

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE



Eva Lišková

Optická spektroskopie magnetických nanostruktur

Fyzikální ústav UK

Vedoucí diplomové práce:

Prof. Ing. Štefan Višňovský, DrSc.

Konzultanti:

Doc. Mgr. Miroslav Nývlt, Dr.

Mgr. Martin Veis

Studijní program: Fyzika, Kvantová a nelineární optika

Mojim rodičom

PodĎakovanie

Rada by som poĎakovala vedúcemu svojej diplomovej práce, Prof. Ing. Štefanu Višňovskému, DrSc., za čas, ktorý mi venoval pri oboznamovaní sa s problematikou, za cenné rady a postrehy týkajúce sa ako experimentálnej časti, tak teoretického podkladu tejto problematiky.

Konzultantom tejto prace, Doc. Mgr. Miroslavu Nývltovi, Dr. a Mgr. Martinovi Veisovi Ďakujem za pomoc pri riešení mnohých odborných problémov a za čas, ktorý mi venovali pri oboznamovaní sa s experimentálnym usporiadaním.

Za spoluprácu pri príprave vzoriek by som rada poĎakovala Prof. I.V. Shvestovi, Dr. M. Zhou na Trinity College, Dublin, Prof. A. M. Haghiri-Gosnet, Philippe Lecoeur z Institut d'Electronique Fondamental, Universite Paris Sud, Orsay a D. S. Mishrovi, N. Venkataramanimu, S. Prasadovi z Indian Institute of Technology, Bombay, India.

Rada by som tiež poĎakovala svojej rodine a priateľom za podporu.

Prehlasujem, že som svoju diplomovú prácu napísala samostatne a výhradne s použitím citovaných prameňov.

V Prahe dňa 26.4. 2007

Eva Lišková

Obsah

1	Úvod	1
2	Polarizácia svetla	3
2.1	Základné pojmy	3
2.2	Metódy popisu polarizovaného svetla	5
2.2.1	Jonesové vektory	5
2.2.2	Komplexný parameter polarizácie	7
2.2.3	Prechod polarizovaného svetla polarizačným systémom	8
2.2.4	Definícia magnetooptických parametrov	10
3	Optické vlastnosti pevných látok	14
3.1	Makroskopický popis	14
3.1.1	Definícia základných optických a materiálových konštánt	14
3.1.2	Tenzor permitivity	17
3.2	Mikroskopický popis	20
3.2.1	Lorentzov klasický model	20
3.2.2	Polokvantový model	22
4	Elektromagnetická teória vln v magnetických vrstvách a multivrstvách	26
4.1	Vlnová rovnica v anizotropnom prostredí	26
4.2	Anizotropia ako dôsledok vnútorného usporiadania vplyvom vonkajšieho magnetického poľa	28
4.2.1	Magnetizácia v osi z , kolmej na rozhranie - polárny Kerrov jav	29
4.2.2	Magnetizácia kolmo k osi z a v rovine dopadu - longitúdinalný Kerrov jav	31
4.3	Multivrstevnatá magnetická štruktúra	32
4.3.1	Okrajové podmienky a Yehov formalizmus	32
4.3.2	Vlastné módy pre izotropnú vrstvu	35
4.3.3	Reflexné a transmisné koeficienty	35
4.3.4	Polárny Kerrov jav pri kolmom dopade - multivrstvy	37

5	Experimentálne metódy merania magnetooptického Kerrovho javu	40
5.1	Jednosmerná metóda - meranie medzi skríženými polarizátormi	40
5.2	Modulačné techniky - modulácia azimutu	41
5.2.1	Farradayova cela	41
5.2.2	Metóda synchronnej detekcie	42
5.2.3	Spätnoväzbový obvod - automatická kompenzácia efektu	43
5.3	Magnetooptický spektrometer	45
5.4	Kalibrácia aparátúry	48
6	Vybrané metódy prípravy epitaxných vrstiev	51
6.1	MBE - Molecular beam epitaxy	51
6.2	PLD - Pulsed laser deposition	52
7	Študované vzorky - základná charakteristika	54
7.1	Perovskitové štruktúry $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$	54
7.1.1	Perovskitová štruktúra	54
7.1.2	Príprava	55
7.2	Vrstvy magnetitu Fe_3O_4	56
7.2.1	Spinelová a inverzne spinelová štruktúra	56
7.2.2	Príprava	57
7.3	Bizmutom dopované granáty $Bi_xY_{3-x}Fe_5O_{12}$	58
7.3.1	Granátová štruktúra	58
7.3.2	Príprava	59
8	Experimentálne výsledky a ich diskusia	61
8.1	Magnetooptické spektrá	61
8.2	Perovskitové štruktúry $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$	62
8.3	Vrstvy magnetitu Fe_3O_4	70
8.4	Bizmutom dopované granáty $Bi_xY_{3-x}Fe_5O_{12}$	78
8.4.1	Longitudinálne magnetooptické spektrá	81
9	Záver	83

Název práce: Optická spektroskopie magnetických nanostruktur

Autor: Eva Lišková

Katedra (ústav): Fyzikální ústav Univerzity Karlovy

Vedoucí diplomové práce: Prof. Ing. Štefan Višňovský, DrSc.

e-mail vedoucího: visnov@karlov.mff.cuni.cz

Abstrakt: Nanostruktury magnetických oxidů $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$, $Bi_xY_{1-x}Fe_5O_{12}$ a Fe_3O_4 byly vyšetřovány pomocí magnetooptické reflexní spektroskopické elipsometrie v oboru energií fotonů od 1 do 5 eV. U vzorků připravených epitaxi z molekulárních svazků nebo pulzní laserovou depozicí byly sledovány vlivy depozičních podmínek, krystalografické orientace substrátu a následného tepelného zpracování na reflexní spektra. Tímto selektivním přístupem minimalizujícím vliv substrátu byly získány informace o fyzikálních vlastnostech vzorků, které vzhledem k velmi malým objemům a působení substrátu jsou běžnými strukturními a magnetometrickými metodami obtížně dostupné. Výzkum byl motivován možným praktickým využitím ve spinové elektronice, při čtení magnetických disků, v nereziprokých prvcích, modulátorech světla, v magnetofotonických krystalech a také v případě magnetitu také v lékařství.

Klíčová slova: spektroskopická elipsometrie, nanostruktury magnetických oxidů, magnetooptika

Title: Optical spectroscopy of magnetic nanostructures

Author: Eva Lišková

Department: Institute of Physics, Charles University

Supervisor: Prof. Ing. Štefan Višňovský, DrSc.

Supervisor's e-mail address: visnov@karlov.mff.cuni.cz

Abstract: Magnetic oxide nanostructures of $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$, $Bi_xY_{1-x}Fe_5O_{12}$ and Fe_3O_4 were investigated using magneto-optical reflection spectroscopic ellipsometry in the photon energy range between 1 and 5 eV. The samples were grown using MBE (Molecular Beam Epitaxy) and PLD (Pulsed Laser Deposition). Their spectroscopic studies were focused to the effects of growth conditions, substrate crystallographic orientation as well as those of subsequent heat treatment in oxygen. Thanks to this selective approach, largely eliminating substrate contribution, a relevant information on physical properties of the low volume samples was obtained. Note that ordinary structural and magnetic metrologies suffer of reduced sensitivity due to the dominating effect of bulky substrates. The research was motivated by practical applications of the investigated nanostructures in spin electronics, reading high density magnetic disks, in nonreciprocal optoelectronic devices, magneto-optic light modulators, and magnetophotonic crystals. In addition, the physical properties of magnetite Fe_3O_4 present interest for the use of magnetite nanoparticles in medicine.

Keywords: spectroscopic ellipsometry, magnetic oxide nanostructures, magnetooptics

Zoznam použitých symbolov

E	vektor intenzity elektrického poľa
D	vektor elektrickej indukcie
H	vektor intenzity magnetického poľa
B	vektor magnetickej indukcie
M	vektor magnetizácie
δ	fázový rozdiel
c	rýchlosť svetla vo vákuu = 2.998×10^8 m/s
e	základ prirodzeného logaritmu
i	imaginárna jednotka
ϵ	uhol elipticity polarizačného stavu
θ	azimut elipsy polarizácie
e	elipticita
ϵ_K	Kerrova elipticita
θ_K	Kerrova rotácia
λ	vlnová dĺžka svetla vo vákuu
ϵ_0	permitivita vákuu = $\frac{10^7}{4\pi e^2}$ F/m
μ_0	permeabilita vákuu = $4\pi \times 10^{-7}$ H/m
χ	komplexný parameter polarizácie
ω	kruhová frekvencia elektromagnetickej vlny
γ	vlnový vektor rovinatej elektromagnetickej vlny
ϵ	tenzor permitivity
K_{ijk}	zložky lineárneho magnetooptického tenzoru
G_{ijkl}	zložky kvadratického magnetooptického tenzoru
J	Jonesov vektor
J_X, J_Y	bázové vektory kartézskych polarizácií
J_L, J_R	bázové vektory kruhových polarizácií
T	Jonesova matica optického prvku
S	Jonesova reflexná matica
∇	diferenciálny operátor "nabla"
\Re	reálna časť
\Im	imaginárna časť
\dagger	Hermitovské združenie
$F_{a \rightarrow b}$	matice prechodu zo súradnej sústavy a do sústavy b
N	komplexný index lomu
$\hat{\epsilon}$	komplexná permitivita

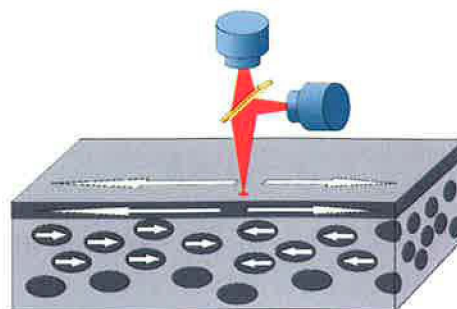
σ	optická vodivosť
n	reálny index lomu
k	extinčný koeficient (index absorpcie)
α_A	absorbčný koeficient
δ_p	penetračná hĺbka
R	reflektivita
r	reflexný koeficient
ω_c	cyklotronová frekvencia
Γ	útlmový člen
χ	tenzor dielektrickej susceptibility
H	Hamiltonián kvantového systému
$D^{(n)}$	Yehova dynamická matice n-té vrstvy
$P^{(n)}$	propagační matice n-tej vrstvy
M	matica štruktúry
C	citlivosť meracej aparatury
I	intenzita svetla (tok energie)

Kapitola 1

Úvod

Trendami vo výzkuume sa v posledných rokoch stávajú nanometrové štruktúry, vzhľadom k potrebe menších súčiastok, menších záznamových médií s väčšou hustotou záznamu. Výskum v tejto oblasti sa stáva stále dôležitejší, vďaka priamej aplikačnej motivácii. Použitie magnetických nanoštruktúr spojené s optickými metódami sa javý ako veľmi sľubné odvetvie.

Pri štúdiu fyzikálnych vlastností nanoštruktúr z elektromagnetického a mikroskopického hladiska je dôležitým nástrojom magnetooptická spektroskopia a magnetooptická magnetometria. Veľkou výhodou týchto experimentálnych techník je ich citlivosť, selektívna povaha, bezkontaktné snímanie a rýchlosť. Magnetooptická spektroskopia v širokom spektre energií nám dáva predstavu o elektrónových prechodoch v látkach, výmenných a dipólových väzbách medzi vrstvami, o kvalite a drsnosti povrchu vrstiev a o profilu vrstevnatých štruktúr. Zároveň spektrum dielektrickej permitivity, ktoré vyjadrujú optické a magnetooptické parametre, pomáha k zlepšovaniu navrhovaných súčiastok, k zvýšeniu ich citlivosti a presnosti. Využíva sa vplyv štruktúry na spinové usporiadanie, čo je následne snímané pomocou optického zväzku. Dnešné magnetooptické experimenty dovoľujú skúmať odozvy systému v škále nanosekúnd a tým umožňujú sledovať napríklad precesiu vektoru magnetizácie v čase, v dvoch až troch dimenziách.



Obrázek 1.1: Schéma magnetooptickej čítacej hlavy.

V súčasnosti sa podrobnejšie skúmanie venuje materiálom, ktoré by boli vhodné na uplatnenie v spintronike. Dualita spinového stavu sa stáva zaujímavá z hľadiska využitia v elektronike - MRAM, spinový uzáver - spin valve. Optické prístupy sa v magnetických nanoštruktúrach uplatňujú pri snímaní logického stavu magnetického prvku (magneto-optické čítanie zapísanej informácie) - Obr.1.1. Veľký dôraz smeruje k materiálom vykazujúcim obriu (kovy) a kolosálnu (oxidy) magnetorezistanciu.

Súčasťou tejto práce je magnetooptická spektroskopia tenkých vrstiev $La_{1-x}Sr_xMnO_3$, perovskitovej štruktúry obsahujúcej ionty Mn, známych svojim extrémne vysokým stupňom spinovej polarizácie a vykazujúcich kolosálnu magnetorezistanciu. Vďaka tomu sú nádejnými kandidátmi na súčiastky založené na transporte spinovo polarizovaných elektrónov.

Ďalším materiálom vhodným na spintronické súčiastky sú tenké vrstvy magnetitu Fe_3O_4 . Tieto známe polokovové feromagnetny, s úplnou spinovou polarizáciou nositeľov náboja na Fermiho hladine, vykazujú prechod vodič - izolátor, ktorý je tiež známy ako *Verweyho prechod*. Pri znížení teploty pod teplotu Verweyho prechodu, u nich dochádza k zníženiu vodivosti o niekoľko rádov.

Využitie magnetooptiky je možné tiež v senzoch, detekujúcich magnetické pole. Nutná podmienka pre materiály na výrobu týchto senzorov je ich vysoký magnetooptický činiteľ kvality - *figure of merit*. Jedná sa o súčin reflektivity a kvadrátu magnetooptickej Kerrovaj rotácie. Pri veľkom magnetooptickom činiteli kvality sa môžu detekovať aj malé zmeny v magnetických poliach pri vyššom šume. Železité granáty dopované bizmutom vykazujú veľkú magnetooptickú odozvu a preto sú vhodným kandidátom na tieto senzory. Donedávna ich príprava bola len formou epitaxie z tekutej fáze. Žiaľ touto formou sa nedokázala zaručiť dostatočná koncentrácia dopovania. Predmetom skúmania sa preto stávajú vzorky pripravené pulznou laserovou depozíciou s väčšou koncentráciou bizmutu.

Prvým, kto pozoroval magnetooptickú aktivitu bol v roku 1845 M. Faraday, ktorý si všimol stočenie roviny polarizácie svetla pri jeho prechode sklom v smere vonkajšieho magnetického poľa. Efekt omnoho menší, na odraz, zaznamenal v roku 1876, J. R. Kerr. Tento dodnes nesie názov po svojom objaviteľovi.

Kapitola 2

Polarizácia svetla

Svetlo obecné charakterizujeme ako harmonické elektromagnetické vlnenie. Pre popis interakcie svetla s látkou stačí uvažovať iba jeho elektrickú časť, keďže magnetická časť je zviazaná s elektrickou cez Maxwellove rovnice a dá sa dopočítať vďaka princípu duality. V tejto kapitole sa budeme zaoberať popisom polarizácie svetla v nedisperznom prostredí. Vysvetlíme si základné pojmy, ukážeme si ako môžeme popísať polarizačný stav pomocou Jonesových vektorov alebo pomocou komplexného parametra polarizácie. Na záver kapitoly zavedieme magnetooptické parametre.

2.1 Základné pojmy

Časovú závislosť harmonického elektromagnetického vlnenia môžeme vyjadriť pomocou sínusovej funkcie. Predstavme si elektromagnetickú vlnu šíriacu sa v smere osi z . Obecné jej elektrickú časť rozložíme do dvoch lineárne polarizovaných elektrických vektorov kmitajúcich v smere osí x a y

$$\begin{aligned} E_x &= E_{0x} \cos(\omega t - \gamma z + \delta_x), \\ E_y &= E_{0y} \cos(\omega t - \gamma z + \delta_y). \end{aligned} \tag{2.1}$$

Zavedením nových premených

$$\begin{aligned} \varphi &= \omega t - \gamma z + \delta_x, \\ \delta &= \delta_y - \delta_x \end{aligned} \tag{2.2}$$

sa nám rovnice (2.1) prevedú na tvar

$$\begin{aligned} \frac{E_x}{E_{0x}} &= \cos \varphi, \\ \frac{E_y}{E_{0y}} &= \cos(\varphi + \delta) = \cos \varphi \cos \delta + \sin \varphi \sin \delta. \end{aligned} \tag{2.3}$$

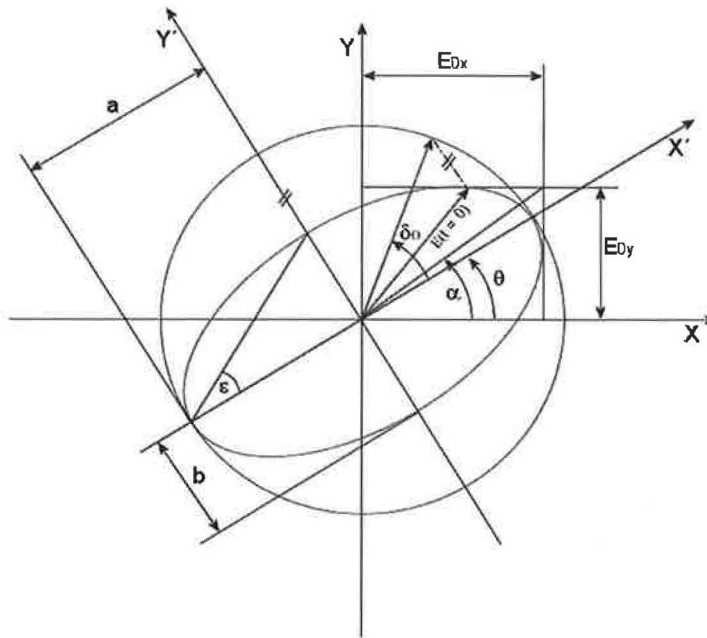
Aby sme z týchto rovníc odstránili časovú závislosť, ktorá je tam zahrnutá cez parameter φ , dosadíme z prvej rovnice do druhej za $\sin\varphi$ a $\cos\varphi$ a dostaneme

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \delta = -\sqrt{1 - \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2} \sin \delta. \quad (2.4)$$

Po odstránení odmocniny získame rovnicu elipsy

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}} \cos \delta + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 = 0. \quad (2.5)$$

Ako sme práve ukázali elektrický vektor úplne polarizovaného svetla sa pohybuje po elipse, hovoríme o *eliptickej polarizácii*, ktorá je plne definovaná tzv. *elipsou polarizácie*.



Obrázek 2.1: Elipsa polarizace.

Aby sme mohli túto elipsu a tým eliptický stav polarizácie úplne popísať zavedieme si niekoľko parametrov elipsy

- **Azimut** Θ ($-\frac{\pi}{2} \leq \Theta < \frac{\pi}{2}$), uhol medzi kladnou časťou osy x a hlavnou poloosou elipsy, pričom jeho orientáciu volíme kladnú, proti smeru pohybu hodinových ručičiek.
- **Eliplicita** e , vyjadruje vzťah medzi hlavnou, a , a vedľajšou, b , poloosou elipsy. Je definovaná vzťahom ($e = \pm \frac{b}{a}$). Spolu s eliplicitou je výhodné zaviesť tzv. *uhol elipticity* ϵ ako $e = \operatorname{tg}\epsilon$, kde vidíme, že $-\frac{\pi}{4} \leq \epsilon \leq \frac{\pi}{4}$. Znamienkovú konvenciu

zvolíme tak, že za kladnú elipticitu budeme považovať pohyb po elipse v smere hodinových ručičiek, pri pohľade proti smeru šírenia elipsy, tzn. pravotočivú vlnu RCP.

- **Amplitúda vlny** $E_{00} = \sqrt{a^2 + b^2}$.
- **Absolutná fáza** δ_0 , uhol medzi počiatočnou polohou elektrického vektoru $E(t=0)$ a hlavnou poloosou elipsy, ktorá sa meria pomocou priemetu $E(t=0)$ na kružnicu (Obr.2.1)

2.2 Metódy popisu polarizovaného svetla

Na popis polarizovaného svetla sa používa mnoho prístupov. Tieto sa rozlišujú na formalizmy popisujúce úplne polarizované a čiastočne polarizované svetlo. Úplne polarizované svetlo sa popisuje napríklad Poincarého sférou alebo Jonesovými vektormi, tento formalizmus si neskôr rozoberieme podrobnejšie a ukážeme si ako je s ním spätý komplexný parameter polarizácie. Na popis čiastočne polarizovaného svetla sa využívajú napr. Millerove matice alebo Stokesove vektory.

2.2.1 Jonesové vektory

Popis polarizácie v Jonesovom formalizme je pomocou súradníc komplexného Jonesového vektoru v dvojrozmernom priestore. Uvažujme predchádzajúcu situáciu, keď sa vlna šíri v smere osi z , potom je elektrické pole popísané (2.1). Pre zápis elektrického poľa môžeme použiť nasledovný tvar, kde x -ová a y -ová zložka elektrického vektora tvorí súradnice Jonesového vektora v dvojrozmernom Jonesovom priestore

$$\mathbf{E}(z, t) = \begin{bmatrix} E_{0x} \cos(\omega t - \gamma z + \delta_x) \\ E_{0y} \cos(\omega t - \gamma z + \delta_y) \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Po prevedení na komplexnú symboliku definujeme *Jonesov vektor* ako

$$\mathbf{E}_{xy} = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{i\delta_x} \\ E_{0y} e^{i\delta_y} \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Intenzita elektrického poľa a Jonesov vektor sú spolu previazané vzťahom

$$I = |E_x|^2 + |E_y|^2 = \mathbf{E}_{xy}^\dagger \mathbf{E}_{xy}, \quad (2.8)$$

kde † označuje hermitovské združenie. Pri zavedení tzv. *uhla polarizácie* α

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}, \quad (2.9)$$

a pomocou (2.9) a (2.1) môžeme definovať tzv. *normovaný Jonesov vektor*

$$\mathbf{J}_{XY} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha e^{i\delta} \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Potom pre intenzitu spočítanú pomocou týchto normovaných Jonesových vektorov bude platiť

$$\mathbf{J}_{XY}^\dagger \mathbf{J}_{XY} = 1. \quad (2.11)$$

Báza Jonesového vektorového priestoru je teda dvoj-dimenzionálna. Ako vektory báze bude vhodné zvoliť buď ortonormálne lineárne polarizácie v smere osi x a y

$$\mathbf{J}_X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{J}_Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

alebo ortonormálne kruhové polarizácie pravotočivú (RCP) a ľavotočivú (LCP)

$$\mathbf{J}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}, \mathbf{J}_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

K prechodu od jednej báze k druhej sa používa prechodová matica, pričom platí transformačný vzťah

$$\mathbf{F}_{XY \rightarrow LR} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -i & i \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

Pre inverzný prechod dostaneme maticu z pôvodnej matice pre priamy prechod iba jej inverziou

$$\mathbf{F}_{LR \rightarrow XY} = \mathbf{F}_{XY \rightarrow LR}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Aby sme si použitie týchto vektorov ukázali v praxi, zapíšeme pomocou nich obecné elipticky polarizované svetlo. To dostaneme napríklad tak, že na elipticky polarizované svetlo s uhlom elipticity ϵ [1] aplikujeme obecnú maticu na rotáciu o azimut Θ . Vyjadrené v lineárnych polarizáciach

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_X \\ \mathbf{J}_Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \epsilon \\ i \sin \epsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \epsilon - i \sin \theta \sin \epsilon \\ \sin \theta \cos \epsilon + i \cos \theta \sin \epsilon \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Ako vidíme táto elipsa je popísaná svojimi vonkajšími parametrami elipsy uhol elipticity ϵ a azimutom θ , na rozdiel od (2.3), ktorá bola popísana tzv. vnútornými parametrami uhol polarizácie α a absolútnou fázou δ . Ako sa dá ukázať, napr. v [2], tieto parametre niesu nezávislé, ale medzi nimi existuje vzťah

$$\operatorname{tg}2\theta = \operatorname{tg}2\alpha \cos \delta, \quad (2.17)$$

$$\sin 2\epsilon = \sin 2\alpha \sin \delta. \quad (2.18)$$

Pre vyjadrenie v bázi kruhových polarizácií s použitím (2.14) dostaneme

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} J_L \\ J_R \end{bmatrix} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -i & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \epsilon - i \sin \theta \sin \epsilon \\ \sin \theta \cos \epsilon + i \cos \theta \sin \epsilon \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} (\cos \epsilon - \sin \epsilon)e^{i\theta} \\ (\cos \epsilon + \sin \epsilon)e^{-i\theta} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

2.2.2 Komplexný parameter polarizácie

Ako sme ukázali, Jonesové vektory nám poskytujú kompletné informácie o elipse polarizácie. Pre naše účely nám ale stačí poznať iba polarizačný stav elipsy, tj. jej vonkajšie parametre, uhol elipticity ϵ a azimut Θ . Vzájomným vydelením jednotlivých zložiek Jonesového vektora, strácame niektoré informácie a dostaneme tzv. *Komplexný parameter polarizácie* χ . Napíšeme si jeho vyjadrenie pre jednotlivé báze pre obecné elipticky polarizované svetlo

- báza lineárnych polarizácií

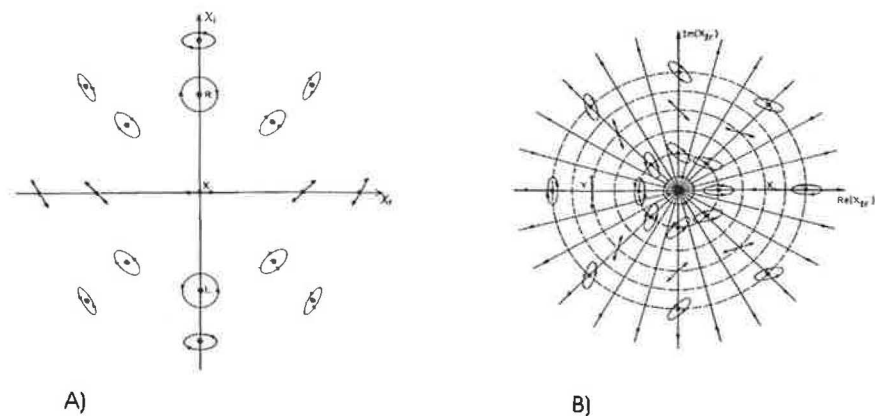
$$\chi_{XY} = \frac{J_Y}{J_X} = \frac{\sin \theta \cos \epsilon + i \sin \theta \cos \epsilon}{\cos \theta \cos \epsilon - i \sin \theta \sin \epsilon} = \frac{\operatorname{tg}\theta + i \operatorname{tg}\epsilon}{1 - i \operatorname{tg}\theta \operatorname{tg}\epsilon} \quad (2.20)$$

- báza kruhových polarizácií

$$\chi_{LR} = \frac{J_R}{J_L} = \frac{(\cos \epsilon + \sin \epsilon)e^{-i\theta}}{(\cos \epsilon - \sin \epsilon)e^{i\theta}} = \frac{1 + \operatorname{tg}\epsilon}{1 - \operatorname{tg}\epsilon} e^{-2i\theta} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \epsilon\right) e^{-2i\theta} \quad (2.21)$$

Týmto sme každý úplne polarizovaný stav vyjadrili pomocou jedného komplexného čísla. Ako môžeme vidieť, ak je parameter polarizácie rýdzo reálne číslo jedná sa o lineárnu polarizáciu. Znázornením polarizácií v komplexnej rovine dostaneme nasledujúci obrázok (Obr.2.2).

Pomocou (2.20) môžeme vyjadriť azimut a elipticitu ako funkciu komplexného parametru polarizácie



Obrázek 2.2: Znázornenie polarizačných stavov v komplexnej rovine v bázi lineárnych (A) a kruhových (B) polarizácií

- pre lineárnu bázu polarizácií

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\Re(\chi_{XY})}{1 - |\chi_{XY}|^2}, \quad (2.22)$$

$$\sin 2\epsilon = \frac{2\Im(\chi_{XY})}{1 + |\chi_{XY}|^2}, \quad (2.23)$$

- pre kruhovú bázu polarizácií

$$\operatorname{tg} \epsilon = \frac{|\chi_{LR}| - 1}{|\chi_{LR}| + 1}, \quad (2.24)$$

$$\theta = -\frac{1}{2} \arg(\chi_{LR}). \quad (2.25)$$

2.2.3 Prechod polarizovaného svetla polarizačným systémom

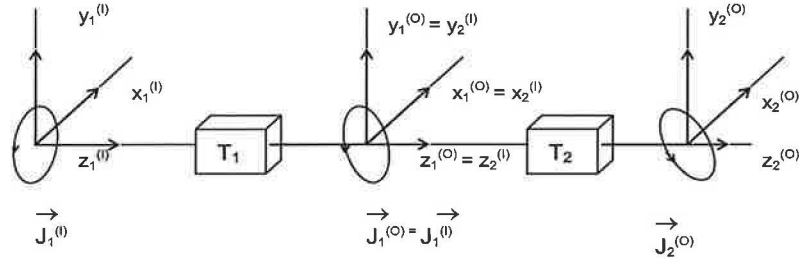
V tomto odstavci si ukážeme, ako môžeme vyjadriť zmenu polarizácie pri prechode svetla optickým polarizačným systémom. Budeme uvažovať polarizované svetlo popísané Jonesovým vektorom J_I , vzhľadom k primárnej súradnicovej sústave, $[x^I; y^I; z^I]$. Po priechode systémom T , sa jeho polarizačný stav zmení a bude ho popisovať Jonesov vektor J_O , vyjadrený vzhľadom k sekundárnej súradnicovej sústave, $[x^O; y^O; z^O]$. Súradnicové sústavy volíme tak, aby osa z bola vždy rovnobežná s vlnovým vektorom. Vzťah medzi týmito sústavami sa dá vyjadriť maticou transformácie

$$J^O = T J^I, \quad (2.26)$$

z čoho plynie, že akýkoľvek prvok meniaci polarizačný stav môžeme vyjadriť pomocou matice transformácie. Prvky pôsobiace depolarizáciu rozptylom nemôžeme zapísať pomo-

cou matice transformácie, lebo Jonesovým vektorom popisujeme len úplne polarizovaný stav. Neskôr si ukážeme niektoré transformačné matice pre najpoužívanejšie polarizačné prvky.

Práve zavedené matice transformácie nám dávajú možnosť, popísať zmenu polarizácie pri opakovanom prechode svetla rôznymi optickými prvkami, za predpokladu, že sekundárna vzťažná sústava predchádzajúceho prvku je totožná s primárnou vzťažnou sústavou nadchádzajúceho prvku. Túto situáciu máme znázornenú na obrázku (Obr.2.3).



Obrázek 2.3: Transformácia polarizácie pri prechode svetla dvoma polarizačnými prvkami.

