

## POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

**Název:** Geometrie komplexní projektivní přímky

**Autor:** Matěj Šafář

### SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Komplexní projektivní přímka je homeomorfní rozšířené komplexní rovině a také Riemannově sféře. Projektivity na ní se nazývají Möbiovy transformace, z pohledu roviny a sféry se jedná o konformní zobrazení zachovávající kruhové křivky. Autor dokazuje tyto a další vlastnosti Möbiových transformací a uvádí několik řešených příkladů z planimetrie, kde se tato teorie dá použít.

### CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce přímo navazuje na povinný předmět Geometrie 1, skripta k tomuto předmětu jsou jedním z pěti použitých zdrojů, i zbylé čtyři jsou učební texty na úrovni 2. ročníku bakalářského studia. Řešené úlohy leží na pomezí základních úloh ze cvičení Geometrie 1 a středoškolské analytické geometrie. V zadání práce jsou zmíněny případné aplikace na modely neeukleidovské geometrie, na ty v práci nedošlo.

Předchozí verze práce, která byla podána v létě 2025 a nakonec nebyla obhajována, obsahovala velké množství matematických, typografických i výkladových chyb a nekonzistencí. Nová verze je oproti ní ve všech směrech mnohem lepší, i když také ne zcela bezchybná. Mezi aplikační příklady byla přidána Apolloniova úloha, přibylo několik ilustračních obrázků.

Přínos autora spočívá ve vymyšlení numerických zadání příkladů a jejich řešení a v doplnění některých důkazů. Příklady by se myslím daly zvolit tak, aby vycházely numericky lépe (Příklad 2.17), aby mezi sebou navazovaly (v Příkladu 1.10 by se mohl počítat dvojpoměr stejných bodů jako pak v Příkladu 2.19) a aby skutečně ilustrovaly použití dokázaných tvrzení (v Příkladu 2.19 se místo znění Věty 2.18 použije jen myšlenka z jejího důkazu). V Příkladu 2.20 jsou detailně rozepisovány jednoduché algebraické úvahy a maticové výpočty už předtím popsané v důkazu Věty 2.16, v posledním odstavci jsou ale najednou všechny výpočty a dokonce i výsledky vynechány s odkazem na rozsah textu. Podobně i některé důkazy trpí tím, že se v nich snadné kroky zbytečně detailně (např. Lemma 2.9) nebo repetitivně (např. Věta 2.16) vypisují, ale zároveň v nich občas uteče chyba v přepisu (dva mínusy v rovnosti (2.5) mají být plusy, jedna z matic v důkazu Věty 2.16 má nulový řádek, ačkoli musí být regulární) nebo se vloudí logická nepřesnost (např. v důkazu Věty 1.13 se píše, že víme, že vztah (1.13) popisuje přímku nebo kružnici, pro korektnost úvahy ale potřebujeme vědět, že popisuje jakoukoli přímku nebo kružnici v rovině; v důkazu Lemmatu 2.9 nestačí, že (2.5) je pro  $a = 0$  lineární rovnice, musí se ověřit, že má reálné koeficienty). Práci by také prospělo, kdyby autor shrnul informaci o svém přínosu na jednom místě např. v Úvodu, a necítil potřebu téměř před každým příkladem a důkazem informovat čtenáře, že je jeho vlastní, „rozhodl se jej dokončit“ apod. Jde o věty a příklady z učebnic, takže poznámka „Následující věta a důkaz nejsou převzaty z žádného zdroje, jde tedy o mou vlastní práci.“ vyznívá poněkud zvláště, autor jistě není prvoobjevitelem spojitosti stereografické projekce. Chápu to ale převážně jako formulační neobratnost, danou chybějícími zkušenostmi s tím, jak se matematické články a práce píšou.

Jazyková a typografická úroveň je dobrá, občas se objeví překlep (splečné, stereografická, standartní, Möbiiov), který by se dal snadno zachytit spell-checkerem, nebo nekonzistence ve značení součinnů – součin matice a vektoru tečkou nebo bez ní, podobně skalární součin. Slovo „poté“ vyjadřuje pouze časovou, nikoli příčinnou souslednost, jako spojka se nepoužívá. Na zlomu stran 12 a 13 jsou nedůslednosti v rozlišování značení souřadnic bodů na sféře (velká písmena  $X, Y, Z$ ) a v rovině (malá

písmena  $x, y$ ), podobně na 5. řádku důkazu Věty 1.16. Na několika místech chybí čárky v souvětí, popisky odpovídajících objektů v levé a pravé části Obrázku 2.3 by měly mít stejnou velikost, Obrázek 1.2 by měl být o stranu dříve. Význam symbolu  $\mathbb{C}^*$  by bylo dobré zavést, někdy se v literatuře používá pro rozšířenou komplexní rovinu. Citace webových zdrojů by měly obsahovat datum přístupu.

Formální úprava a struktura práce je velmi dobrá, formulace definic, vět a důkazů jsou rigorózní, čtenář se dobře orientuje v tom, co se pomocí čeho dokazuje. Odkazy uvnitř práce i citace zdrojů jsou používány v optimální míře.

Závěr práce obsahuje pouze rekapitulaci jejího obsahu. Chybí v něm zmínky o širším kontextu Moe-biovské geometrie, jak by se dala dále rozvíjet nebo na co aplikovat, v čem je autorovi blízká a čím by se případně v rámci ní rád dále zabýval. Snad by na to mohla dojít řeč alespoň v rámci obhajoby.

## ZÁVĚR

Téma práce je poměrně základní, odpovídá učebnicím pro 2. ročník bakalářského studia. Práce naplňuje jádro zadání a je sepsána pečlivě bez zásadních chyb. Doporučuji ji proto k uznání jako bakalářskou práci pro studijní program Matematika pro informační technologie.

Mgr. Dalibor Šmíd, PhD.  
Matematický ústav UK  
31.1.2026