickými teoriemi příslušné doby, jistě nebyl snadný úkol. Velmi oceňuji, že tato část je zpracována uceleně, přehledně, s velkou snahou usnadnit čtenáři orientaci v celé problematice. Autorka využívá vedle tradičních zdrojů informací i méně často citovanými zdroje. Vzhledem k tomu, že nejsem historik matematiky a historii využívám ve své učitelské praxi na mnohem povrchnější úrovni, než vyžadovala předložená práce, musím konstatovat, že vysoce hodnotím také to, jakým způsobem se autorce podařilo zařadit jednotlivé etapy vývoje nekonečna do souvislostí nejen v matematice, ale i vzhledem k dobovým názorům na svět a náboženským teoriím.

Druhá část je zaměřena na samotný autorčin výzkum a je uvedena podrobnými informacemi o teoretických východiscích a použité metodologii výzkumu. Jedním z využívaných nástrojů v experimentální části je vytvoření situace, která představuje pro žáka kognitivní konflikt. To je jeden z nástrojů, který pomáhá nejen žákovi a učiteli/experimentátorovi rozpoznat místo, kde žákovy představy nejsou bezesporné, a odstranit nebo opravit chybnou představu, ale také porozumět použití protipříkladů v podobných situacích a v neposlední řadě také získat zkušenosti s matematickými aktivitami. Jednou částí práce učitele je i realizace situací kognitivního konfliktu a jejich využití k reedukaci chybných představ žáků. V předložené práci je kognitivní konflikt úspěšně aplikován autorkou v situacích, kdy je třeba umožnit respondentům porozumět tomu, že jejich představa o nekonečnu není bezesporná.

Experimentální část obsahuje ukázky z 29 rozhovorů a jejich analýzy. Analýzy se opírají o informace z první části a umožňují autorce kvalitně zformulovat závěry z provedených experimentů. V analýzách se autorka neodchýlila od původního plánu hledat souvislosti mezi překážkami, na které při porozumění pojmu nekonečno naráží žáci a studenti různých věkových kategorií, a vývojem pohledu na nekonečno v historii lidstva.

Analýzy jsou prováděny v několika úrovních. Jedna část je zařazena přímo k ukázkám z rozhovorů. Výhodou je, že zde autorka může přímo ukázat, jak se příslušná překážka projevila a zda, případně jak ji bylo možné opravit. Oceňuji také zařazení odkazů na příslušné historické teorie o nekonečnu, které s danou překážkou souvisí. Další úroveň analýz je v kapitole nazvané Závěry. Je prováděna společně pro všechny rozhovory a shrnuje odhalené překážky, jejich příčiny a důsledky. V návaznosti na již zmíněnou vrstvu analýz je i tato obtížná partie zpracována přesně a přitom srozumitelně.

Hodnocení práce

Pozitivně hodnotím hlavně tyto kvality práce:

- Jak už jsem konstatovala v předchozím obecném vyjádření k práci, je i přes obtížnost zpracovávaného tématu psána srozumitelně a přitom přesně.
- Sada úloh, které byly použity v rozhovorech s respondenty, je velmi kvalitně připravena. Autorka v práci nejen prezentuje úlohy, ale u každé uvádí odůvodnění, proč byla zařazena, jejich vzájemné souvislosti a očekávání možných projevů překážek. Bez podrobné a hluboké analýzy problematiky by se takto vhodný nástroj těžko podařilo vytvořit.
- Autorka sledovala vývoj porozumění nekonečnu, proto zvolila řízené rozhovory s respondenty různých věkových kategorií. To jí umožnilo analyzovat překážky vzhledem k epistemologickým překážkám a sledovat vztah kognitivního vývoje jedince a jeho vlivu na odhalené epistemologické překážky.
- Při analyzování prací žáků nebo rozhovorů s nimi vždy hrozí riziko subjektivity ze strany výzkumníka. Díky velmi pečlivé a odpovědné přípravě všech rozhovorů autorka dokázala toto nebezpečí eliminovat. Se závěry práce je možné souhlasit, vyplývají z realizovaných experimentů i z použitého teoretického rámce.
- Téma nekonečno je téma obtížné. O tom svědčí i dlouhý vývoj, kterým prošlo v historii lidstva. Autorka v práci uvádí bohatou literaturu, která je tématu věnována. Je vidět, že výzkumy v této oblasti nejsou zdaleka ukončeny. Předloženou práci považuji za kvalitní přínos k pracím věnovaným porozumění nekonečnu.
- Autorka sice uvádí, že se v práci téměř nevěnuje aplikacím získaných výsledků v praxi, ale práce má i silný aplikační potenciál pro učitelskou praxi. Rozeznání překážek pro porozumění žáků matematice (a nejen matematice), využití kognitivního konfliktu jako nástroje pro odhalení chybných představ i jako prostředku k zahájení reedukace, stejně jako využití historie matematiky při odhalování možných překážek v porozumění u žáků mají pro učitelovu praxi velký význam a měly by být hojně zastoupeny i v přípravě učitelů.
- Práce je pečlivě zpracována i formálně.