Transformačný vzťah pre tento systém zapisujeme podobne ako (2.26)

$$\mathbf{J}_2^O = \mathbf{T}_2 \mathbf{J}_1^O = \mathbf{T}_2 \mathbf{T}_1 \mathbf{J}_1^I. \quad (2.27)$$

Z čoho vyplýva, že celý systém popisuje jedna transformačná matica \mathbf{T} zväzujúca vchádzajúcu a vychádzajúcu polarizáciu vzťahom (2.27). Tvar tejto matice je

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_2 \mathbf{T}_1. \quad (2.28)$$

Maticu popisujúcu n za sebou idúcich prvkov dostaneme analogicky

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_n \mathbf{T}_{n-1} \dots \mathbf{T}_1. \quad (2.29)$$

Pre vyjadrenie niektorých prvkov je výhodné používať bázu kruhových polarizácií, pričom ak poznáme transformačnú maticu v báze lineárnych polarizácií môžeme ju pretransformovať pomocou vzťahu

$$\mathbf{T}_{LR} = \mathbf{F}_{XY \rightarrow LR}^{-1} \mathbf{T}_{XY} \mathbf{F}_{XY \rightarrow LR}. \quad (2.30)$$

Transformačné Jonesove matice pre niektoré základné optické prvky

Pre neskoršie použitie si popíšeme vybrané základne optické prvky pomocou Jonesových transformačných matíc v báze lineárnych ortogonálnych polarizácií.

- Lineárny polarizátor zvierajúci s osou \hat{x} úhol φ

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi & \cos \varphi \sin \varphi \\ \cos \varphi \sin \varphi & \sin^2 \varphi \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

- Fázová doska (lineárny retardér)

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

- Stočenie polarizačnej roviny svetla o uhol ξ

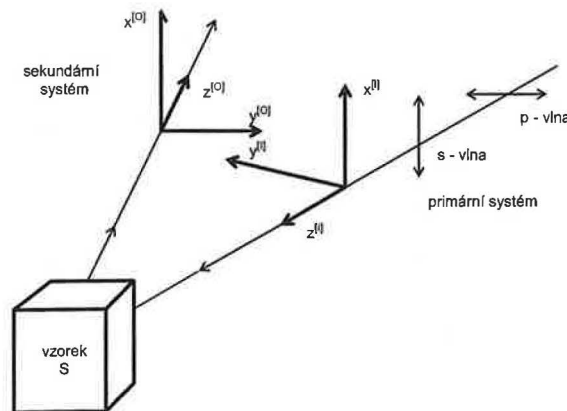
$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi \\ \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Popis zmeny polarizačného stavu prechodom polarizačným elementom je vyjadrený pomocou prenosovej polarizačnej funkcie, ktorá je vyjadrená prvkami Jonesovej matice \mathbf{T} vzťahom (2.26), pomocou definície komplexného parametra

$$\chi^T = \frac{T_{21} + T_{22}\chi^I}{T_{11} + T_{12}\chi^I}. \quad (2.34)$$

2.2.4 Definícia magnetooptických parametrov

Uvažujme situáciu znázornenú na obrázku (Obr.2.4). Predpokladajme, že na vzorku S nám dopadá lineárne polarizované svetlo pod uhlom φ .



Obrázek 2.4: Voľba súradných systémov dopadajúcej a odrazenej elektromagnetickej vlny pri popise magnetooptických vlastností vzorky S.

Ak bude vzorka izotropná a nebude umiestnená v magnetickom poli, tak svetlo pola-

rizované v rovine dopadu (*p-polarizácia*) a rovnako svetlo polarizované kolmo k rovine dopadu (*s-polarizácia*) po odraze od vzorky nezmenia svoj polarizačný stav. Reflexná Jonesova matica vzorky v bázi lineárnych polarizácií bude teda diagonálna, s Fresnelovými reflexnými koeficientami popisujúcimi odraz jednotlivých polarizácií

$$\mathbf{S}^{sp} = \begin{bmatrix} r_{ss} & 0 \\ 0 & r_{pp} \end{bmatrix}. \quad (2.35)$$

Pri umiestnení vzorky do magnetického poľa dochádza k prelievaniu medzi jednotlivými polarizáciami a tak sa lineárne polarizovaná s-vlna alebo p-vlna stáva po odraze obecnou elipticky polarizovaná. Jonesova reflexná matica nadobudne obecný tvar

$$\mathbf{S}^{sp} = \begin{bmatrix} r_{ss} & r_{sp} \\ r_{ps} & r_{pp} \end{bmatrix}. \quad (2.36)$$

Pri uvážení malých uhlov stočenia elipsy polarizácie, tzn. $\text{tg}\epsilon = \epsilon$, pomer nediagonálnych a diagonálnych prvkov reflexnej matice nám určuje *Kerrovu rotáciu* Θ_K , uhol stočenia hlavnej poloosy polarizačnej elipsy odrazenej vlny vzhľadom k rovine polarizácie dopadajúcej vlny pri pohľade proti smeru šírenia odrazenej vlny a *Kerrovu elipticitu* ϵ_K rovnú uhlu elipticity odrazenej vlny:

- dopadajúca s - vlna:

$$\theta_K - i\epsilon_K \stackrel{\text{def}}{\approx} -\frac{r_{ps}}{r_{ss}} \quad (2.37)$$

- dopadajúca p - vlna:

$$\theta_K - i\epsilon_K \stackrel{\text{def}}{\approx} \frac{r_{sp}}{r_{pp}} \quad (2.38)$$

Špeciálny prípad nastáva, ak svetlo dopadá na vzorku, ktorá je magnetovaná polárne, kolmo k povrchu vzorky. Vtedy má celý systém rotačnú symetriu okolo osi z . Ako sa dá ukázať [3], podmienka cylindrickej symetrie pre maticu sa dá vyjadriť vzťahom

$$\mathbf{R}(\Theta)\mathbf{S}^{XY}\mathbf{R}(\Theta) = \mathbf{S}^{XY}, \quad (2.39)$$

kde $\mathbf{R}(\Theta)$ je matica rotácie o uhol Θ a má tvar

$$\mathbf{R}(\Theta) = \begin{bmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix}. \quad (2.40)$$

Aby matica \mathbf{S}^{XY} spĺňala podmienku (2.39), musia pre jej prvky platiť vzťahy

$$r_{ss} = -r_{pp}, \quad (2.41)$$

$$r_{sp} = r_{ps}, \quad (2.42)$$

a reflexná matica \mathbf{S}^{XY} má teda tvar

$$\mathbf{S}^{XY} = \begin{bmatrix} r_{ss} & r_{ps} \\ r_{ps} & -r_{ss} \end{bmatrix}. \quad (2.43)$$

Pri cylindrickej symetrii problému stráca význam definície s-polarizácie a p-polarizácie, keďže sú všetky lineárne polarizované vlny dopadajúce kolmo k povrchu vzorky ekvivalentné. Ako vidieť dosadením vzťahov (2.41) a (2.42) do (2.37) a (2.38) je Kerrova rotácia aj Kerrova elipticita rovnaká pre s-polarizáciu aj p-polarizáciu.

Pre prechod od báze lineárnych polarizácií ku kruhovým a pre vyjadrenie reflexnej matice v tejto báze použijeme transformačnú maticu $\mathbf{F}_{XY \rightarrow LR}$ a vzťah (2.30). Pre reflexnú maticu v bázi kruhových polarizácií potom dostávame

$$\mathbf{S}^{LR} = \begin{bmatrix} 0 & r_{ss} + ir_{ps} \\ r_{ss} - ir_{ps} & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.44)$$

Ako vidíme z tvaru \mathbf{S}^{LR} pri polárnom Kerrovom jave pri kolmom dopade sa dopadajúce kruhovo polarizované vlny odrazia s rôznymi koeficientami reflexie ale navzájom sa neovplyvnia.

Zavedieme označenie pre reflexný koeficient LCP vlny r_- a pre reflexný koeficient RCP r_+ . Z (2.44) pre ne platia vzťahy

$$r^+ = r_{ss} + ir_{ps}, \quad (2.45)$$

$$r^- = r_{ss} - ir_{ps}. \quad (2.46)$$

Použitím vzťahov (2.45) a (2.46) v (2.37) dostávame

$$\theta_K - i\epsilon_K = \frac{r_{ps}}{r_{ss}} = i \frac{r^+ - r^-}{r^+ + r^-}, \quad (2.47)$$

a pre komplexný parameter polarizácie použitím vzťahu (2.34)

$$\chi_{LR}^O = \frac{r^-}{r^+} (\chi_{LR}^I)^{-1}. \quad (2.48)$$

Z poslednej rovnice zavedieme *magnetooptický komplexný parameter* vzťahom

$$\chi_{LR}^K = \frac{r^-}{r^+}. \quad (2.49)$$

Kerrovu rotáciu a elipticitu určíme zo vzťahov (2.24) a (2.25), pričom musíme stále dodržiavať predom zvolenú znamienkovú konvenciu

$$\theta_K = \frac{1}{2} \arg(\chi_{LR}^K), \quad (2.50)$$

$$\operatorname{tg} \epsilon_K = \frac{|\chi_{LR}^K| - 1}{|\chi_{LR}^K| + 1}. \quad (2.51)$$

Kapitola 3

Optické vlastnosti pevných látok

V tejto kapitole si ukážeme, ako zmena vnútornej magnetizácie látky ovplyvní jej optické vlastnosti. V prvej časti sa pozrieme na tento problém z makroskopického hľadiska. Zdefinujeme si základné optické konštanty a látku popíšeme pomocou tenzoru permitivity. Ukážeme, ako sa tento môže zjednodušiť vplyvom symetrie. V druhej časti si rozoberieme problém z mikroskopického pohľadu. Popíšeme klasický Lorentzov oscilátorový model a základné princípy polokvantového modelu. Poznanky zhrnuté v tejto kapitole nám poslúžia k neskoršej interpretácii nameraných spektier.

3.1 Makroskopický popis

3.1.1 Definícia základných optických a materiálových konštánt

Vplyv optických a magnetických zmien vyvolaných v pevnej látke charakterizujeme pomocou niektorých základných optických a materiálových parametrov. Odvodenie nasledujúcich vzťahov môžeme najst' napríklad v [2].

Uvažujeme látku izotropnú, homogénnu a absorbujúcu. Keďže celú dobu budeme uvažovať svetlo od oblasti blízkej UV až do blízkej IČ, môžeme v týchto rovniciach položiť permeabilitu prostredia rovnú permeabilite vákua, čiže $\mu_r = 1$.

Vychádzame z Maxwellových rovníc

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} - \sigma \mathbf{E} = 0, \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3.4)$$

kde σ je optická vodivosť. Pôsobením operácie rotácie na rovnicu (3.10) a použitím vektorovej identity [4]

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (3.5)$$

získame tzv. *telegrafnú rovnicu*

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \sigma \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0. \quad (3.6)$$

Pre nevodivé prostredie $\sigma = 0$ dostávame známu *vlnovú rovnicu*. Predpokladáme riešenie v tvare nekonečnej rovinnej vlny

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp[i(\omega t - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{r})], \quad (3.7)$$

kde $\boldsymbol{\gamma}$ je komplexný vlnový vektor. Po dosadení do (3.6) dostávame vzťah pre vlnový vektor

$$\boldsymbol{\gamma}^2 = \mu_0 \omega^2 \left(\varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega} \right). \quad (3.8)$$

Z neho definujeme *komplexnú permitivitu* $\hat{\varepsilon}$ vzťahom

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_1 - i\varepsilon_2 = \mu \left(\varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right). \quad (3.9)$$

Ak zavedieme *komplexný index lomu* \hat{N} vzťahom

$$\hat{N}^2 = (n - ik)^2 = \hat{\varepsilon}, \quad (3.10)$$

kde n je *reálny index lomu* a k je *koefficient extinkcie*. Pomocou rovníc (3.10) a (3.8) získavame vzájomné prepojenie medzi \hat{N} , $\boldsymbol{\gamma}$ a ε

$$\boldsymbol{\gamma}^2 = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \hat{N}^2 = (n - ik)^2 \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 = \omega^2 \mu_0 \hat{\varepsilon}. \quad (3.11)$$

Porovnaním reálnej a imaginárnej časti rovníc dostaneme

$$n^2 - k^2 = \varepsilon_1 = \varepsilon, \quad (3.12)$$

$$2nk = \varepsilon_2 = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \quad (3.13)$$

a odtiaľto priamo vzťahy pre reálnu a imaginárnu zložku komplexného indexu lomu

$$n^2 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} + \varepsilon_1 \right), \quad (3.14)$$

$$k^2 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} - \varepsilon_1 \right). \quad (3.15)$$

Ako je ukazané v [5],[6] hodnoty n a k , respektíve ε_1 a ε_2 nie sú nezávislé, ale sú navzájom previazané *Kramers-Kronigovými disperznými reláciami*

$$\varepsilon_1(\omega) - 1 = \frac{2}{\pi} P \int_0^\infty \frac{\omega' \varepsilon_2(\omega')}{(\omega')^2 - \omega^2} d\omega', \quad (3.16)$$

$$\varepsilon_2(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} P \int_0^\infty \frac{[\varepsilon_1(\omega') - 1]}{(\omega')^2 - \omega^2}, \quad (3.17)$$

kde P značí hlavnú hodnotu integrálu. Ak dosadíme do výrazu pre rovinnú vlnu (3.7) za komplexný vlnový vektor jeho vyjadrenie pomocou komplexného indexu lomu z rovnice (3.11) rozpadne sa nám exponenciála na dva členy. Jeden člen exponenciály popisuje šírenie vlny v látke s indexom lomu n a druhý popisuje útlm amplitúdy pri vnikaní svetla do absorbujúcej látky. Tu môžeme definovať *koeficient absorpcie* α [5]

$$\alpha_A = -\frac{1}{I} \frac{dI}{dr}, \quad (3.18)$$

z čoho po prevedení derivácie dostávame

$$\alpha_A = 2 \frac{\omega k}{c} = \frac{4\pi k}{\lambda}. \quad (3.19)$$

Pričom λ je vlnová dĺžka svetla vo vákuu. Ďalší významný parameter je *penetračná dĺžka*, ktorá je definovaná ako vzdialenosť od povrchu, v ktorej amplitúda dopadajúcej vlny klesne na $1/e$. Z (3.19) rovno plynie

$$\delta_p = \frac{4\pi k}{\lambda}. \quad (3.20)$$

Na získanie optických konštánt ε_1 a ε_2 existuje mnoho spôsobov. Popíšeme si získanie konštánt pomocou merania reflektivity materiálu pri kolmom dopade svetla s použitím disperzných relácií. Reflektivita je, ako najdeme v [2], pri kolmom dopade daná vzťahom

$$R(\omega) = \hat{r}(\omega) \hat{r}^*(\omega), \quad (3.21)$$

kde

$$\hat{r}(\omega) = \frac{n - 1 - ik}{n + 1 - ik} = \rho(\omega) e^{i\theta(\omega)} \quad (3.22)$$

je *komplexný amplitúdový reflexný koeficient*. Vzťah pre reflektivitu teda dostaneme

$$R(\omega) = \rho^2(\omega). \quad (3.23)$$

Fáza $\theta(\omega)$ a reflektivita $R(\omega)$ sú navzájom previazané Kramers-Kronigovými reláciami [5]

$$\ln R(\omega) = \frac{2}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\theta(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' , \quad (3.24)$$

$$\theta(\omega) = -\frac{1}{2\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln \rho(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' . \quad (3.25)$$

Pomocou uvedených rovníc môžeme zo spektra reflektivity určiť optické konštanty n a k , respektíve pomocou (3.27) a (3.28) ε_1 a ε_2 .

3.1.2 Tenzor permitivity

Doteraz sme sa sústredili na skúmanie izotropnej látky, pri popise ktorej je komplexná permitivita vyjadrená ako skalárna funkcia. Predstavme si, že sa vnútorná izotropia poruší, napríklad vplyvom vonkajšieho magnetického poľa. Toto bude mať za následok rôzne optické vlastnosti v rôznych smeroch. Na popis takéhoto správania už nestačí iba skalárna funkcia, ale používa sa tzv. *tenzor komplexnej permitivity*. Táto anizotropia mení všetky materiálové veličiny na tenzory. Rovnice uvedené v predchádzajúcom odstavci zostávajú v platnosti, akurát už sa jedná o tenzorové rovnice.

V ďalšom popise sa sústredíme na tenzor permitivity. Majme obecnú látku vloženú do magnetického poľa. Toto v nej vyvolá vnútornú magnetizáciu, ktorú popíšeme pomocou vektoru *magnetizácie* \mathbf{M} . Ako je známe, vplyv magnetizácie na tenzor permitivity je malý a preto ho v kartézskej sústave môžeme rozvinúť do rady a obmedziť sa na prvých pár členov [7]

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(0)} + \left[\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial M_k} \right]_{\mathbf{M}=0} M_k + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 \varepsilon_{ij}}{\partial M_k \partial M_l} \right]_{\mathbf{M}=0} M_k M_l + \dots = \varepsilon_{ij}^{(0)} + K_{ijk} M_k + G_{ijkl} M_k M_l , \quad (3.26)$$

Použili sme značenie $\varepsilon_{ij}^{(0)} = \varepsilon_{ji}^{(0)}$ pre zložky tenzoru permitivity bez prítomnosti magnetického poľa, M_k , M_l zložky vektoru magnetizácie a K_{ijk} resp. G_{ijkl} zložky lineárneho resp. kvadratickeho magnetooptického tenzoru.

Z *Onsagerovho princípu* mikroskopickej reverzibility, ktorá požaduje súčasnú reverzibilitu času aj vonkajšieho magnetického poľa dostávame

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{M}) = \varepsilon_{ji}(-\mathbf{M}) . \quad (3.27)$$

Zo vzťahu (3.27) vyplýva pre tenzor permitivity lineárny v M_k

$$\varepsilon_{ij}^{(1)} = K_{ijk} M_k = -K_{jik} M_k = -\varepsilon_{ji}^{(1)} \quad (3.28)$$

a z toho

$$K_{iik} = 0, \quad K_{ijk} = -K_{jik}. \quad (3.29)$$

Pre kvadratický magnetooptický tenzor dostávame

$$\varepsilon_{ij}^{(2)} = G_{ijkl} M_k M_l = G_{ijkl} (-M_k) (-M_l) = \varepsilon_{ji}^{(2)}, \quad (3.30)$$

z ktorých pre jednotlivé zložky vyplýva

$$G_{ijkl} = G_{jikl} = G_{ijlk} = G_{jilk}. \quad (3.31)$$

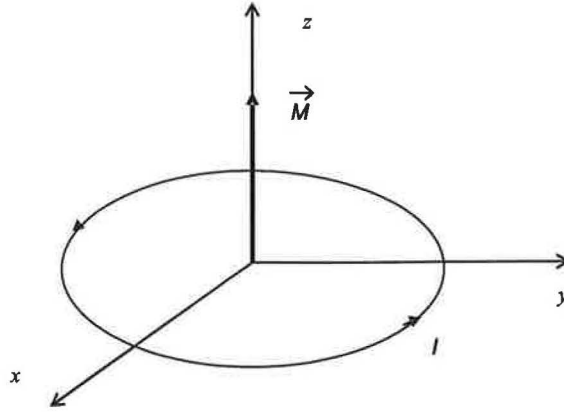
Týmto z pôvodných 27 nezávislých zložiek pre lineárny magnetooptický tenzor zostalo iba 9 nezávislých zložiek a z 81 nezávislých zložiek pre kvadratický magnetooptický tenzor 24 nezávislých zložiek.

Pri popise symetrie fyzikálnych vlastností kryštalických štruktúr sa musíme riadiť tromi princípmi [8]

- **Neumannov princíp:** Každá fyzikálna vlastnosť má symetriu rovnakú alebo vyššiu, ako je symetria bodovej grupy kryštálu.
- **Voightov princíp:** Tenzor žiadnej fyzikálnej vlastnosti sa nesmie meniť pri akejkoľvek operácii grupy symetrie kryštálu.
- **Curieov princíp:** Kryštál zmení svoju bodovú symetriu pod vplyvom vonkajšieho pôsobenia tak, že zachová iba tie prvky symetrie, ktoré sú spoločné s prvkami symetrie tohoto pôsobenia.

Vložme izotropnú látku do homogénneho magnetického poľa smerujúceho pozdĺž osi z . Vďaka tomuto poľu vznikne v látke vnútorné usporiadanie, ktoré si nesie rovnakú alebo vyššiu symetriu (**Curieov princíp**). Homogénne magnetické pole je budené prúdom sľučkou s veľkým polomerom, umiestnenou v rovine xy (Obr.3.1). Pri hľadaní symetrie magnetického poľa, hľadáme také transformácie, pri ktorých sa nezmenia fyzikálne vlastnosti vyšetřovaného systému. Sú to pootočením o ľubovoľný uhol okolo osi z a zrkadlenie rovinou xy . Tieto operácie symetrie príslušia grupe symetrie $C_{\infty h}$ [9]. Podľa **Voightova princípu** musí byť tenzor permitivity invariantný voči operáciám symetrie grupy magnetického poľa, teda voči operáciám symetrie grupy $C_{\infty h}$. Operácie symetrie môžeme vyjadriť pomocou matic otočenia a zrkadlenia [9]. Pre otočenie okolo osy z a zrkadlenie rovinou xy musí tenzor permitivity spĺňať nasledujúci vzťah

$$\varepsilon(\mathbf{M}) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 \end{bmatrix} \varepsilon(\mathbf{M}) \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$



Obrázek 3.1: Magnetizace buzená proudovou smyčkou

Tenzor permitivity, ktorý spĺňa túto podmienku je tvaru

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{M}) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ -\varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

Zrkadlenie rovinou obsahujúcou osu z zmení smer prúdu v prúdovej slučke, a tým obráti vektor magnetizácie o π . Transformáciu tenzoru permitivity môžeme previesť nasledujúcim spôsobom [3]

$$\boldsymbol{\varepsilon}(-M_z) = \begin{bmatrix} -\cos 2\beta & \sin 2\beta & 0 \\ \sin 2\beta & \cos 2\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}(M_z) \begin{bmatrix} -\cos 2\beta & \sin 2\beta & 0 \\ \sin 2\beta & \cos 2\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

Z tejto rovnice dostaneme vzťahy zväzujúce jednotlivé zložky tenzoru permitivity

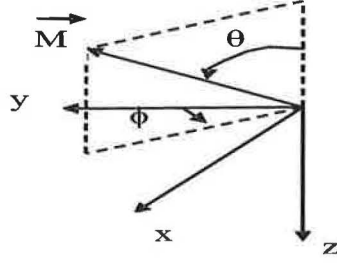
$$\varepsilon_{xx}(-M_z) = \varepsilon_{xx}(M_z), \quad (3.35)$$

$$\varepsilon_{zz}(-M_z) = \varepsilon_{zz}(M_z), \quad (3.36)$$

$$\varepsilon_{xy}(-M_z) = -\varepsilon_{xy}(M_z). \quad (3.37)$$

Rovnice (3.35), (3.36) a (3.37) ukazujú, že diagonálne zložky tenzoru sú párnymi funkciami magnetizácie, zatiaľ čo nediagonálne prvky sú nepárnymi funkciami magnetizácie. Pri nulovom magnetickom poli musia byť nediagonálne zložky nulové, čím sa dostávame späť k pôvodnej izotropnej látke.

Pre obecnú orientáciu magnetizácie vyjadrenú v polárnych súradniciach (Obr.3.2) mô-



Obrázek 3.2: Obecná orientácia vektoru magnetizácie

žeme vyjadriť tenzor permitivity v tvare [7]

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \cos \theta_M & \varepsilon_{xy} \sin \theta_M \cos \phi_M \\ -\varepsilon_{xy} \cos \theta_M & \varepsilon_{xx} & -\varepsilon_{xy} \sin \theta_M \sin \phi_M \\ -\varepsilon_{xy} \sin \theta_M \cos \phi_M & \varepsilon_{xy} \sin \theta_M \sin \phi_M & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}. \quad (3.38)$$

Pre rozhranie kolmé na osu z a rovinu dopadu kolmú na osu x môžeme z (3.38) vyjadriť tenzor permitivity pre látku v longitudinálnom magnetickom poli, teda vektor magnetizácie je v rovine vzorky ($\theta_M = \pi$ a $\phi_M = 0$). Tenzor permitivity má pri longitudinálnom smere magnetizácie tvar

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{M}) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & \varepsilon_{xy} \\ 0 & \varepsilon_{xx} & 0 \\ -\varepsilon_{xy} & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}. \quad (3.39)$$

3.2 Mikroskopický popis

3.2.1 Lorentzov klasický model

Jedným z najjednoduchších modelov na mikroskopický popis látky je Lorentzov klasický model. Popisuje elektromagnetickú interakciu klasickej nabitej častice viazanej elasticky a izotropne v magnetickom poli, nezávislom na súradnici a čase. Hamiltonián takéhoto systému bude mať tvar [7]

$$H(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{1}{2m} [\mathbf{p} - e\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)]^2 + eU(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}), \quad (3.40)$$

kde m , e , \mathbf{r} a \mathbf{p} sú za sebou v poradí hmotnosť, náboj, polohový vektor a impuls častice, $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ a $U(\mathbf{r}, t)$ sú vektorový a skalárny potenciál elektromagnetického poľa. Im odpovedajúce elektrické a magnetické polia sa vypočítajú zo vzťahov [4]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla U(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t), \quad (3.41)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t). \quad (3.42)$$

Ďalej volíme kalibráciu elektromagnetického poľa tak, aby $U(\mathbf{r}, t) = 0$. Potenciál $V(\mathbf{r}, t)$ je centrálny s parabolickým profilom

$$V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2}m\omega_0^2 r^2. \quad (3.43)$$

Pomocou Hamiltonových rovníc

$$\frac{\partial q_i}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad (3.44)$$

$$\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i}, \quad (3.45)$$

a zavedením fenomenologického tlmiaceho členu

$$\Gamma \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \tau^{-1} \quad (3.46)$$

dostaneme pohybové rovnice pre tento systém

$$m \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} + m\Gamma \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + m\omega_0^2 \mathbf{r} - e \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \times \mathbf{B} = eE_0 e^{i\omega t}. \quad (3.47)$$

Zvoľme orientáciu magnetického poľa v smere osi z a jej veľkosť B_z . Dosadením do rovnice (3.47) a rozpísaním do jednotlivých kartézskych zložiek dostávame tri rovnice tvaru

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \Gamma \frac{\partial x}{\partial t} + \omega_0^2 x - \omega_c \frac{\partial y}{\partial t} = E_{0x} \frac{e}{m} e^{i\omega t}, \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \Gamma \frac{\partial y}{\partial t} + \omega_0^2 y + \omega_c \frac{\partial x}{\partial t} = E_{0y} \frac{e}{m} e^{i\omega t}, \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + \Gamma \frac{\partial z}{\partial t} + \omega_0^2 z = E_{0z} \frac{e}{m} e^{i\omega t}. \quad (3.50)$$

Ako vidieť, magnetické pole nám neovplyvňuje z -ovú zložku, ale zväzuje x -ovú a y -ovú zložku pohybového vektora. V rovniciach sme zaviedli tzv. *cyklotronovú frekvenciu* vzťahom

$$\omega_c = -\frac{eB_z}{m}. \quad (3.51)$$

Začneme riešiť najjednoduchšiu z rovníc, tzn. rovnicu bez magnetického poľa (3.50). Predpokladajme riešenie v tvare

$$z = z_0 e^{i\omega t}. \quad (3.52)$$

Dosadením dostávame výraz

$$z = \frac{\frac{eE_{0z}e^{i\omega t}}{m}}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\omega\Gamma} . \quad (3.53)$$

S uvážením základných materiálových vzťahov pre *dipólový moment* \mathbf{P} , *vonkajšie elektrické pole* \mathbf{E} a *tenzor susceptibility* χ [3]

$$\mathbf{P} = Ne\mathbf{r} = \varepsilon_0\chi\mathbf{E} \quad (3.54)$$

a

$$\varepsilon_{ij} = \chi_{ij} + \delta_{ij} = \frac{Ne}{\varepsilon_0} \frac{\partial r_i}{\partial E_j} + \delta_{ij} , \quad (3.55)$$

kde N je počet nabitých častíc v objemovej jednotke, môžeme dopočítať z (3.53)

$$\varepsilon_{zz} = 1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\Gamma\omega} = 1 + \omega_p^2 \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\Gamma\omega} . \quad (3.56)$$

Dostali sme známy vzťah pre popis izotropnej absorbujúcej látky, kde ω_p značí frekvenciu plazmových kmitov. Rovnice (3.48) a (3.49), navzájom previazané, zahŕňajúce v sebe pôsobenie magnetického poľa. Týmto vyjadrujú špecifickú optickú anizotropiu. Dostávame pomocou nich nasledujúce tenzorové elementy

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = 1 + \omega_p^2 \frac{\omega_0^2 - \omega^2 + i\Gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2 + i\Gamma\omega)^2 - \omega_c^2\omega^2} , \quad (3.57)$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \omega_p^2 \frac{i\omega\omega_c}{(\omega_0^2 - \omega^2 + i\Gamma\omega)^2 - \omega_c^2\omega^2} , \quad (3.58)$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = 0 . \quad (3.59)$$

Prvky tenzoru sú v súlade s predchádzajúcim tvarom, ktorý sme dostali makroskopickým pohľadom na problém. Pre ω_c blížiac sa k nule, zoslabujúce magnetické pole, sa mimo-diagonálne členy vynulujú a diagonálne sa stotožnia s ε_{zz} , dostávame pôvodnú izotropnú látku. Ak položíme $\omega_0 = 0$, čo zodpovedá voľným elektrónom, ktoré niesu viazané k atómom žiadnym potenciálom, napr. voľné elektróny v kove, dostávame tzv. *Drudeho model*.

3.2.2 Polokvantový model

Základom polokvantového modelu je interakcia klasickej elektromagnetickej vlny s kvantovým systémom. V tejto kapitole sa zameriame na nerelativistický model v jednoelektrónovom priblížení, zahŕňajúci elektrónový spin a spin-orbitálnu interakciu, ktoré sú veľmi dôležité pre porozumenie magnetooptických spektier. Vysvetlenie interakcie elektromag-

netickej vlny s atomárnym systémom môžeme nájsť v [10]. Použitie poloklasického modelu na vysvetlenie Farradayovho efektu v magnetických médiach najdeme v práci Shena [11]. Poloklasický model bol použitý tiež v práci Wittekoeka [12]. Dôležité pre interpretáciu je voľba vhodného kvantového systému, ktorý reálne popíše kryštálové pole. U dielektrík (v kryštáloch s prevážne iónovou väzbou) sa často používa metóda kryštálového poľa [13], v ktorej sa reálny kryštál nahradí mnohostenom tvoreným aniontami, v ktorého strede leží magnetický ión. V kryštáloch spinelu sa vyskytujú oktaedry aj tetraedry. Pre naše účely sú zaujímavé kyslíkové oktaedry a tetraedry.

