

## Modelování vývoje pískovcových bran: eroze řízená napětím?

### Obsah práce a dosažené výsledky

Předložená bakalářská práce se zabývá modelováním vývoje pískovcových bran. Rychlost eroze je řízena mechanickým napětím v materiálu, kdy se předpokládá pomalejší úbytek materiálu v oblastech s vyšším kompresním napětím a naopak rychlejší tam, kde je napětí nižší. Vzhledem k tomu, že rychlost eroze je řádově menší než rychlost šíření elastických vln, je mechanická odezva počítána v kvazistacionárně.

Práce je rozdělena do tří částí. Po úvodní kapitole autor formuluje matematický model eroze řízené lokálním maximálním napětím na hranici materiálu. Pro sledování posunu hranice je zavedena level-set metoda s distance funkcí, přestože numerická implementace v textu chybí. Materiál je považován za lineárně elastický, což vede na Lamého rovnice s objemovou silou; gravitace je zmíněna jako motivace, ale v dalších výpočtech se již neuplatňuje. Dále jsou představeny dva modely eroze závislé na maximálním napětí na hranici materiálu, v obou případech materiál eroduje pokud napětí je málo kompresní: (i) rychlostně nezávislý model, kdy materiál eroduje s konstantní rychlostí, pokud je maximální napětí větší než předepsaná záporná kritická hodnota; (ii) rychlostně závislý model, kdy rychlost eroze závisí exponenciálně na maximálním napětí.

Třetí část práce se zabývá analytickým řešením pro ideální případ válcového pískovce, případně obecnějšího tělesa s konstantním průřezem. Pro případ válce je řešena mechanická odezva materiálu ve válcových souřadnicích za předpokladu nulové gravitace, předepsané normálové síly na horní ploše a volného skluzu na podstavě. Výsledkem lineárně elastického modelu je lineární profil posunutí, obdobně jako při osovému stlačování tělesa obecného tvaru. Získané řešení je následně použito k výpočtu maximálního napětí na hranici, které slouží jako vstup pro určení rychlosti eroze v obou modelech. V případě rychlostně nezávislého modelu dochází k rovnoměrnému zmenšování poloměru, které se zastaví po dosažení určité kritické hodnoty. Naopak v rychlostně závislém modelu se poloměr s časem zmenšuje přibližně exponenciálně.

### Hodnocení práce

Autor úspěšně formuloval matematický model eroze řízené mechanickým napětím a aplikoval analytické řešení pro speciální geometrii; ve své práci se zaměřil na řešení úlohy lineární elasticity ve válcových souřadnicích, přičemž modeloval působení zatížení na horní stěně tělesa. Na základě analytického řešení stanovil rozložení napětí, které následně použil pro výpočet rychlosti eroze podle zvoleného modelu. Přestože se jedná o jednoduchou úlohu, poslouží vhodně jako benchmark pro ověření funkčnosti budoucí implementace modelu.

Práce je psána anglicky; ačkoli některé formulace působí neobratně, celkově je text srozumitelný. Vyskytuje se v ní nemalé množství typografických nedostatků – proměnné nejsou důsledně sázeny kurzívou nebo mezi rovnicemi chybí interpunkce.

Největší slabiny práce spočívají ve dvou aspektech. Zaprvé, ačkoli je v úvodu zmíněna level-set metoda s distance funkcí jako nástroj pro numerické simulace, žádná numerická část nakonec v práci není obsažena. Zadruhé, analytické řešení je provedeno za zjednodušujících předpokladů: nepočítá se s vlivem gravitace a materiál je zatížen pouze na horní stěně, což vede k poměrně triviálnímu lineárnímu výsledku.

*Doporučení.* Předloženou práci doporučuji uznat jako bakalářskou práci.

**Otázky:**

- Pro válcový pískovec, můžete v jednom grafu porovnat závislost poloměru v čase pro rychlostně nezávislý a rychlostně závislý model?
- Jak náročné by bylo řešit problém s gravitací?

v Praze 20. června 2025  
Karel Tůma  
Matematický ústav Univerzity Karlovy