Univerzita Karlova
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Řešení soustav lineárních rovnic jako kurz pro žáky druhého stupně základních škol v EDU AI

Solving systems of linear equations as a course for second grade primary school students in EDU AI

Daniel Bureš

Vedoucí práce: doc. RNDr. Antonín Jančařík, Ph.D.

Studijní program: Matematika se zaměřením na vzdělávání se sdruženým studiem
Informační technologie se zaměřením na vzdělávání

2025

Odevzdáním této bakalářské práce na téma Řešení soustav lineárních rovnic jako kurz pro žáky druhého stupně základních škol v EDU AI potvrzuji, že jsem ji vypracoval pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Prohlašuji, že jsem při její tvorbě nepoužil nástrojů umělé inteligence jiným způsobem, než je uvedeno ve vyjádření, které je součástí textu práce. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Praha, 10.7.2025

ABSTRAKT

Tato bakalářská práce ve formě portfolia výukových materiálů s reflexí se věnuje tvorbě a reflexi výukového kurzu zaměřeného na řešení soustav lineárních rovnic pro žáky druhého stupně základních škol v prostředí EDU AI. Hlavním cílem je zprostředkovat ucelený vzdělávací materiál, který propojuje tradiční algebraické metody se zásadami programovaného učení zaměřený na domácí doučování doplněný funkcemi AI chatbota a zpracovat následnou reflexi. V první části se reflexe zaměřuje na teoretický základ a didaktické principy, na kterých je kurz založen. Následně je popsáno, proč bylo pro kurz vybráno jako prostředí EDU AI, ve které byl kurz vytvořen formou interaktivního chatbota. Ten umožňuje žákům větvenou strukturu výuky, nabízí výuková videa a nápovědy, čímž přibližuje abstraktní koncepty srozumitelnou a atraktivní formou. V další části reflexe je popsáno, jak a z jakých důvodů bylo téma rozděleno na kapitoly a jaký postup při tvorbě těchto lekcí byl zvolen, nebo proč je ve výchozím nastavení pořadí lekcí za sebou zvolené tak, jak je. V další kapitole reflexe je popsáno, jak probíhala práce se samotným prostředím EDU AI, jaké prostředky pro tvůrce kurzu nabízí. Součástí je také hodnocení zkušenosti s tvorbou v editoru a také podoby samotného kurzu v závislosti na použitém zařízení. Kurz byl následně otestován s využitím i bez využití prvků AI a průchod z pozice uživatele byl popsán a reflektován. V závěru práce jsou zhodnoceny přínosy kurzu z hlediska efektivity a motivace žáků, včetně možnosti snižovat nerovnosti v přístupu k doučování.

KLÍČOVÁ SLOVA

chatbot, portfolio, lineární rovnice, programované učení, AI

ABSTRACT

This bachelor's thesis, presented as a portfolio of educational materials with reflection, focuses on the design and evaluation of a teaching course aimed at solving systems of linear equations for lower secondary school students within the EDU AI environment. The main objective is to provide a comprehensive educational resource that combines traditional algebraic methods with the principles of programmed learning, tailored for home tutoring and enhanced by AI chatbot functionalities and process the subsequent reflection. The first part of the reflection addresses the theoretical background and didactic principles on which the course is built. It then explains the reasons for choosing the EDU AI environment, where the course was developed in the form of an interactive chatbot. This format allows students to follow a branched learning structure, provides educational videos and hints, and thus presents abstract concepts in an understandable and engaging way. The next section discusses how and why the topic was divided into chapters, the methodology used for creating the lessons, and the reasoning behind the chosen default sequence of the lessons. A further chapter focuses on the practical experience of working within the EDU AI environment, describing the tools available for course creators. This includes an evaluation of the design experience in the editor and how the course presentation varies depending on the device used. The course was then tested both with and without the AI features, and the user experience was described and reflected upon. The conclusion assesses the benefits of the course in terms of student effectiveness and motivation, including its potential to reduce inequalities in access to tutoring.

KEYWORDS

chatbot, portfolio, linear equations, programmed learning, AI

Obsah

Úvod 6

1 Východiska kurzu 7

2 Struktura průchodu kurzem 8

2.1 Navigace kurzem 8

2.2 Zvolení odpovědi 9

3 Tvorba výukových videí 11

4 Sestrojení soustavy ze slovní úlohy 12

4.1 Zadání úloh 12

4.1.1 Seznam zadání 13

4.2 Výuková videa 14

5 Dosazovací metoda 15

5.1 Zadání úloh a kritéria obtížnosti 15

5.1.1 Seznam úloh 16

5.2 Výuková videa 17

6 Sčítací metoda 18

6.1 Zadání úloh a kritéria obtížnosti 18

6.1.1 Seznam úloh 19

6.2 Výuková videa 20

7 Grafické znázornění soustav lineárních rovnic o dvou neznámých 21

7.1 Zadání úloh 21

7.1.1 Seznam úloh 22

7.2 Výuková videa 24

8 Počet řešení soustavy 25

8.1 Seznam úloh 25

8.2 Výuková videa ... 27
9 Práce v prostředí EDU AI ... 28
10 Testování kurzu ... 30
10.1 Průchod pomocí výchozích odpovědí ... 30
10.1.1 Výuková videa ... 31
10.2 Průchod kurzem s pomocí chatbota ... 32
Závěr ... 34
Vyjádření k využití nástrojů umělé inteligence ... 35
Seznam použitých informačních zdrojů ... 36
Seznam příloh ... 38

Úvod

Téma řešení soustav lineárních je důležité v rámci výuky matematiky na druhém stupni základních škol a pro spoustu žáků může představovat určitou výzvu, ať už kvůli abstraktnosti, nebo potřebě systematického postupu při řešení. Z tohoto důvodu jsem se rozhodl vytvořit kurz v prostředí EDU AI, který slouží k tomu, aby žáci měli možnost samostudia v tomto tématu podpořené formou chatbotu, který pro žáky představuje nejen lákavější formu výuky, ale také umožňuje některé jejich dotazy sám zodpovědět. Zároveň je to velmi dostupná varianta samostudia, která pomáhá narovnávat možnosti žáků, jejichž zákonní zástupci si nemohou dovolit platit osobní doučování. V této reflexi se podíváme na to, jak jsem při tvorbě kurzu postupoval a z jakého důvodu, jaké prostředky byly využity a popíšu svoji zkušenost s prostředím EDU AI.

1 Východiska kurzu

Výuka soustav lineárních rovnic představuje důležitý moment v rozvoji algebraického myšlení žáků druhého stupně základní školy. Podle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (RVP ZV) je pak velmi důležité, aby se žáci kromě osvojení si základních algebraických postupů naučili aplikovat znalosti při řešení praktických úloh. Zároveň je součástí RVP ZV grafické znázornění soustav lineárních rovnic o dvou neznámých, kdy za pomoci lineárních funkcí si žáci mohou vizualizovat pro ně zprvu abstraktní věc, kterou pro ně soustava lineárních rovnic být může.

Teoretickým základem kurzu jsou principy programovaného učení, jak je nejprve formuloval Skinner (1954) a dále je rozvíjeli Lumsdaine a Glaser (1960), Leith, Peel a Curr (1966) a v rámci českého prostředí Kulič (1966, 1989). Jde primárně o atributy jako je členění do malých a srozumitelných kroků, možnost okamžité zpětné vazby pro žáka, volnost daná absencí časových limitů, kdy každý ze žáků může postupovat vlastním tempem a aktivní účast žáka v rámci výuky.

Možnost vytvořit kurz, který naplňuje tyto principy nabízí právě platforma EDU AI, v níž byl kurz vytvořen. Formát chatbota umožňuje simulovat rozhovor učitele se žákem, ovšem s předem determinovanými možnostmi. Formuluje otázky, navrhuje nápovědy, větví průchod kurzem na základě odpovědí a zároveň nabízí okamžitou zpětnou vazbu. Kurz je postaven na principech řízeného objevování a větveného programování (Roe, 1962), které umožňují, že žák prochází učivo ve správné posloupnosti, není trestán za chyby, ale chatbot nabízí okamžitou možnost opravy stejně jako návraty k předchozím krokům při nejistotách a propojuje vizuální, textový a interaktivní obsah v rámci jednoho výukového materiálu.

Kurz jsem nadále rozdělil do pěti lekcí v rámci kurzu, kterými jsou Sestrojení soustavy rovnic ze slovní úlohy, Dosazovací metoda, Sčítací metoda, Grafické znázornění soustavy a Počet řešení soustavy takto popořadě, avšak žák si může volně procházet lekce nezávisle na výchozím pořadí. Ke každému z témat jsem zároveň vytvořil několik výukových videí, které pomáhají k pochopení daného tématu a jsou zde názorně některé úlohy vyřešeny krok po kroku, kdy tato varianta je přístupnější a názornější než kurz, který by byl čistě v psané formě.

