Oponentský posudek diplomové práce

Halfspace depth for location nad scatter: robustness and minimax optimality

Bc. Filipa Bočince

Diplomant zpracoval detailně a pečlivě téma týkající se robustních a asymptotických vlastností poloprostorové hloubky. Konkrétně pak odhadu parametru polohy a měřítka pomocí nejhlubšího bodu.

První dvě kapitoly jsou věnované zejména shrnutí známých vlastností poloprostorové hloubky. Výsledky jsou sepsané přehledně a s ohledem na potřeby třetí, klíčové, kapitoly práce. První kapitola je věnována parametru polohy, tedy bodu s největší poloprostorovou hloubkou. Ve druhé kapitole je představena poloprostorová hloubka pro matice a odhad parametru (matice) měřítka pomocí této hloubky.

Nejdůležitější částí práce je třetí kapitola, která je věnována řádu konvergence parametrů polohy a měřítka odhadnutých pomocí poloprostorové hloubky. Konkrétně jde o řád konvergence takzvaného minimaxového optimálního odhadu. Autor vychází z nedávného článku Chen et al. (2018), který se zabývá robustností v rámci Huberova modelu kontaminace. V diplomové práci se autor omezuje na mnohorozměrná normální rozdělení a to z pochopitelných důvodů, protože pro tento model je možné přesně spočítat poloprostorovou hloubku bodu a další statistické funkcionály s ní spjaté.

Práce se velmi dobře čte, důkazy jsou psané pečlivě a podrobně, vhodně zvolené příklady pomáhají k pochopení i těžších partií práce. Všechny netriviální rovnosti a nerovnosti v důkazech jsou vysvětlené a dokázané. V práci se téměř nevyskytují překlepy.

K práci mám pouze dva dotazy a dvě připomínky.

(1) Na straně 34 je výraz $(3-4\varepsilon)/(4-4\varepsilon)$, který může nabývat i záporných hodnot, což je mimo definiční obor kvantilové funkce.

(2) Modul spojitosti jistě nebyl obecně zavedený v článku Donoho a Liu (1991), ale je možné, že v tomto článku byl poprvé použitý pro odhad parametru a ztrátovou funkci.

(3) Ve vzorcích (3.4), (3.5) a dalších podobných se vyskytuje $\inf_{n\in\mathbb{N}}$, případně $\sup_{n\in\mathbb{N}}$. Proč se zde nevyskytuje spíše $\liminf$ a $\limsup$, které by se zde daly očekávat vzhledem k asymptotické podstatě problému.

(4) Jaká je přesná interpretace věty 60 a věty 65? Pro libovolné nenulové ε je výraz $d/n \vee \varepsilon^2$ pro dostatečně velké n vždy roven ε^2. Jak interpretovat tento řád konvergence?

Uvedené otázky a poznámky se týkají spíše drobných nejasností ve formulacích, kterým se v takto rozsáhlé práci a při omezeném čase lze jen těžko zcela vyhnout. Práce je psaná s porozuměním a přehledně, rozsahem i hloubkou výsledků je velmi nadprůměrná. Autor prokázal schopnost zpracovat netriviální téma a přispět k jeho zkoumání. Doporučuji tuto práci **uznat za diplomovou práci** pro program Pravděpodobnost, matematická statistika a ekonometrie.

Daniel Hlubinka

V Praze Zbraslavi 22.8.2024