

POSUDEK VEDOUcíHO DIPLOMOVÉ PRÁCE

Název: Spočetně hustě homogenní prostory

Autor: Bc. Michal Hevessy

Shrnutí obsahu práce

Práce studenta Hevessyho pojednává o tzv. spočetně hustě homogenních prostorech (CDH prostory), tedy o takových topologických prostorech, kde pro každé dvě spočetné husté množiny existuje homeomorfismus převádějící jednu na druhou. Ukazuje se, že tuto vlastnost mají například všechny euklidovské prostory, Hilbertova krychle, Cantorovo diskontinuum, iracionální čísla, Banachovy prostory a další "dostatečně homogenní" prostory. Tento typ homogenity je velice často užitečný v různých topologických konstrukcích. Z toho důvodu začal být studovaný sám o sobě a v současné době jsou tomuto pojmu věnovány desítky odborných článků.

Práce má standardní strukturu: V první kapitole je zadefinována většina pojmů, se kterými se pracuje. Druhá kapitola shrnuje velkou část známých pozitivních výsledků o CDH prostorech. Třetí kapitola je věnována (proti)-příkladům a čtvrtá kapitola obsahuje zobecnění pojmu CDH pro více typů spočetných množin.

Vlastní přínos autora je především ve třetí a čtvrté kapitole. Student se zaměřil na nedávný přehledový článek Hrušáka a van Milla z roku 2018 (Open problems on countable dense homogeneity) a vyřešil jeden z otevřených problémů zde obsažených (původně otázka pochází z článku Medini 2015). Konkrétně se mu podařilo elegantním způsobem sestavit nuldimenzionální metrický spočetně hustě homogenní prostor, jehož druhá mocnina spočetně hustě homogenní není (Example 3.30). Detaily řešení jsou obsahem podkapitoly 3.1. Zmíníme jen, že konstrukce využívá pojem tzv. lambda množiny (což je prostor, jehož každá spočetná podmnožina je v něm typu G-delta) v Cantorově diskontinuu a dále existenci CDH lambda množiny, která je saturovaná vůči jisté ekvivalenci (z článku Hernándeze-Gutiérreze a kol., 2014). Jako důsledek je poznamenáno (Example 3.32), že za jistých množinových předpokladů je uvedený příklad koanalytickou CDH množinou, jejíž druhá mocnina CDH není.

Celkové hodnocení práce

Uvedená práce má celkově dobrou strukturu. Práce je napsaná pečlivě a důkazy obsahují dostatečné množství detailů, aby bylo vše dobře čtivé. Drobné překlepy nemají na hodnocení práce vliv. Student si při psaní práce pozorně prošel velké množství literatury, zorientoval se v ní a následně vše přehledně zpracoval. Vlastní výsledky (především z kapitoly 3), spadají do aktuální problematiky CDH prostorů a jistě jsou publikovatelné. Je na místě také zmínit samostatnost autora, který se mnou jako s vedoucím práce absolvoval jen několik málo krátkých konzultací.

Závěr

Práci považuji za výbornou a doporučuji ji uznat jako diplomovou práci.

Doc. Mgr. Benjamin Vejnar, Ph.D.

Katedra matematické analýzy

22. 7. 2024