2 Struktura průchodu kurzem

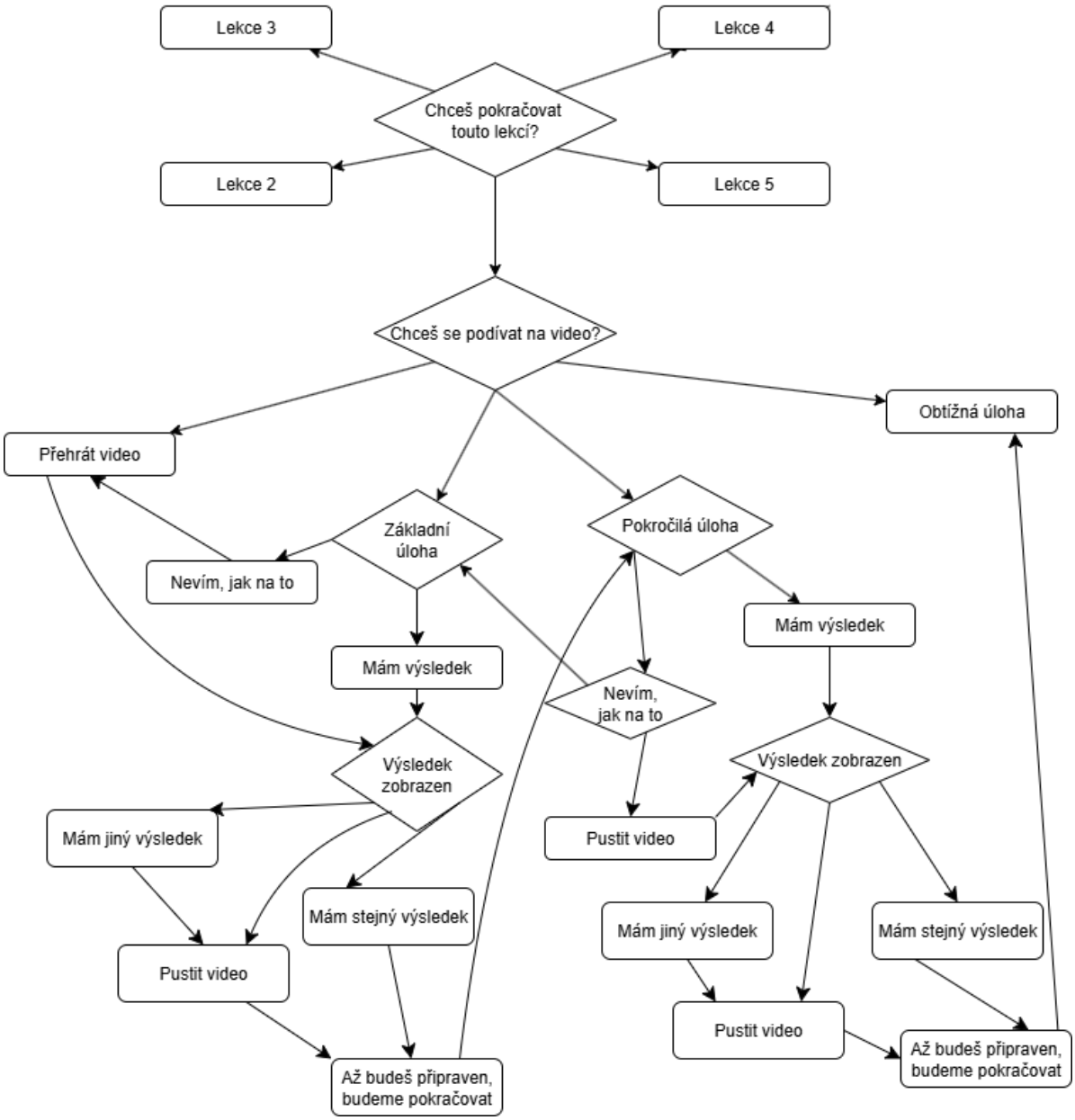
Každá z lekcí kurzu je složena z otázek, které chatbot překládá uživateli, a ten má poté možnost z předvytvořených odpovědí, či může sám také komunikovat se samotným chatbotem.

2.1 Navigace kurzem

Na začátku každé lekce se uživatel dostává na rozcestník lekcí, pro případ, že by lekci, na které se nachází, podle vlastního uvážení již zvládal, či naopak zjistil, že přeskočil lekci z tématu, které ještě neovládá. Tento přístup byl zvolen z toho důvodu, že žáci, kteří potřebují v kurzu projít pouze vybraná témata, nejsou nuceni projít celý kurz, což by je mohlo odradit. Zároveň pro žáky, kteří se z nějakého důvodu potřebují v kurzu vrátit zpět, je toto dobrá možnost, aby nebyli nuceni procházet kurz od začátku.

Dále má žák zpravidla možnost vybrat si, zda chce přejít na základní, pokročilou či obtížnou úlohu a následně při úspěších, či neúspěších v jejich řešeních se vracet k snadnějším, či naopak přeskakovat k obtížnějším úlohám, přičemž parametry obtížností budou diskutovány v kapitolách věnujících se konkrétním lekcím.

Vše je doplňováno dotazy na žáka, zda je připraven apod., aby se cítil komfortně a věděl, že v tomto kurzu na něj není vyvíjený nátlak a má kolik času a prostoru pro řešení, kolik sám bude potřebovat.



Obrázek 1, Diagram struktury průchodu kurzem, zdroj: vlastní

2.2 Zvolení odpovědi

Pro tento kurz byla zvolena varianta, kdy uživatel nemá na výběr z více možností, jako je běžné, ale je mu umožněno samostatně úlohu vyřešit a následně je mu předložen jen jeden výsledek, namísto výběru z několika. Zásadní je pak rozhodovací proces žáka, kdy má také nabízené možnosti „Nevím, jak na to“ a „Vyšlo mi něco jiného“, což znamená, že zároveň žák nemá povinnost zvolit pouze jedinou odpověď (Kulič, 1971). Absence jiných výsledků než těch správných, napomáhá tomu, že při nesprávném vyřešení není žák vyrušen dalšími

odpověďmi a díky znalosti správného výsledku může jednodušeji nalézt vlastní chybu například numerického charakteru. Jančařík et al. (2022) na základě tohoto přístupu očekávají nižší frustraci žáků, kteří budou mít problém si s úlohami poradit, přičemž je důležité myslet na to, že aplikace je určena k online doučování, a tak je ohodnocování rozdílné oproti tomu školnímu. Tento rozdíl by pak měl umožnit ulehčení nátlaku spojeným s výsledky a snížením pravděpodobnosti náhodného hádání výsledků (Jančařík, Novotná et al. 2023). Na základě průzkumu, pak Jančařík, Novotná et al. (2023) zjistili, že sice část žáků prochází kurz „proklikáváním“ přes tlačítko spravné odpovědi, ale zároveň velká část uživatelů využívá nápověd namísto pouhého potvrzení tlačítkem spravné odpovědi a metoda jediné správné odpovědi se osvědčila.

Zároveň Jančařík, Novotná et al. (2023) přišli na to, že oproti předpokladům se žáci více vrací k jednodušším úlohám, které jsem pro potřebu tohoto kurzu nazval základními, z tohoto důvodu jsem se rozhodl vytvořit vyšší počet těch úplně základních úloh.

3 Tvorba výukových videí

Ke každému z témat byla vytvořena autorská výuková videa, která fungují především jako nápověda pro žáky absolvující kurz a názorná ukázka, jak úlohy a konkrétní problémy v nich vyřešit. Pokaždé, když se tedy v lekci objeví nový problém, tak jako nápověda je pro žáky dostupné video, kde se ukázkově řeší úloha se stejnými problémy a snažím se ve videích zdůraznit důvody, proč provádím, jaké operace a čeho se tím snažím docílit. Následně v dalších kapitolách věnujících se konkrétním lekcím budu diskutovat konkrétní videa a jaké konkrétní problémy se v nich řeší. Následnou reflexi, jak na mě videa působila při testovacími průchody kurzem, pak budu diskutovat v kapitole věnující se testování kurzu.

Samotná videa jsou tvořena za pomoci nahrávacího softwaru OBS Studio a jakožto elektronická tabule je využit program Microsoft Whiteboard. Následně jsem tato videa nahrál na portál YouTube, kde jsou přístupná pro veřejnost.

4 Sestrojení soustavy ze slovní úlohy

Jakožto téma pro první lekci jsem zvolil sestrojení soustav lineárních rovnic, protože je to dovednost, která je potřebná v následujících lekcích, kde se slovní úlohy nachází a již řeší. Zároveň je vhodné z důvodu, že žák pro zvládnutí lekce nepotřebuje žádné znalosti z lekcí nadcházejících a funguje tak dobře samostatně.

Lekce začíná informací o tom, co vše je jejím tématem a hned v dalším kroku má žák možnost zvolit si, že přejde na jinou lekci, v případě, že by učivo v této lekci již zvládal, nebo by se do kurzu vracel a potřeboval se dostat tam, kde naposledy skončil. Zároveň uvítání otázkou, zda chce lekci začít navozuje pocit přímé komunikace. Dále má žák na výběr, zda se chce podívat na výukové video, nebo chce zkusit řešit příklady sám, což podporuje jeho autonomii a možnost individuálního tempa. Dále po samotném zadání úlohy dostane žák otázku, zda se mu ji povedlo vyřešit, nebo jestli potřebuje pomoc, která je zde ve formě výukových videí. Po každé úloze pak má žák možnost se rozhodnout, jestli chce pokračovat v lekci, nebo jestli se cítí, že už sestrojování soustav zvládá a je připraven přejít na další kapitolu.