Cieľom tejto kapitoly bude stanoviť *tenzor zobecnenej susceptibility* sústavy elektrónov v potenciálovom poli jadier, za pôsobenia kryštálového poľa a statického magnetického poľa. Vplyv výmenného poľa pôsobiaceho medzi spinmi elektrónov, lokalizovaných pri susedných katiónoch, uvážime fenomenologicky pomocou *výmenného poľa*. O tomto poli budeme predpokladať, že pôsobí len na spinové magnetické momenty a nezávisí ani na čase, ani na súradniciach. Celý systém je v elektrostatickom poli popísaným potenciálom $V(\mathbf{R})$, ktorý v sebe zahŕňa dominujúcu guľovo-symetrickú Culombovskú zložku, kubické kryštálové pole, a popríklad polia nižšej symetrie. Celkový Hamiltonián tohoto systému môžeme potom zapísať ako

$$H = \frac{1}{2m} [\mathbf{P} - q\mathbf{A}(\mathbf{R}, t)]^2 + V(\mathbf{R}) + qU(\mathbf{R}, t) - \frac{q}{m} \mathbf{S} \cdot \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{R}, t) + (2m^2c^2)^{-1} \mathbf{S} \times \nabla V(\mathbf{R}) \cdot [\mathbf{P} - q\mathbf{A}(\mathbf{R}, t)] , \quad (3.60)$$

kde \mathbf{R} a \mathbf{P} sú vektorové operátory súradnice a impulzu elektrónu, \mathbf{S} je vektorový operátor spinu s kartézskymi zložkami v dvojdimenzionálnom priestore elektrónových stavov

$|\alpha\rangle, |\beta\rangle$ a má tvar

$$S_x = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, S_y = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, S_z = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.61)$$

Tu sme \hbar označili Planckovu konštantu. Vektorový potenciál $\mathbf{A}(\mathbf{R}, t)$ sa skladá z troch častí

$$\mathbf{A}(\mathbf{R}, t) = \mathbf{A}_0(\mathbf{R}) + \mathbf{A}_{ex}(\mathbf{R}) + \mathbf{A}_1(\mathbf{R}, t) , \quad (3.62)$$

kde

$$\mathbf{A}_0(\mathbf{R}) = -\frac{1}{2} \mathbf{R} \times \mathbf{B}_0 \quad (3.63)$$

a

$$\mathbf{A}_{ex}(\mathbf{R}) = -\frac{1}{2} \mathbf{R} \times \mathbf{B}_{ex} \quad (3.64)$$

sú vektorové potenciály vonkajšieho magnetického poľa $\mathbf{A}_0(\mathbf{R})$, efektívneho výmenného magnetického poľa $\mathbf{A}_{ex}(\mathbf{R})$ a reálny vektorový potenciál elektromagnetickej vlny s obecnou eliptickou polarizáciou $\mathbf{A}_1(\mathbf{R}, t)$. Zvolíme kalibráciu elektromagnetického poľa tak,

aby $U(\mathbf{R}, t) = 0$ a zanedbáme vplyv anizotropie kryštálového poľa na spin-orbitálnu väzbu.

Celý Hamiltonián (3.60) môžeme napísať ako superpozíciu dvoch častí, jednej popisujúcej systém bez pôsobenia elektromagnetickej vlny H_0 a zvyšku popisujúceho pôsobenie elektromagnetickej vlny na systém

$$H = H_0 + H_1, \quad (3.65)$$

pričom

$$H_0 = \frac{1}{2m}(\mathbf{P} - q\mathbf{A}_0)^2 + V(\mathbf{R}) - \frac{q}{m}\mathbf{S} \cdot \nabla \times (\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_{ex}) + \frac{1}{2m^2c^2} [\mathbf{S} \times \nabla V(\mathbf{R})] \cdot (\mathbf{P} - q\mathbf{A}_0). \quad (3.66)$$

Pre neinterakčný Hamiltonián H_0 dostávame vlastné hodnoty (energie) E_a a vlastné funkcie $|u_a\rangle$, splňujúce

$$H_0|u_a\rangle = E_a|u_a\rangle. \quad (3.67)$$

Poruchový Hamiltonián H_1 obsahuje teda všetky členy popisujúce interakciu s elektromagnetickou vlnou a má tvar

$$H_1 = -\frac{1}{2m}q[\mathbf{A}_1 \cdot (\mathbf{P} - q\mathbf{A}_0) + (\mathbf{P} - q\mathbf{A}_0) \cdot \mathbf{A}_1] - \frac{q}{2m^2c^2} [\mathbf{S} \times \nabla V(\mathbf{R})] \cdot \mathbf{A}_1 + \frac{q^2}{2m}\mathbf{A}_1^2. \quad (3.68)$$

Ďalší postup podrobnejšie nájdeme v [14], kde pomocou formalizmu matice hustoty, definície zobecneného tenzoru susceptibility a operátora prúdovej hustoty dostávame tvar tenzoru zobecnenej susceptibility. Ak označíme N , počet nezávislých systémov v objemovej jednotke a zahrnieme dipólovú aproximáciu, zjednoduší sa vyjadrenie tenzoru susceptibility na tvar

$$\chi_{ij}^{ED}(\omega) = \sum_{a,b} \frac{Nq^2\rho_{aa}\omega_{ba}(\omega + i\gamma_{ba})}{2\varepsilon_{vac}\hbar\omega^2} \left[\frac{\langle u_a|X_i|u_b\rangle\langle u_b|X_j|u_a\rangle}{\omega_{ba} - \omega - i\gamma_{ba}} - \frac{\langle u_a|X_i|u_b\rangle\langle u_b|X_j|u_a\rangle}{\omega_{ba} + \omega + i\gamma_{ba}} \right], \quad (3.69)$$

kde ρ_{aa} je pravdepodobnosť obsadenia stavu $|u_a\rangle$, $\omega_{ba} = \omega_b - \omega_a$, X_i, X_j sú kartézské zložky operátora \mathbf{R} a $\gamma_{ba} = \gamma_{ab}$ je relaxačná konštanta.

Tenzor (3.69) je vlastne superpozíciou výrazov

$$\chi_{ij}(\omega, u_a \rightarrow u_b) \sim \frac{\rho_{aa}\omega_{ba}(\omega + i\gamma_{ba})}{\omega^2} \left[\frac{\langle u_a|X_i|u_b\rangle\langle u_b|X_j|u_a\rangle}{\omega_{ba} - \omega - i\gamma_{ba}} - \frac{\langle u_a|X_i|u_b\rangle\langle u_b|X_j|u_a\rangle}{\omega_{ba} + \omega + i\gamma_{ba}} \right]. \quad (3.70)$$

Táto zložka zodpovedá príspevku od elektrónového prechodu zo stavu $|u_a\rangle$ do stavu $|u_b\rangle$,

pričom platí, ako najdene aj v [14]

$$\chi_{ij}(\omega, u_a \rightarrow u_b) = -\chi_{ij}(\omega, U_b \rightarrow u_a) . \quad (3.71)$$

Ak $i = j$ zodpovedá spektrum komplexnej zložky χ_{ij} klasickej Lorentzovskej rezonančnej čiare.

Kapitola 4

Elektromagnetická teória vln v magnetických vrstvách a multivrstvách

Elektromagnetická vlna sa v anizotropnom prostredí nemôže šíriť voľne, ale iba v určitých polarizáciach, tzv. *vlastných módoch*, ktorým prislúchajú *vlastné indexy lomu*. Tieto si v tejto kapitole odvodíme pre pole šíriace sa obecným anizotropným prostredím a špeciálne pre látku s indukovanou magnetizáciou. Ukážeme si, ako pomocou Yehovho formalizmu spočítame magnetooptickú odozvu v prostredí so skokovou zmenou tenzoru permitivity, tzv. *multivrstevnatom prostredí*.

4.1 Vlnová rovnica v anizotropnom prostredí

Odvodenie vlnovej rovnice sme predviedli v tretej kapitole. Vychádzali sme z Maxwellových rovníc, ktoré si teraz napíšeme pre nevodivé prostredie

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \quad (4.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0, \quad (4.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad (4.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (4.4)$$

a zahrnieme materiálové vzťahy

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad (4.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}. \quad (4.6)$$

Pre ďalšie výpočty si pripomenieme definíciu komplexného indexu lomu \hat{N} z predchádzajúcej kapitoly (3.10). Ak tomuto priradíme smer vektoru šírenia dostaneme

$$\hat{\mathbf{N}} = \frac{c}{\omega} \boldsymbol{\gamma} = (N_x \hat{\mathbf{x}} + N_y \hat{\mathbf{y}} + N_z \hat{\mathbf{z}}). \quad (4.7)$$

Pri nekonečnej rovinnej monochromatickej elektromagnetickej vlne

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp[i(\omega t - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{r})], \quad (4.8)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \exp[i(\omega t - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{r})]. \quad (4.9)$$

získame z Maxwellových rovníc vzájomný vzťah medzi elektrickou a magnetickou zložkou

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c} \hat{\mathbf{N}} \times \mathbf{E}. \quad (4.10)$$

Vďaka nemu môžeme riešiť problém v anizotropnej vrstve iba pre elektrickú časť a magnetickú dopočítať pomocou (4.10).

Rovnako, ako v tretej kapitole, budeme uvažovať $\mu_r = 1$ a pre nevodivé prostredie dopočítame z (3.6) vlnovú rovnicu

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (4.11)$$

Obecné anizotropné prostredie plne popíšeme komplexným tenzorom permitivity, kde jednotlivé zložky sú komplexné čísla

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

Kedže uvažujeme obecný tenzor permitivity môžeme, bez ujmy na obecnosti, položiť $N_x = 0$. Dosadením (4.8), (4.7) a (4.12) do vlnovej rovnice (4.11) dostaneme tri rovnice pre jednotlivé zložky elektrického vektoru, ktoré v maticovej formulácii zapíšeme v tvare

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} - N_y^2 - N_z^2 & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} - N_z^2 & \varepsilon_{yz} + N_y N_z \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} + N_y N_z & \varepsilon_{zz} - N_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0. \quad (4.13)$$

Pre získanie netriviálneho riešenia tejto sústavy rovníc musí byť determinant matice koeficientov rovný nule. Dostávame sa k charakteristickej rovnici, z ktorej môžeme pre pevne

dané N_y dopočítať vlastné hodnoty pre indexov lomov

$$\begin{aligned}
 & N_z^4 \varepsilon_{zz} + N_z^3 [N_y (\varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zy})] - \\
 & N_z^2 [\varepsilon_{yy} (\varepsilon_{zz} - N_y^2) + \varepsilon_{zz} (\varepsilon_{xx} - N_y^2) - \varepsilon_{xz} \varepsilon_{zx} - \varepsilon_{yz} \varepsilon_{zy}] - \\
 & N_z [(\varepsilon_{xx} - N_y^2) (\varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zy}) - \varepsilon_{xy} \varepsilon_{zx} - \varepsilon_{yx} \varepsilon_{xz}] N_y + \\
 & \varepsilon_{yy} [(\varepsilon_{xx} - N_y^2) (\varepsilon_{zz} - N_y^2) - \varepsilon_{xz} \varepsilon_{zx}] - \\
 & \varepsilon_{xy} \varepsilon_{yx} (\varepsilon_{zz} - N_y^2) - \varepsilon_{yz} \varepsilon_{zy} (\varepsilon_{xx} - N_y^2) + \varepsilon_{xy} \varepsilon_{zx} \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{yx} \varepsilon_{xz} \varepsilon_{zy} = 0.
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Pre tieto štyri vlastné hodnoty indexu lomu dopočítame vlastné polarizácie [15]

$$\mathbf{e}_j = \begin{bmatrix} -\varepsilon_{xy} (\varepsilon_{zz} - N_y^2) + \varepsilon_{xz} (\varepsilon_{zy} + N_y N_{zj}) \\ (\varepsilon_{zz} - N_y^2) (\varepsilon_{xx} - N_y^2 - N_{zj}^2) - \varepsilon_{xz} \varepsilon_{zx} \\ -(\varepsilon_{xx} - N_y^2 - N_{zj}^2) (\varepsilon_{zy} + N_y N_{zj}) + \varepsilon_{zx} \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

Svetlo sa teda v látke môže šíriť iba týmito štyrmi módami s prislúchajúcimi indexami lomov. Celkové pole v látke potom dostávame ako superpozíciu týchto štyroch módov s príslušnými amplitúdovými koeficientami

$$\mathbf{E} = \sum_{j=1}^4 E_{0j} \mathbf{e}_j \exp \left[i \left(\omega t - \frac{\omega}{c} \hat{\mathbf{N}}_j \cdot \mathbf{r} \right) \right]. \tag{4.16}$$

Pre popis magnetického poľa vo vrstve použijeme vzťah (4.10) a z (4.16) dostaneme

$$c\mathbf{B} = \sum_{j=1}^4 E_{0j} \mathbf{b}_j \exp \left[i \left(\omega t - \frac{\omega}{c} \hat{\mathbf{N}}_j \cdot \mathbf{r} \right) \right], \tag{4.17}$$

kde vlastné vektory \mathbf{b}_j sú definované vzťahom

$$\mathbf{b}_j = (N_y \hat{\mathbf{y}} + N_{zj} \hat{\mathbf{z}}) \times \mathbf{e}_j. \tag{4.18}$$

Ako si ďalej ukážeme, charakteristická rovnica (4.14) sa v určitých situáciach môže výrazne zjednodušiť.

4.2 Anizotropia ako dôsledok vnútorného usporiadania vplyvom vonkajšieho magnetického poľa

Ak vložíme opticky izotropné médium do magnetického poľa, indukuje toto vnútornú anizotropiu popísanú (3.38). Po dosadení tenzoru permitivity tohoto tvaru, vidíme, že nám z charakteristickej rovnice vypadnú členy úmerné N_z^3 . Ďalšie zjednodušenie, ktoré si

popíšeme podrobne, nastáva, keď vektor magnetizácie je rovnobežný so smerom šírenia alebo kolmý na tento smer. Vtedy vypadnú členy úmerné N_z a rovnica (4.14) sa stáva bikvadratickou. Ukážeme si konkrétne riešenia tejto rovnice pre danú hodnotu N_y . Budeme predpokladať len javy lineárne v magnetizácii.

4.2.1 Magnetizácia v osi z , kolmej na rozhranie - polárny Kerrov jav

Položením vektoru magnetizácie do osi z , sa nám vzhľadom k symetrii problému zjednoduší tvar tenzora permitivity (viď tretia kapitola). Pre tenzor a pre jeho zložky zavedieme nové a často používané značenie, takže dostaneme konečný tvar

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & -i\epsilon_2 & 0 \\ i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_1 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Po dosadení tvaru tenzora permitivity (4.19) do vlnovej rovnice získame bikvadratickú charakteristickú rovnicu

$$N_z^4 \epsilon_1 - 2N_z^2 \epsilon_1 (\epsilon_1 - N_y^2) + (\epsilon_1 - N_y^2) [\epsilon_1 (\epsilon_1 - N_y^2) - \epsilon_2^2] = 0. \quad (4.20)$$

Pre kvadrát riešení tejto rovnice dopočítame

$$N_{z\pm}^2 = (\epsilon_1 - N_y^2) \pm \epsilon_2 \sqrt{\frac{\epsilon_1 - N_y^2}{\epsilon_1}}. \quad (4.21)$$

Za podmienky $\Re(N_{z\pm}) \geq 0$, ktorá vyjadruje, že reálny index lomu látky musí byť nezáporný, dostaneme hľadané štyri riešenia rovnice (4.20), ktoré nám udávajú vlastné hodnoty indexu lomu

$$N_{z1} = N_{z+}, N_{z2} = -N_{z+}, N_{z3} = N_{z-}, N_{z4} = -N_{z-}, \quad (4.22)$$

kde

$$N_{z\pm} = \sqrt{(\epsilon_1 - N_y^2) \pm \frac{\epsilon_2 (\epsilon_1 - N_y^2)}{\sqrt{\epsilon_1 (\epsilon_1 - N_y^2)}}}. \quad (4.23)$$

K nim prislúchajúce vlastné módy majú tvar

$$\mathbf{e}_j = \begin{bmatrix} -i\epsilon_2 (\epsilon_1 - N_y^2) \\ -(\epsilon_1 - N_y^2) (\epsilon_1 - N_y^2 - N_{zj}^2) \\ N_y N_{zj} (\epsilon_1 - N_y^2 - N_{zj}^2) \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Polárny Kerrov jav pri kolmom dopade

Zvoľme vektor šírenia v smere osi z , tzv. *kolmý dopad*. V tomto prípade je $N_y = 0$ a z rovníc (4.22) a (4.23) dostaneme

$$N_{z\pm}^2 = \varepsilon_1 \pm \varepsilon_2, \quad (4.25)$$

$$N_{z+} = \sqrt{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}, N_{z-} = \sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}. \quad (4.26)$$

$$N_{z1} = N_{z+}, N_{z2} = -N_{z+}, N_{z3} = N_{z-}, N_{z4} = -N_{z-}, \quad (4.27)$$

Z vlastných modov, pri uvážení $N_y = 0$, dostaneme štyri kruhovo polarizované stavy, pričom dva sú vždy zviazané rovnakým indexom lomu a navzájom sa šíria opačnými smermi

$$\mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}, \mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}, \mathbf{e}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}, \mathbf{e}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}. \quad (4.28)$$

V predchádzajúcej kapitole sme si odvodili vzťahy medzi reálnou a imaginárnou časťou komplexného indexu lomu a zložkami tenzoru permitivity (viď (3.27) a (3.28)). Keď si tieto rozpíšeme na reálnu a imaginárnu časť

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^{re} - i\varepsilon_1^{im}, \quad (4.29)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_2^{re} - i\varepsilon_2^{im}, \quad (4.30)$$

prejdú vzťahy (3.27) a (3.28) na tvar

$$n_{\pm}^2 = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(\varepsilon_1^{re} \pm \varepsilon_2^{re})^2 + (\varepsilon_1^{im} \pm \varepsilon_2^{im})^2} + (\varepsilon_1^{re} \pm \varepsilon_2^{re}) \right], \quad (4.31)$$

$$k_{\pm}^2 = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(\varepsilon_1^{re} \pm \varepsilon_2^{re})^2 + (\varepsilon_1^{im} \pm \varepsilon_2^{im})^2} - (\varepsilon_1^{re} \pm \varepsilon_2^{re}) \right]. \quad (4.32)$$

Tieto vyjadrenia sú však značne komplikované. Pre zjednodušenie sa používa približné vyjadrenie N_{\pm} pomocou indexu lomu izotropnej látky N a zmeny vyvolanej magnetickým usporiadaním ΔN , čím sa výrazy (4.31) a (4.32) linearizujú

$$N_{\pm} \approx N \pm \Delta N. \quad (4.33)$$

Pomocou (4.25) môžeme vyjadriť zložky tenzoru permitivity v týchto nových premenných

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2} (N_+^2 + N_-^2), \quad (4.34)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2} (N_+^2 - N_-^2). \quad (4.35)$$

Užitím identity $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$ na rovnicu (4.35) spolu s uvážením (4.33) dostávame

$$\Delta N \approx \frac{N_+^2 - N_-^2}{4N}. \quad (4.36)$$

Dosadením (4.35) a približným vyjadrením komplexného indexu lomu [2] $N \approx \sqrt{\varepsilon_1}$ získame dôležitý vzťah medzi zmenou indexu lomu pri magnetickom usporiadaní a jednotlivými členmi tenzorom permitivity

$$\Delta N \approx \frac{\varepsilon_2}{2\sqrt{\varepsilon_1}} = \frac{i\varepsilon_{xy}}{2\sqrt{\varepsilon_{xx}}}. \quad (4.37)$$

4.2.2 Magnetizácia kolmo k osi z a v rovine dopadu - longitudinálny Kerrov jav

Tenzor popisujúci izotropnú latku s vektorom magnetizácie kolmo k osi z sme si ukázali v tretej kapitole. Použitím rovnakého značenia ako v predchádzajúcom odstavci dostaneme

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & -i\varepsilon_2 \\ 0 & \varepsilon_1 & 0 \\ i\varepsilon_2 & 0 & \varepsilon_1 \end{bmatrix}. \quad (4.38)$$

Dosadením do vlnovej rovnice a spočítaním determinantu, určíme charakteristickú rovnicu, ktorá je podľa očakávania bikvadratická

$$N_z^4 - N_z^2 \left[2(\varepsilon_1 - N_y^2) - \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1} \right] + (\varepsilon_1 - N_y^2)^2 - \varepsilon_2^2 = 0. \quad (4.39)$$

Kvadrát vlastných hodnôt komplexných indexov lomov je z nej vyjadrený ako

$$N_{z\pm}^2 = \varepsilon_1 - N_y^2 - \frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1} \left[\pm \sqrt{4\varepsilon_1 N_y^2 + \varepsilon_2^2} - \varepsilon_2 \right]. \quad (4.40)$$

S uvážením, že reálny index lomu musí byť kladné číslo dopočítame samotné hodnoty a dostaneme

$$N_{z1} = N_{z+}, N_{z2} = -N_{z+}, N_{z3} = N_{z-}, N_{z4} = -N_{z-}. \quad (4.41)$$

Pre tieto hodnoty máme z vlnovej rovnice vlastné polarizácie v tvare

$$\mathbf{e}_j = \begin{bmatrix} -i\varepsilon_2 N_y N_{zj} \\ (\varepsilon_1 - N_y^2)(\varepsilon_1 - N_y^2 - N_{zj}^2) - \varepsilon_2^2 \\ -N_y N_{zj}(\varepsilon_1 - N_y^2 - N_{zj}^2) \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

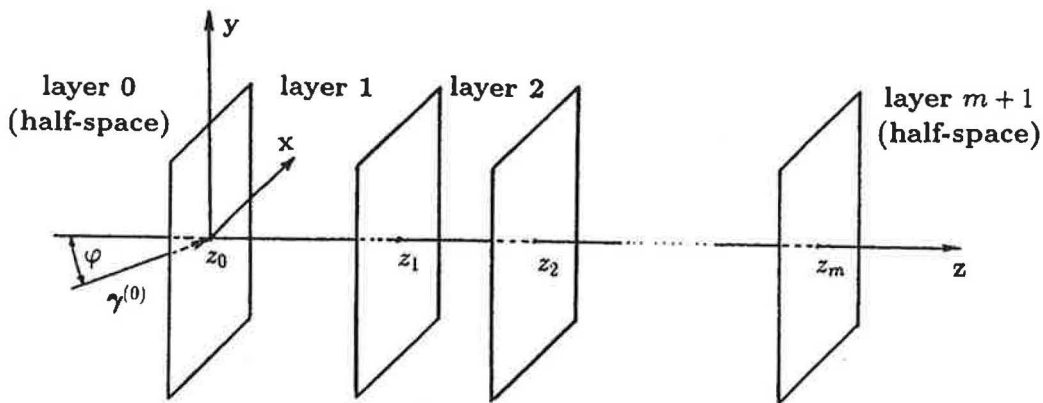
4.3 Multivrstevnatá magnetická štruktúra

Výpočet magnetooptickej odozvy v multivrstevnatej štruktúre rozdelíme do niekoľkých krokov

- výpočet polí v jednoduchej anizotropnej vrstve
- podmienky spojitosti rovnobežných zložiek magnetických a elektrických polí k rozhraniu dvoch vrstiev
- prevedenie problému do maticového, Yehovho formalizmu

4.3.1 Okrajové podmienky a Yehov formalizmus

Majme vrstevnatú štruktúru, ako je na obrázku (4.1). Každá z vrstiev je popísaná komplexným tenzorom susceptibility ϵ_n . Celkovo je štruktúra popísaná jedným tenzorom $\epsilon(z)$, ktorý má skokový charakter, t.j. predpokladáme ostré rozhrania medzi jednotlivými vrstvami.



Obrázek 4.1: Vrstvenatá štruktúra.

V predchádzajúcom odstavci sme si odvodili, ako vyzerajú elektrické a magnetické polia v anizotropnej vrstve. Tieto vzniknú superpozíciou štyroch vlastných módov šíriacich sa so štyrmi vlastnými vektormi šírenia, ktorým prislúchajú jednotlivé zložky komplexného indexu lomu N_{zj} . Pre n -tú vrstvu máme

$$\mathbf{E}^{(n)} = \sum_{j=1}^4 E_{0j}^{(n)} \mathbf{e}_j^{(n)} \exp \left[i\omega t - i\frac{\omega}{c} \left(N_y y + N_{zj}^{(n)} (z - z_n) \right) \right] \quad (4.43)$$

a pre magnetické pole

$$c\mathbf{B}^{(n)} = \sum_{j=1}^4 E_{0j}^{(n)} \mathbf{b}_j^{(n)} \exp \left[i\omega t - i\frac{\omega}{c} \left(N_y y + N_{zj}^{(n)} (z - z_n) \right) \right], \quad (4.44)$$

kde $E_{0j}^{(n)}$ sú amplitúdy vlastných módov v n -tej vrstve. Zložka redukovaného vlnového vektora N_y nemá označenie vrstvy, keďže táto podlieha Snellovmu zákonu a zostáva konštantná v celej štruktúre. Pri šírení elektromagnetickej vlny cez rozhranie n -tej a $(n-1)$ -vej vrstvy musíme uvážiť spojitosť rovnobežných zložiek polí na rozhraniach (Obr.4.2), tzn. x -ovej a y -ovej komponenty elektrického a magnetického poľa. Tieto okrajové podmienky spájajú polia v n -tej a $(n-1)$ -vej vrstve

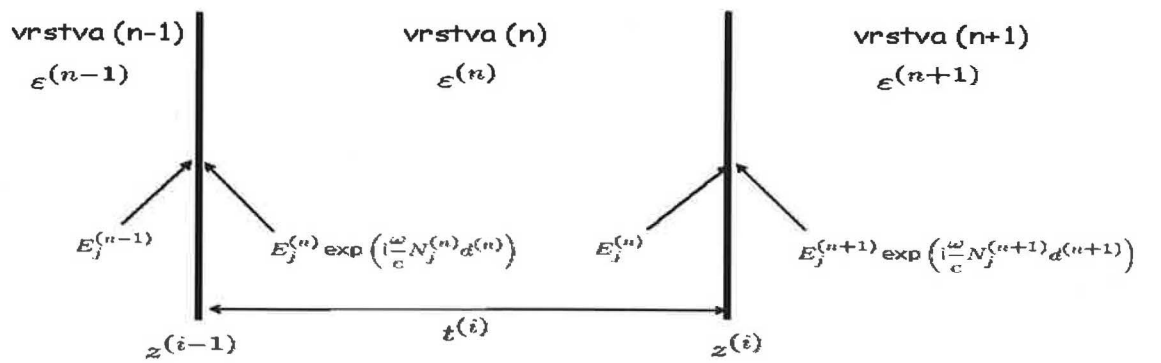
$$\sum_{j=1}^4 E_{0j}^{(n-1)} \mathbf{e}_j^{(n-1)} \cdot \hat{\mathbf{x}} = \sum_{j=1}^4 E_{0j}^{(n)} \mathbf{e}_j^{(n)} \cdot \hat{\mathbf{x}} \exp \left(i\frac{\omega}{c} N_{zj}^{(n)} t_n \right), \quad (4.45)$$

$$\sum_{j=1}^4 E_{0j}^{(n-1)} \mathbf{e}_j^{(n-1)} \cdot \hat{\mathbf{y}} = \sum_{j=1}^4 E_{0j}^{(n)} \mathbf{e}_j^{(n)} \cdot \hat{\mathbf{y}} \exp \left(i\frac{\omega}{c} N_{zj}^{(n)} t_n \right), \quad (4.46)$$

$$\sum_{j=1}^4 E_{0j}^{(n-1)} \mathbf{b}_j^{(n-1)} \cdot \hat{\mathbf{x}} = \sum_{j=1}^4 E_{0j}^{(n)} \mathbf{b}_j^{(n)} \cdot \hat{\mathbf{x}} \exp \left(i\frac{\omega}{c} N_{zj}^{(n)} t_n \right), \quad (4.47)$$

$$\sum_{j=1}^4 E_{0j}^{(n-1)} \mathbf{b}_j^{(n-1)} \cdot \hat{\mathbf{y}} = \sum_{j=1}^4 E_{0j}^{(n)} \mathbf{b}_j^{(n)} \cdot \hat{\mathbf{y}} \exp \left(i\frac{\omega}{c} N_{zj}^{(n)} t_n \right), \quad (4.48)$$

kde t_n vyjadruje hrúbku n -tej vrstvy.



Obrázek 4.2: Okrajové podmienky.

Tieto štyri rovnice môžeme prepísať do maticovej formy

$$\mathbf{D}^{(n-1)} \mathbf{E}_0^{(n-1)} = \mathbf{D}^{(n)} \mathbf{P}^{(n)} \mathbf{E}_0^{(n)}, \quad (4.49)$$

čo nám delí problém na časť zodpovedajúcu šíreniu sa vlny vo vrstve a časť popisujúcu dynamiku prechodu vln cez rozhranie. Štvorzložkový vektor $\mathbf{E}_0^{(n)}$ vyjadruje amplitúdy vlastných polarizácií polí. *Propagačná matica* $\mathbf{P}^{(n)}$ zodpovedajúca za šírenie polí vo vrstve má tvar

$$P_{ij}^{(n)} = \delta_{ij} \exp\left(i \frac{\omega}{c} N_{zj} t_n\right), \quad (4.50)$$

kde δ_{ij} Kroneckerovo delta. Matica charakterizujúca prechod rozhraním sa nazýva *dynamická matica* a je daná vzťahmi

$$D_{1j}^{(n)} = \mathbf{e}_j^{(n)} \cdot \hat{\mathbf{x}}, \quad (4.51)$$

$$D_{2j}^{(n)} = \mathbf{b}_j^{(n)} \cdot \hat{\mathbf{y}}, \quad (4.52)$$

$$D_{3j}^{(n)} = \mathbf{e}_j^{(n)} \cdot \hat{\mathbf{y}}, \quad (4.53)$$

$$D_{4j}^{(n)} = \mathbf{b}_j^{(n)} \cdot \hat{\mathbf{x}}. \quad (4.54)$$

Z rovnice (4.49) tak môžeme vyjadriť pole v $(n - 1)$ -vej vrstve tesne u rozhrania s n -tou vrstvou a pole v n -tej vrstve tesne u rozhrania s $(n + 1)$ -vou vrstvou.

$$\mathbf{E}_0^{(n-1)} = \left(\mathbf{D}^{(n-1)}\right)^{-1} \mathbf{D}^{(n)} \mathbf{P}^{(n)} \mathbf{E}_0^{(n)} = \mathbf{T}_{n-1,n} \mathbf{E}_0^{(n)}. \quad (4.55)$$

Takto sme charakterizovali zmenu poľa v dvoch vrstvách, pri prechode cez ich rozhranie, jednou maticou, tzv. *prenosovou maticou* \mathbf{T} . Tento postup môžeme aplikovať postupne na všetky rozhrania štruktúry a dostať tak priamy vzťah medzi poľom pred štruktúrou (nultá vrstva) a poľom za štruktúrou ($(m + 1)$ -vá vrstva)

$$\mathbf{E}_0^{(0)} = \left(\prod_{n=1}^{m+1} \mathbf{T}_{n-1,n}\right) \mathbf{E}_0^{m+1} = \mathbf{M} \mathbf{E}_0^{(m+1)}. \quad (4.56)$$

Problém výpočtu prenosu elektromagnetickej vlny vrstevnatou štruktúrou sme previedli na zistenie *matice štruktúry* \mathbf{M} . Pre jej dopočítanie potrebujeme poznať vlastné polarizácie a vlastné indexy lomu v každej vrstve. V polpriestoroch pred a za štruktúrou, keďže tieto tvoria izotropné látky, väčšinou vákuum, sa nekladú podmienky na vlastné polarizácie, svetlo sa tam šíri bez obmedzení a tak môžeme zvoliť ako reprezentáciu ľubovoľnú sadu ortonormálnych polarizácií. Pomocou zložiek $\mathbf{E}_0^{(0)}$ a $\mathbf{E}_0^{(m+1)}$ môžeme dopočítať pomer prejdenej a dopadajúcej energie na štruktúru.

