POSUDEK OPONENTA DIPLOMOVÉ PRÁCE

Název: **Properties of algebraic stabilizations for convection-diffusion equations**
Autor: **Bc. Ondřej Brichta**

Předložená práce se zabývá důležitým a aktuálním tématem numerické analýzy. Otázka spolehlivého numerického řešení rovnic konvekce-difuze-reakce je velice významná a vyskytuje se v široké škále praktických problémů matematického modelování. Je známo, že pokud je transportní část problému dominantní ve srovnání s difuzní částí, pak přímočará diskretizace Galerkinovou metodou vede k diskrétním řešením která vykazují mimo jiné nefyzikální oscilace. Zatímco spojitá úloha má vlastnost principu maxima, tak její přímá diskretizace obdobnou diskrétní vlastnost nesplňuje. To jak dosáhnout splnění diskrétního principu maxima pro danou diskretizaci je předmětem aktivního a dlouhodobého zkoumání.

Práce je systematická a přehledná. V úvodní části jsou shrnuty základní principy AFC schémat a prezentován jejich význam pro stabilizaci diskrétních řešení konvekčně-difuzních problémů. Dále jsou zavedeny algebraické omezovače (Kuzminův a BJK) pro které je princip maxima splněn za určitých předpokladů. Oceňuji, že autor podrobně rozebírá a priorní odhady chyb, které jsou klíčovým prvkem pro hodnocení kvality aproximace. Zvláštní pozornost je věnována odhadu chyby v L^2-normě, což je pro posouzení konvergence metod zásadní.

Těžištěm práce je rozšíření analýzy klasického BBK omezováče na případ s váhami, čímž autor přináší nové poznatky. Rozšíření o váhy umožňuje lepší přizpůsobení metody specifickým problémům a může vést k vyšší přesnosti řešení. Dalším významným přínosem je konstrukce nového limiteru založeného na integrálních indikátorech, který nabízí alternativní přístup k omezování oscilací v řešení. Autor se detailně věnuje vlastnosti „zachování linearity“ tohoto limiteru, což je důležitý aspekt pro dosažení lepší konvergence metody. Tato vlastnost je nejen teoreticky zajímavá, ale má i praktické důsledky pro implementaci a stabilitu metody.

Práce je zakončena numerickými experimenty, které demonstrují funkčnost a efektivitu modifikovaného limiteru. Výsledky jsou přehledně prezentovány a ukazují potenciál navržené metody pro praktické výpočty. Škoda, že autor neprovedl numerické testy na širší škále úloh, kde by například nebylo polynomiální řešení. Případně bych v práci uvítal rozšíření numerických experimentů na složitější problémy a diskusi praktických implementačních aspektů.

- Některé kroky jsou provedeny pro dimenzi d=2 (např. Theorem 40.). Vsekci 4.2.5. jsou zmíněny problémy s rozšířením pro třídimenzionální problém, nicméně z textu není úplně jasné zda autor vidí nějakou možnost konstrukce použitelné metody ve třech dimenzích.

Celkově práci hodnotím jako velice kvalitní a přínosnou. Autor prokázal hluboké porozumění problematice a přinesl netriviální rozšíření stávajících metod. Doporučuji práci uznat jako diplomovou.

RNDr. Jaroslav Hron, Ph.D.
Matematický ústav, MFF UK
jaroslav.hron@mff.cuni.cz

30.5.2025