4.1 Zadání úloh

Samotná zadání jsou koncipována jako slovní úlohy, které jsou řešitelné soustavou lineárních rovnic, avšak úkolem v úlohách je pouze sestrojit soustavu rovnic na základě informací v nich a zároveň je dané zadáním, co mají proměnné konkrétně představovat. Postup, jakým lze sestrojit soustavu pak mohou žáci názorně vidět ve výukových videích.

Lekce tak funguje jako takový úvod do kurzu, kdy dochází k seznámení se soustavami lineárních rovnic, žák má možnost vidět propojení problémů z reálného světa s abstraktním algebraickým světem, kde je dobře vidět, jak se dají pomocí algebry reprezentovat a sám by měl být schopný po absolvování lekce soustavu z úlohy složit, což je nezbytné pro zvládnutí dalších lekcí.

Samotné úlohy jsem vytvářel samostatně tak, že jsem si napřed vybral soustavu, kterou chci, aby žák složil jako výsledek, a následně jsem zasazoval tyto soustavy do kontextu reálného světa. První úloha tak například zní: „Na farmě rodina Křivkových chová slepice a vepře. Dohromady mají 56 nohou. Zároveň víme, že na 20 z nich jsou kopyta. Vytvořte na základě

známých informací soustavu rovnic, kde budou neznámé počet slepic a počet vepřů.“ V této úloze jsem věděl, že budu chtít využít počty nohou zvířat jako koeficienty u neznámých v kontextu domácích zvířat na farmě pro konkrétní představu žáků, takže jsem nejprve vytvořil soustavu, která zní: $4x + 2y = 56$, $4x = 20$. Poté jsem pouze okolo ní vystavěl zbytek úlohy, aby pro danou soustavu dávala smysl. V každé z úloh jsem se pokoušel o to, aby byla založena na reálné situaci a žáci měli tak jasnou představu, že pod neznámou v rovnicích, či jejich soustavách si lze často nějakou takovou situaci představit a zároveň jsem se snažil, aby se jakožto výsledek ukazovaly různé typy soustav lineárních rovnic o různém počtu neznámých, kdy například u některých neznámých mohou být nulové koeficienty apod. V úloze č. 5 (viz níže), pak žáci musí provést roznásobení, aby se k soustavě dostali. Jinak úlohy slouží především k procvičení tématu v různých reálných kontextech.

4.1.1 Seznam zadání

1. Na farmě rodina Křivkových chová slepice a vepře. Dohromady mají 56 nohou. Zároveň víme, že na 20 z nich jsou kopyta. Vytvořte na základě známých informací soustavu rovnic, kde budou neznámé počet slepic a počet vepřů.
2. Ve školním bufetu si tři kamarádi Sára, Radovan a Marek koupili svačinu. Každý z nich si koupil jiný počet housek, jogurtů a jablek. Sára si koupila 2 housky, 1 jogurt a 3 jablka a za celkový nákup zaplatila 49 Kč. Radovan si koupil 3 housky, 2 jogurty a 1 jablko a zaplatil 53 Kč a Marek si koupil 1 housku, 2 jogurty a 2 jablka a zaplatil 51 Kč. Vytvořte soustavu rovnic, kde budou neznámé ceny jogurtu, jablka a housky.
3. Tři kamarádi – Artur, Valentýna a Jindřich – pomáhali na farmě s prací na poli. Každý z nich strávil různý počet hodin okopáváním záhonů, sběrem ovoce a zaléváním rostlin. Za svou práci dostali zaplaceno podle počtu hodin strávených každou činností. Artur strávil 3 hodiny okopáváním, 2 hodiny sběrem ovoce a 4 hodiny zaléváním. Celkem dostal 640 Kč. Valentýna pracovala 2 hodiny okopáváním, 3 hodiny sběrem ovoce a 5 hodin zaléváním. Celkem dostala 660 Kč. Jindřich pracoval 4 hodiny okopáváním, 3 hodiny sběrem ovoce a 2 hodiny zaléváním. Celkem dostal 710 Kč. Vytvořte soustavu tří rovnic, kde neznámé budou hodinové mzdy za okopávání, sběr ovoce a zalévání.

4. Čaroděj potřebuje namíchat kouzelný lektvar z jednorožčího prachu, dračích šupin a měsíční rosy. Každý z jeho tří učedníků připravil jinou verzi lektvaru podle starých receptů. Metoděj použil 2 gramy jednorožčího prachu, 4 gramy dračích šupin a 6 gramů měsíční rosy a zaplatil 20 zlatých. Merlin 4 gramy jednorožčího prachu, 8 gramů dračích šupin a 12 gramů měsíční rosy a zaplatil 40 zlatých. Balthazar použil 3 gramy jednorožčího prachu, 7 gramů dračích šupin a 14 gramů měsíční rosy a zaplatil 46 zlatých. Vytvořte soustavu tří rovnic, kde neznámé budou ceny za gram jednotlivých surovin.
5. V obchodě se prodávají dva druhy balíčků s kancelářskými potřebami. Balíček A obsahuje: 3 tužky a 2 bloky. Balíček B obsahuje: 2 tužky a 4 bloky. Za 5 balíčků A a 2 balíčky B zaplatil zákazník celkem 292 Kč. Za 3 balíčky A a 3 balíčky B zaplatil zákazník 264 Kč. Sestrojte soustavu, kde jsou neznámé cena tužky a cena bloku.

4.2 Výuková videa

K této lekci jsem vytvořil dvě výuková videa jako nápovědy k úlohám. V prvním z videí se názorně řeší úloha č. 1. V tomto videu jde o vysvětlení postupu, kdy žák má hledat ve slovní úloze důležité informace, a pak je spojit s hodnotami, které má podle zadání hledat. V následujících úlohách řeší žák obdobné problémy, tudíž jsem nepovažoval za nutné k těmto úlohám přidávat další nápovědy, tu jsem přidal až k úloze č. 5, kde žák má dva různé balíčky se stejnými předměty, jež mají neznámé představovat, ale ty jsou v jednotlivých balíčcích v jiném počtu. Pak máme dánu soustavu, kdy víme, kolik balíčků prvního a druhého typu stojí pro dva konkrétní případy, kdy stejně jako v předchozích úlohách je poměrně jednoduše schopen dostat soustavu $5A + 3B = 292$, $3A + 3B = 264$. Dále je však nutné za A a B dosadit počty tužek a bloků, které balíčky obsahují, tedy 3 tužky a 2 bloky pro balíček A a 2 tužky a 4 bloky pro balíček B, a poté roznásobit. U této úlohy jsem tedy uvážil, že bude vhodné k ní nahrát video.

5 Dosazovací metoda

Cílem této části bylo žáky seznámit s jedním ze standardních postupů pro řešení soustav lineárních rovnic, a to dosazovací metodou. Na základě výukových videí jsou žáci seznámeni s tím, jak postupovat krok po kroku, tedy nejprve se rozhodnout, kterou z neznámých bude nejvýhodnější si vyjádřit z rovnice, následně dosadit do další rovnice a poté upravit a dopočítat obě proměnné, a nakonec provést kontrolu řešení. Samotná lekce znovu začíná otázkou, zda chce žák začít, ale tentokrát má více možností. První možností je začít instruktážním videem, dále si může vybrat, zda chce začít základními úlohami, nebo přejít na pokročilé, či rovnou na obtížné úlohy. Žák následně prochází úlohami podle svého zvoleného průchodu, kdy kdykoliv má možnost přejít na obtížnější úlohy a u první úlohy z kategorií pokročilých a obtížných úloh má možnost se vrátit zpět k jednodušším úlohám. Zároveň pro tyto přechodové úlohy mezi obtížnostní úrovní jsou k dispozici videa, kde jsou úlohy vzorově vyřešeny.

5.1 Zadání úloh a kritéria obtížnosti

Všechny úlohy, jako ve všech lekcích, jsem vytvářel samostatně, některé úlohy jsou však pouhými soustavami lineárních rovnic bez větší kreativity v zadání, tudíž takové úlohy již byly dříve jistě zadány. Kritéria pro obtížnost úloh jsou pro dosazovací metodu, zda je některá z neznámých osamocená a není v násobku nějakého čísla a jedná se o soustavu o dvou neznámých. V takovém případě ji jednodušeji vyjádříme. O něco obtížnější jsou pak úlohy, kde je neznámá v násobku a musí tak poté druhou stranu rovnice vydělit. I tyto úlohy jsem se však rozhodl zařadit mezi základní, pouze oproti prvnímu typu mají své vlastní výukové video, kde se názorně ukazuje, jak takový problém řešit.