4.3.2 Vlastné módy pre izotropnú vrstvu

Ako bolo ulázané, izotropná látka je popísaná diagonálnym tenzorom permitivity, pričom platí $\varepsilon_{jj} = \varepsilon_1 = \hat{N}^2$. Po dosadení tohoto tvaru tenzoru do vlnovej rovnice, odvodennej pre obecnú anizotropnú látku (4.13), zistíme, že všetky riešenia pre vlastné polarizácie e_j sú nulové. Vzhľadom k voľnosti výberu módov, dochádza k ich degenerácii. Musíme teda hľadať iné riešenie tejto rovnice. Orientácia vlnového vektora je daná podmienkou $N_y = konst$, čo umožňuje dve orientácie vektora šírenia

$$\gamma_{1,2} = \frac{\omega}{c} [N_y \hat{\mathbf{y}} \pm Q \hat{\mathbf{z}}], \quad (4.57)$$

kde sme zaviedli konštantu Q , ktorá je definovaná vzťahom

$$Q = \sqrt{\varepsilon_1 - N_y^2} = \sqrt{\hat{N}^2 - N_y^2}. \quad (4.58)$$

Keďže izotropná látka nekladnie podmienky na voľby vlastných polarizácií, môžeme tieto zvoliť ľubovoľne. Zväčša sa volia kruhové polarizácie, alebo pre obecnjšie prípady lineárna báza polarizácií. Tabuľku týchto báz môžeme najst' napríklad v [3].

Po zvolení báze polarizácií spočítame dynamickú maticu. Táto má pre lineárnu bázu polarizácií tvar

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ Q & -Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q/\hat{N} & Q/\hat{N} \\ 0 & 0 & -\hat{N} & \hat{N} \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

Pomocou tejto dynamickej matice a jej inverzného tvaru už môžeme do Yehovho formalizmu zaradiť aj izotropné vrstvy. Toto sú napríklad polpriestor za a pred štruktúrou, alebo nemagnetická vrstva vnútri štruktúry. Pre daný uhol dopadu vlny, $\varphi^{(0)}$, na štruktúru z nultého polpriestoru vypočítame komponentu vlnového vektora N_y podľa vzťahu

$$N_y = \hat{N}^{(0)} \sin \varphi^{(0)}. \quad (4.60)$$

4.3.3 Reflexné a transmisné koeficienty

Nech na štruktúru spredu dopadá z vákuá polarizované svetlo pod uhlom $\varphi^{(0)}$. Zo zadu na štruktúru nedopadá žiadna energia, tzn. $E_{02}^{(m+1)}(z_m) = 0$ a $E_{04}^{(m+1)}(z_m) = 0$. Dosadením

do rovnice (4.56) dostávame

$$\begin{bmatrix} E_{01}^{(0)}(z_0) \\ E_{02}^{(0)}(z_0) \\ E_{03}^{(0)}(z_0) \\ E_{04}^{(0)}(z_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{12} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{13} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{14} & M_{34} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{01}^{(m+1)}(z_m) \\ 0 \\ E_{03}^{(m+1)}(z_m) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

Z tejto rovnice, spájajúcej dopadajúce polarizované svetlo s prechádzajúcim, môžeme priamo dopočítať pomer prešej a dopadajúcej energie (*transmisné koeficienty*) a pomer odrazenej k dopadajúcej energii (*reflexné koeficienty*)

$$r_{12} = \left(\frac{E_{02}^{(0)}(z_0)}{E_{01}^{(0)}(z_0)} \right)_{E_{03}^{(0)}(z_0)=0} = \frac{M_{21}M_{33} - M_{23}M_{31}}{M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31}}, \quad (4.62)$$

$$r_{14} = \left(\frac{E_{04}^{(0)}(z_0)}{E_{01}^{(0)}(z_0)} \right)_{E_{03}^{(0)}(z_0)=0} = \frac{M_{41}M_{33} - M_{43}M_{31}}{M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31}}, \quad (4.63)$$

$$r_{34} = \left(\frac{E_{04}^{(0)}(z_0)}{E_{03}^{(0)}(z_0)} \right)_{E_{01}^{(0)}(z_0)=0} = \frac{M_{11}M_{43} - M_{41}M_{13}}{M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31}}, \quad (4.64)$$

$$r_{32} = \left(\frac{E_{02}^{(0)}(z_0)}{E_{03}^{(0)}(z_0)} \right)_{E_{01}^{(0)}(z_0)=0} = \frac{M_{11}M_{23} - M_{21}M_{13}}{M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31}}. \quad (4.65)$$

Pri voľbe lineárne polarizovaného dopadajúceho svetla, môžeme z týchto koeficientov zostaviť *Jonesovu reflexnú maticu* (2.36)

$$\mathbf{S}^{sp} = \begin{bmatrix} r_{ss} & r_{sp} \\ r_{ps} & r_{pp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{12} & r_{32} \\ -r_{14} & -r_{34} \end{bmatrix}. \quad (4.66)$$

Transmisné koeficienty pre ortogonálne vlastné módy majú tvar

$$t_{11} = \left(\frac{E_{01}^{(m+1)}(z_m)}{E_{01}^{(0)}(z_0)} \right)_{E_{03}^{(0)}(z_0)=0} = \frac{M_{33}}{M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31}}, \quad (4.67)$$

$$t_{13} = \left(\frac{E_{03}^{(m+1)}(z_m)}{E_{01}^{(0)}(z_0)} \right)_{E_{03}^{(0)}(z_0)=0} = \frac{-M_{31}}{M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31}}, \quad (4.68)$$

$$t_{33} = \left(\frac{E_{03}^{(m+1)}(z_m)}{E_{03}^{(0)}(z_0)} \right)_{E_{01}^{(0)}(z_0)=0} = \frac{M_{11}}{M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31}}, \quad (4.69)$$

$$t_{31} = \left(\frac{E_{01}^{(m+1)}(z_m)}{E_{03}^{(0)}(z_0)} \right)_{E_{01}^{(0)}(z_0)=0} = \frac{-M_{13}}{M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31}}. \quad (4.70)$$

Podobne, ako sme si definovali reflexnú Jonesovu maticu, si môžeme zaviesť aj *Jonesovu transmisnú maticu* a pre lineárne polarizované vstupné svetlo zapísať vzťah medzi transmisnými koeficientami a Jonesovou transmisnou maticou

$$\mathbf{S}_T^{sp} = \begin{bmatrix} t_{ss} & t_{sp} \\ t_{ps} & t_{pp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{31} \\ t_{13} & t_{33} \end{bmatrix}. \quad (4.71)$$

Vďaka vzťahom (4.66) a (4.71) môžeme prepojiť Yehov formalizmus s experimentálnym usporiadaním.

4.3.4 Polárny Kerrov jav pri kolmom dopade - multivrstvy

Pri šírení kolmo dopadajúceho svetla vrstvou, ktorá je magnetovaná v smere dopadu svetla, sa toto šíri v štyroch kruhovo polarizovaných módoch. Táto situácia je rovnaká aj pri šírení vrstevnatou štruktúrou. Pre jednoduchosť volíme kruhovo polarizovanú bázu aj pre izotropné prostredia pred a za štruktúrou. Vlastné polarizácie sú potom (4.28)

$$\mathbf{e}_1^{(n)} = \mathbf{e}_2^{(n)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.72)$$

$$\mathbf{e}_3^{(n)} = \mathbf{e}_4^{(n)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.73)$$

Vlastné módy pre magnetickú časť dopočítame z (4.18)

$$\mathbf{b}_1^{(n)} = \mathbf{b}_2^{(n)} = \mp \frac{iN_+^{(n)}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.74)$$

$$\mathbf{b}_3^{(n)} = \mathbf{b}_4^{(n)} = \pm \frac{iN_-^{(n)}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.75)$$

Teraz zostavíme dynamickú maticu

$$\mathbf{D}^{(n)} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ N_+^{(n)} & -N_+^{(n)} & N_-^{(n)} & -N_-^{(n)} \\ i & i & -i & -i \\ -iN_+^{(n)} & iN_+^{(n)} & iN_-^{(n)} & -iN_-^{(n)} \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

a propagačnú maticu

$$\mathbf{P}^{(n)} = \begin{bmatrix} \exp i\frac{\omega}{c}N_+^{(n)}t_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp -i\frac{\omega}{c}N_+^{(n)}t_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \exp i\frac{\omega}{c}N_-^{(n)}t_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp -i\frac{\omega}{c}N_-^{(n)}t_n \end{bmatrix}. \quad (4.77)$$

Vynásobením týchto matic podľa (4.55) a (4.56) získame maticu štruktúry \mathbf{M} . Hrúbku $(m+1)$ -vej vrstvy volíme nulovú, tak nám $\mathbf{E}_0^{(m+1)}$ bude popisovať pole tesne pri povrchu multivrstvy. Ako si môžeme všimnúť, matica štruktúry má rovnako, ako prechodová matica T zjednodušený tvar. Jej prvky tvoria dve podmatice 2x2, ktoré sú umiestnené na diagonále

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 & 0 \\ M_{12} & M_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{33} & M_{34} \\ 0 & 0 & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix}. \quad (4.78)$$

Horný blok reprezentuje prenos vlastných módov $\mathbf{e}_1^{(n)}$ a $\mathbf{e}_2^{(n)}$, ktorým prislúcha vlastná hodnota komplexného indexu lomu N_+ a dolný blok reprezentuje šírenie vlastných módov $\mathbf{e}_3^{(n)}$ a $\mathbf{e}_4^{(n)}$ s komplexným indexom lomu N_- . Počas celého šírenia štruktúrou nedochádza k interakcii medzi kruhovo polarizovanými módami. Táto skutočnosť nám umožňuje rozdeliť problém na dve samostatné časti, a to samotné šírenie módov $\mathbf{e}_1^{(n)}$ a $\mathbf{e}_2^{(n)}$ a samotné šírenie módov $\mathbf{e}_3^{(n)}$ a $\mathbf{e}_4^{(n)}$. Jediný rozdiel v týchto úlohách je index lomu, preto stačí dopočítať jednu z úloh a výsledky druhej dostaneme zámenou indexov lomov

$$N_+^{(n)} \iff N_-^{(n)}. \quad (4.79)$$

Z matice štruktúry dopočítame (4.62, 4.64) reflexné koeficienty pre RCP a LCP vlnu

$$r_+ = \frac{M_{21}}{M_{11}}, \quad (4.80)$$

$$r_- = \frac{M_{43}}{M_{33}}. \quad (4.81)$$

Pri vyjadrení magnetooptických parametrov v kruhovej polarizácii podľa (2.49)

$$\chi_{LR}^K = \frac{r^-}{r^+}. \quad (4.82)$$

môžeme pomocou (2.50, 2.51)

$$\theta_K = \frac{1}{2} \arg(\chi_{LR}^K), \quad (4.83)$$

$$\operatorname{tg} \epsilon_K = \frac{|\chi_{LR}^K| - 1}{|\chi_{LR}^K| + 1} \quad (4.84)$$

dopočítať Kerrovu rotáciu a Kerrovu elipticitu.

Kapitola 5

Experimentálne metódy merania magnetooptického Kerrovho javu

Magnetooptický Kerrov jav je slabou zmenou optických vlastností vyvolanou prítomnosťou spontánnej magnetizácie, s orientáciou určenou externým magnetickým poľom. Vďaka tomu, je veľmi potrebné používať veľmi citlivé techniky na meranie tohoto javu. Experimentálne metódy zamerané týmto smerom sa rozdeľujú na jednosmerné a modulačné. Do prvej kategórie sa zaraďuje meranie medzi skríženými polarizátormi a meranie rozdielu intenzít. Medzi modulačné techniky patrí modulácia elipticity a modulácia azimutu.

Pri meraní Kerrovho javu sme využívali metódu modulácie azimutu so spätnoväzbovým obvodom. Je to jedna z najpresnejších metód. V tejto kapitole si popíšeme význam jednotlivých prvkov použitých pri experimente a tiež spočítame pomocou Jonesových vektorov magnetooptickú odozvu.

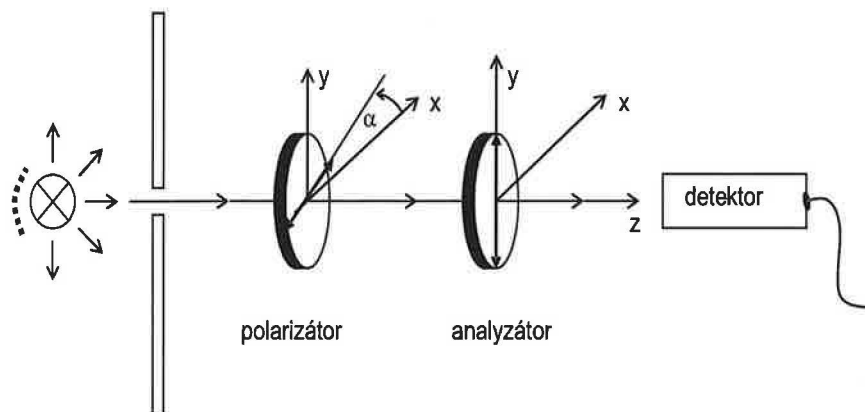
5.1 Jednosmerná metóda - meranie medzi skríženými polarizátormi

Uvažujme polarizačný systém zobrazený na obrázku (Obr.5.1), kde sú za sebou zaradené dva polarizátory.

Intenzita svetla dopadajúceho na detektor je závislá na uhle natočenia polarizátorov voči sebe a je vyjadrená *Malusovým zákonom*

$$I = I_0 \sin^2 \alpha . \quad (5.1)$$

Funkcia $\sin^2 \alpha$ sa v okolí svojho maxima mení veľmi pomaly, čiže dochádza k malým zmenám intenzity I a najdenie skríženej polohy medzi polarizátorom a analyzátorom je ťažké a nepresné.



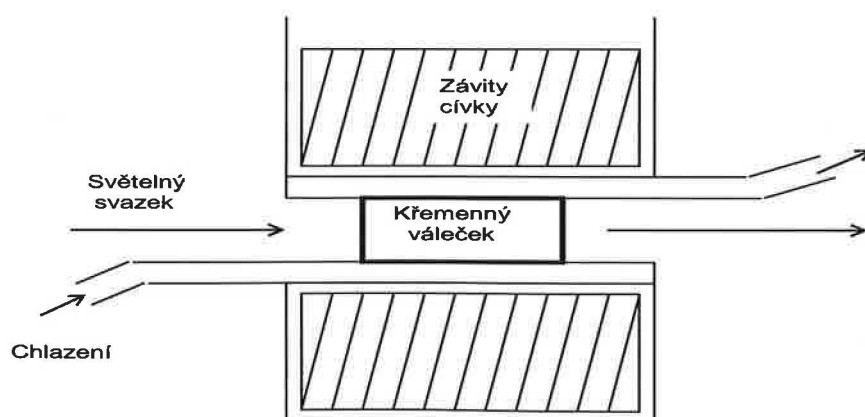
Obrázek 5.1: Skřížené polarizátory pri jednosmernom meraní

5.2 Modulačné techniky - modulácia azimutu

Pre presnejšie meranie magnetooptického efektu sa využívajú techniky harmonicky meniace polarizačný stav vlny v čase, tzv. *modulačné techniky*. V tejto kapitole si rozoberieme podrobne metódu modulácie azimutu so spätnoväzbovým obvodom.

5.2.1 Farradayova cela

Pri týchto meraniach sa do usporiadania (Obr.5.1) vloží ďalší prvok, modulátor. V našom prípade sme využili javu Farradayovej rotácie v kremennom válečku s opticky vyleštenými plochami, ktorý je vložený do solenoidálnej vzduchovej cievky. Keďže tento jav je závislý na teplote, je celý systém chladený vodným okruhom s termostatickým rezervoárom. Názov prvku je odvodený od javu ktorý využíva - *Farradayova cela* (Obr.5.2).



Obrázek 5.2: Faradayova modulačná cela

Uhol rotácie je úmerný prúdu, ktorý cievkou prechádza a veľkosť modulácie je určená jeho frekvenciou. Prúd je generovaný výkonovým zosilovačom. Na popis pôsobenia Farra-

dayovej cely na polarizačný stav prechádzajúcej vlny použijeme Jonesovu maticu

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_0 \sin \omega t) & -\sin(\beta_0 \sin \omega t) \\ \sin(\beta_0 \sin \omega t) & \cos(\beta_0 \sin \omega t) \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

kde β_0 je amplitúda a ω je uhlová frekvencia modulácie.

Predstavme si, že nám do sústavy (polarizátor - Faradayova cely - analyzátor) vstupuje svetlo z výbojky. Prvý polarizátor zvierá s osou x uhol α . Os analyzátoru je v ose y . Celý systém potom popíšeme pomocou Jonesových matíc

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{M} \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sin(\beta_0 \sin \omega t + \alpha) \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

Intenzita svetla za analyzátorom je teda

$$I = \frac{1}{2} E_y^2 = \frac{1}{2} \sin^2(\beta_0 \sin \omega t + \alpha). \quad (5.4)$$

Keďže amplitúda modulácie sa volí malá ($\beta_0 < 3$) a α nedosahuje väčších hodnôt môžeme harmonickú funkciu rozvinúť do Maclaurenovej rady a použiť iba prvý člen tohoto rozvoja

$$I \approx \beta_0^2 \frac{1 - \cos 2\omega t + \alpha}{4} + \beta_0 \alpha \sin \omega t + \frac{\alpha^2}{2}. \quad (5.5)$$

5.2.2 Metóda synchronnej detekcie

Na určovanie intenzity svetla za analyzátorom využijeme metódu synchronnej detekcie ako je znázornená na (Obr.5.3).

V zmiešovacom zosilovači dochádza k násobeniu referenčného napätia

$$U_{ref} = U_r \cos \omega t \quad (5.6)$$

a zosilovacieho napätia

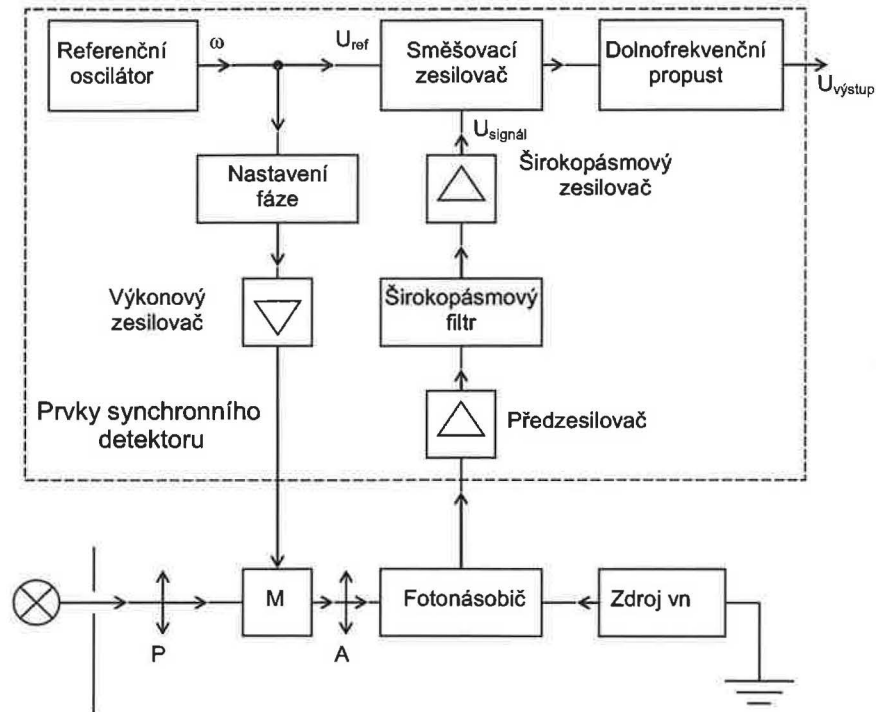
$$U_{signal} = U_s \cos(\omega t + \varphi). \quad (5.7)$$

Takže na výstupe zosilovača dostávame napätie

$$U_{ref} U_{signal} = \frac{U_r U_s}{2} [\sin(2\omega t + \varphi) + \sin \varphi]. \quad (5.8)$$

Po odfiltrovaní striedavej zložky zostáva

$$U_{vystup} = \frac{U_r U_s}{2} \sin \varphi. \quad (5.9)$$



Obrázek 5.3: Schéma synchronnej detekcie

Ako vidieť, výstupné napätie je určené amplitúdami vstupného a signálneho napätia a harmonickou funkciou fázového rozdielu φ . K týmto výsledkom sme prišli za predpokladu, že synchronný detektor pracuje ako ideálny selektívny zosilovač a z meraného signálu využíva iba zložku s frekvenciou ω a danou fázou φ .

Ak z výstupnej intenzity I , popísanej vzťahom (5.5), využijeme člen s frekvenciou referenčného signálu

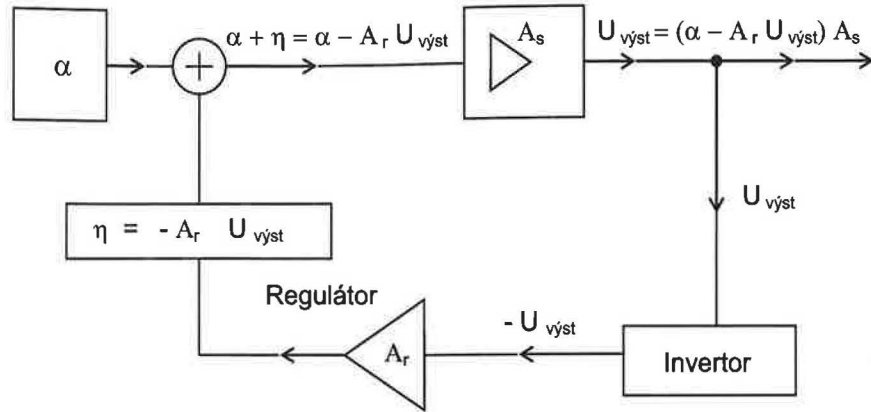
$$I_{\omega} \approx \beta_0 \alpha \sin \omega t, \quad (5.10)$$

je výstupné napätie U_{vystup} , rovnako ako inetenzita I , lineárnou funkciou odchýlky polarizátora od zkríženej polohy (tá nastáva pre $U_{vystup} = 0$). Nastavenie zkríženej polohy je teda omnoho presnejšie ako u jednosmernej metódy, je väčší rozdiel medzi signálom a šumom, teda môžeme použiť väčšie zosilnenie a merať menšie intenzity.

5.2.3 Spätnoväzbový obvod - automatická kompenzácia efektu

Zatiaľ sme si ukázali ako zlepšiť presnosť určovania zkríženej polohy polarizátorov. Avšak, ak by sme tieto natáčali ručne, vnášali by sme do merania značnú nepresnosť. Preto sme namiesto ručného natáčania polarizátora volili pevný polarizátor a do aparatury sme zaradili ešte jednu Faradayovu celú, ktorú sme nazvali *nulovacia cela* (Obr.5.4).

Do celej sústavy zavedieme spätnoväzbový regulačný obvod tak, aby prúd Nulovacou celou



Obrázek 5.5: Popis činnosti spätnoväzbového regulačného obvodu.

$$\eta = -A_r U_{vystup}, \quad (5.16)$$

odkiaľ priamo plynie

$$U_{vystup} = \frac{A_a}{1 + A_r A_a} \alpha, \quad (5.17)$$

$$\eta = -\frac{A_r A_a}{1 + A_r A_a} \alpha = -\frac{g}{1 + g} \alpha. \quad (5.18)$$

Pri veľkom zosílení obvodu, podľa (5.18) dostaneme

$$\eta \approx -\alpha, \quad (5.19)$$

čo znamená, že spätnoväzbový obvod nám stočí rovinu polarizácie pomocou nulovacej cely tak, aby bola kolmo k ose analyzátoru, t.j. nastaví polarizátor a analyzátor do zkríženej polohy. Pre veľké g je výstupné napätie

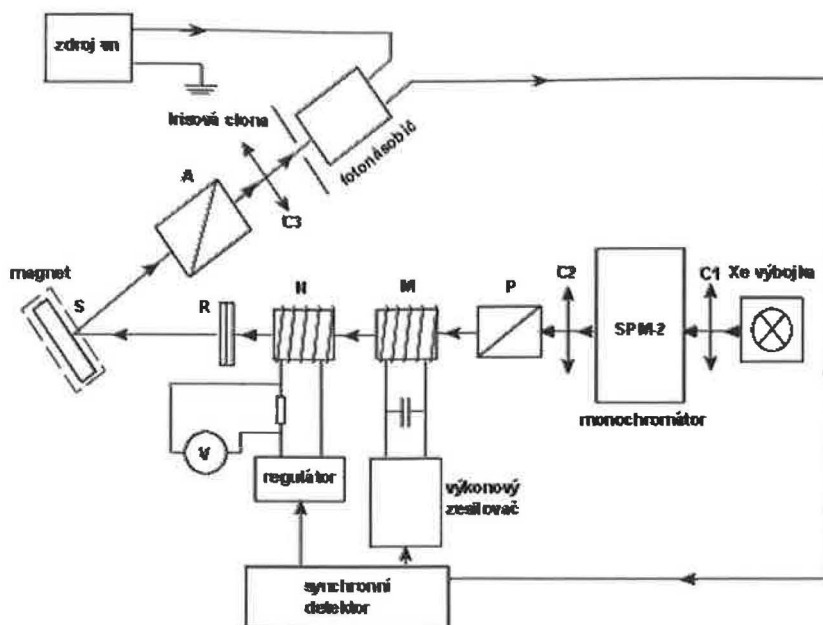
$$U_{vystup} \approx \frac{\alpha}{A_r}, \quad (5.20)$$

opäť úmerné odchýlke polarizátoru od skríženej polohy a nezávisí na zosílení aparatury bez spätného obvodu A_a . Citlivosť aparatury rastie s klesajúcim zosílením regulátora

$$C = \frac{\partial U_{vystup}}{\partial \alpha} \approx \frac{1}{A_r}. \quad (5.21)$$

5.3 Magnetooptický spektrometer

Pre naše magnetooptické merania používame schému magnetooptického spektrometra navrhnutú Billardonom [16], pričom meranie elipticity je pôvodné. Schéma spektrometra je na obrázku (Obr.5.6).



Obrázek 5.6: Schéma magnetooptického spektrometra.

Monochromatické svetlo z vysokotlakej Xe výbojky (Osram XBO 450W/1 v kremenej banke) je fokusované šošovkou C_1 na štrbinu monochromátoru (SPM-2 Carl Zeiss Jena), odkiaľ je vedené na polarizátor P , ďalej cez nulovaciu celu N , modulačnú celu M , fázové dosky R , ktorých hlavné osi splývajú s kartézskymi osami systému, v ktorom aparáturu popisujeme. Šošovky aj kremenné valčeky v celách sú vyrobené zo suprasilového kremenného skla s priepustnosťou až do UV oblasti. Teplota Farradaových cieľ je udržiavaná konštantná, vďaka uzavretému obehu s termostatom a rezervoárom. Polarizátor je umiestnený v špeciálnom držiaku s mikrometrickou skrutkou, ktorý s ním môže natáčať a to $1/9$ stupňa na jednu otáčku kolieskom držiaku. Svetlo ďalej dopadá na vzorku S umiestnenú v elektromagnete, ktorý je chladený vodou aby sa elektromagnet ani vzorka nezahrievali prechádzajúcim prúdom. Po odraze prechádza svetlo cez analyzátor A a je fokusované pomocou šošovky C_3 na fotonásobič (Hamamatsu R3310-02 s InGaAs fotokatódou) pred ktorým, je ešte umiestnená irisová clonka. Polarizátor aj analyzátor sú vyrobené z kalcitu. Vďaka tomuto nastaveniu a použitým materiálom môžeme s aparátúrom merať v rozmedzí vlnových dĺžok 250 - 1000 nm a v magnetických poliach 0.1 - 1.4 T. Keďže napájanie nulovacej cely je pomocou veľmi stabilného zdroja (stabilita až 10^{-4} A) je meranie Kerrovho javu s presnosťou 10^{-3} stupňa.

Funkciu spektrometra si popíšeme pomocou Jonesovho formalizmu. Použijeme jed-

notlivé Jonesove matice pre prvky ako ich máme v [1]

$$\mathbf{J}_{XY}^O = \begin{bmatrix} \cos^2 \xi & \cos \xi \sin \xi \\ \cos \xi \sin \xi & \sin^2 \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{ss} & r_{sp} \\ r_{ps} & r_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \eta & -\sin \eta \\ \sin \eta & \cos \eta \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} \cos(\beta_0 \sin \omega t) & -\sin(\beta_0 \sin \omega t) \\ \sin(\beta_0 \sin \omega t) & \cos(\beta_0 \sin \omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix}. \quad (5.22)$$

Magnetoopické spektra meriame pri dvoch orientáciach analyzátoru:

- prepúšťa p polarizáciu ($\xi = \frac{\pi}{2}$)
- prepúšťa s polarizáciu ($\xi = 0$)

Ak uvažujeme len tieto dva prípady, dostaneme z (5.22)

$$\mathbf{J}_{XY}^O = \begin{bmatrix} \cos^2 \xi (r_{ss} e^{i\frac{\delta}{2}} \cos \Omega + r_{sp} e^{-i\frac{\delta}{2}} \sin \Omega) \\ \sin^2 \xi (r_{ps} e^{i\frac{\delta}{2}} \cos \Omega + r_{pp} e^{-i\frac{\delta}{2}} \sin \Omega) \end{bmatrix}, \quad (5.23)$$

kde sme použili označenie

$$\Omega = \alpha + \eta + \beta_0 \sin \omega t. \quad (5.24)$$

Ak $\xi = \frac{\pi}{2}$ a $|\alpha|, |\beta_0|, |\eta| \ll 1$, dostaneme pre intenzitu svetla za analyzátorom

$$I \approx \frac{1}{2} [|r_{ps}|^2 + |r_{pp}|^2 \Omega^2 + (r_{ps} r_{pp}^* e^{i\delta} + r_{ps}^* r_{pp} e^{-i\delta}) \Omega] \quad (5.25)$$

a jej časť, ktorú vyžívame pri detekcii, závisí na frekvencii ω

$$I_\omega \approx \left[\alpha + \eta + \Re \left(\frac{r_{ps}}{r_{pp}} e^{i\delta} \right) \right]. \quad (5.26)$$

Ako sme si ukázali v predchádzajúcom odstavci, spätnoväzbový obvod nastavuje pri veľkom zosilení prúd v nulovacej cele tak, aby

$$I_\omega = 0. \quad (5.27)$$

Celkový uhol natočenia polarizačnej roviny po prechode nulovacou celou je teda

$$\Gamma(\delta) = \alpha + \eta \approx -\Re \left(\frac{r_{ps}}{r_{pp}} e^{i\delta} \right). \quad (5.28)$$

Pripomenieme si definície magnetooptických parametrov, ako sme si ich zaviedli v druhej

kapitole (2.37), (2.38). Pre polárnu magnetizáciu a kolmý dopad na vzorku platí

$$r_{sp} = r_{ps} \quad (5.29)$$

Vzťah medzi Kerrovou rotáciou, Kerrovou elipticitou a reflexnými koeficientami je teda daný

$$\theta_K - i\epsilon_K \approx \frac{r_{sp}}{r_{pp}} \quad (5.30)$$

a z (5.28) dostaneme

$$\Gamma(\delta) \approx -(\theta_K \cos \delta + \epsilon_K \sin \delta). \quad (5.31)$$

Ak budeme merať bez použitia fázových dosiek ($\delta = 0$) dostanem hodnotu Kerrovej rotácie

$$\theta_K \approx \Gamma(0), \quad (5.32)$$

pri použití dosiek (zmeriame $\Gamma(\delta)$) vieme s pomocou hodnoty $\Gamma(0)$ určiť Kerrovu elipticitu

$$\epsilon_K \approx -\left(\frac{\Gamma(\delta)}{\sin \delta} + \theta_K \cot \delta\right). \quad (5.33)$$

Ako vidieť z predchádzajúceho vzťahu, keby boli fázové dosky štvrtvlnné, mohli by sme určiť Kerrovu elipticitu nezávisle od Kerrovej rotácie. Avšak kvôli disperzii vo fázových doskách, nie je možné mať konštantné δ v celom premeriavanom spektrálnom obore.