K práci mám několik dotazů, které nejsou míněny jako kritika, ale jsou vedeny mým zájmem o zpracovávanou problematiku:

- V práci jsou rozebrány ukázky z 29 rozhovorů. Není mi jasné, zda to jsou všechny rozhovory, které byly realizovány, nebo zda jsou vybrány jen některé. Ve druhém případě by bylo vhodné, kdyby autorka při obhajobě doplnila informaci o tom, proč byly vybrány právě tyto rozhovory, zda byly např. typické pro skupinu respondentů nebo obsahovaly místa, kde se překážky a kognitivní konflikty jasně prezentovaly nebo z jiného důvodu. Z textu práce je zřejmé, proč jsou v rozhovorech zastoupeny různé věkové kategorie a různé typy škol. Není mi však jasné, jak byli respondenti vybíráni – podle nějakých předem stanovených kritérií nebo např. podle výběru učitelů matematiky ve třídách, případně náhodně.
- S předchozím dotazem souvisí i další nejasnost: Autorka prováděla všechny experimenty formou individuální diskuse o úlohách, které byly pro rozhovory připraveny. V kapitole obsahující ukázky z experimentů je většina rozhovorů vedena mezi experimentátorem a jedním respondentem. Několik rozhovorů proběhlo se skupinou více respondentů najednou. V práci postrádám bližší informaci o tom, co autorku vedlo k tomu, že pracovala i s vícečlennými skupinami respondentů, co navíc přináší rozhovor se skupinou respondentů a co v takovém případě naopak chybí.

- V některých rozhovorech byly použity doplňkové úlohy, které v původní sadě nejsou. Taková místa jsou v rozhovorech přesně vyznačena, chybí mi však podrobnější informace o tom, proč experimentátorka k doplnění nebo úpravě textu úlohy přistoupila.
- Práce je přehledná a není v ní mnoho míst s tiskovými chybami. Některé drobné nedostatky tam však přeci jen jsou. Na několika místech např. chybí čárky za vloženou větou (všimla jsem si toho na str. 47, 49, 51, 56, 71, 77, 119 a 139). Na většině míst je uváděno *a priori* s i na konci, na str. 55 je však psáno *a priory*; podle slovníku jsou správné obě možnosti, v celé práci by však měla být použita stejná forma. Dělení slov na koncích řádků neodpovídá vždy pravidlům českého pravopisu pro dělení slov (např. zme-nšující, da-lším apod.). Na str. 104 je napsáno $X \notin B$, ale správně má být $X \neq B$ (X, B jsou body) – zřejmě je to autentický přepis žakovského řešení a je uveden symbol, který použil žák.

Závěr: Předložená disertační práce je velmi kvalitní, otevírá a zpracovává podstatné otázky matematického vzdělávání, které je třeba si klást při přípravě a realizaci vyučování. Doporučuji ji k obhajobě a po úspěšném průběhu obhajoby navrhuji, aby byla Mgr. Magdaleně Krátké udělena hodnost PhD.

Praha, 10.5.2009

Doc. RNDr. Jarmila Novotná, CSc.
Univerzita Karlova v Praze
M.D. Rettigové 4
116 39 Praha 1
Česká republika