To, kde jsem nastavil hranici pokročilé úlohy v této lekci je, když je neznámá ve zlomku, jako v úloze č. 5, která zní: $\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$, $x + \frac{y}{3} = 1$. Poté v této části pokročilých úloh například žák musí nejprve roznásobit výrazy, nebo se jedná o kombinaci zlomků a roznásobení. Poslední úloha této části je jednoduchá slovní úloha, kde pokročilost úlohy spočívá právě v nutnosti znalostí z předchozí lekce, které je nutné zkombinovat se znalostmi z části základních úloh v této lekci. V přechodu do obtížných úloh se potkáváme s podobnou úlohou, kde navíc si student musí uvědomit, že výsledkem bude nekonečný počet řešení, či

naopak úloha nemá řešení vůbec, čímž předjímáme lekci na počet řešení a může to pomoci již u těchto úloh si povšimnout, co je kritérium otázky, kolik má soustava řešení. Posledním krokem vpřed v obtížnosti je pak přidání další neznámé, což je v případě soustavy o třech neznámých v rámci dosazovací metody obtížné především v tom, že nejprve musíme jednu proměnnou vyjádřit za pomocí dvou dalších, a poté dosadit do rovnic a tím si vytvořit znovu soustavu o dvou neznámých.

5.1.1 Seznam úloh

Základní úlohy

1. Vyřeš následující soustavu rovnic: $x + y = 9$, $6x - 5y = 21$
2. Vyřeš následující soustavu rovnic: $2x - 3y + 2 = -2$, $3x + y + 2 = 7$
3. Vyřeš následující soustavu rovnic: $3x - 2y = 7$, $4x + 3y = 5$
4. Vyřeš následující soustavu rovnic: $5x + 6y = 1$, $4x - 7y = 1$

Pokročilé úlohy

5. Vyřeš následující soustavu rovnic: $\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$, $x + \frac{y}{3} = 1$
6. Vyřeš následující soustavu rovnic: $5(x + y) + x = 8$, $-5 - 2(y - 3x) = 17$
7. Vyřeš následující soustavu rovnic: $\frac{2x}{5} + 3y = 8$, 15x+18y=18
8. V jednom kině se prodávají dva typy vstupenek: Dospělá vstupenka a dětská vstupenka. Za 4 dospělé a 3 dětské vstupenky zaplatila rodina 370 Kč. Jiná skupina zaplatila za 2 dospělé a 5 dětských vstupenek 290 Kč. Otázka: Kolik stojí dospělá vstupenka a kolik dětská?

Obtížné úlohy

9. V obchodě se prodávají dvě druhy balíčků s kancelářskými potřebami: Balíček A obsahuje 3 tužky a 2 bloky. Balíček B obsahuje: 2 tužky a 4 bloky. Za 5 balíčků A a 2 balíčky B zaplatil zákazník celkem 292 Kč. Za 4 balíčky A a 4 balíčky B zaplatil zákazník 352 Kč. Otázka: Kolik stojí jedna tužka a kolik jeden blok?
10. Petr má o 6 známek více než Honza. Když si Honza přikoupí 4 známky a Petr ztratí 2 známky, budou mít oba stejně. Kolik známek má každý?
11. Vyřeš následující soustavu: $2x + y - z = 1$, $x - y - z = 2$, $x + y - z = 4$

5.2 Výuková videa

První úloha, ke které jsem se rozhodl vytvořit video, je hned první úloha a toto video má sloužit jako představení dosazovací metody, kde názorně první úlohu vyřeším, ale snažím se co nejvíce zdůraznit, proč dělám takové kroky, jaké dělám a jak je tato metoda využitelná pro podobné úlohy. Zároveň považuji za důležité ukázat žákům, jak provést kontrolu správnosti výsledku.

Další video je hned pro druhou úlohu, kde žáci naráží na další problém, kdy musí provést na začátku odečtení od obou rovnic. Zde hrozí především, že žáci samostatně provedou odečtení pouze na levé straně rovnic a nedojdou tak ke správnému výsledku. Jde tedy především o procvičení a ověření znalosti ekvivalentních operací u rovnic.

Následující video je vytvořeno pro úlohu č. 5, kde se žáci setkají s neznámými ve zlomku a video tak pomáhá žákům připomenout, jak provádět aritmetické operace se zlomky a mohou zde najít, kde například při řešení dělali chybu.

Úloha č. 8 je řešena ukázkově z toho důvodu, že se jedná o první slovní úlohu v lekci a žáci si zde mohou ověřit, zda tvoří správně soustavu, nebo už v té fázi dělají chybu. Samotná soustava rovnic je pak řešitelná poměrně jednoduše a odpovídá úrovní spíše základním úlohám.

Poslední řešenou úlohou ve formě videa je úloha č. 10, kde se poprvé žáci setkávají se soustavou lineárních rovnic o třech neznámých a uznal jsem za vhodné na videu ukázat, že se takové úlohy řeší obdobně, pouze na více kroků.

6 Sčítací metoda

Cílem lekce na téma sčítací metoda je dovést žáky k její zvládnutí jakožto postupu řešení soustav lineárních rovnic. Metoda je založena na úpravě rovnic, aby při jejich sečtení, či odečtení došlo k eliminaci jedné z proměnných. Zásadní je, aby žáci porozuměli tomu, že je potřeba, aby dané rovnice soustavy měly alespoň u jedné proměnné stejné, nebo opačné koeficienty a jak toho dosáhnout za pomoci úpravy rovnic násobením.

Forma lekce je velice podobná té v kapitole dosazovací metoda. Znovu tak žáci mají možnost si vybírat ze tří obtížnostních úrovní a jakožto pomocný nástroj jsou zde znovu instruktážní videa, kde se úlohy řeší vzorově. Samotný průchod lekcí je ale prakticky totožně řešený jako v předchozí lekci.

6.1 Zadání úloh a kritéria obtížnosti

I v této lekci jsem úlohy vytvářel samostatně, přičemž opět některé z úloh jsou pouhými soustavami lineárních rovnic čili nejsou z principu plně originální. Obtížnostní úrovně jsou nastavené tak, že u základních úloh, které se týkají pouze soustav lineárních rovnic o dvou neznámých, mají některé z proměnných v soustavách v obou rovnicích stejný, či opačný koeficient, takže stačí jednu rovnici k té druhé přičíst, či odečíst.

V pokročilejších úlohách dostává žák soustavy, kde musí nejprve rovnice upravit tak, aby mohl metodu aplikovat a už se zde objevuje také slovní úloha, ve které je potřeba ještě zapojit schopnost sestrojit soustavu z informací v textu.

V části s obtížnými úlohami se pak žák setkává se zadáními soustav o třech, a nakonec i čtyřech neznámých, u kterých je obtížnější to, že se metoda musí opakovat, aby se povedlo eliminovat více proměnných.

6.1.1 Seznam úloh

Základní úlohy

1. Vyřeš následující soustavu lineárních rovnic: $3x + 5y = 25$, $2x - 5y = 0$
2. Vyřeš následující soustavu lineárních rovnic: $3y - 6x = 9$, $5y + 6x = -1$
3. Vyřeš následující soustavu lineárních rovnic: $8x - 2y = -2$, $13x + 2y = 9$
4. Vyřeš následující soustavu lineárních rovnic: $\frac{x}{2} + \frac{3y}{2} = 15$, $\frac{2x}{3} + \frac{3y}{2} = 16$

Pokročilé úlohy

5. Vyřeš následující soustavu lineárních rovnic: $2x + 5y = 15$, $x - 2y = -6$
6. Vyřeš následující soustavu lineárních rovnic: $\frac{x}{3} + \frac{2y}{5} = 8$, $-\frac{2x}{3} + \frac{6y}{5} = 14$
7. Vyřeš následující soustavu lineárních rovnic: $8x + 13y = 14$, $6x - 11y = 52$
8. V obchodě se prodávají dva druhy balíčků s kancelářskými potřebami: Balíček A obsahuje 3 tužky a 2 bloky. Balíček B obsahuje: 2 tužky a 4 bloky. Za 5 balíčků A a 2 balíčky B zaplatil zákazník celkem 292 Kč. Za 3 balíčky A a 3 balíčky B zaplatil zákazník 264 Kč. Kolik stojí jedna tužka a kolik jeden blok?

Obtížné úlohy

9. Vyřeš soustavu: $5x + 4z = 17$, $3x + 2y + z = 10$, $2x - 2y - 3z = -11$
10. Vyřeš soustavu: $3x + 2y + 4z = 17$, $2x + 3y + z = 10$, $x - y + 3z = 6$
11. Vyřeš soustavu: $x + 2y = 5$, $y - 3z = 5$, $3x - z = 4$
12. Vyřeš soustavu: $2a + 2b - c + d = 4$, $4a + 3b - c + 2d = 6$, $8a + 5b - 3c + 4d = 12$, $3a + 3b - 2c + 2d = 6$

6.2 Výuková videa

V této lekci jsem znovu vytvořil výukové video již pro první úlohu, a to opět slouží k představení samotné sčítací metody. Cílem videa není pouze ukázat, jak vyřešit konkrétní úlohu, ale ukázat principy metody na konkrétním příkladu s důrazem na to, jak a kdy metodu použít.

