

Posudek na doktorskou práci Mgr. Daug Černé

Biorthogonal wavelets

Předložená dizertace se zabývá matematickou a numerickou analýzou biortogonálních wavecových funkcí. Je rozdělena do osmi kapitol. Opírá se o šest autorčiných prací, z nichž pět již bylo publikováno.

Úvodní část je věnována uvedení do problematiky waveletů. Zavádí se zejména základní pojmy a uvádějí některé důležité věty (např. o Rieszově bázi). Dále autorka podává přehled o konstrukci biortogonálních waveletových funkcí. V této kapitole jednoznačně prokázala, že má velice dobré znalosti o zkoumané problematice.

Druhá část práce se zabývá konstrukcí ortonormálních waveletů. Zde se využívají především výsledky paní I. Daubechiesové. Také se konstruují coiflets (i zobecněné coiflets) a studují se jejich vlastnosti. Je ukázáno, jak lze zredukovat počet kvadratických ohrazení na koeficienty. Tato kapitola obsahuje podle mého názoru několik původních výsledků.

Třetí část je věnována numerické integraci škálovacích a waveletových funkcí, které mají nízkou Sobolevovu a Hölderovu regularitu. Vyšetřují se speciální vzorce pro kvadraturu, které využívají předepsaných hodnot momentů.

Čtvrtá kapitola se zabývá zobecňováním waveletovských bází a multiresoluční analýzou. Dále se autorka zabývá podmínkou biortogonality, která je splněna, pokud se anulují příslušné momenty.

Kapitola 5 obsahuje popis konstrukce waveletovských funkcí na ohrazených oblastech. Pro vícerozměrné oblasti se uvažuje tensorový součin jednorozměrných waveletovských funkcí.

Šestá kapitola je věnována konstrukci stabilních B-splinových waveletovských bází na intervalu. Některé výsledky této kapitoly autorka již se spoluautory publikovala.

Sedmá kapitola obsahuje adaptivní metody pro řešení eliptických operátorových rovnic. K tomuto účelu se předkládá několik konkrétních algoritmů.

Osmá kapitola je věnována kvantitativním vlastnostem waveletovských bází. Konstruuje se matice tuhosti odpovídající Poissonově problému a vyšetřuje se její číslo podmíněnosti. Velké množství numerických výsledků výtečně ilustruje efektivnost navrhovaných metod. V dodatku jsou uvedeny tabulky koeficientů waveletovských funkcí různého stupně.

Na dizertaci si nejvíce cením toho, že autorka vyslovila a dokázala několik původních netriviálních matematických tvrzení (především v kapitolách 2, 6 a 8). Za nejlepší výsledek považuji skutečnost, že výsledné splinové-waveletové báze jsou

optimálně L^2 -stabilní také v případě kubických splinových waveletů, což nesplňují jiné známé splinové-waveletové báze na intervalu.

Práce je napsána velice srozumitelně a pečlivě, dobře se čte a je mimořádně pěkně zpracována. Je v ní kladen velký důraz na geometrickou interpretaci vyšetřovaných pojmů. Také je připojeno velké množství obrázků, které názorně ilustrují jednotlivé výsledky. Dále je třeba ocenit, že celý text je napsán velice dobrou a srozumitelnou angličtinou. Některé části dizertační práce již byly publikovány v mezinárodních matematických časopisech.

Z výše uvedeného je zřejmé, že téma dizertační práce rozhodně patří mezi velice aktuální součásti soudobé aplikované matematiky. Domnívám se, že autorka jednoznačně prokázala, že má hluboké znalosti z funkcionální analýzy, numerické matematiky, teorie parciálních diferenciálních rovnic a že má i velice dobrý přehled o existující literatuře a metodách v těchto perspektivních oborech. Stanovený cíl dizertace byl splněn. Proto doporučuji práci k obhajobě.

Závěr: Navrhoji, aby Mgr. Daně Černé byl udělen vědecký titul Ph.D.

V Praze dne 10. října 2008

Matematický ústav
Akademie věd ČR
Žitná 25, 115 67 Praha 1