Pri meraní v praxi sa zaznamenáva hodnota $\alpha + \eta$ pri opačných orientáciách magnetického poľa a požadovanú hodnotu pre výpočty magnetooptických parametrov potom dostaneme pomocou vzťahu

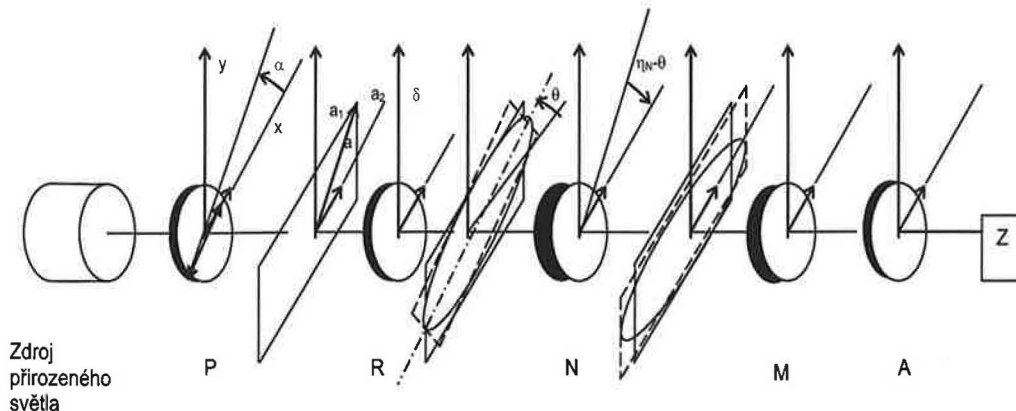
$$\Gamma(\delta) = \frac{\Delta(\alpha + \eta)}{2}. \quad (5.34)$$

5.4 Kalibrácia aparatóry

Aby sme mohli pomocou nameraného prúdu v nulovacej cele určiť Kerrovu rotáciu a Kerrovu elipticitu potrebujeme poznať závislosť prúdu pretekajúceho nulovacou celou na natočení polarizačnej roviny a tiež závislosť fázového rozdielu δ na vlnovej dĺžke.

Aparatúru kalibrujeme v usporiadaní **polarizátor - fázové dosky - nulovacia cela - modulátor - analyzátor, PRNMA** (Obr.5.7). Jedna možnosť ako odvodiť výslednú intenzitu je násobenie Jonesových matíc jednotlivých prvkov a hľadaný vzťah najst tak, že výslednú intenzitu za analyzátorom položíme rovnú nule. Druhá, jednoduchšia možnosť je využitie vzťahom odvodených v druhej kapitole.

Do kalibračného usporiadania vstupuje prirodzené svetlo. Polarizátor prepúšťa lineárne polarizované svetlo, ktorého rovina polarizácie zvierá s osou x uhol α . Amplitúdu vektoru



Obrázek 5.7: Princip kalibrace magnetooptického spektrometru.

svetelnej vlny si môžeme rozložiť na zložky a_1 a a_2 rovnobežné s osami x a y , pričom platí

$$\frac{a_2}{a_1} = \tan \alpha. \quad (5.35)$$

Tieto kartézské zložky sú vo fázi. Po priechode fázovými doskami vznikne medzi nimi fázový posuv δ . Ako sme si ukázali v druhej kapitole (2.17)

$$\tan 2\theta = \tan 2\alpha \cos \delta, \quad (5.36)$$

je azimut elipsy zviazaný s týmito vnútornými parametrami elipsy α a δ . Nulovacia cela nastaví systém do skríženej polohy, natočí elipsu o uhol η

$$\eta = -\theta \quad (5.37)$$

a preto podľa (2.17) platí

$$\tan 2\eta = -\tan 2\alpha \cos \delta, \quad (5.38)$$

a hľadajú závislosť určíme pomocou dvoch meraní.

Ak použijeme usporiadanie bez fázových dosiek ($\delta = 0$) zjednoduší sa nám vzťah (5.38) na

$$\alpha + \eta = 0. \quad (5.39)$$

Stočenie roviny polarizácie vo vnútri Faradayovej cely je dané vzťahom

$$\eta(\lambda) = C_N(\lambda)I_N, \quad (5.40)$$

kde I_N je prúd prechádzajúci nulovacou celou a C_N je kalibračná konštanta závislá na použitej cievke, dĺžke aktívneho prostredia a na vlnovej dĺžke svetla. Jej hodnotu vypo-

čítame pomocou zmeny prúdu v Nulovacej cele, čo bude zodpovedať malému natočeniu polarizátoru

$$C_N = -\frac{\Delta\alpha}{\Delta I_N} = \frac{\Delta\eta}{\Delta I_N}. \quad (5.41)$$

Fázový uhol retardačných dosiek určíme z merania v usporiadaní **PRNMA**. Opakovane zmeriame konštantu úmernosti medzi zmenou prúdu a uhlom natočenia polarizátoru

$$D_N = -\frac{\Delta\alpha}{\Delta I_N}. \quad (5.42)$$

Pre malé uhly δ a α môžeme rovnicu (5.38) linearizovať

$$\eta \approx -\alpha \cos \delta. \quad (5.43)$$

Ak prevedieme deriváciu podľa prúdu I_N , dostanem z použitím (5.41) a (5.42)

$$\cos \delta \approx \frac{C_N}{D_N}. \quad (5.44)$$

Kapitola 6

Vybrané metódy prípravy epitaxných vrstiev

Študované vzorky boli pripravené dvomi rôznymi metódami rastu tenkých vrstiev.

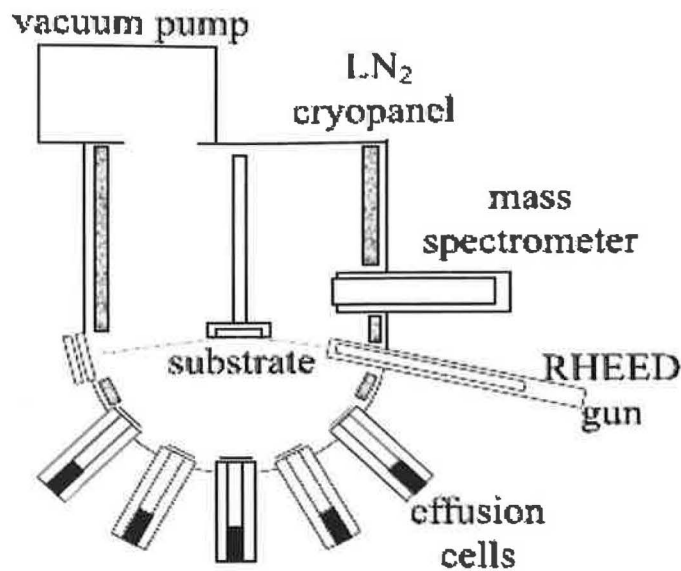
6.1 MBE - Molecular beam epitaxy

Epitaxia z molekulárnych zväzkov, MBE, patrí do oboru techník vyžadujúcich použitie ultravysokého vákua (UHV). Vďaka veľmi pomalému rastu vrstiev (približne jedna atómová rovina za sekundu) a UHV je zaručený epitaxný rast a najmenšia možná prítomnosť nečistôt. Nákres danej aparatury je na obrázku 6.1.

Základom aparatury je komora, growth chamber, ktorá je vyčerpaná na vákuum $< 10^{-9}$ Torr. Jednotlivé veľmi čisté látky sú umiestnené v evaporačných celách, ktoré sa dajú zahrievať. Týmto dochádza k odparovaniu atómov alebo molekúl, ktoré potom, vďaka UHV, putujú komorou v lúčoch, bez toho, že by medzi sebou interagovali. Ich stredná voľná dráha je omnoho väčšia ako rozmery komory. Po dopade na substrát, ktorý môže byť pre zlepšenie homogenity umiestnený na otáčavom stolíku, sa častice môžu voľne pohybovať po povrchu, až kým si nenájdu energeticky najvýhodnejšiu polohu a stanú sa súčasťou kryštálovej mriežky.

Táto technika kladie enormné nároky na čistotu substrátov a používaných zdrojov látok. Rast monovrstiev je sledovaný in situ pomocou difrakcie odrazených vysokoenergetických elektrónov od povrchu vzorky, čo dáva presné informácie o počte narastených monovrstiev. Pred každou evaporačnou komorou je umiestnená veľmi rýchla uzávierka, pomocou ktorej sa dá rast okamžite zastaviť. Vďaka tomu môžeme presne zvoliť počet monovrstiev tenkej vrstvy.

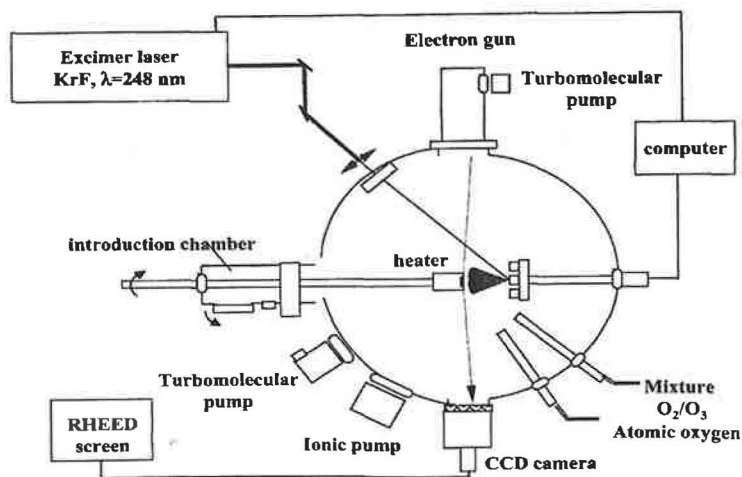
Týmto spôsobom boli pripravené vrstvy magnetitov.



Obrázek 6.1: Schéma aparatury pre MBE.

6.2 PLD - Pulsed laser deposition

Pulzná laserová depozícia (PLD), alebo tiež laserová ablácia je pomerne jednoduchý spôsob prípravy tenkých vrstiev s veľmi dobrou kvalitou povrchu, stechiometriou vrstvy, aj pri viacložkových materiáloch, a súčasne ľahkou a presnou kontrolou hrúbky vrstvy.



Obrázek 6.2: PLD aparátúra [17].

Jedno z možných usporiadaní PLD nájdeme na (Obr.6.2). Fokuzovaný laserový zvä-

zok, z výkonového, excimérového alebo pevnolátkového (Nd:YAG) lasera, dopadá na terč s pripravenou látkou. Táto sa vďaka vysokej energii dopadajúceho laserového zväzku, zmení na plazmový oblak (tzv. "plum"), ktorý potom kondenzuje na zahrievanom substráte, umiestnenom nad terčom. Terčik sa nachádza na otočnom držiaku, čo zabezpečuje rovnomerné využívanie plochy terčiku pri interakcii s laserovým lúčom. Celý proces prebieha v naparovacej komore za prítomnosti atmosféry plynov kyslíka, prípadne kyslíka zmiešaného s ozónom, pri tlaku okolo 100mTorr. Na kontrolu rastu a drsnosti povrchu sa môže používať difrakcia odrazených vysokoenergetických elektrónov od povrchu vzorky (RHEED). Laser pracuje v pulznom režime. Rýchlosť rastu je kontrolovaná frekvenciou pulzov lasera.

Nevýhoda takto pripravovaných vzoriek je v malých rozmeroch používaných substrátov. Tieto musia byť dostatočne malé, aby na ne dopadal celý plazmový "plum" a tým sa zachovala rovnomernosť nanášania vrstvy.

Pri správne zvolených depozičných podmienkach, hlavne vzdialenosti terčiku od substrátu, je drsnosť povrchu zrovnateľná s elementárnou bunkou. Príklad plazmového oblaku odparovanej látky môžeme vidieť na obrázku 6.3.



Obrázek 6.3: Plazmový oblak $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$.

Zo študovaných vzoriek boli touto metódou pripravené vzorky bizmutom dopovaných granátov a perovskitových štruktúr obsahujúcich manganit.

Kapitola 7

Študované vzorky - základná charakteristika

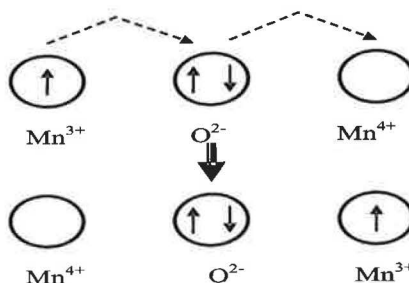
Predmetom štúdie boli tri rôzne skupiny vzoriek. Vo všetkých troch prípadoch sa jednalo o tenké vrstvy, v dvoch prípadoch pripravené pulznou laserovou depozíciou (PLD) a v jednom prípade epitaxiou z molekulárnych zväzkov (MBE). Jednotlivé metódy prípravy sme podrobne popísali v predchádzajúcej kapitole. V tejto časti sa zoznámime s niektorými základnými fyzikálnymi vlastnosťami pripravených vzoriek, s ich kryštalografickou štruktúrou a podmienkami depozície.

7.1 Perovskitové štruktúry $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$

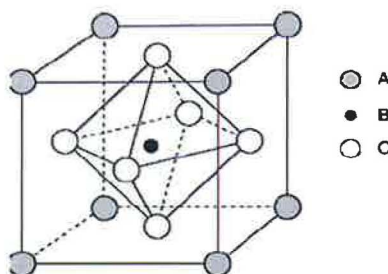
$La_{1-x}Sr_xMnO_3$ (LSMO) je charakteristický pre triedu perovskitou dopovaných mangánom so zmiešanou valenciou Mn^{3+} a Mn^{4+} , ktoré preukazujú vysoký stupeň spinovej polarizácie. Toto ich radí medzi preferované materiály pre magneticky založené súčiastky využívajúce spinovo polarizovaný elektronový transport. Feromagnetický kovový stav v týchto dierami dopovaných oxidoch, je stabilizovaný mechanizmom dvojitej výmeny, ktorá pochádza zo silnej väzby medzi nosičmi náboja a lokálnym spinom. Mechanizmus tejto výmeny popísal Tokura [18]. Jedná sa o výmennú interakciu systému $Mn^{3+} - O - Mn^{4+}$, kde si ióny mangánu navzájom vymenia valenciu pomocou preskoku e_g elektrónu z Mn^{3+} do p -orbitálu kyslíka a následneho preskoku do prázdneho e_g orbitálu iontu Mn^{4+} (Obr.7.1). Tento mechanizmus zaisťuje silnú feromagnetickú interakciu.

7.1.1 Perovskitová štruktúra

Perovskitovú štruktúru, ako ju máme na obrázku (Obr.7.2), môžeme popísať vzorcom $La_{1-x}Sr_xMnO_3$.



Obrázek 7.1: Mechanismus dvojitej výmeny.


 Obrázek 7.2: Kryštalografická štruktúra $Re_{1-x}M_xMnO_3$.

Veľké atómy trivalentného La a divalentného Sr sú umiestnené v pozíciach A, v rohoch kocky. Menšie ióny Mn so zmiešanou valenciou, $Mn^{3+} - Mn^{4+}$, sú umiestnené v polohe B, v strede kocky a sú obklopené šiestimi kyslíkatými iontami. Štruktúra LSMO je určená tzv. **Goldschmidtovým faktorom tolerancie** [19]

$$t = \frac{r_A + r_O}{\sqrt{2}(r_B + r_O)}, \quad (7.1)$$

kde r_A, r_B a r_O sú polomery iontov v polohách A, B a kyslíkových polohách. Stabilná štruktúra nastáva pre $0.89 < t < 1.02$. Ak $t = 1$, je štruktúra presne kubická. V praxi sa t od jednej líši a preto majú manganity nižšiu romboedrickú alebo ortorombickú symetriu.

7.1.2 Príprava

Vzorky $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$, LSMO, na substráte $SrTiO_3$, STO (110) boli pripravené v laboratóriách *Institut d'Electronique Fondamentale, Université Paris Sud, Orsay, Francúzsko*. Bol použitý excimérový laser KrF, s vlnovou dĺžkou 248nm, s hustotou energie na jeden pulz $170mJ/cm^2$ a opakovacou frekvenciou 1 Hz. Substrát bol zahrievaný na teplotu $620^\circ C$. Po depozícii bola vzorka ponechaná 30 minút v kyslíkovej atmosfére.

Týmto spôsobom boli pripravené štyri vzorky s rôznymi hrúbkami LSMO vrstvy. Hrúbka týchto vrstiev bola zistená pomocou elipsometrických meraní, rovnako ako boli získané aj optické konštanty. Elipsometria bola zmeraná na *Technickej Univerzite v Ostrave* pod

vedením Doc. Mgr. Kamila Postavy, Dr.

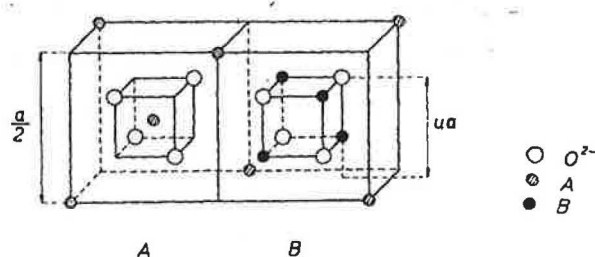
Rozdiel mriežkových konštánt substrátu a vrstvy LSMO bol okolo 0.4%. Kryštalická štruktúra vrstvy bola skontrolovaná pomocou XRD.

7.2 Vrstvy magnetitu Fe_3O_4

Magnetit, Fe_3O_4 , sa v súčasnosti dostáva do popredia ako jeden z možných materiálov pre prípravu súčiastok na báze spinovej polarizácie. Má dva základné predpoklady. Po prvé, pri izbovej teplote sú to polokovové feromagnet, s úplnou spinovou polarizáciou nositeľov náboja na Fermiho hladine. Po druhé, vykazujú prechod vodič - izolátor, ktorý je tiež známy ako *Verweyho prechod*. Jedná sa o spontánnu vnútorne-korelovanú zmenu mriežkovej symetrie a elektrickej vodivosti pri kritickej teplote. Táto je pre stechiometrický magnetit približne $T_v \approx 120K$. Vysoká vodivosť magnetitu pri izbovej teplote je spôsobená preskokmi elektrónov medzi iontami Fe^{3+} a Fe^{2+} v oktaedrických polohách (viz "Spinelová a inverzne spinelová štruktúra" nižšie). Príčinou zníženia vodivosti, približne o dva rády, ku ktorej dochádza pri teplote nižšej ako T_v , je zamrznutie preskokov týchto elektrónov. Zmena vo vodivosti je spojená aj so štruktúrnou zmenou z inverznej spinelovej štruktúry pri teplote vyššej ako T_v na monoklinickú štruktúru pri teplote pod T_v .

7.2.1 Spinelová a inverzne spinelová štruktúra

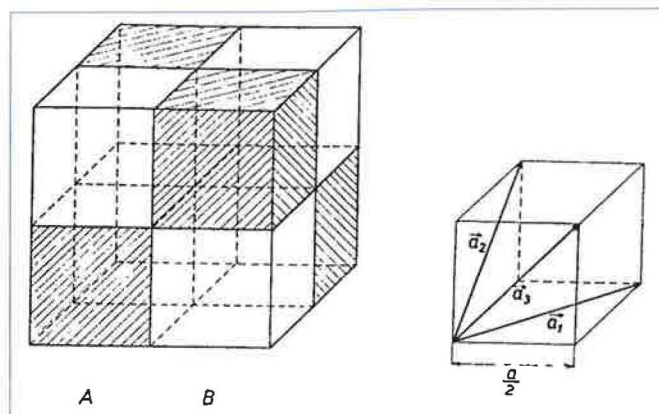
Táto štruktúra je najrozšírenejšia u feritov a iných podvojných kysličníkov s obecným chemickým vzorcom XY_2O_4 . Základnú bunku tvoria dve kocky (A) a (B).



Obrázek 7.3: Kryštalografická štruktúra XY_2O_4 [13].

Ako vidieť z obrázku (Obr.7.3) je usporiadanie iontov kyslíka rovnaké v oboch kockách. V kocke (B) sú obsadené všetky štyri oktaedrické polohy kationtami. V kocke (A) sú tieto polohy prázdne a obsadené sú dve tetraedrické polohy. Kubickú elementárnu bunku dostaneme šachovnicovým zoskupením ôsmych kociek (Obr.7.4). Táto elementárna bunka

obsahuje 8 "molekúl" XY_2O_4 , pričom kationtami je obsadených $4 \times 4 = 16$ oktaedrických miest v kockách typu (B) a $4 \times 2 = 8$ tetraedrických miest v kockách typu (A).



Obrázek 7.4: Spinelová kubická elementárna bunka [13].

Magnetit kryštalizuje v tzv. *inverznej spinelovej štruktúre*. Jeho mriežková konštanta je 8.3963 \AA a obsahuje 32 iónov kyslíka O^{2-} , ktoré sú rozmiestnené v kubicky centrovanej mriežke. Spinelové usporiadanie týchto podmriežok kyslíka vytvorí 64 tetraedrických a 32 oktaedrických polôh, vhodných pre kationty. Kationty Fe^{3+} okupujú 8 z 64 tetraedrických polôh, pričom oktaedrické stavy sú okupované ôsmymi kationtami Fe^{3+} a ôsmymi kationtami Fe^{2+} . Kationty železa v oktaedrických polohách sú dominujúce pre elektrické vlastnosti magnetitov.

7.2.2 Príprava

Vzorky boli pripravené pomocou MBE na *Trinity College, Dublin* skupinou Prof. I.V. Shvesta. Podrobnosti o príprave sa nachádzajú v [20]. Vrstva Fe_3O_4 bola deponovaná na substrát monokryštalického MgO (001). Teplota substrátu počas rastu bola $250^\circ C$, pracovný tlak pod $5 \times 10^{-10} \text{ Torr}$. Substráty boli pred rastom žíhané pri $600^\circ C$ v kyslíkovej atmosfére po dobu 30 minút. Vrstva magnetitu bola nanášaná pomocou Fe elektrónového dela s čistotou 99,995% v kyslíkovej plazme s tlakom $1 \times 10^{-5} \text{ Torr}$. Kvalita rastu bola sledovaná in situ pomocou RHEED a hrúbka narastenej vrstvy pomocou quartz-crystal thickness monitor.

Pri raste magnetitu na substrát MgO je mriežková konštanta Fe_3O_4 dvojnásobná ako mriežková konštanta MgO . Pri takomto veľkom rozdieloch dochádza k polmriežkovému posunutiu medzi niektorými ostrovčekmi atomov a tak v vzniku tzv. *antifázových hraníc* (APBs)[21]. Antiferomagnetická výmena medzi časťami oddelenými týmito hranicami sťažuje saturáciu týchto mäkkých materiálov.

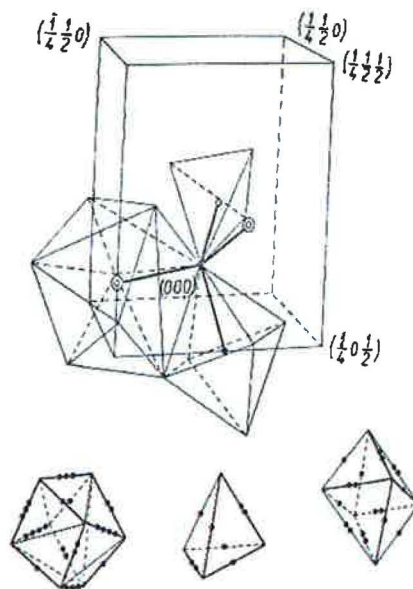
Boli pripravené dve vzorky, ktoré boli po depozícii ďalej žihané pri teplote $250^\circ C$. Prvá vzorka bola žihaná po dobu 4 minút, druhá po dobu 160 minút.

7.3 Bizmutom dopované granáty $Bi_xY_{3-x}Fe_5O_{12}$

MO metódy sa tiež uplatňujú v skúmaní rozloženia magnetického poľa na povrchu magnetických nanoštruktúr [22]. Senzor skúmajúci toto pole by mal byť malý a nemal by modifikovať magnetické pole generované v nanoštruktúre. Yttriovo železité granáty s vysokým dopovaním iontami Bi^{3+} (BiYIG) v dodekaedrickej pozícii (c), sú veľmi dobrým kandidátom na tento typ senzorov. Tieto materiály vykazujú vysoký *magnetooptický činiteľ kvality* [12], definovanú ako súčin reflektivity a kvadrátu magnetooptickej Kerrovaj rotácie. Dôležité z hľadiska využitia je, že tieto materiály môžu byť pripravené s extrémne nízkou feromagnetickou rezonančnou hrúbkou čiary a veľmi nízkou koercivitou a veľkou rezistivitou až do desiatok GHz.

7.3.1 Granátová štruktúra

Granátová štruktúra $\{A_3\}[B_2](C_3)O_{12}$ je štruktúrou kubickou [13]. Tato obsahuje tri druhy kationtov v navzájom neekvivalentných polohách s koordináciami 8, 6 a 4 čtetnou (Obr.7.5).

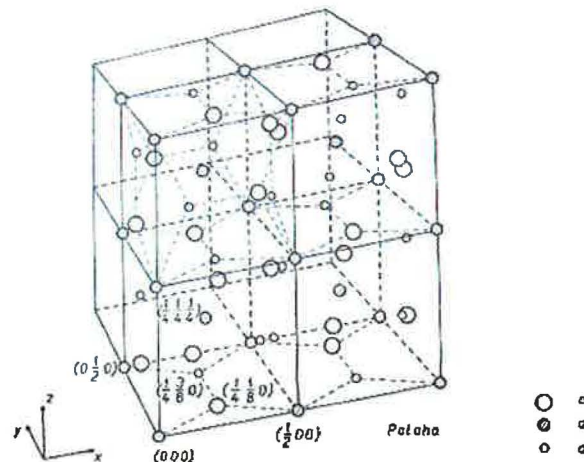


Obrázek 7.5: Koordinačné mnohosteny a ich usporiadanie v granátovej štruktúre [13].

Základným prvkom štruktúry sú koordinačné štvorsteny $(CO_4)_3$, ktoré sú navzájom

usporiadané a viazané kationtami B a A . Usporiadanie štvorstenou je také, že žiadne dva nemajú spoločný vrchol. Rozložením štvorstenou sa vytvoria dutiny pre ostatné kationty v tvare osemstenou pre ionty B a dvanásťstenou pre ionty A (Obr.7.6). Každý kyslík patrí k jednému štvorstenu, jednému osemstenu a k dvom dvanásťstenu.

Celá štruktúra je značne zložitá. Základná bunka obsahuje 8 "molekúl", t.j. 96 iontov kyslíka a celkom 64 kationtov, z nich 24 má koordináciu dodekaedrickú (osemčetnú, označujeme polohu písmenkom c , alebo tiež zátvorkami typu $\{\}$), 16 oktaedrickú (značíme a alebo \square) a 24 tetraedrickú (označenie d alebo $()$).



Obrázek 7.6: Elementárna bunka granátovej štruktúry [13].

Najznámejší magnetický granát je podvojný kysličník $3Y_2O_3 \cdot 5Fe_2O_3$. Tento granát obsahuje iba dva druhy kationtov Y^{3+} a Fe^{3+} , pričom ionty Fe^{3+} zaujímajú oktaedrickú aj tetraedrickú polohu. Môžeme teda písať vzorec v tvare $\{Y_3^{3+}\}[Fe_2^{3+}](Fe_3^{3+})O_{12}^{2-}$. Pri dopovaní týchto granátov iontami Bi^{3+} , sa tieto naväzujú na dodekaedrické polohy (c), a nahrádzajú takto kationty $\{Y_3^{3+}\}$. Ich vzorec teda píšeme $Bi_xY_{3-x}Fe_5O_{12}$.

7.3.2 Príprava

Donedávna najkvalitnejšie BiYIG filmy, boli pripravené epitaxiou z tekutej fáze na gadolinium gallium garnet substráte (GGG) [23]. Tato metóda je relatívne nákladná, vyžaduje precíznu kontrolu depozičných podmienok. Týmto sú hlavne teplota depozície (okolo $900^\circ C$) a potreba použitia platinového kelímku.

Zhodu v mriežkovej konštantne medzi vrstvou BiYIG a GGG môžeme dosiahnuť len pre malé koncentrácie bizmutových iontových dopantov [24]. Pre väčšie koncentrácie je nutné zvoliť substrát s väčšou mriežkovou konštantou, ako napríklad samarium alebo nodymium gallium garnet [25]. V posledných rokoch sa sústreďuje pozornosť na lacnejšie techniky prípravy [26] ako je napríklad PLD.

Bizmutom dopované granáty boli pripravené v spolupráci s laboratóriami *Indian Institute of Technology, Bombay, India* a *Laboratoire de Magnetisme et d'Optique, CNRS, Versailles, Francúzsko*, metódou pulznej laserovej depozície. Vrstvy BiYIG boli nanášané na monokryštál gadolinium gallium garnet, GGG (111). Substrát bol počas depozície zahrievaný na teploty $700^{\circ}C$ alebo $800^{\circ}C$. Na abláciu bola použitá tretia harmonická (355nm) Nd:YAG laseru, s opakovacou frekvenciou pulzov 10Hz. Stredná hustota energie laserového zväzku na terčik bola $2.5J/cm^2$.

Boli pripravené tri vzorky navzájom odlišného zloženia alebo teploty zahrievania substrátu počas depozície.