V následujících třech úlohách na nový problém žák nenaráží a jediným rozdílem je, že například musí jednu rovnici od druhé odečíst, a ne je k sobě přičíst. Takže další úlohou, pro které je vytvořeno video, je až úloha č. 5, ve které žák musí dosáhnout pomocí vynásobení rovnice číslem toho, aby u jedné z neznámých byl shodný, anebo opačný koeficient.

Další úloha řešená na videu je úloha č. 8, která je podobně jako u předchozí lekce první úlohou v lekci, která je slovní. Jde tedy opět především o nutnosti využití kombinace znalostí z první lekce a této lekce.

Hned další tedy devátá úloha je také řešená na videu, protože se jedná o soustavu tří rovnic o třech neznámých a s tou se právě zde v lekci žáci setkávají poprvé.

Poslední úloha, kterou jsem se rozhodl vyřešit v samostatném videu je pak úloha č. 10, kde byl záměr ukázat žákům, jak vypadá úloha, která nemá řešení a jak to v některých případech jednoduše poznat.

7 Grafické znázornění soustav lineárních rovnic o dvou neznámých

Dalším tématem kurzu je grafické znázornění soustav lineárních rovnic o dvou neznámých. Hlavním cílem lekce je umožnit žákům pochopit souvislosti mezi lineárními rovnicemi a lineárními funkcemi, jak funkce využít k tomu, abychom vizualizovali soustavy lineárních rovnic a co v grafickém znázornění je řešením soustavy o dvou neznámých.

Důvod, proč se jedná pouze o soustavu lineárních rovnic o dvou neznámých je, že v rámci výuky matematiky na druhém stupni základních škol se probírá téma lineárních funkcí, které zde využijeme a žáci jsou obeznámeni s prací s grafem ve 2D prostoru a základních vlastností funkcí, jako je průsečík dvou funkcí, nebo průsečíky s osami, zatímco u soustav lineárních rovnic o třech neznámých, které by se daly znázornit ve 3D prostoru, nemají žáci zkušenosti s prací s funkcemi v třetí dimenzi.

Na začátku lekce je nabídnuto, aby se žák podíval na videa na toto téma, nebo si vybral, zda si chce krátce připomenout lineární funkce, aby následně mohlo dojít k plnému pochopení znázornění soustav, nebo zda chce rovnou přejít k úlohám.

7.1 Zadání úloh

Úlohy jsou zde koncipovány různě, od hledání společného bodu dvou lineárních funkcí na základě jejich předpisů, pak i grafů k úlohám, kdy je za úkol úlohu na soustavu řešení úloh v některém z počítačových programů, které umí grafy zobrazovat, vyřešit čistě bez jakéhokoliv počítání. To by mělo vést k uvědomění, že každá z lineárních rovnic je zároveň zápisem pro lineární funkci a průsečíky těchto funkcí jsou pak řešením soustavy těchto lineárních rovnic.

Výhodou v této lekci je, že předpokladem, že žák prochází kurz je, že tak dělá na nějakém výpočetním zařízení. Na tom má možnost si grafy zobrazovat a tvořit a lépe tak mít názornou představu, než by například mohl dosáhnout při prezenční výuce s absencí technologií.

Grafické znázornění soustavy zároveň dává žákům i lepší představu o tom, jak je to s počtem řešení soustavy, co že je poslední lekce tohoto kurzu a znalostí této kapitoly využívá.

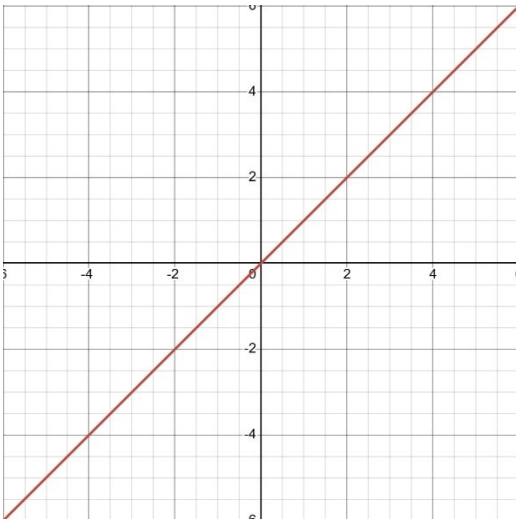
Konkrétně úloha č. 1 (viz níže) je určená pro kontrolu toho, že žák rozumí kartézské soustavě souřadnic a chápe, jak do ní zasadit lineární funkci. Úloha č. 2 je poté určena k ověření, zda

žák rozumí tomu, že v běžném zápisu označujeme y za hodnotu funkce a dokáže si ho pomocí ekvivalentních úprav osamostatnit na jedné straně rovnice. Následně v úloze č. 3 se ověřuje, zda žák ví, jak se hledají průsečíky s osami, což je poslední krok předtím, než se dostaneme k úloze č. 4, kde má žák za úkol najít společný bod neboli průsečík dvou lineárních funkcí, který pak právě představuje již řešení soustavy lineárních rovnic, která je složená ze stejných výrazů, jako funkce v úloze, což je následně také žákovi chatbotem pomocí komentáře osvětleno. V následující úloze č. 5 je pak zadáním pouze graf funkcí, pomocí něhož má žák najít výsledek soustavy rovnic ze stejných výrazů a dojít k uvědomění, že lze soustavu vyřešit také graficky nalezením průsečíku, bez jakékoliv aritmetické činnosti. V úloze č. 6 pak žák má sám graf funkcí vytvořit v libovolném matematickém grafickém editoru, přičemž v samotném zadání dostávají doporučení k využití webové aplikace „desmos.com“, který je zdarma a dostupný jednoduše z prohlížeče. Tímto si vyzkouší, jak získat řešení soustavy lineárních rovnic, která by jim trvala předchozími metodami delší dobu jednodušeji grafickou formou a zároveň si vyzkouší sazbu matematického textu v online prostředí. Podobně pak vypadají také dvě následující a zároveň poslední úlohy v lekci.

7.1.1 Seznam úloh

Lineární funkce

1. Jakou lineární funkci představuje následující obrázek?

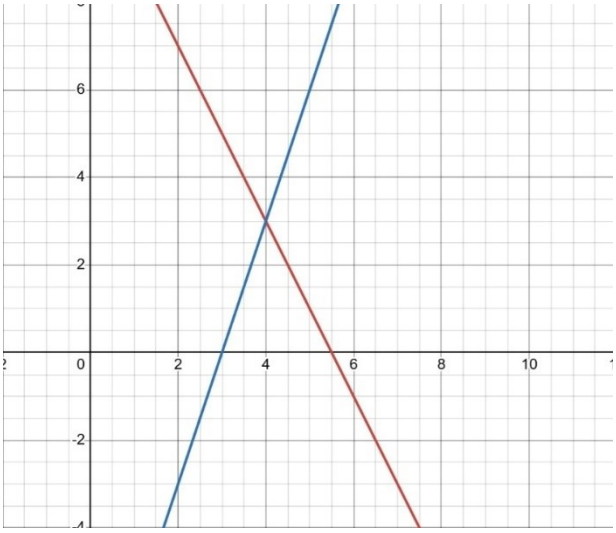


Obrázek 2, graf funkce y=x, zdroj: vlastní

2. Jak bys upravil rovnici $6x + 2y = 4$, aby formálně vypadala jako funkce, přičemž x je proměnná a y označuje hodnotu?
3. Jaké má předchozí funkce $y = 2 - 3x$ průsečíky s osami x a y?

Soustavy lineárních rovnic

4. Jaký společný bod mají funkce, $y = 2x + 2$ a $y = 2 - 3x$?
5. Na základě následujícího grafu určete, jaké řešení má soustava? Lze si zobrazit i na odkazu https://www.desmos.com/calculator/z8dpyfd9ao



Obrázek 3, Graf funkcí v úloze 4.5, zdroj: vlastní

6. Vyřešte následující soustavu pomocí grafu, který vytvořte např. na webové stránce https://www.desmos.com/calculator

$$\frac{3x+1}{4} - \frac{4y-1}{7} = 1$$

$$\frac{x+1}{3} - \frac{y+2}{4} = 1$$

Obrázek 4, Soustava rovnic v úloze 4.6, zdroj: vlastní

7. Vyřešte následující soustavu pomocí grafu, který vytvořte např. na webové stránce https://www.desmos.com/calculator

$$\frac{3x-2}{x-4} = 2 + \frac{y+8}{y-2}$$

$$\frac{x+1}{x-3} = 2 - \frac{y-7}{y+1}$$

Obrázek 5, Soustava rovnic v úloze 4.7, zdroj: vlastní

8. Vyřešte následující soustavu pomocí grafu, který vytvořte např. na webové stránce https://www.desmos.com/calculator

$$\frac{3x-2}{x-4} = 2 + \frac{y+8}{y-2}$$

$$\frac{x+1}{x-3} = 2 - \frac{y-7}{y+1}$$

Obrázek 6, Soustava rovnic v úloze 4.8, zdroj: vlastní

7.2 Výuková videa

První výukové video, které jsem k této lekci vytvořil je video, které připomíná žákům lineární funkce a jejich grafy. Ukazuje, jakým způsobem se otáčí přímka, když budeme měnit koeficienty u obecného zápisu lineární funkce ve tvaru: $y = ax + b$. Dále se odkazuje na první úlohu a ukazuje, že tedy funkce, jejíž graf je obrázkem v úloze, je $y = x$. Druhé výukové video jen krátce připomíná, jaký je standardní zápis funkce, kdy y je hodnota funkce a jak ve druhé úloze k takovému tvaru jednoduchými úpravami dojít.

