



**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA**
Univerzita Karlova

doc. RNDr. Václav Kučera, Ph.D.
Katedra numerické matematiky MFF UK
Sokolovská 83, 186 75 Praha 8
Tel.: 951 553 362
e-mail: kucera@karlin.mff.cuni.cz

Posudek vedoucího bakalářské práce

Práce: Implicitní symplektické integrátory (Implicit symplectic integrators)
Řešitel: Matěj Gajdoš

Práce se zabývá popisem, teoretickou analýzou a praktickým testováním tzv. symplektických integrátorů pro řešení hamiltonovských dynamických systémů. Tyto numerické metody pro řešení obyčejných diferenciálních rovnic jsou velice důležité např. v simulacích nebeské mechaniky, neboť jejich základní vlastností je, mimo jiné, zachování (perturované) energie systému a s tím související zachování symplektické struktury problému.

Velká část aplikací vede na tzv. separabilní Hamiltoniány. Jejich výhodou je, že se standardní symplektické metody (symplektický Euler, Störmer-Verlet,...) v tomto případě redukuje na explicitní schéma. Ovšem pro neseparabilní Hamiltoniány jsou tato schémata implicitní, čímž vyvstává nutnost řešit výsledné nelineární algebraické soustavy rovnic. Standardní doporučení v literatuře zde je Newtonova metoda, či metoda pevného bodu. **Pan Gajdoš si uvědomil, že iteračním řešením těchto nelineárních rovnic se ovšem ztrácí požadovaná vlastnost symplektičnosti. Tento aspekt je v literatuře zcela opomíjen! Našli jsme jediný(!) článek, který se tímto problémem zabývá, v případě symplektických Runge-Kuttových metod.**

Největším příspěvkem Matěje Gajdoše je Kapitola 4 obsahující zcela nové výsledky, jde o jeho původní výsledky. **Je zde analyzována chyba ztráty symplektičnosti při iterativním řešení nelineárních rovnic vzniklých diskretizací symplektickou Eulerovou metodou.** Důležité je, že **tyto výsledky jsou optimální**, jak dokazuje detailně analyzovaný modelový příklad. Dále považuji za vynikající Kapitoly 2 a 3, protože je extrémně těžké srozumitelně (a zároveň rigorózně!) vysvětlit vztah hamiltonovských systémů a symplektičnosti a vztah diskretizace a symplektičnosti (zpětná analýza symplektických entegrátorů). V existující literatuře se zde osciluje mezi přílišným „máváním rukama“ na jedné straně a neproniknutelnou techničností na straně druhé.

V literatuře jsou numerické experimenty typicky odbyté na triviálních akademických příkladech Hamiltonovských systémů (1D harmonický oscilátor apod.). Pro testování odvozené teorie pro neseparabilní Hamiltoniány si pan Gajdoš vybral podstatně složitější problém popisu magnetických siločar v tokamaku. Jak se ukazuje, tento problém se dá po mnoha úpravách popsat nestandardním neseparabilním Hamiltoniánem. Odvození je zde značně netriviální, o to více je potřeba ocenit, že **pan Galdoš našel a opravil chybu v odvození (resp. výsledném vzorci) v článku, z kterého vycházel.**

Pan Gajdoš odvedl obrovský kus samostatné práce, zejména teoretické a rešeršní. Nastudoval obrovské množství literatury, které dokázal přehledně a srozumitelně zpracovat do uceleného výkladu. Sám si uvědomil v literatuře zcela opomíjený problém ztráty symplektičnosti při iterativním řešení nelineárních implicitních schémat a sám provedl jeho analýzu. To vyžadovalo mnoho času, úsilí a studia různých nesouvisejících oblastí a zdrojů. **Práci považuji ze krajně nadstandardní. Jde o práci bakalářskou, ale dle mého názoru by výsledky v ní obsažené byly nadstandardní i pro diplomovou práci. Výsledky z Kapitoly 4 hodláme publikovat.** Je také potřeba zdůraznit, že jelikož jde o práci bakalářskou, muselo být vše zmíněné dosaženo v podstatně kratším čase a s nutností většího samostudia, než by bylo u práce diplomové.

V Providence, USA, dne 15. 6. 2025

doc. RNDr. Václav Kučera, Ph.D.