- **B1YIG7** - $Bi_{1.0}Y_{2.0}Fe_5O_{12}$, substrát zahrievaný na $700^{\circ}C$
- **B1YIG8** - $Bi_{1.0}Y_{2.0}Fe_5O_{12}$, substrát zahrievaný na $800^{\circ}C$
- **B2YIG8** - $Bi_{2.0}Y_{1.0}Fe_5O_{12}$, substrát zahrievaný na $800^{\circ}C$

Kapitola 8

Experimentálne výsledky a ich diskusia

8.1 Magnetooptické spektrá

Všetky polárne magnetooptické spektrá boli namerané pri uhle dopadu približne 4° - t.j. *skoro kolmý dopad*. Vzorka bola uchytená v pólovom nástavci elektromagnetu. Meranie vzoriek perovskitov a granátov bolo pri magnetickom poli $B = 470\text{mT}$, pre vzorky magnetitov sme merali pri poli $B = 308\text{mT}$.

Pre longitudinálne magnetooptické spektrá bol uhol dopadu približne 54° . Bol použitý rovnaký elektromagnet ako pre merania s polárnou magnetizáciou, akurát bolo zmenené uchytenie vzorky tak, aby bolo dosiahnuté homogénne longitudinálne pole aplikované na vzorku. Veľkosť aplikovaného poľa bola $B = 100\text{mT}$.

Spektrá sme merali v oblasti energii fotónov 1.2 - 5.0 eV. Pre merania granátov sme používali fotonásobič vhodný do UV oblasti, preto tieto spektrá začínajú na 1.9 eV poprípade až na 2.2 eV. Spektrálny obor je stanovaný citlivosťou fotonásobiča, okolitým rozptylovým poľom a kvalitou povrchu vzorky. Veľkosť stopy na vzorke bola približne $1.5 \times 1.5\text{mm}^2$, pričom vzorky mali rozmery približne $5 \times 5\text{mm}^2$. Vzorky boli chladené mierne pod izbovú teplotu, čo bolo dosiahnuté chladením elektromagnetu, ktoré ochladzovalo aj pólový nástavec. Toto malo význam hlavne pri vzorkách perovskitov, ktorých Curieova teplota je blízka izbovej teplote a týmto chladením sme predchádzali demagnetovaniu vzorky. Zároveň sme týmto zvyšovali vnútornú magnetizáciu a tým aj magnetooptický efekt.

Prúd pretekajúci nulovacou celou sme snímali pomocou voltmetra, ktorý bol pripojený k počítaču pomocou GPIB rozhrania. Z nameraných dát sme pomocou kalibrácie, popísanej v kapitole 5 a po odčítaní okolitého rozptylového poľa, získali magnetooptické spektrá. Rozptylové pole bolo zmerané za rovnakých podmienok, ako boli merané magnetooptické spektrá, kde namiesto magneticky aktivnej vzorky sme vložili nemagnetické zrkadlo.

8.2 Perovskitové štruktúry $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$

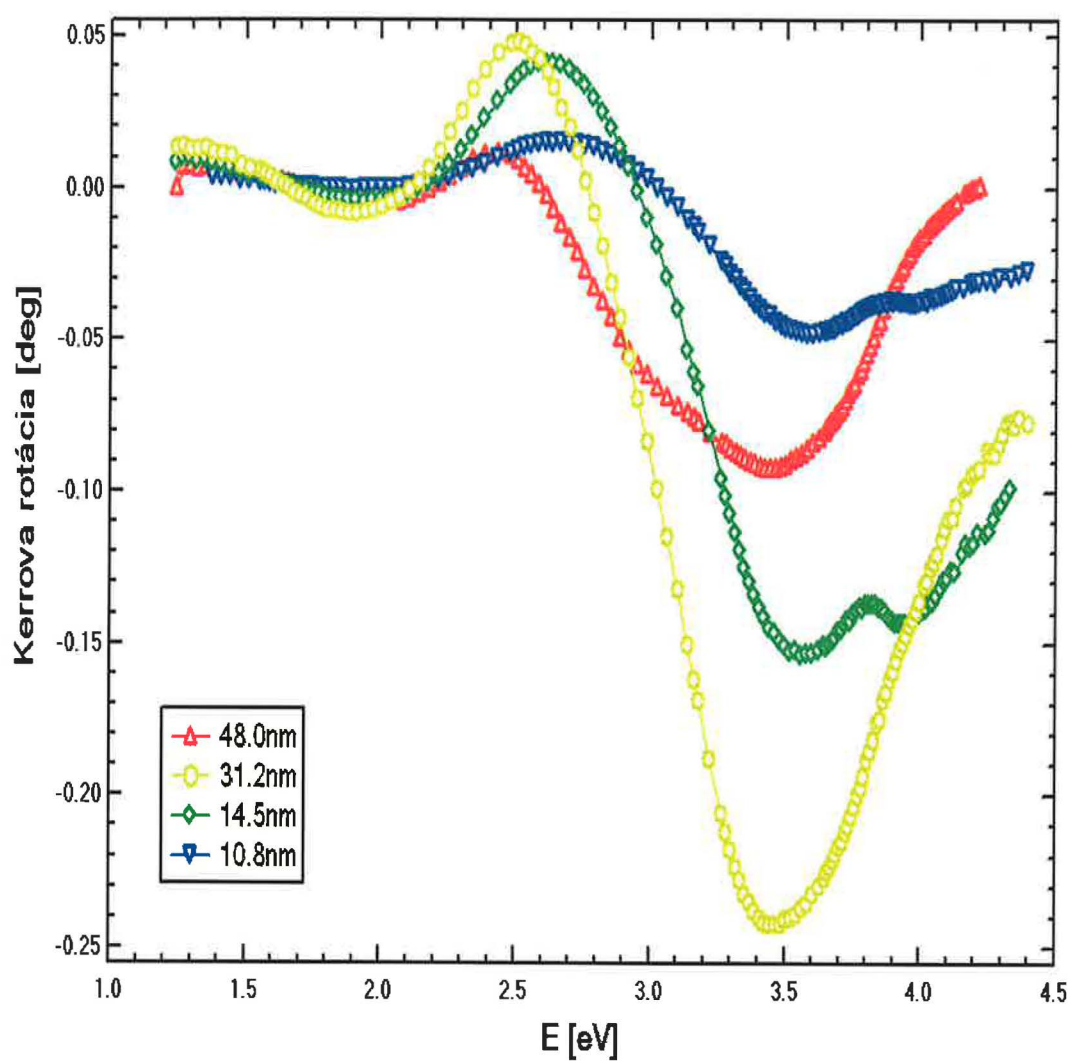
Na vzorkách $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$ boli zmerané polárne magnetooptické spektrá pri kolmom dopade. Tieto sú uvedené na obrázkoch 8.1 a 8.2.

Zo znalosti Kerrovej elipticity a rotácie, diagonálnych členov tenzoru permitivity vrstvy $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$, LSMO, a optických konštánt substrátu $SrTiO_3$, STO, sme mohli pomocou teórie odvodenéj v kapitole 4, dopočítať nediagonálne členy tenzoru permitivity, tzv. magnetooptické parametry. Pri týchto výpočtoch veľmi záleží na voľbe optických konštánt magnetickej vrstvy a substrátu. V tomto výpočte sme použili konštanty získané pomocou elipsometrických meraní na jednotlivých vrstvách a samotnom substráte [27]. Pre vrstvy LSMO sú diagonálne prvky tenzoru permitivity zaznamenané na obrázku 8.3 a pre vrstvu STO na obrázku 8.4. Spočítané spektrá nediagonálnych prvkov tenzoru permitivity za predpokladu, že všetky rozhrania medzi jednotlivými vrstvami sú ostré a rovinné, najdeme na obrázkoch 8.5 a 8.6. Štruktúru sme uvažovali ako magnetickú vrstvu na nekonečnom nemagnetickom substráte.

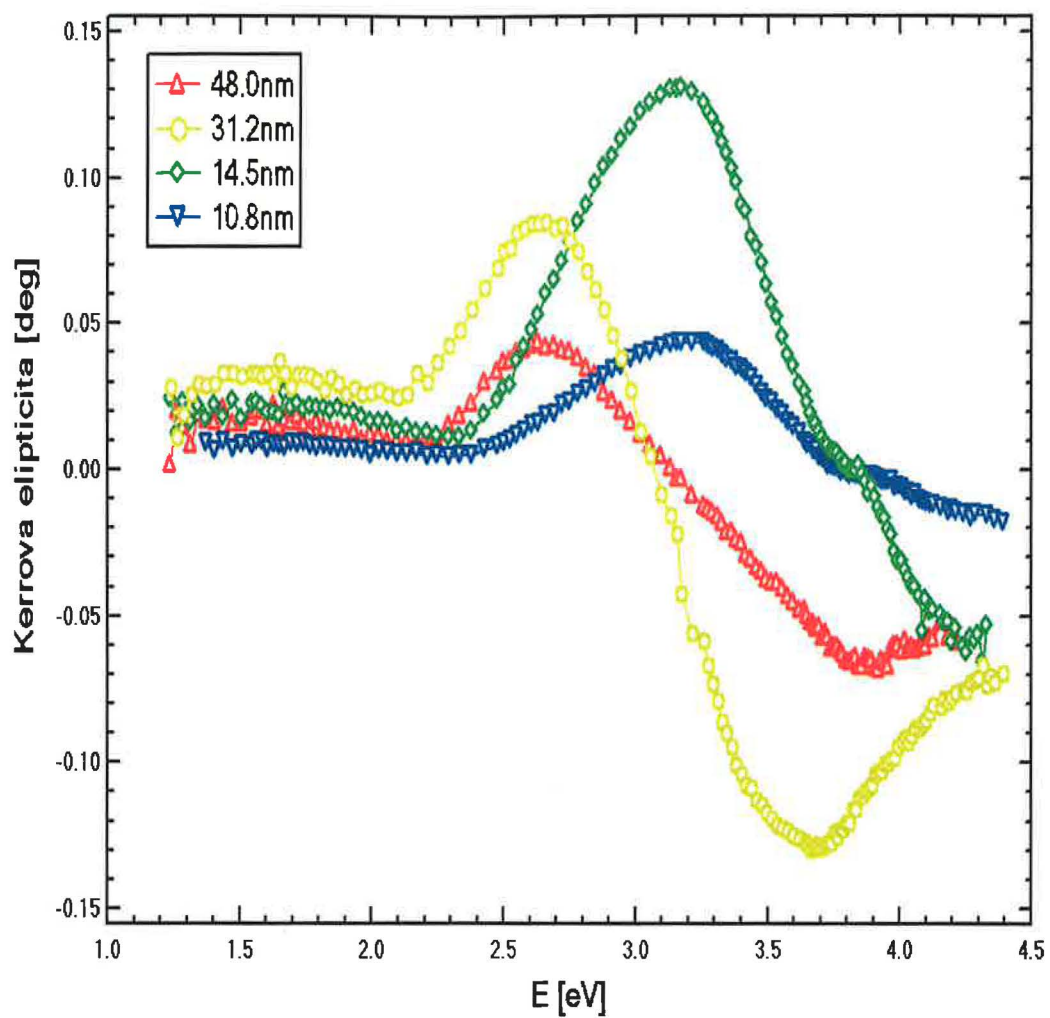
Merania polárnych Kerrových spektier boli predtým publikované na hrubých vrstvách (približne 150nm) Fumagallim [28] a Choem [29], na objemovom materiály Yamaguchim [30] a na polykryštalických vzorkách Popmou [31]. V našom laboratóriu boli skúmané vzorky tenkých vrstiev LSMO pripravených za rovnakých podmienok v laboratóriách Institut d'Electronique Fondamentale, Université Paris Sud, Orsay, Francúzsko. Tieto vzorky boli pripravené na substráte STO (100). Podrobné rozobratie spektra nediagonálnych prvkov týchto vzoriek najdeme v [32]. Uvedieme si tu iba krátke zhrnutie a zameriame sa hlavne na rozdiely spôsobené zmenou orientácie substrátu. Dosiahnuté výsledky budeme porovnávať so spektrami nameranými v práci Veisa [32], ktoré ďalej budeme označovať ako *spektrá na substráte STO(100)*.

Tvar spektra Kerrovej rotácie aj elipticity je hladký, čo značí prítomnosť voľných elektrónov vo vrstve. Spektrá rotácie a elipticity sú navzájom previazané Kramers-Kronigovými reláciami tak, že pri maxime jednej zložky (rotácie alebo elipticity) musí spektrum druhej zložky prechádzať inflexným bodom. Toto je znázornené na magnetooptickom spektre vrstvy s hrúbkou 14.5nm (Obr.8.7).

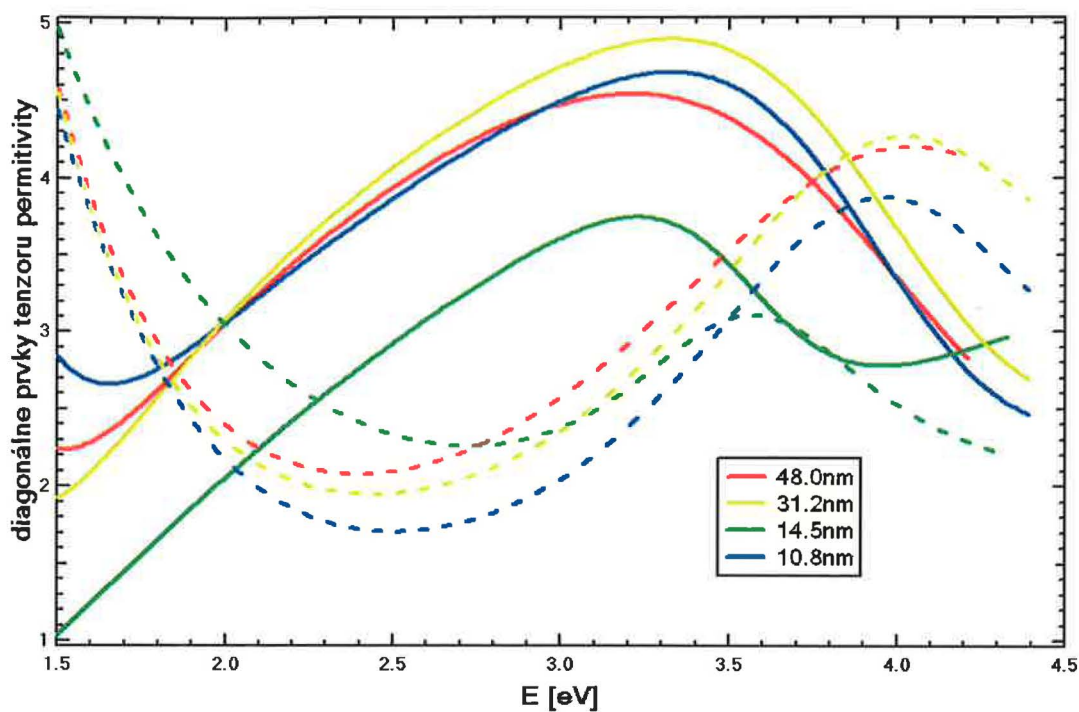
Na spektre rotácie sú významné dva píky. Prvý je okolo energie 2.7 eV pre najtenšiu vrstvu, 10.8nm a so zväčšujúcou hrúbkou vrstvy LSMO sa posúva k nižším hodnotám energie, až k 2.5 eV pre najhrubšiu vrstvu, 48nm. Druhý pík sa nachádza pri energii 3.5 eV. Tu je vidieť rozšírenie píku, až jeho rozštiepenie, ktoré je pozorovateľné hlavne u tenších vrstiev. Pri spektrách elipticity je pozorované jedno maximum, ktorého poloha je tiež závislá na hrúbke a posúva sa od 3.2 eV pre vzorku hrúbky 10.8nm po 2.65 eV pre pík pri hrúbke vrstvy 48nm. Spektrá sú v dobrej zhode s predchádzajúcimi meraniami na hrubých, objemových aj polykryštalických vzorkách. Poloha píkov je tiež v zhode



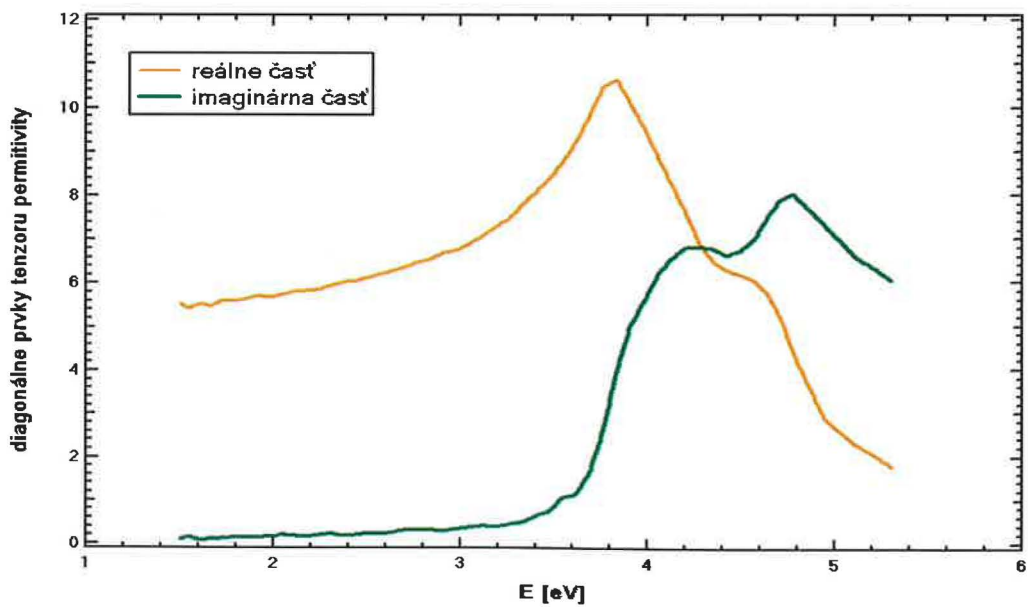
Obrázek 8.1: Experimentálne spektrá polárnej Kerrovej rotácie na vrstvách $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$, s rôznou hrúbkou t , deponovaných na substráte $SrTiO_3$ (110).



Obrázek 8.2: Experimentálne spektrá polárnej Kerrovej elipticity na vrstvách $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$, s rôznou hrúbkou t , deponovaných na substráte $SrTiO_3$ (110).



Obrázek 8.3: Spektrá diagonálnych prvkov tenzoru permitivity vrstvy $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$ deponované na substráte $SrTiO_3$ pre rôzne hrúbky t vrstvy [27]. Plné čiary predstavujú reálnu časť diagonálneho prvku tenzoru permitivity, čiarkované krivky imaginárnu časť



Obrázek 8.4: Spektrá komplexnej permitivity $SrTiO_3$ substrátu [27].

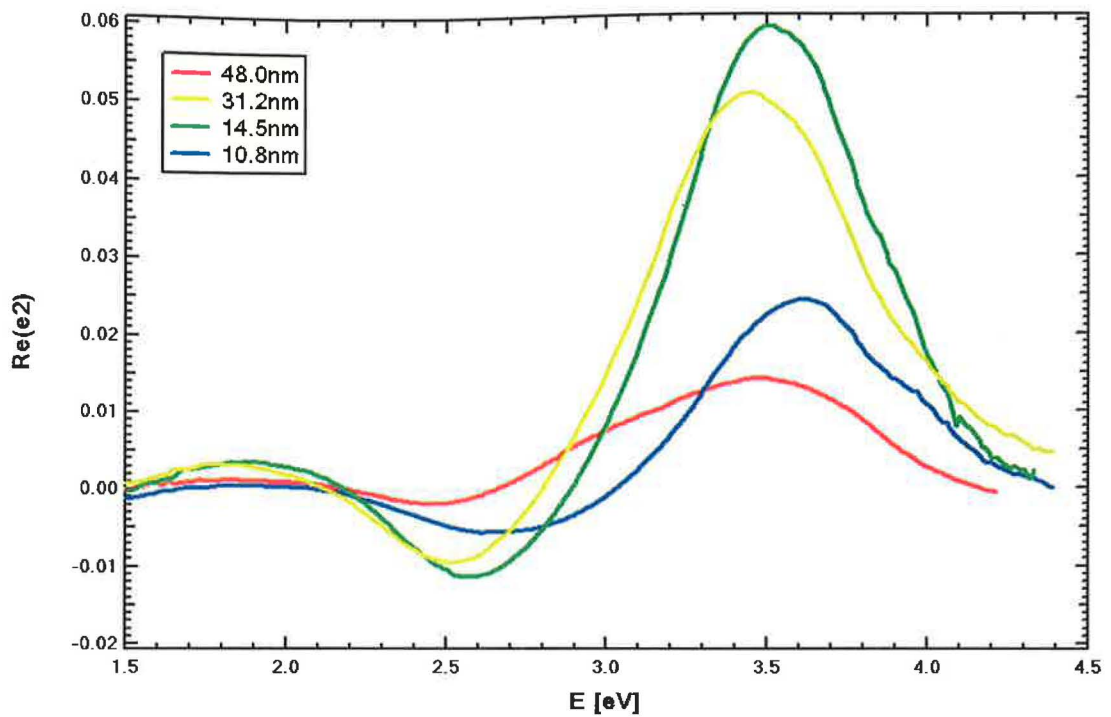
so spektrami Kerrovej rotácie na substráte STO(100), akurát na vzorkách na substráte STO(110) sa výraznejšie prejavuje rozširujúci pík pri tenkých vrstvách. Pri spektrách Kerrovej elipticity sa vo vzorkách STO(110) objavuje závislosť amplitúdy píku na hrúbke vrstvy, ktorú sme pri vzorkách STO(100) nepozorovali.

Spektrá reálnej a imaginárnej zložky nediagonálneho prvku tenzoru permitivity sa zhodujú so spektrami Liu et al. [33]. Tieto boli namerané pre hrubšie filmy. Porovnaním so spektrom LSMO filmu o hrúbke 48nm, dostaneme veľmi dobrú zhodu. Spočítanie nediagonálneho prvku z magnetooptických spektier je nutné pre určenie medzipásových magnetoopticky aktívnych prechodov, keďže samotné spektrá Kerrovej rotácie a elipticity s nimi ešte nie sú priamo previazané. Mikroskopickej analýze spektier sa venovali viaceré práce, tieto boli podrobne rozobraté v [32]. Analýzou spektier sme došli, v zhode s Yamaguchim, k jednému elektrónovému prechodu a to diamagnetického typu, t.j. prechod do vzbudeného stavu, ktorý je spin-orbitálne rozštiepený, pri energii 3.5 eV. Jedná sa o prechod elektrónu z O 2*p* do Mn 3*d* *t*_{2*g*} tripletného stavu.

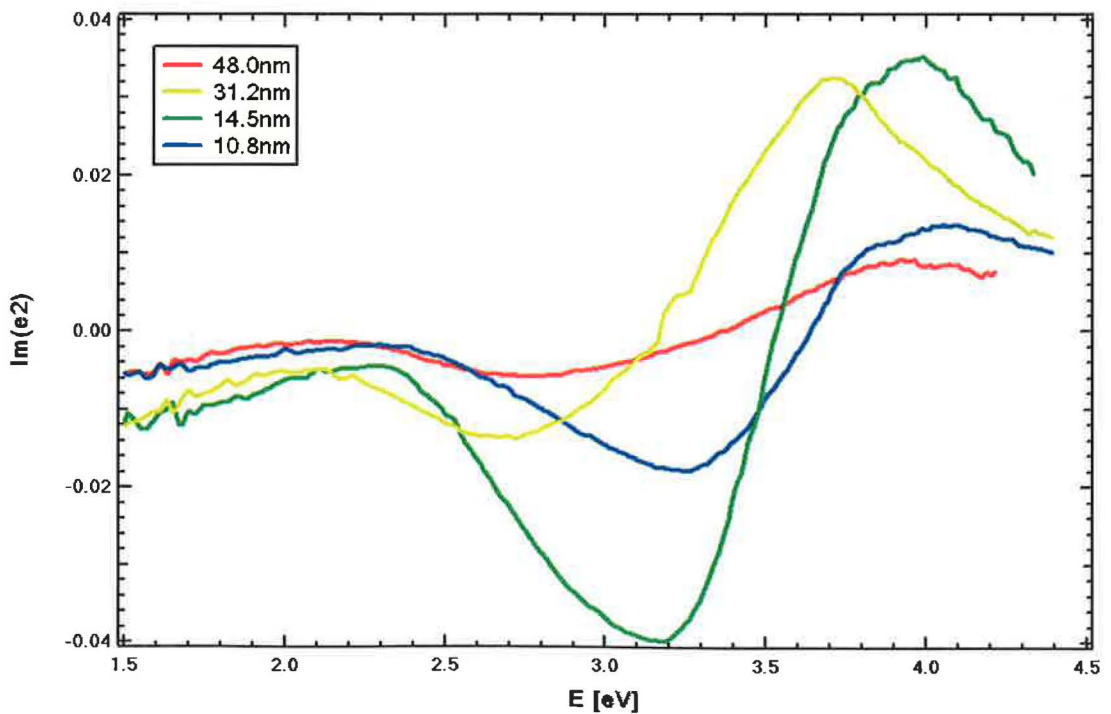
Objavenie štruktúry v magnetooptických spektrách, pri energii približne 3.9 eV, vzhľadom k jej výskytu pri nižších hrúbkach, môžeme považovať za vplyv optických vlastností substrátu. Svedčí o tom penetračná hĺbka vrstvy LSMO, spočítaná v [32], a to, že poloha píku zodpovedá ostrému maximu v reálnej časti diagonálneho prvku tenzoru permitivity substrátu (Obr. 8.4). Na rozdiel od vzoriek STO(100), pri vzorkách STO(110) už tento pík nie je pozorovaný v spektrách nediagonálneho prvku. Toto svedčí o použití presnejších optických konštánt substrátu pre daný výpočet. Tieto sme získali priamo z elipsometrie čistej vrstvy STO. Môžeme teda usudzovať, že sa nám podarilo presnejšie parametrizovať vrstvu LSMO, vďaka použitiu optických konštánt priamo z elipsometrie a tým odstrániť vplyv substrátu na spektrá tenkých vrstiev.

Porovnaním vzoriek STO(100) a STO(110) ďalej zisťujeme väčšie amplitúdy v spektrách nediagonálnych prvkov. Keďže amplitúda nediagonálneho prvku tenzoru permitivity je závislá na veľkosti vnútornej magnetizácie, môžeme usudzovať, že filmy na substráte STO(110) sú lepšie usporiadané, majú vyššiu Curieovu teplotu a tým aj vyššiu vnútornú magnetizáciu pri rovnakej teplote.

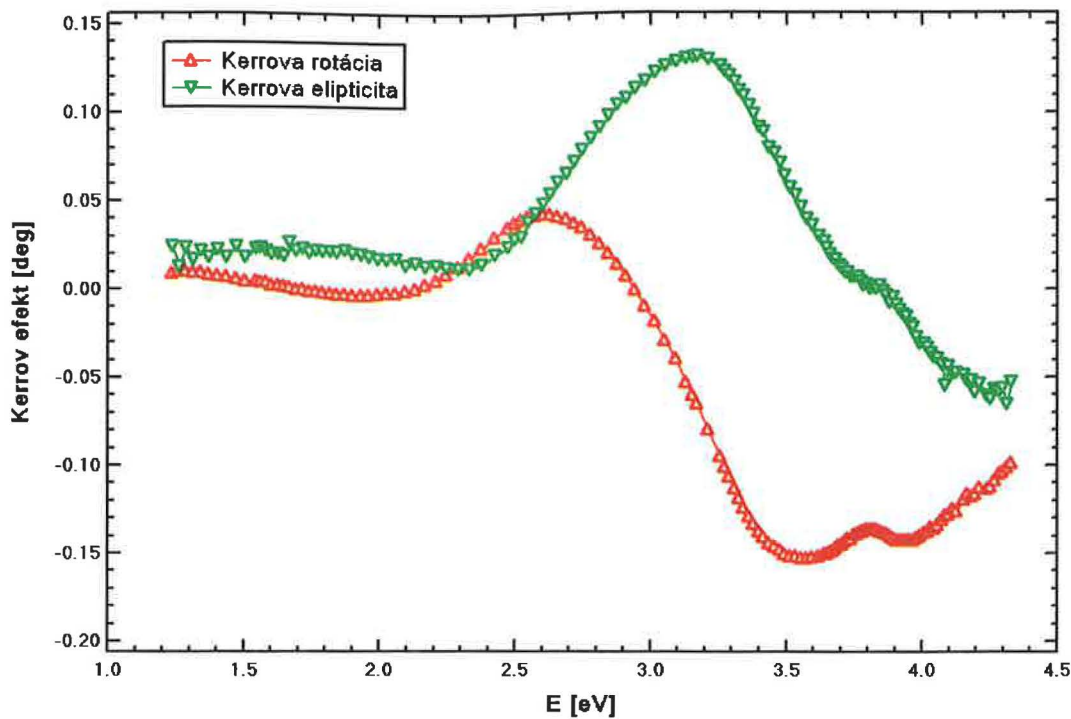
Pri LSMO vrstve hrúbky 48nm dochádza k náhlemu poklesu amplitúdy, táto je zhodná z amplitúdami Liu et al. [33]. Amplituda Kerrovho javu je priamo závislá na veľkosti vnútornej magnetizácie. Meranie vnútornej magnetizácie pomocou SQUID magnetometra bolo robené hneď po depozícii vzoriek pre tri hrúbky. Výsledky sú znázornené na obrázku 8.8. Ako vidieť pri izbovej teplote je vnútorná magnetizácia najhrubšej vzorky $t = 48nm$ nižšia ako vrstvy s hrúbkou 14.5nm. Pôvod zníženia vnútornej magnetizácie pre hrubšie vzorky môže byť spôsobený tým, že s pribúdajúcou hrúbkou vrstvy sa počas rastu môže začať meniť kryštalografická štruktúra, ktorá bola určovaná aj napätím vznikajúcim medzi substrátom a magnetickou vrstvou (rozdielne mriežkové konštanty)



Obrázek 8.5: Vypočítané spektrum reálnej časti nediagonálneho prvku tenzoru permitivity ϵ_2 pre rôzne hrúbky t vrstiev.



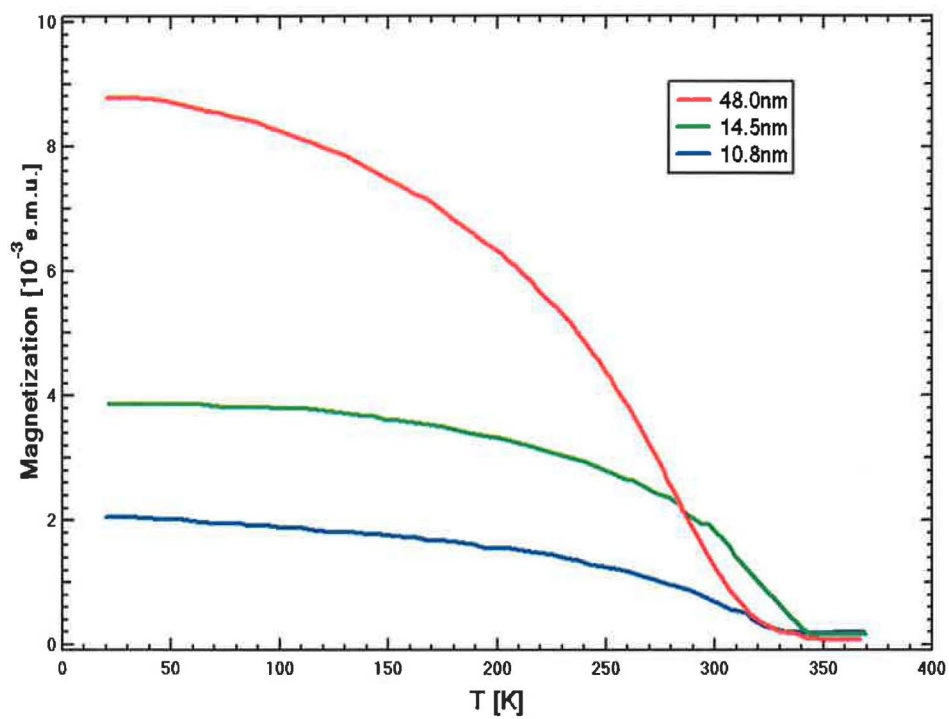
Obrázek 8.6: Vypočítané spektrum imaginárnej časti nediagonálneho prvku tenzoru permitivity ϵ_2 pre rôzne hrúbky t vrstiev.