Ve třetím videu ukazuji názorně, jak najít průsečík dvou funkcí a to, že se prakticky jedná o stejnou úpravu, jako používáme při dosazovací metodě při řešení soustav lineárních rovnic, následně výsledek ověřuji přímo ukázkou grafů funkcí.

Poslední video je už spíše takovou přípravou na další lekci, kde se ukazuje, jak vypadá, když soustava nemá žádné řešení a že v takovém případě jsou grafy funkcí rovnoběžné přímky, v případě, že je nekonečně mnoho řešení pak, že se jedná o shodné přímky.

8 Počet řešení soustavy

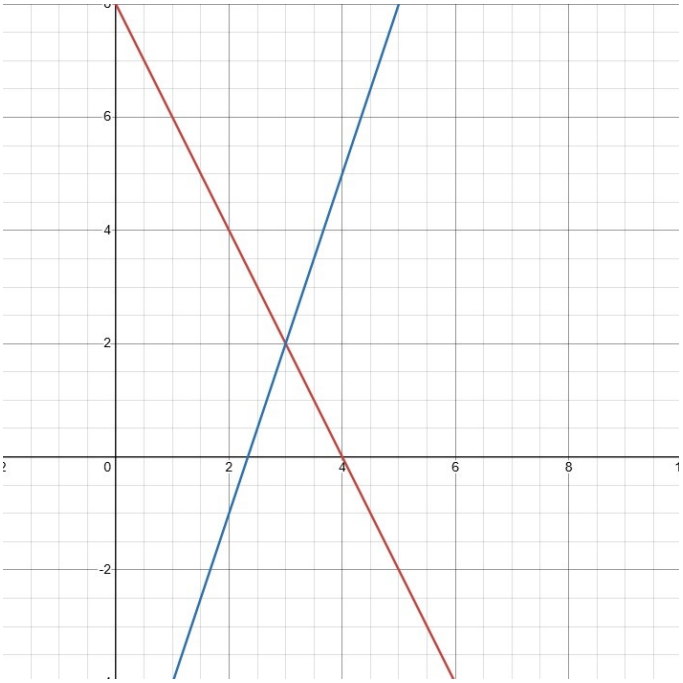
Tématem poslední lekce kurzu je počet řešení soustavy lineárních rovnic. Cílem je, aby žák byl schopný určit, kolik má soustava řešení, přičemž rozpoznává tři základní situace a to, zda má soustava jedno řešení, nekonečně mnoho řešení, nebo nemá žádné řešení, bez toho, aby ji musel dořešit. Na to, jak to zjistit ho pak opět navádí výukové video, které ukazuje, jak k odpovědi dojít algebraicky i za pomoci grafického znázornění.

Oproti předchozím lekcím tato nenabízí takovou volnost a jde o postupný průchod, aby žák prošel všechny možné situace, nadále však zachovává systém, kdy se nejprve chatbot zeptá, zda má žák výsledek, či potřebuje pomoc a umožňuje přecházet mezi lekcemi pomocí rozcestníku.

Žák v této lekci používá veškeré poznatky, které v předchozích kapitolách kurzu získal, když kombinuje algebraické a grafické strategie řešení a představuje tak logické uzavření kurzu. V úloze č. 1 (viz níže) žák využije nejprve sčítací metodu, aby zjistil, že po úpravě soustavu lze vyřešit jediným řešením. V úloze 2 je vystaven situaci, kde jsou v zadání dvě rovnice o třech neznámých, což svádí k označení úlohy za úlohu s nekonečným počtem řešení, což je ovšem po úpravě pomocí sčítací metody vyvráceno a úloha má pouze jedno řešení. Úloha č. 3 je velmi podobná úloze č. 2, ale tentokrát je prvotní myšlenka o nekonečném množství řešení pravdivá. Toto dává příklad žákům, že je potřeba před vyhlášením závěrů soustavu upravit do patřičného tvaru. Úlohy č. 4 a č. 5 pak procvičují obdobné schopnosti. Úlohy č. 6 a č. 7 pak dávají počet řešení do grafického kontextu a procvičují znalosti z předchozí lekce.

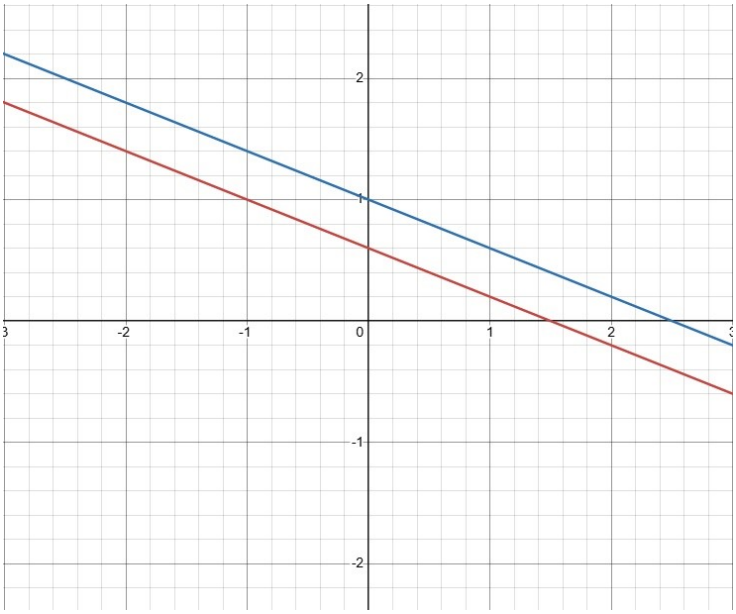
8.1 Seznam úloh

1. Kolik má řešení soustava $2x + y = 8$, $3x - y = 7$?
2. Kolik má řešení soustava $2x + y + 2z = 10$, $3x - y - 2z = -5$?
3. Kolik má řešení soustava $2x + y + 2z = 10$, $3x + 3y + z = -5$?
4. Kolik má řešení soustava $x - 2y - 3z = 0$, $3x + 2y - z = 0$, $3y + z = 0$?
5. Kolik má řešení soustava $2x + 5y = 3$, $4x + 10y = 7$?
6. Kolik má řešení soustava s následujícím grafem?



Obrázek 7, graf funkcí k úloze 5.7, zdroj: vlastní

7. Kolik má řešení soustava s následujícím grafem?



Obrázek 8, graf funkcí k úloze 5.7

8.2 Výuková videa

K této lekci bylo vytvořeno jedno souhrnné video toho, jak poznat, kolik má soustava řešení, tedy na rozdíl od předchozích lekcí nejsou videa zvlášť po úlohách. Záměrem bylo ukázat žákům, že pokud lze na levé straně dostat shodné koeficienty u neznámých, tak v případě soustavě rovnic o dvou neznámých mají buď nekonečně mnoho řešení, nebo naopak nemají řešení žádné. Jediné řešení lze mít pouze, pokud nelze takového stavu dosáhnout ekvivalentními úpravami. Následně ukazuji, jaké přímo takové soustavy rovnic, na kterých tyto vlastnosti ukazuji, mají grafy a jak to souvisí s počtem řešení.

9 Práce v prostředí EDU AI

Prostředí EDU AI za pomoci chatbota umožňuje vytvořit scénář, který simuluje rozhovor vyučujícího s žákem, a to včetně zásadních prvků jako je zpětná vazba, nápovědy, větvení, nebo opakování kroků. Prostředí má tedy jasné atributy k tomu, aby bylo vhodné k tvoření kurzů na principu programovaného učení.

Aktuálně editor kurzů nabízí tři základní možnosti kroku ve scénáři a těmi jsou přidání informace, ať už je textová, obrazová, či například hypertextová, další je otázka, u které je možnost, aby byla otevřená, nebo s výběrem možností, jehož cestou jsem se já osobně vydal. U každé možnosti odpovědi pak lze volit, kam v rámci kurzu vás odpověď přinese, přičemž možnosti jsou znovu se zeptat na tu stejnou otázku, přejít na další krok lekce, spustit jinou lekci, přejít na jiný krok lekce, ve které aktuálně jste, nebo spustit jiný kurz. Poslední možností je časovač, který je vhodné pro domácí testování, ovšem tuto možnost jsem během tvorby svého kurzu nevyužil.

Samotné prostředí editoru je velmi příznivé a jasné i pro méně zkušené vyučující v tvorbě digitálních materiálů, velmi jednoduše člověk vybere, jaký chce, aby byl další krok scénáře chatbota a následně skládá tyto kroky za sebe v barevně označených blocích, které je představují. Velmi užitečnou funkcí je kopírování kroků, kdy nemusíte kroky, které jsou velmi podobné, nebo dokonce totožné tvořit od startu, ale jednoduše jedním kliknutím je můžete zkopírovat. Co by se dalo zlepšit je přidání možnosti kopírovat napříč lekcemi, nebo uložení si kroku do databáze, který by se tak dal používat.

