

# Posudek oponentky bakalářské práce Natálie Bátorové

Magdaléna Tinková

Bakalářská práce Natálie Bátorové se zabývá takzvanou AGM posloupností, což je posloupnost dvojic  $((a_n, b_n))_{n=0}^{+\infty}$ , kde  $a_n$  je aritmetickým průměrem  $a_{n-1}$  a  $b_{n-1}$  a  $b_n$  je jejich geometrickým průměrem. Po většinu práce autorka pracuje s případem, kdy  $a_n$  a  $b_n$  leží v konečném tělese  $\mathbb{F}_q$ .

V první kapitole autorka shrnuje známé výsledky pro  $(a_n, b_n) \in \mathbb{R}^2$  a také ukazuje souvislost těchto posloupností s výpočtem cifer Ludolfova čísla  $\pi$ . Kapitola 2 obsahuje souhrn výsledků pro konečná tělesa, kde také autorka popisuje, jak tyto posloupnosti souvisí s určitým typem orientovaných grafů. Malý nedostatek této sekce spočívá v tom, že je trochu zmatená ohledně použitých pojmů a značení.

Sekce 3 uvádí výsledky pro případ  $q \equiv 3 \pmod{4}$  z článku [Gri+23], na které autorka ve čtvrté části navazuje vlastními závěry pro případ  $q \equiv 5 \pmod{8}$ . Jelikož je v jistém směru tento případ složitější než  $q \equiv 3 \pmod{4}$ , rozhodně to představuje netriviální rozšíření původních výsledků. Konkrétně se jedná o dokázání různých vlastností grafů, které se k těmto posloupnostem pojí (např. Theorem 39 nebo 43).

Poslední kapitola pak naznačuje propojení těchto posloupností s eliptickými křivkami, což je převzato z článku [Gri+23].

Práce je z obsahového hlediska napsána přehledně. Některé věty nejsou zrovna dobře formulované, což se u nejspíš jednoho z prvních matematických textů autorky v angličtině dá očekávat. Kromě toho je množství překlepů malé. Ocenění si zaslouží i obrázky s grafy pro různé hodnoty  $q$ .

Práci by tedy bylo třeba doladit v určitých detailech, ale i tak autorka dokázala, že nastudovaným materiálům rozumí a dokáže na jejich základě odvodit vlastní výsledky, přičemž se rozhodně nejedná jen o přímou aplikaci již známého. Doporučuji ji tedy uznat jako bakalářskou práci a navrhuji známku *výborně*.

Některé z konkrétních připomínek:

1. str. 8, Definition 1 a později: Posloupnost  $AGM_{\mathbb{R}}(a, b)$  je definována s indexem  $\mathbb{R}$ , ale pak se v textu toto značení vyskytuje bez indexu nebo s jiným indexem. Bylo by tedy vhodné na začátku zavést/vysvětlit.
2. str. 8, ř. 16: Zde by mělo být *well-defined* namísto *defined*.
3. str. 10, Definition 5: Zde by mělo být  $x$  namísto  $z$ .

4. Subsection 2.1: Bylo by přehlednější značením rozlišit graf a jeho podgraf, např. v Definition 17.
5. Subsection 2.1: Výrazy *directed* a *oriented* jsou užívány pro totéž bez nějakého komentáře; bylo by vhodné používat pouze jeden z těchto výrazů. Podobně u *vertex* a *node*.
6. Subsection 2.1: Bylo by dobré někde na začátku zavést značení  $u \rightarrow v$ .
7. str. 21, ř. -12: Mělo by tam být  $g$  místo  $b$ .
8. str. 23, ř. 5: Zde by mělo být p. 358–363, nikoliv p. 4–9 (podobně jinde).
9. str. 27: Úprava referencí není sjednocená. Také jsou tam nějaké překlepy, např. u jmen autorů v [BBB87].

Ing. Magdaléna Tinková, Ph.D.  
Fakulta informačních technologií  
České vysoké učení technické v Praze  
Thákurova 9, 160 00 Praha 6