Obrázek 8.7: Polárne magneto-optické spektrum pre vzorku LSMO na substráte STO (110) s hrúbkou 14.5nm.

a tým aj magnetické usporiadanie. Keďže vnútorná magnetizácia je daná kryštalografickým usporiadaním iónov v látke je možné očakávať zmenu vnútornej magnetizácie so zmenou kryštalografického usporiadania vrstvy.

Hladké spektrá a široké línie zodpovedajú zvýšenej delokalizácii elektrónov, teda zvýšenému pôsobeniu kovalentnej väzby.



Obrázek 8.8: SQUID meranie na vrstvách LSMO na substráte STO(110) pre rôzne hrúbky t LSMO vrstvy.

8.3 Vrstvy magnetitu Fe_3O_4

Na vzorkách magnetitu boli zmerané polárne magnetooptické spektrá pri skoro kolmom dopade. Kerrova rotácia a elipticita sú vynesené na obrázkoch 8.9 a 8.10. Namerané spektrá sú v zhode so spektrami nameranými Zhangom [34] a Fontijnom [35, 36], ktorý meral vzorky čistého magnetitu a magnetitov dopovaných Mg^{2+} alebo Al^{3+} .

Na začiatku spektier je pozorovateľná interferencia. V spektre rotácie pozorujeme oblý širší vrchol v oblasti okolo 3.5 - 4.0 eV. Pri vzorke žihanej 160 minút je pozorovateľné štiepenie tejto štruktúry na dva vrcholy s maximami približne 3.6 eV a 4.0 eV. Pre podrobnú analýzu potrebujeme dopočítať spektrá nediagonálneho prvku tenzoru permitivity, ktoré už sú priamo spojené s elektrónovými prechodmi v látke.

Pomocou optických a magnetooptických konštánt [35, 6] sme spočítali magnetooptické spektrá pre rôzne hrubé vrstvy magnetitu na substráte MgO . Porovnaním polôh maxim a minim interferencie v spočítaných a nameraných spektrách sme určili hrúbky vrstiev magnetitov. Tieto boli určené nasledne:

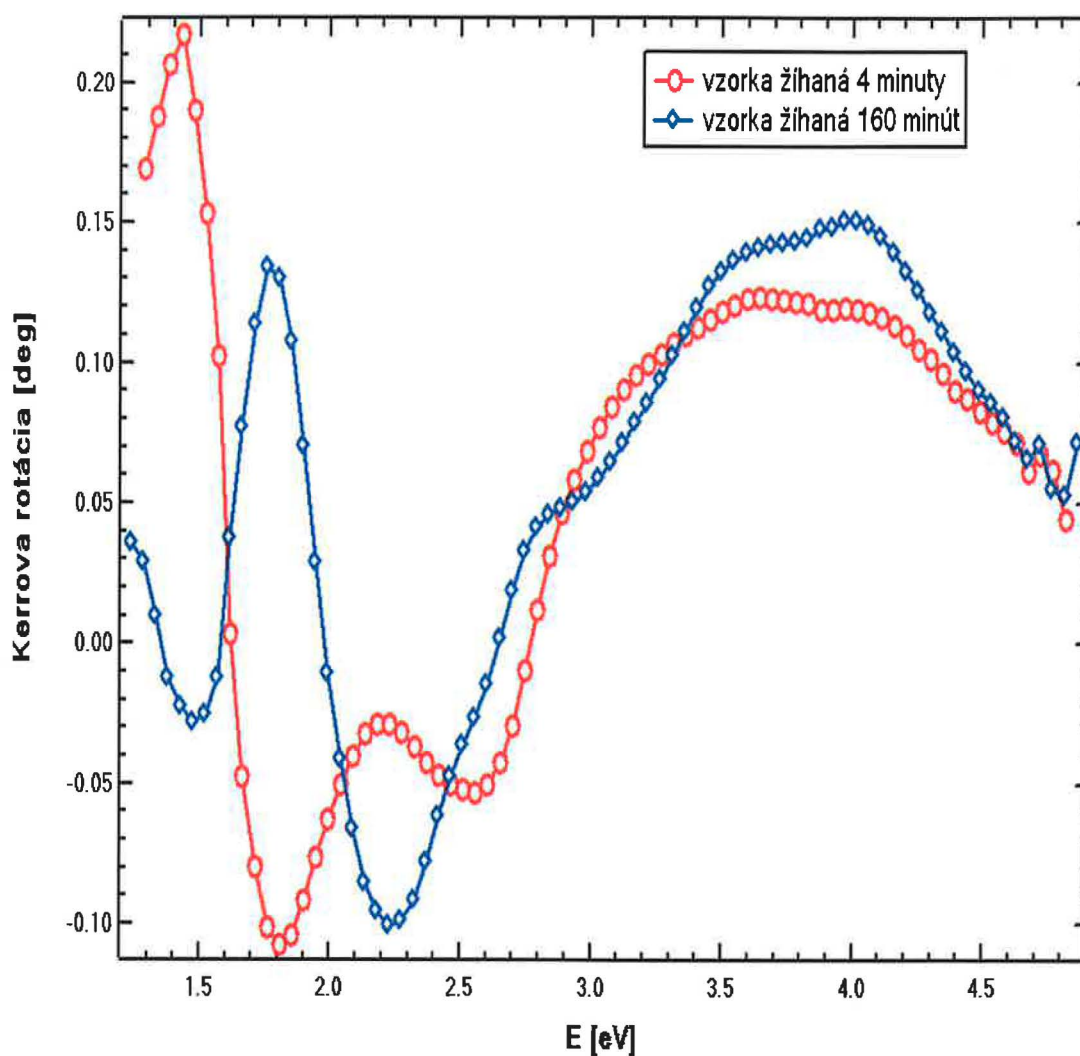
- vzorka žihaná 4 minúty, $t = 190nm$
- vzorka žihaná 160 minút, $t = 267nm$

Zo spektier Kerrovej rotácie a elipticity, optických konštánt substrátu a magnetitu a známej hrúbky vrstvy magnetitu sme rovnako ako v predchádzajúcom prípade (t.j. štruktúra - magnetická vrstva na nemagnetickom nekonečnom substráte s rovnými a skokovými rozhraniami) spočítali spektrá nediagonálneho prvku tenzoru permitivity. Tieto sú pre jednotlivé vzorky vynesené v grafoch 8.11 a 8.12.

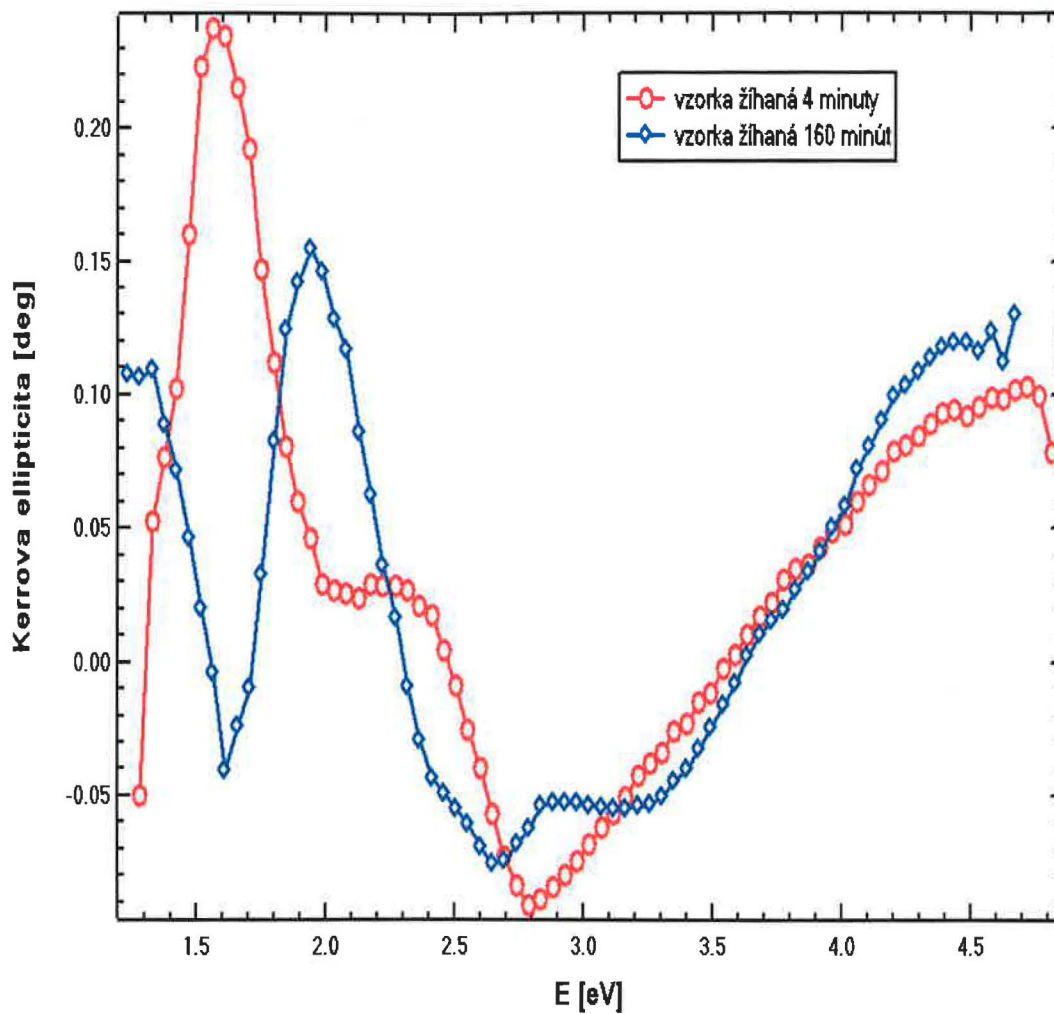
V týchto spektrách môžeme pozorovať dva typy prechodov.

- **diamagnetické** - spinovo a elektricky-dipólovo povolený prechod. Základný stav je singlet, vzbudený stav je rozštiepený vďaka výmennému poľu a spin-orbitálnej väzbe. Reálna časť ε_2 je v tvare zvonu, imaginárna časť prechádza inflexným bodom, v súlade s disperznými reláciami. (Obr.8.13)
- **paramagnetické** - v tomto prípade je základný aj vzbudený stav singlet. Pri tomto prechode je sila oscilátoru prechodu závislá na polarizácii (RCP alebo LCP) svetla. Imaginárna časť ε_2 je v tvare zvonu, reálna časť prechádza inflexným bodom. (Obr.8.13)

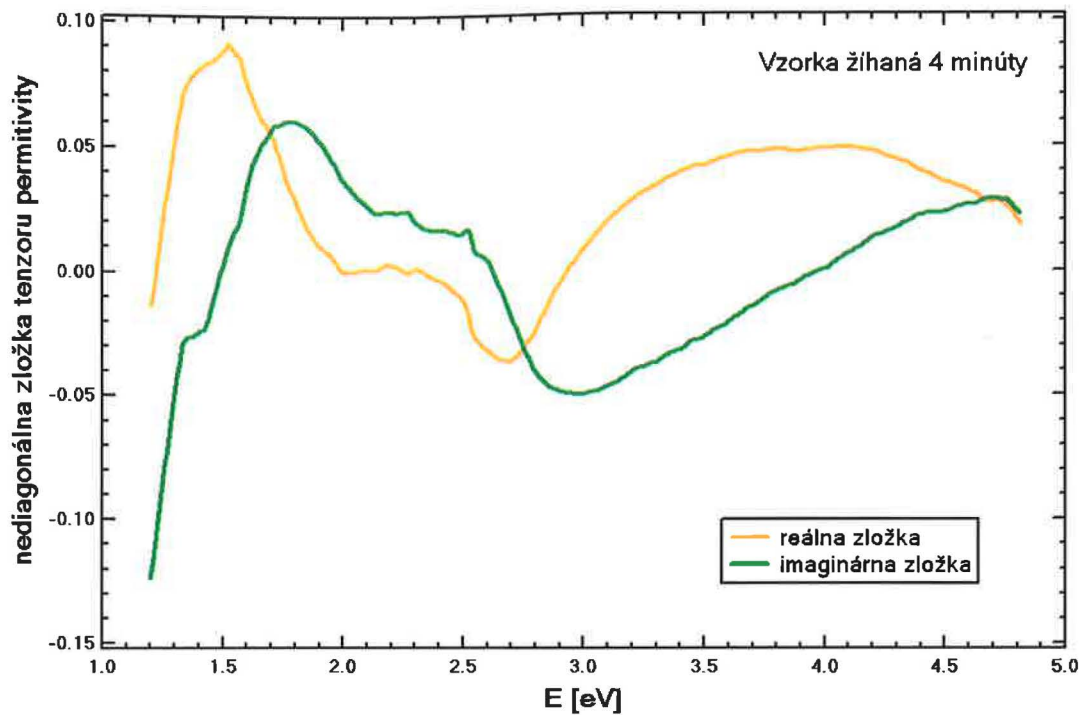
Pri nižších energiách pozorovali v spektrách Zhang (1.85 eV) aj Fontijn (1.94 eV) paramagnetické prechody. Tento prechod je interpretovaný podľa Fontijna [35] a Antonova [37] ako prechod zo stavu $[Fe^{2+}]t_{2g}$ do stavu $[Fe^{3+}]e_g$. Fontijn vo svojej práci nahradzoval



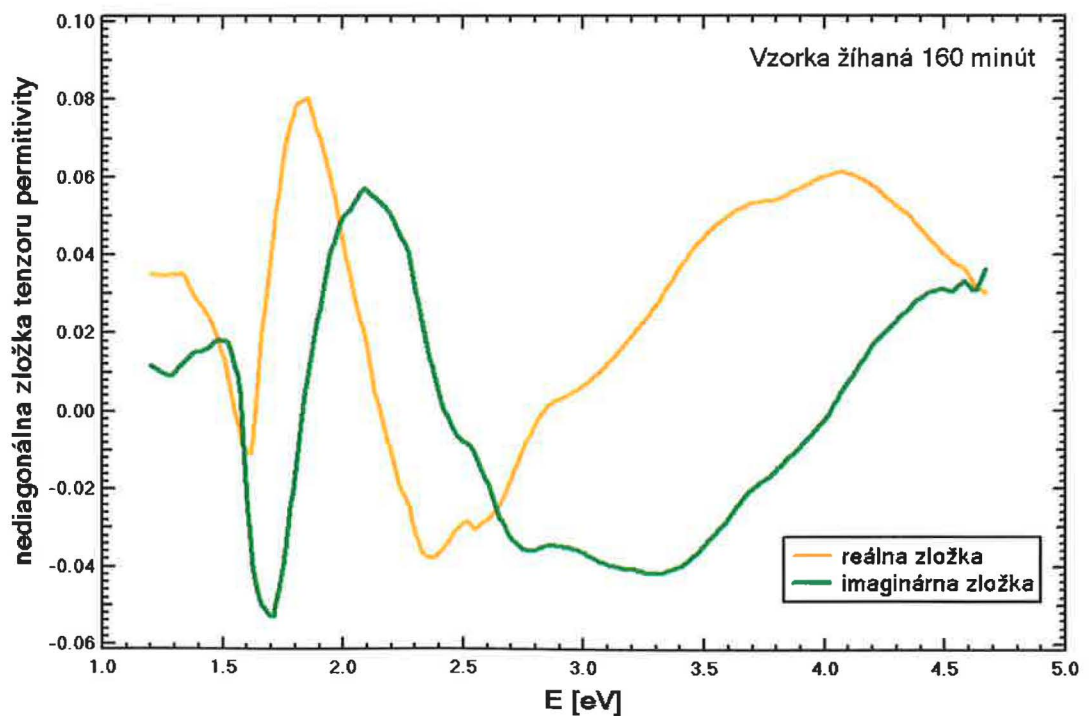
Obrázek 8.9: Experimentálne spektrá polárnej Kerrovej rotácie na vrstvách Fe_3O_4 depozovaných na substráte MgO .



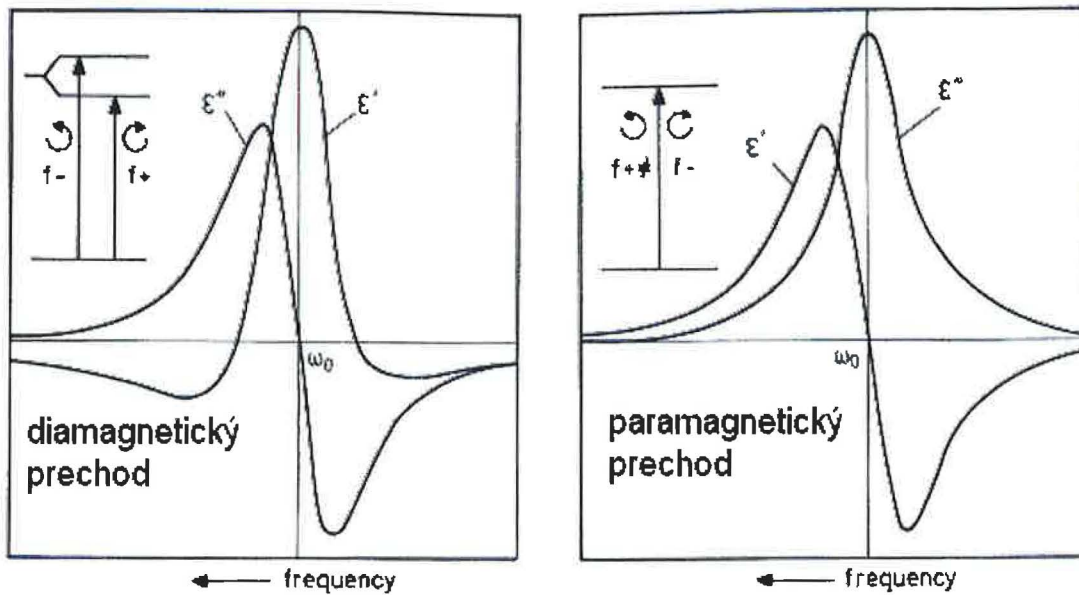
Obrázek 8.10: Experimentálne spektrá polárnej Kerrovej elipticity na vrstvách Fe_3O_4 deponovaných na substráte MgO .



Obrázek 8.11: Vypočítané spektrum nediagonálneho prvku tenzoru permitivity ε_2 pre vzorku magnetitu žíhanú 4 minúty s hrúbkou $t = 190nm$.



Obrázek 8.12: Vypočítané spektrum nediagonálneho prvku tenzoru permitivity ε_2 pre vzorku magnetitu žíhanú 160 minút s hrúbkou $t = 267nm$.



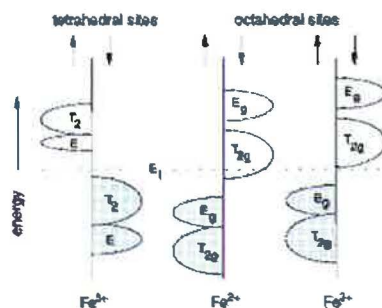
Obrázek 8.13: Typy prechodov pozorovaných v spektrách nediagonálneho prvku tenzoru permitivity.

inonty železa v oktaedrálnjej a tetraedrálnjej polohe iontami hliníka a manganitu a zisťoval závislosť intenzity prechodu na miere dopovania týmito iontami a na základe toho určoval ionty železa podieľajúce sa na jednotlivých prechodoch. Nami namerané spektrá sú v tejto oblasti poznačené silnou interferenciou, vďaka čomu tento prechod nemáme možnosť pozorovať.

Malý pík pozorovateľný v oblasti 2.6 eV pri oboch vzorkách môžeme podľa analýzy Fontijna pripísať prechodu zo stavu $[Fe^{3+}]t_2$ do stavu $[Fe^{2+}]t_{2g}$.

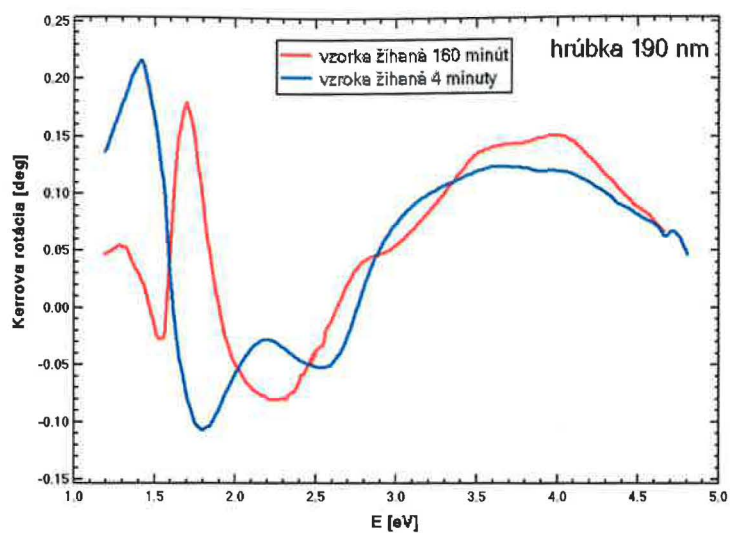
Ďalšia významná štruktúra spektra vzorky žihanej štyri minúty sa objavuje okolo 3.5 eV až 4.0 eV. Pri vzorke žihanej 160 minút je možné pozorovať rozštiepenie tejto štruktúry na dva píky pri energiách 3.5 eV a 4.0 eV. Tato štruktúra vykazuje diamagnetický prechod. Fontijn pozoruje v tejto oblasti píky s diamagnetickým tvarom: 3.11 eV pre prechod zo stavu $[Fe^{2+}]t_{2g}$ do stavu $(Fe^{3+})e$, 3.46 eV pre prechod zo stavu $[Fe^{3+}]e_g$ do stavu $(Fe^{2+})t_2$ a 3.96 eV prechod zo stavu $[Fe^{2+}]t_{2g}$ do stavu $(Fe^{3+})e$. Schématickú reprezentáciu elektrónovej štruktúry železných inotov v magnetite nájdeme na obrázku 8.14.

Aby bolo možné porovnať vplyv kratšieho a dlhšieho žihania na mangetooptické parametre, dopočítali sme tvar magnetooptických spektier pre jednotlivé hrúbky s pomocou získaných nediagonálnych prvkov tenzoru permitivity. Výsledky pre vzorky hrúbky $t = 190nm$ sú na obrázkoch 8.15 a 8.16, pre $t = 267nm$ na obrázkoch 8.17 a 8.18.

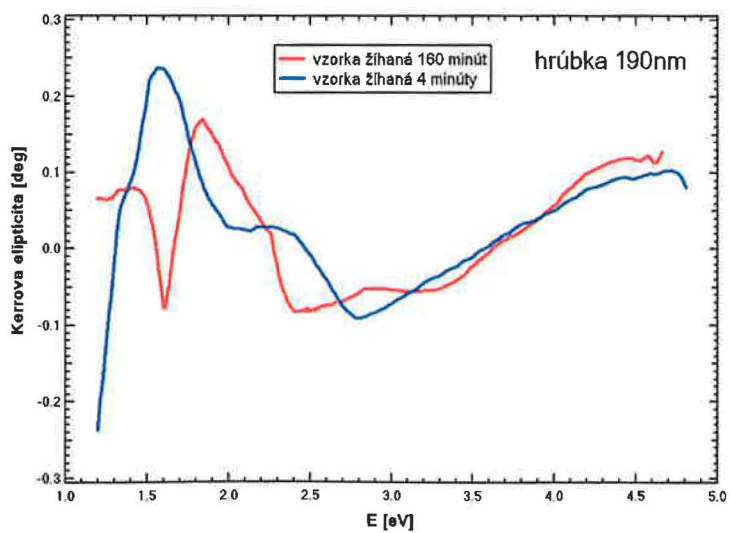


Obrázek 8.14: Schématická reprezentácia elektrónovej štruktúry železných inotov v magnetite [35].

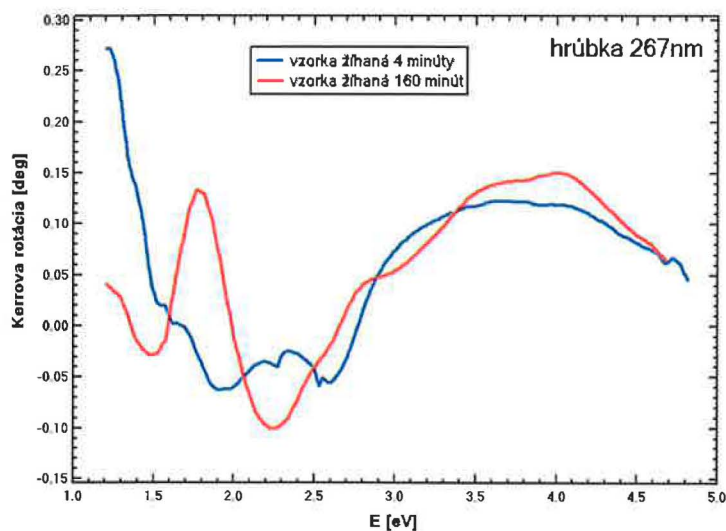
Z nameraných a dopočítaných spektier môžeme usudzovať, že dlhšie žíhanie vzorky magnetitu pomohlo k jej lepšiemu usporiadaniu. Ako vodieť na spektrách Kerrovej polárnej rotácie, je pri vzorke žíhanej 160 minút lepšie pozorovateľné rozštiepenie štruktúry v oblasti 3.5 až 4 eV. Zhang vo svojej práci porovnával magnetooptické polárne spektrá magnetitov nežíhaných a žíhaných po depozícii. V spektrách vidieť jasný posuv v absorpcii smerom k vyšším energiam pre žíhanú vzorku. Pre naše vzorky pozorujeme tento posun tiež, pre vzorku, ktorá bola žíhaná dlhšie, t.j. 160 minút.



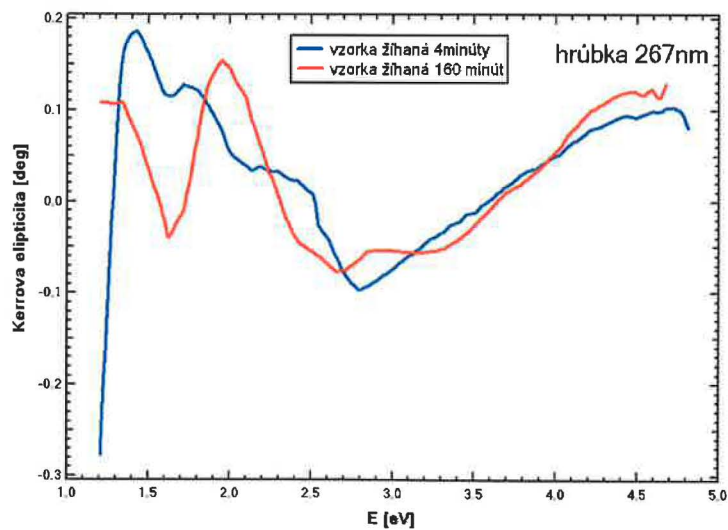
Obrázek 8.15: Kerrova rotácia pre vzorky magnetitu hrúbky $t = 190\text{nm}$ pre dva rôzne časy žihania.



Obrázek 8.16: Spektrum Kerrovej elipticity pre vzorky magnetitu hrúbky $t = 190\text{nm}$ pre dva rôzne časy žihania.



Obrázek 8.17: Spektrum Kerrovej rotácia pre vzorky magnetitu hrúbky $t = 267\text{nm}$ pre dva rôzne časy žíhania.



Obrázek 8.18: Spektrum Kerrovej elipticity pre vzorky magnetitu hrúbky $t = 267\text{nm}$ pre dva rôzne časy žíhania.

8.4 Bizmutom dopované granáty $Bi_xY_{3-x}Fe_5O_{12}$

Pre meranie magnetooptického efektu na bizmutom dopovaných granátoch sme v experimentálnom usporiadaní použili fotonásobič vhodný do oblasti UV, keďže podľa preštudovaných článkov, sa štruktúry v spektrách objavujú až pri energiách nad 2 eV. Namerané spektrá začínajú preto pri vyšších energiách ako predchádzajúce. Boli zmerané spektrá Kerrovej rotácie pre všetky tri vzorky a Kerrovej elipticity pre vzorky s dopovaním bizmutu $x = 1.0$. Výsledky sú zaznamenané v grafoch 8.19 a 8.20.

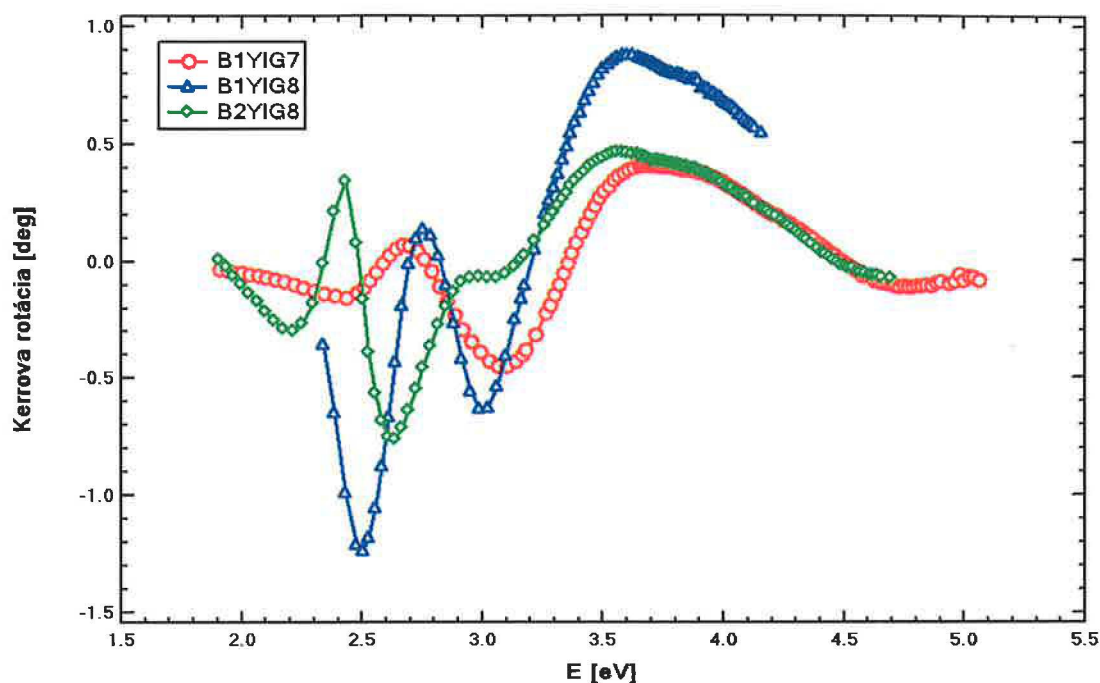
Magnetooptické spektrá granátov dopovaných bizmutom boli merané v práci Wittekoeka [12], pre koncentráciu dopovania bizmutom v rozmedzí $x = 0 - 1.0$ na polykryštalických filmoch, v práci Scotta [38], v práci Hansteena [39], kde boli granátové filmy pripravené pomocou epitaxie z tekutej fáze, LPE, a boli dopované bizmutom, galliom a luthéciom. Na vzorkách granátov dopovaných bizmutom bola meraná Faradayova rotácia Hansenom [25], Helstehom [40], filmy pripravené metódou LPE a Kahlom [41], filmy pripravené metódou PLD.