Kurz v podobě chatbota dobře funguje, jak na mobilním zařízení, tak na počítači, jedinou nevýhodou jeho využití může být, že okno chatu je poměrně malé a většinu prostoru na stránce vyplňuje pozadí.

Práce v EDU AI mi pomohla rozvíjet schopnost strukturovat výuku logicky a efektivně. Zároveň vzhledem k formě ukázala důležitost jazykové srozumitelnosti a postupného vedení.

Kurz ve formě chatbota je zároveň velmi zajímavá alternativa i pro žáky, pro které spojení s moderními technologiemi může přidat na atraktivitě materiálu a zvýšit motivaci. Tu ale nejvíc ovlivňuje samotný přístup v kurzu, kdy žák není pod nátlakem díky možnosti prostudovat ho vlastním tempem bez stresu z hodnocení. Chatbot tak pro žáka vytváří bezpečné prostředí, ve kterém se může rozvíjet.

Prostředí EDU AI je z mého pohledu velmi vhodné jako doplněk výuky a prostředek, který může velmi pomáhat žákům, kteří si potřebují učivo projít v bezpečném prostředí bez stresu z hodnocení vlastním tempem. Zároveň je dobrou alternativou pro žáky z rodin, jejichž socioekonomický status nedovoluje, aby měli pravidelné osobní doučování, což rozevírá nůžky například při jednotných přijímacích řízeních na střední školy, u nichž jsou aktuálně žáci z movitějších rodin zvýhodněni. Volně dostupné materiály v prostředí EDU AI by tak mohly pomoct, aby se tyto rozdíly o něco srovnaly.

Naprosto zásadní a rozdílovou oproti ostatním online výukovým prostředím považuji zabudované funkce chatbota, které umožňují žákům podávat vlastní dotazy a chatbot je schopný jim velmi zdatně odpovídat. Zároveň tímto způsobem žáci mají možnost si vyzkoušet, jak co nejefektivněji podávat dotazy AI chatbotovi a z kterých promptů tak dostanou odpověď co nejvíce takovou, jakou chtěli. Kromě pomoci se samotnou výukou je pak chatbot schopný odpovídat také na dotazy ohledně plánování učiva, nebo vlastních pocitů z učení.

10 Testování kurzu

Kurz je dostupný v internetovém prohlížeči na odkazu „go.edu-ai.eu/course/pj7“ v prostředí chatbota EDU AI, jehož funkce umělé inteligence běží na jazykovém modulu ChatGPT ve verzi 4.0 (Jančařík et al. 2024).

10.1 Průchod pomocí výchozích odpovědí

Při prvním testování aplikace na osobním počítači jsem nejprve využíval pouze nabízené odpovědi chatbotem a snažil jsem se simulovat průchod kurzu žákem, který má v tématu minimální znalosti a potřebuje k průchodu nabízené nápovědy apod. Při zvolení možnosti „Podívám se na video“ v kroku ještě před zadáním samotné úlohy vše běží v pořádku, pokud však v dalším kroku po zobrazení úlohy zvolím „Nevím, jak na to“, pak se jakožto nápověda znovu zobrazí stejné video, což by v ideálním případě bylo vyřešeno samostatnou větví pro uživatele, kteří zvolili, že se chtějí podívat na video v předchozím kroku. Samotné video je pak v chatbotu řešeno odkazem na video na portálu YouTube, což může být nepříjemné, co se týče uživatelské přívětivosti, kdy je člověk nucen mít v prohlížeči otevřeno více záložek na ráz.

Po zvolení „Nevím, jak na to“ a zobrazení odkazu na video chatbot uživatel vyzve, ať klikne na „Připraven“, až bude chtít vidět výsledek úlohy, to v této části zabraňuje zacyklení, ke kterému docházelo v předchozích verzích aplikace, kdy uživatele tato volba vrátila k zadání úlohy. Stejný problém měla v předchozích verzích aplikace taktéž v dalším kroku, kde má uživatel označit, zda mu vyšlo stejné řešení jako autorské, či mu vyšlo něco jiného, nebo zda se rovnou chce podívat na video, kdy obě negativní možnosti vracely uživatele zpět k otázce, zda mu vyšel daný výsledek. Možnost „Vyšlo mi něco jiného“ u některých úloh nabízí také nápovědu písemnou, takže není nutnost využití videa, které je ale pro případ nutnosti využití také uživateli odkazem předloženo. Tímto se povedlo dosáhnout toho, že kurz je aktuálně průchozí bez zacyklení, až na výjimku toho, kdy si lze volit v rozcestníku lekcí, či u některých otázek, že se vrátím k předchozí lekci. V tomto případě bych ale řekl, že je uživatelsky přívětivé, když existuje možnost se vrátit k předchozím lekcím a tato možnost měla při tvorbě kurzu prioritu vůči tomu, aby bylo zamezeno jakémukoliv zacyklení.

Samotné zvolení odpovědi, kdy člověk pouze potvrzuje, že došel ke správnému výsledku na mě vzhledem k podstatě kurzu, která je v samostudiu, orientovaná na domácí vyučování působilo jako dobré řešení, protože kurz není hodnocený jako ve škole. Jakožto uživateli mi vyhovuje, že v prostředí domácího studia nemám stresový element v podobě možnosti zvolení nesprávné odpovědi, kdy obzvláště v případě, že se v tématu cítím nejistě, ve mně spíše vyvolává demotivaci. Takto při ukázání správné odpovědi se i při nesprávném vyřešení na první pokus jednodušeji dovtípím, kde jsem v procesu řešení udělal chybu a nejsem vystaven frustraci, která po několika špatných odpovědích může přicházet.

Další věcí, která může dělat uživatelům problém je absence sazby matematického textu v prostředí, což znamená, že například zlomky musí být zapsány pomocí závorek a lomítek tak, aby bylo jasné, který výraz je myšlen.

Dále jsem testoval průchod přes předpřipravené odpovědi také v dalších lekcích kurzu a v aktuální verzi jsem při několika průchodech nenarazil na žádný problém, který jsem již nezmínil. Poté jsem kurz zkoušel také na dalších zařízeních jako je mobilní telefon, kde je přívětivý vzhled samotného chatbota, kdy působí přirozeněji jako běžný chat. Na druhou stranu je o něco více nepříjemné využívat nápovědy v podobě videí, která jsou odkazem na YouTube, což uživatele donutí přejít na jinou stránku, či dokonce do jiné aplikace. Nadále jsem testoval průchod přes všemožné scénáře, kdy je umožněno žákovi přeskakovat v lekcích a do budoucna by bylo dobré v případě, že se žák vrací v kurzu zpět, aby mu ve stejné obtížnosti byla měněna zadání, aby se při návratu opět nepotkával s tím, které již předtím mohl projít. Jinak je uživatelsky přívětivé, že žáci, kteří potřebují procvičit jen některá témata, díky rozcestníku lekcí, který je přítomný ve všech lekcích a lze se na něj snadno dostat, nemusí procházet úlohy, které například již zvládají a jsou pro ně příliš jednoduché, což by je mohlo odradit. To samé platí pro žáky, kteří zjistí, že buď přecenili své síly, nebo si potřebují zopakovat něco z předešlých lekcí, či úloh, kdy se mohou vracet k jednodušším úlohám v rámci lekce, či také do předešlých lekcí.

10.1.1 Výuková videa

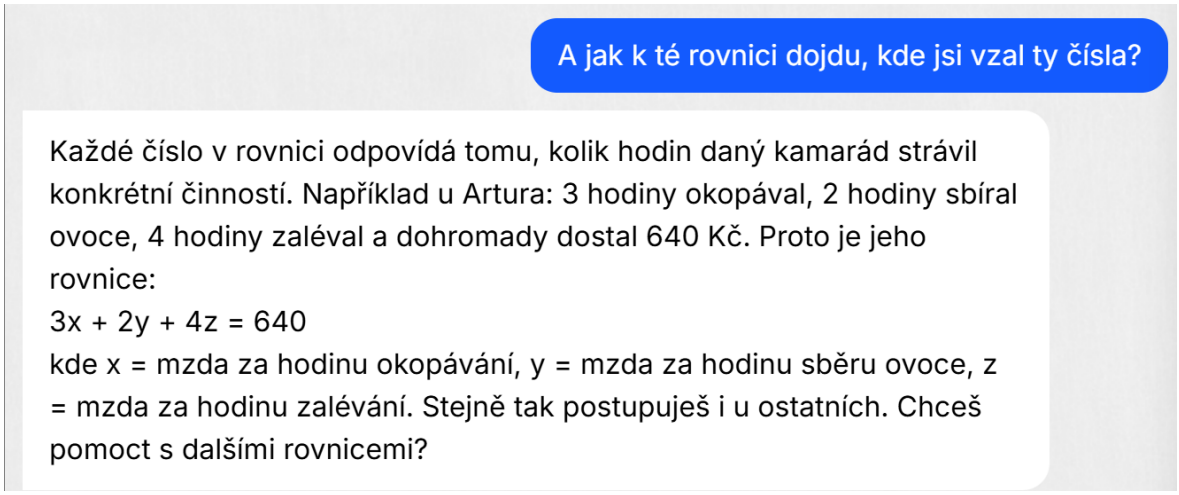
Součástí tohoto průchodu jsou také nápovědy v podobě výukových videí, které se věnují ukázkám řešení problémů na konkrétních případech. To může být problém ve chvíli, kdy žák má velmi slabé znalosti v tématu, například mu dělají problém úpravy rovnic, či

pochopení ekvivalentních úprav. V těchto případech nemusí být pro žáka ani ukázkové řešení krok po kroku nápomocné. Dále někteří žáci mohou mít problém přenést metodu řešení z jedné úlohy, kterou viděli vyřešenou a přišlo jim, že řešení porozuměli, do dalších úloh, pro které již není nabízena nápověda v podobě videa.