Nami namerané spektrá vykazujú dobrú zhodu so spektrami Wittekoeka. Na začiatku spektier je pre všetky tri vzorky pozorovateľná interferencia. Vďaka tejto interferencii sme rovnako ako v prípade magnetitov určili hrúbky vrstiev pre vzorky dopované bizmutom, $x = 1.0$. Optické a magnetooptické konštanty pre vrstvy granátu dopovaného bizmutom sme použili z práce [12] a optické konštanty substrátu z [42]. Keďže sme mali len optické konštanty pre vrstvu s dopovaním $x = 1$, neurčili sme hrúbku vrstvy vzorky B2YIG8. Pre ďalšiu analýzu sme teda použili iba vzorky s dopovaním $x = 1$, ktoré sa líšia teplotou substrátu počas depozície:

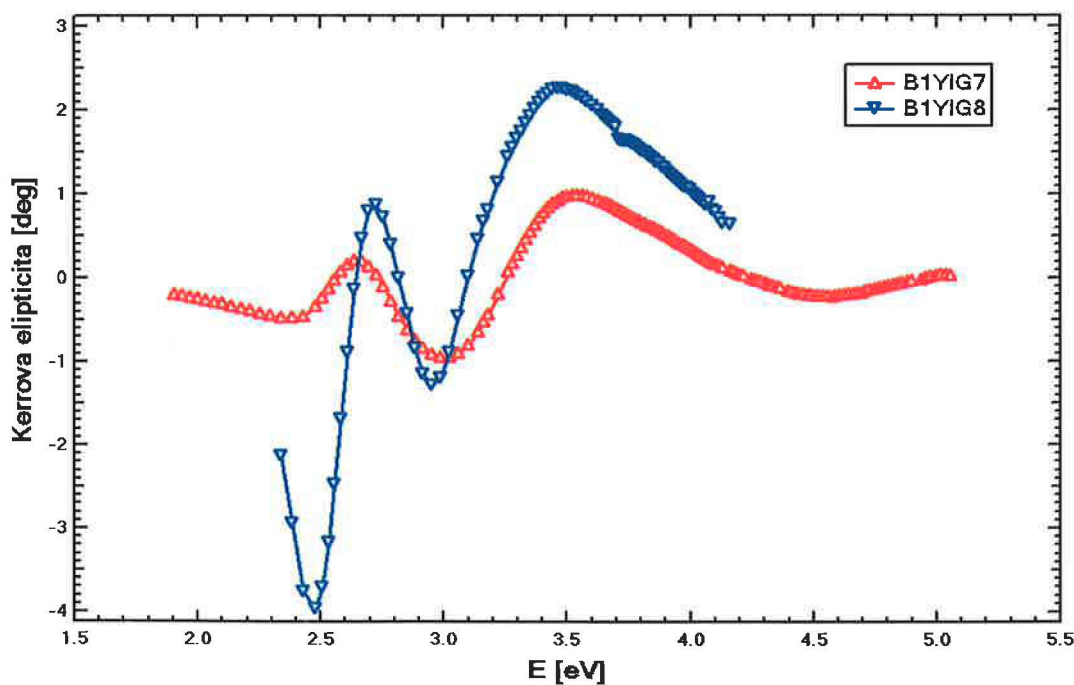
- **B1YIG7** - teplota substrátu 700° , hrúbka $t = 100nm$
- **B1YIG8** - teplota substrátu 800° , hrúbka $t = 330nm$

Z nameraných magnetooptických spektier, dopočítaných hrúbok a známych optických konštánt pre magnetickú vrstvu a substrát sme určili, rovnako ako v predchádzajúcich prípadoch, reálnu a imaginárnu časť nediagonálneho prvku tenzoru permitivity. Tieto sú vykreslené v grafoch 8.21 a 8.22.

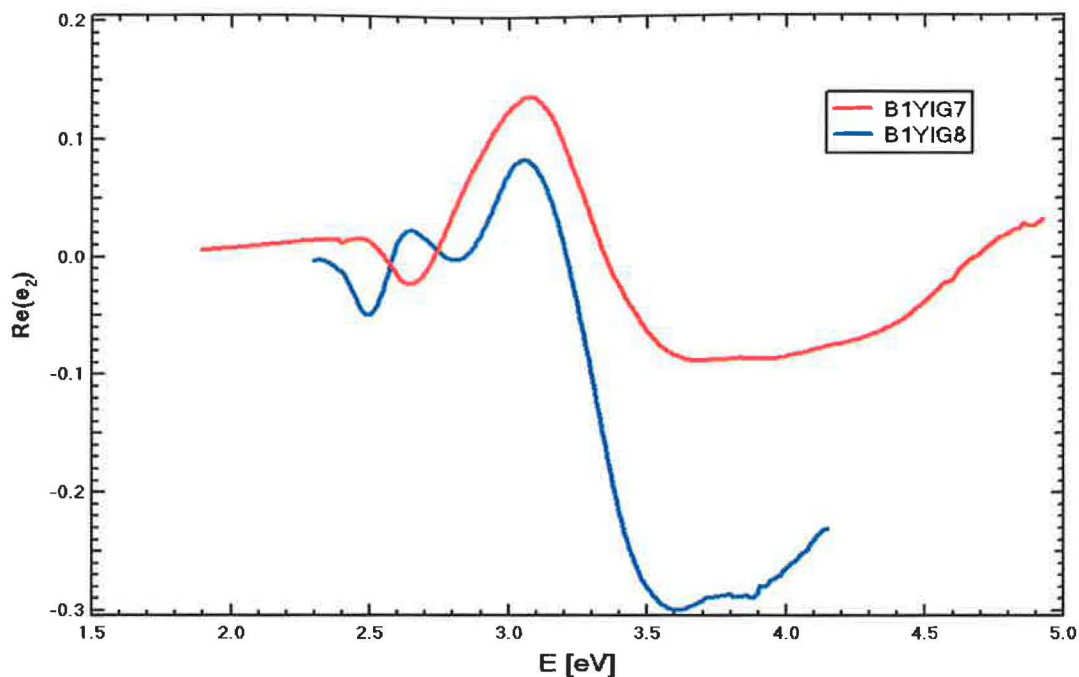
Ako vidieť, spektrá nediagonálneho prvku tenzoru permitivity sú poznamenané interferenciou až do energie 3 eV. Vo vyšších energiách zaznamenávame pri reálnej časti ϵ_2 štruktúru, ktorá má svoje maximum okolo 3.8 - 4 eV pre vzorku B1YIG7 a 3.6 - 3.8 eV pre vzorku B1YIG8. Porovaním reálnej a imaginárnej časti spektier okolo energie 3.5 až 4 eV vidíme, že tieto prechody sú diamagnetického typu, pre obe vzorky. Wittekoek vo svojej práci označuje tento prechod ako prechod elektrónu medzi iontami železa v oktaedrálnnej a tetraedrálnnej polohe.



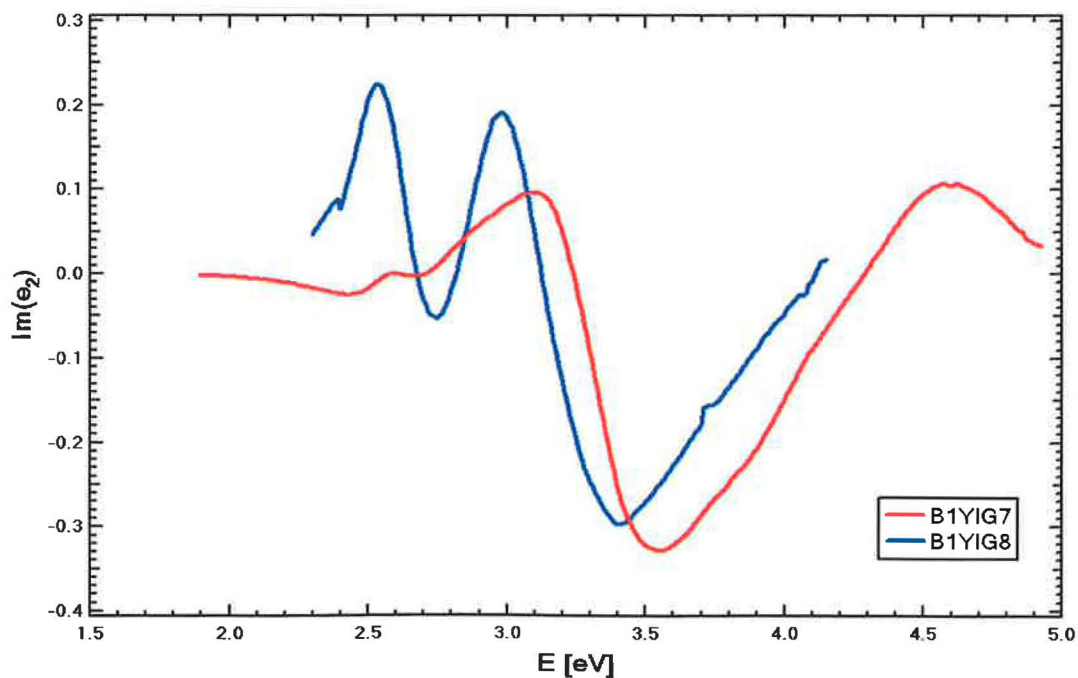
Obrázek 8.19: Experimentálne spektrá polárnej Kerrovej rotácie na vrstvách $Bi_xY_{3-x}Fe_5O_{12}$ deponovaných na substráte GGG pre rôzne koncentrácie bizmutu ($x = 1, 2$) a rôzne teploty substrátu počas depozície ($T = 700^\circ, 800^\circ$).



Obrázek 8.20: Experimentálne spektrá polárnej Kerrovej elipticity na vrstvách $Bi_xY_{3-x}Fe_5O_{12}$ deponovaných na substráte GGG pre rôzne koncentrácie bizmutu ($x = 1, 2$) a rôzne teploty substrátu počas depozície ($T = 700^\circ, 800^\circ$).



Obrázek 8.21: Spektrá reálnej časti nediagonálneho prvku tenzoru permitivity vrstvy $Bi_1Y_2Fe_5O_{12}$ pre rôzne teploty substrátu počas depozície ($T = 700^\circ, 800^\circ$).



Obrázek 8.22: Spektrá imaginárnej časti nediagonálneho prvku tenzoru permitivity vrstvy $Bi_1Y_2Fe_5O_{12}$ pre rôzne teploty substrátu počas depozície ($T = 700^\circ, 800^\circ$).

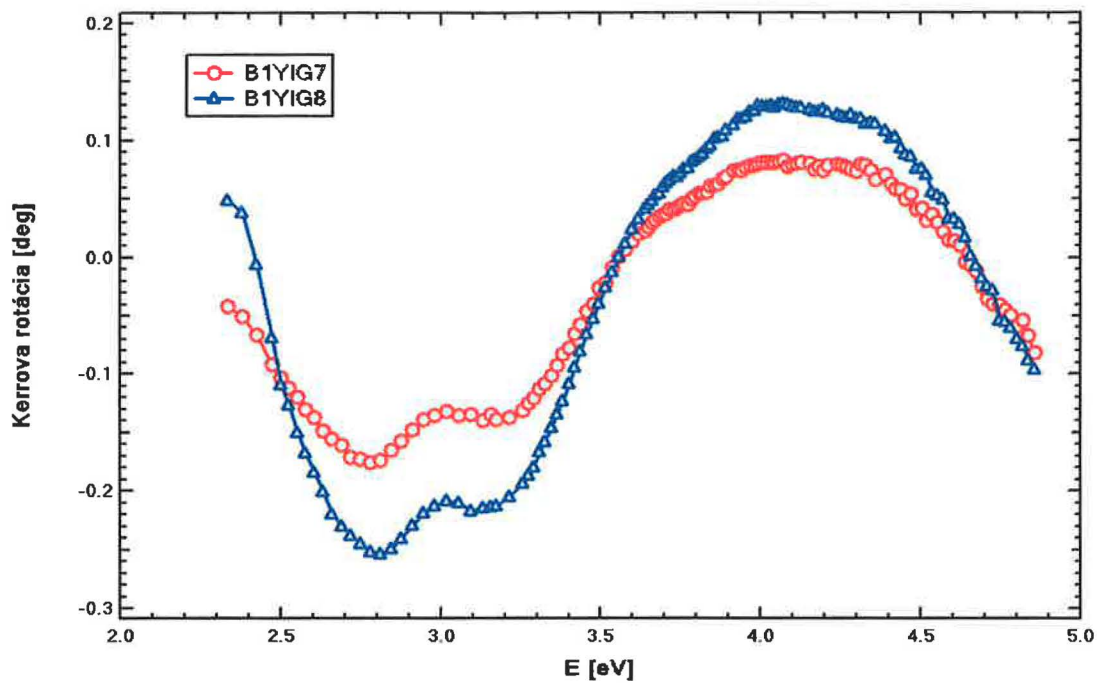
Porovnaním spektier vzoriek s rôznou teplotou substrátu počas depozície, zisťujeme, že pri vzorke, ktorej substrát bol zahrievaný na vyššiu teplotu, 800° , pozorujeme väčšie amplitúdy reálnej časti nediagonálneho prvku tenzoru permitivity, rovnako ako väčšie amplitúdy v magnetooptických spektrách. Toto svedčí o väčšej vnútornej magnetizácii. Keďže teplota substrátu počas depozície má veľký vplyv na kryštalografickú štruktúru, ktorá určuje vnútornú magnetizáciu, je jedným z možných vysvetlení malá zmena pri utváraní kryštalografickej štruktúry pri raste vrstvy.

Porovnaním spektier ε_2 so spektrami granátov YIG, bez dopovania bizmutom nezisťujeme žiadne nové prechody. Vzorky, ktoré boli dopované majú väčšie amplitúdy magnetooptických spektier.

8.4.1 Longitudinálne magnetooptické spektrá

Pre vzorky s mierou dopovania $x = 1.0$ sme premerali longitudinálne magnetooptické spektrá. Usporiadanie experimentu sme popísali na začiatku kapitoly. Svetlo dopadajúce na vzorku malo polarizáciu s . Longitudinálny Kerrov jav je omnoho slabší ako jav polárny. Porovnaním longitudinálnych a polárnych magnetooptických spektier zisťujeme, že pri longitudinálnom usporiadaní sú amplitúdy štruktúr pozorovaných v spektrách menšie 2-3-krát. Z tohoto dôvodu je veľmi dôležité presné nastavenie aparatury a zabezpečenie čo najmenšieho rozptylového poľa.

Spektrá longitudinálnej Kerrovej rotácie najdeme na obrázku 8.23. V grafe sú jasne viditeľné dve štruktúry. Prvá je pri energii 3 eV, a je rozštiepená na dve maxima 2.8 a 3.2 eV, druhá má maximum v okolí 4 eV. Obe spektrá vykazujú rovnaký tvar. Amplitúdy Kerrovej rotácie pre vzorku so substrátom zahrievaným na 800° sú väčšie, čo je v zhode s predchádzajúcimi meraniami v polárnom usporiadaní.



Obrázek 8.23: Experimentálne spektrá longitudinálnej Kerrovej rotácie na vrstvách $Bi_1Y_2Fe_5O_{12}$ deponovaných na substráte GGG pre rôzne teploty substrátu počas depozície ($T = 700^\circ, 800^\circ$).

Kapitola 9

Záver

Študované vzorky a použité experimentálne metódy

V predkladanej práci sa zaoberáme magnetooptickou štúdiou magnetických nanoštruktúr. Predmetom štúdia boli tri rôzne typy vzoriek

- **Perovskitové štruktúry** $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$ - vzorky mangánom dopovaných perovskitov na substráte $SrTiO_3$ (110) pripravené metódou pulznej laserovej depozície v laboratóriách *Institut d'Electronique Fondamentale, Université Paris Sud, Orsay, Francúzsko*. Študované boli štyri vzorky s rôznymi hrúbkami. Hrúbky vzoriek a ich optické konštanty boli zistené pomocou elipsometrických meraní na *Technickej Univerzite v Ostrave* pod vedením Doc. Kamila Postavy.
- **Vrstvy bizmutom dopovaných granátov** $Bi_xY_{3-x}Fe_5O_{12}$ - vrstvy železitých granátov s dopovaním bizmutom na substráte gallium gadolinium garnet, *GGG* (111). Vzorky boli pripravené pulznou laserovou depozíciou a navzájom sa odlišovali koncentráciou dopovania a teplotou podložky počas depozície. Boli pripravené tri vzorky v laboratóriách *Indian Institute of Technology, Bombay, India* a *Laboratoire de Magnetisme et d'Optique, CNRS, Versailles, Francúzsko*.
- **Vrstvy magnetitou** Fe_3O_4 - tenké vrstvy magnetitou na substráte *MgO* (001) pripravené pomocou epitaxie z molekúlárnych zväzkou laboratóriami *Trinity College, Dublin*. Vzorky prešli po depozícii žíhaním pri teplote 250° . Boli pripravené dve tenké vrstvy, jedna žíhaná po dobu 4 minút, druhá po dobu 160 minút.

Magnetooptickú reflexnú spektroskopia v obore energii fotónov 1 až 5 eV sme merali pri polárnej a longitudinálnej (iba pre vrstvy perovskitov) konfigurácii. Pri polárnej konfigurácii sme mali skoro kolmý dopad svetla (4°) a aplikované magnetické pole $B = 470mT$,

pri longitudinálnej bol uhol dopadu 54° a aplikované magnetické pole $B = 100mT$. Vysoká presnosť merania bola zaistená kompenzačnou metódou modulácie azimutu, riadenou spätnoväzbovou regulačnou slučkou.

Experimentálne výsledky

Pomocou nameraných magnetooptických spektier a známych optických konštánt pre magnetické vrstvy sme mohli dopočítať nediagonálny prvok tenzoru permitivity pre danú magnetickú vrstvu, čím sme mohli charakterizovať jej kryštalografickú štruktúru a magnetoopticky aktívne elektrónové prechody.

- **Perovskitové štruktúry** $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$ - spektrá boli porovnávané so spektrami v práci [32] z ohľadom na zmenu substrátu z STO (100) na STO (110). Polárne magnetooptické spektrá vykazovali rovnaké štruktúry (minimum okolo 2.6 eV, závislé na hrúbke a maximum okolo 3.5 eV, rozšírené pre tenšie hrúbky). V spektrách nediagonálneho prvku pozorujeme jeden magnetoopticky aktívny prechod, ktorý sme identifikovali ako prechod elektrónu z O $2p$ do stavu Mn $3d t_{2g}$. Vzorky na substráte STO (110) vykazujú lepšie vnútorné usporiadanie a tým zvýšenú vnútornú magnetizáciu. Možné vysvetlenie pre pokles amplitúd pri spektrách hrubých vrstiev je v zmene kryštalografického usporiadania s pribúdajúcou hrúbkou vrstvy.
- **Vrstvy bizmutom dopovaných granátov** $Bi_xY_{3-x}Fe_5O_{12}$ - vďaka silnej interferencii v magnetooptických spektrách pri nižších energiách sa nám pre vzorky s koncentráciou bizmutu $x = 1.0$ podarilo určiť hrúbky vrstiev s pomocou optických a magnetooptických konštánt z [12]. Hrúbku vrstvy s koncentráciou $x = 2.0$ sme kvôli absencii optických a magnetooptických konštánt nezistili. Z nediagonálnych spektier tenzoru permitivity sme identifikovali jeden prechod, ktorý podľa [12] prislúcha prechodu elektrónu medzi iontami železa v oktaedrálnom a tetraedrálnom stave. Porovnaním spektier sme zistili, že vzorka deponovaná na substrát, ktorý bol zahrievaný na 800° vykazuje väčšiu vnútornú magnetizáciu. Teplota podložky počas depozície v systéme PLD má veľký vplyv na kryštalografickú štruktúru vzorky. Tieto predpoklady sa potvrdili aj na longitudinálnych spektrách, ktoré boli merané pre tieto dve vzorky.
- **Vrstvy magnetitou** Fe_3O_4 - polárne magnetooptické spektrá vykazovali silnú interferenciu pri energiách pod 3 eV. Z tejto interferencie, magnetooptických a optických konštánt magnetitov a optických konštánt substrátu sme dopočítali hrúbky jed-

notlivých vrstiev. V spektrách nediagonálneho prvku tenzory permitivity sme identifikovali rozsiahlu spektroskopickú štruktúru s maximom okolo 3.5 až 4 eV. Podľa práce Fontijna [35] sú v tejto oblasti magnetoopticky aktívne prechody pri energii 3.46 eV pre prechod zo stavu $[Fe^{3+}]e_g$ do stavu $(Fe^{2+})t_2$ a 3.96 eV prechod zo stavu $[Fe^{2+}]t_{2g}$ do stavu $(Fe^{3+})e$. Zo získaných magnetooptických konštánt pre jednotlivé časy žihania sme dopočítali spektrá Kerrovej rotácie a elipticity tak, aby sme mohli porovnať spektrá pre rovnaké hrúbky vzorky a rôzne časy žihania. Z týchto spektier sme zistili, že dlhším žiňaním došlo vo vzorke k jej lepšiemu vnútornému usporiadaniu a k posunu absorpcie k vyšším energiam.

V reflexnej konfigurácii je potlačený dominujúci efekt substrátu, čo pomáha získať podstatné fyzikálne vlastnosti o tenkých vrstvách.

Literatura

- [1] R. M. A. Azaam and N. M. Bashara, *Ellipsometry and Polarized Light* (North Holland, 1977).
- [2] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1980).
- [3] M. Nývlt, *Optical interactions in ultrathin magnetic film structures*, PhD thesis, MFF UK, 1996.
- [4] R. K. Wangsness, *Electromagnetic fields* (John Wiley Sons., Inc, 1986).
- [5] F. Wooten, *Optical Properties of solids* (Academic Press, 1972).
- [6] D. W. Lynch and W. R. Hunter, *Handbook of Optical Constants of Solids* (ed. by E. Palik) (Academic Press, 1986).
- [7] Š. Višňovský, *Československý časopis pro fyziku* **40**, 559 (1990).
- [8] Š. Višňovský, *Czech. J. Phys. B* **36**, 559 (1990).
- [9] O. Litzman and M. Sekanina, *Užití grup ve fyzice* (Academia, 1982).
- [10] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Lalo, *Quantum Mechanics I, II* (Herrmann, Paris, 1977).
- [11] Y. R. Shen, *Phys. Rev.* **133**, A511 (1964).
- [12] S. Witekoek, T. J. A. Pompa, J. M. Robertson, and P. F. Bongers, *Phys. Rev. B* **12**, 2777 (1975).
- [13] S. Krupička, *Fyzika feritů a příbuzných magnetických kysličníků* (Academia, Praha, 1969).
- [14] Štefan Višňovský, *Optics in Magnetic Multilayers and Nanostructures* (Taylor Francis, 2006).

- [15] Š. Višňovský, Czech. J. Phys. B **36**, 625 (1986).
- [16] M. Billardon, Ann. Phys. **7**, 233 (1962).
- [17] W. Prellier, B. Mercey, and A. M. Haghiri-Gosnet, *Strain effects in manganite films*(*Encyclopedia of Nanoscience and Nanotechnology*) (American Science Publishers, 2003).
- [18] Y. Tokura, Reports on Progress in Physics **69**, 797 (2006).
- [19] V. Goldschmidt, *Geochemistry* (Oxford University Press, 1958).
- [20] Y. Zhou, X. Jin, and I. V. Shvest, J. App. Phys. **95**, 7357 (2004).
- [21] J. D. Wei et al., App.Phys. Lett. **89**, 122517 (2006).
- [22] B. C. Choi, G. E. Ballentine, M. Belov, and M. R. Freeman, Phys. Rev. **64**, 144418 (2001).
- [23] W. Tolksdorf and C.-P. Klages, Thin Solid Films **33**, 114 (1984).
- [24] F. Hansteen et al., Thin Solid Films **33**, 455 (2004).
- [25] K. W. P. Hansen and W. Tolksdorf, Phys. Rev. B **27**, 6608 (1983).
- [26] B. M. Simion et al., J. App. Phys. **78**, 6287 (1994).
- [27] J. Mistrík, Zatiaľ nepublikované elipsometrické merania na vrstvách LSMO, 2004.
- [28] P. Fumagalli, C. Spaeth, and G. Gutherodt, IEEE Trans. Magn. **31**, 3277 (1995).
- [29] J. Cho, M. Gomi, and M. Abe, Jap. J. App. Phys. **29**, 1686 (1990).
- [30] S. Yamaguchi, Y. Okimoto, K. Ishibashi, and Y. Tokura, Phys. Rev. B **58**, 6862 (1998).
- [31] T. J. A. Popma and M. G. J. Kaminga, Phys. Rev. B **58**, 6862 (1998).
- [32] M. Veis, Magneto-optická spektroskopie tenkých vrstev perovskitu s kolosální magnetorezistancí, Master's thesis, MFF UK, 2005.
- [33] H. L. Liu et al., J. App. Phys. **99**, 43908 (2006).
- [34] X. Zhang, J. Schoenes, and P. Watcher, Solid State Com. **39**, 189 (1981).
- [35] W. F. J. Fontijn et al., Phys. Rev. B **56**, 5432 (1997).

- [36] W. F. J. Fontijn et al., *Thin Solid Films* **292**, 270 (1997).
- [37] V. N. Antonov et al., *Phys. Rev. B* **64**, 134410 (2001).
- [38] G. B. Scott et al., *Phys. Rev. B* **12**, 2562 (1975).
- [39] F. Hansteen et al., *Thin Solid Films* **455-456**, 429 (2004).
- [40] L. E. Helseth et al., *Phys. Rev. B* **64**, 6608 (2001).
- [41] S. Kahl, V. Popov, and A. M. Graishin, *J. App. Phys.* **94**, 5688 (2003).
- [42] D. L. Wood and K. Nassau, *Applied Optics* **29**, 3704 (1990).
- [43] P. Yeh, *Surface Science* **696**, 41 (1980).

Summary

Fundamental research in magnetic oxide nanostructures is motivated by their practical applications in spin electronics, reading high density magnetic disks, in nonreciprocal optoelectronic devices, magneto-optic light modulators, and magneto-photonic crystals. The present thesis is concern with the $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$, $Bi_xY_{1-x}Fe_5O_{12}$ and Fe_3O_4 films thickness of which is in the 100 nm range. In particular, the perovskite manganites $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$ display colossal magneto-resistance. They are considered for magnetic sensors nanostructures employed in reading the information in new generation high density magnetic disks. The garnets $Bi_xY_{1-x}Fe_5O_{12}$ distinguished by the highest magneto-optic figure of merit (defined as magneto-optic rotation to absorption ratio) may be employed in integrated optoelectronics as magneto-optic modulators, nonreciprocal devices. Periodic structures based on Bi substituted iron garnets are promising for magneto-photonic devices. Studies of ultra-thin films of magnetite spinel Fe_3O_4 may provide a more consistent picture on the physical properties of magnetite nanoparticles. The latter find applications in magnetic recording or as magnetic field controlled carriers to specific destinations of various agents in blood-vessel.

The thesis deals with experimental investigations of the magnetic oxide nanostructures of $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$, $Bi_xY_{1-x}Fe_5O_{12}$ and Fe_3O_4 using magneto-optical reflection spectroscopic ellipsometry in the photon energy range between 1 and 5 eV. The samples were grown using MBE (Molecular Beam Epitaxy) and PLD (Pulsed Laser Deposition). Several laboratories were involved in their preparation and basic characterization, i.e., Université Paris-Sud XI (Institut d'Electronique Fondamentale) France, CNRS (Laboratoire de Cristallographie et Sciences des Matériaux) Caen, France, Trinity College, Dublin, Ireland, and Indian Institute of Technology, Bombay, and Université de Versailles (Laboratoire de Magnétisme et d'Optique), France. The complementary spectroscopic ellipsometry studies were carried out at Technical University Ostrava (Institute of Physics) and Shizuoka University in Hamamatsu (Research Institute of Electronics) Japan.

The thesis is organized as follows. Chapter 1 provides the introduction into magneto-optical phenomena. The relevant notions on polarized light and the definition of the magneto-optical reflection parameters as observable quantities form the subject of Chapter 2. Chapter 3 describes the relation between the observable quantities and the microscopic material parameters which determine the dielectric tensor. The classical Lorentz-Drude and semi-classical models explains, in a simplified way, its spectroscopic properties. Chapter 4 deals with the analysis of the optical response in planar anisotropic multilayered systems based on the 4×4 matrix formalism developed by Yeh [43]. The formalism is subsequently applied to the film-substrate systems with polar and longitudinal magnetizations. The main features of the magneto-optic spectroscopic reflection ellipsometer are

explained in Chapter 5. The spectrometer works in the photon energy range from 1 to 5 eV in applied magnetic field up to 1.4 Tesla. The ellipsometric angles are determined with the sensitivity 10^{-3} degree. The information on the studied samples is given in Chapters 6 and 7.

Chapter 8 contains the results of the magneto-optic reflection spectroscopic studies of the $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$, $Bi_xY_{1-x}Fe_5O_{12}$ and Fe_3O_4 films accompanied by their discussion. The magneto-optic spectroscopic studies in reflection were focused to the effects of growth conditions, substrate crystallographic orientation as well as those of subsequent heat treatment in oxygen. In the reflection configuration, the dominating effect of the substrate is largely suppressed. This helps to obtain a relevant information on physical properties of low volume samples. Ordinary structural and magnetic metrologies suffer of reduced sensitivity due to the dominating effect of bulky substrates. The study of the effect of the substrate orientation in the perovskite manganite $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$ films confirmed an increase in the Curie temperature for the (110) substrate orientation with respect to that for the (100) oriented substrate. In the spectra, this is manifested by higher amplitudes at the same thickness. Compared to garnets, the manganite spectra display broad lines which may be explained by electron exchange between Mn of different valency. Whenever possible, the spectra on the films were compared with their bulk counterpart and a good correlation was found in the high absorption regions above 3 eV. The magneto-optic interference observed below this photon energy provided a means to evaluate the film thickness using an appropriate multilayer model.