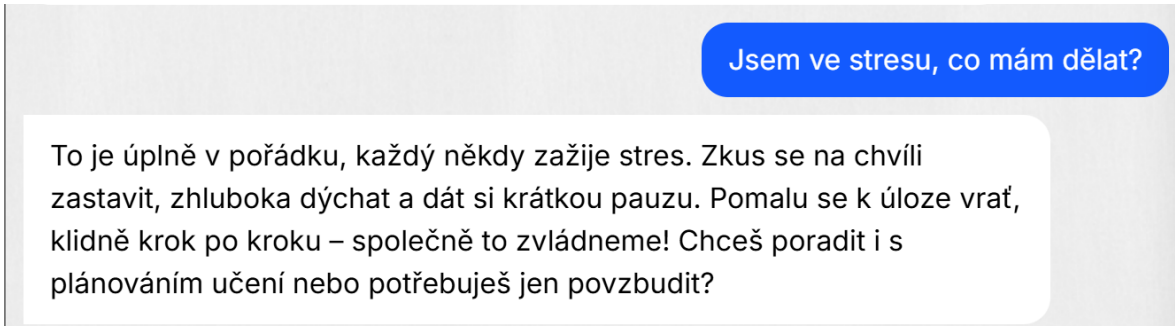
Videa pak mají v některých fázích problém s čitelností textu a někdy je nevhodně oříznut obraz. Pokud však žák využívá kurz jako doučování, či připomenutí si tématu, pak videa umožňují si krok po kroku dané metody připomenout. Zároveň v lekcích „Grafické znázornění soustav lineárních rovnic o dvou neznámých“ a „Počet řešení soustav“ se mohou dozvědět nové informace, které jim mohou dodat potřebný kontext k širšímu pochopení tématu a lépe je připravit na budoucí učivo například v analytické geometrii.

10.2 Průchod kurzem s pomocí chatbota

V dalších testováních jsem tedy začal využívat funkce, které nabízí samotný chatbot a pokoušel jsem se simulovat dotazy, které by mohl chatbotovi pokládat žák, který si s úlohou neví rady. Na obrázku č. 9 (viz níže), je například vidět, jak se pokusil vysvětlit, jakým způsobem vytvořit jednu z rovnic soustavy a z jakých informací přišel k této soustavě. Dále jsem pokládal otázky, které byly pocitového charakteru, kdy jsem z pozice žáka s chatbotem řešil, jak se zachovat, pokud jsem při průchodu kurzem ve stresu apod. (viz níže obrázek č. 10).



Obrázek 9, Komunikace s chatbotem v kurzu 1, zdroj: vlastní



Obrázek 10, Komunikace s chatbotem 2, zdroj: vlastní

Komunikace s chatbotem tak představuje simulovaný rozhovor s učitelem, což je aspekt, který výrazně aplikaci odlišuje od jiných online materiálů. Pokud má žák nějaký specifický problém, se kterým mu nejsou schopny pomoct nápovědy v podobě videí, či textu předvytvořené autorem, pak mu s ním může pomoct právě chatbot a na základě mé zkušenosti aktuálně dává velmi dobré a relevantní odpovědi.

Další možnosti, které chatbot nabízí je vyhledávání v článcích na Wikipedii za pomoci příkazu „/w“ na začátku zprávy poslané chatbotovi a vyhledávání výukových materiálů na EMA.RVP za pomoci příkazu „/e“. Především vyhledávání materiálů mi přišlo užitečné v tématu řešení soustav lineárních rovnic jako velmi užitečné, aby žák měl jednoduchý přístup k dalším úlohám v případě, že má pocit, že potřebuje téma nadále procvičovat.

Závěr

Tvorba výukového kurzu v prostředí EDU AI pro mě znamenala spojení teoretických znalostí, didaktických dovedností a zároveň kreativní práce s digitálním nástrojem. Získal jsem zkušenost s vytvářením strukturovaných výukových materiálů, které v tomto prostředí umožňují personalizaci výuky, bezpečné prostředí při procvičování, nebo objevování nového učiva. Velikým přínosem byla možnost propojit didaktické principy s moderní technologií a vytvořit tak materiál, který koreluje s potřebami žáků, kdy klade důraz na interaktivitu, možnost beze strachu procházet procesem učení vlastním tempem a smysluplnou práci s chybami. Přidanou hodnotu pak obzvláště v tomto prostředí představuje samotný AI chatbot, který může žákům pomoct s jejich konkrétním problémem, či otázkou, na kterou jim třeba samotný kurz, či doprovodné materiály k němu nedává odpověď. Zároveň umožňuje rozhovor také o pocitech z učení, a ještě blíže tak simuluje rozhovor s učitelem.

Z této zkušenosti jsem přesvědčený, že technologie jako EDU AI mohou v rámci výuky matematiky fungovat jako skvělý doplněk zejména jako prostředek vyučování a umožňují žákům samostatné objevování, či porozumění učivu příjemnou cestou beze stresu. Zároveň se jedná o variantu, která může napomáhat zlepšovat situaci v rámci aktuální situace nerovnováhy možností žáků na základě socioekonomického statusu jejich rodiny, který se projevuje v rámci druhého stupně základních škol především u jednotných přijímacích zkoušek.

Vyjádření k využití nástrojů umělé inteligence

V práci bylo využito nástrojů umělé inteligence jako součást kurzu v prostředí EDU AI. Samotný kurz je realizován v prostředí AI chatbota a toho lze při průchodu kurzem využívat. Nadále byl jazykový model ChatGPT 4.0 v práci využit k překladu abstraktu z českého do anglického jazyka.

Seznam použitých informačních zdrojů

Dušek, O., & Jančařík, A. (2024, October 24–25). *The problem of AI hallucination and how to solve it*. 23rd European Conference on e-Learning, Porto, Portugal.

Hošková-Mayerová, Š., & Rosická, Z. (2012). Programmed learning. *Procedia – Social and Behavioral Sciences, 31*, 782–787. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.12.141

Jančařík, A., Michal, J., & Novotná, J. (2022, October 27–28). *Artificial intelligence assistant for mathematics education*. 21st European Conference on e-Learning, Brighton, United Kingdom.

Jančařík, A., Michal, J., & Novotná, J. (2023, April 21–23). *Feedback in online mathematics tutoring*. 15th International Conference on Computer Supported Education, Prague, Czech Republic.

Jančařík, A., Novotná, J., & Michal, J. (2023). Using AI chatbot for math tutoring. *Journal of Education Culture and Society, 14*(2), 285–296.

Jančařík, A., Michal, J., & Novotná, J. (2024). *Metodika tvorby a využití výukových materiálů z matematiky v prostředí AI Chatbota EDU-AI.EU* [Online]. Pedagogická fakulta UK. https://pedf.cuni.cz/PEDF-3082-version1-metodika_tvorby_a_vyuziti_pedf_uk.pdf

Kulič, V. (1989). *Člověk–učení–automat* (2., dopl. vyd.). Státní pedagogické nakladatelství.

Kulič, V. (1971). *Chyba a učení*. Státní pedagogické nakladatelství.

Kulič, V., & Leavitt, S. (1966). *Programované učení jako světový problém*. Státní pedagogické nakladatelství.

Leith, G. O. M., Peel, E. A., & Curr, W. (1966). *A handbook of programmed learning*. University of London Press.

Lumsdaine, A. A., & Glaser, R. (Eds.). (1960). *Teaching machines and programmed learning: A source book*. Department of Audio-Visual Instruction, National Education Association.

Malach, A. (1977). *Programované vyučování ve vzdělávání pracovníků* [Computer software]. Socialistická akademie ČSR, městský výbor.

Roe, A. (1962). A comparison of branching methods for programmed learning. *The Journal of Educational Research, 55*(9), 407–416. https://doi.org/10.1080/00220671.1962.10882847

Skinner, B. F. (1954). The science of learning and the art of teaching. *Harvard Educational Review, 24*(2), 86–97.

Seznam příloh

Příloha 1 – Soubor s kurzem, který lze importovat do editoru EDU AI

Příloha 2 – Odkaz na kurz v prostředí EDU AI