

Posudek bakalářské práce pana Matúše Zelko: Gama-nulové množiny.

Petr Kaplický, KMA MFF UK (oponent)

Práce pana Matúše Zelko splňuje požadavky na bakalářskou práci a doporučuji ji jako takovou uznat.

Pan Matúš Zelko ve své práci studuje Gama-nulové množiny v nějakém Banachově prostoru X . Označme je $\Gamma_0(X)$. Jedná se o možné zobecnění pojmu lebesgueovskými nulovými množinami v \mathbb{R}^n do Banachova prostoru X . Zobecnění je založeno na prostoru funkcí s hodnotami v X se spojitými parciálními derivacemi. Označme ho $\Gamma(X)$. V práci jsou dokázány základní vlastnosti prostoru $\Gamma(X)$ a systému $\Gamma_0(X)$, např. metrizovatelnost $\Gamma(X)$, netrivialita $\Gamma_0(X)$, $\Gamma_0(X)$ tvoří σ -ideál v $\mathcal{P}(X)$. Jako hlavní věta je potom ukázána charakterizace $\Gamma_0(\mathbb{R}^n)$ podle článku [Lindenstrauss and Preiss, 2003].

Výsledky uvedené v práci se mi zdají velice zajímavé a netriviální. Líbí se mi struktura práce a podrobnost, se kterou jsou důkazy jednotlivých tvrzení provedené. Zdá se, že důkazy některých tvrzení jsou vlastním příspěvkem autora. Pokud by se práce ještě trochu uhladila, mohla by být excelentní. V prezentaci výsledků ani v důkazech jsem nenašel žádné podstatné nedostatky a proto se domnívám, že výsledky práce jsou správně. Při čtení mne jen trochu rušily nějaké drobnosti. Některé z nich uvádím níže.

U obhajoby nemohu být. Pokud by byl čas na vyjádření studenta, byl bych rád, kdyby pan Zelko odpověděl na následující otázky

1. V důkazu Věty 37 se na straně 18 dole tvrdí, že protože je \det spojitý, plyne ze stejné spojitosti zobrazení v \mathcal{M} stejná spojitost zobrazení $\gamma \rightarrow \det(\varphi_\gamma(a))$ pro $a \in T$. Mohl by prosím důkaz rozepsat?
2. V důkazu Věty 37 nad (3.6) se píše, že existuje $\epsilon > 0$, že $\lambda^n(A \cap \gamma_0(U^n(e/2, 1/2 - \epsilon) \times T)) > 0$. Souhlasím s tím, že tvrzení platí, ale není mi jasné, jestli je možné to dokázat stejně jako (3.2), jak se tvrdí v práci. Nedostali bychom potom jiný vektor v ?

Drobnosti:

- Ve větě za Větou 3 by měl být odkaz na vhodný článek a ne na knihu.
- Ve Větě 3 by mělo být uvedeno $f, g : G \rightarrow \mathbb{R}$.
- Na straně 4 nahoře se mi nelíbí Věta: *Pre konečný súčin mier poz. [4]*, protože přísudek je vyjádřen zkratkou.
- V Definici 17 není řečeno, co je $\mathbf{B}([0, 1])$.
- Nelíbí se mi značení součinu skaláru s vektorem pomocí tečky, viz například (2.3). Preferoval bych te_i .
- Text na straně 14 *Zobrazenie $F(t) = \dots$ body $t, 0 \in M$* . netvoří větu.

- Ve Větě 37 se na začátku volí norma \mathbb{R}^n . Není jasné, kde se použije v závěru.
- Formulace *Ostrá nerovnost ostáva zachovaná...* je sice pravdivá, ale šla by formulovat lépe. Takto vzbuzuje zbytečné pochyby.
- Na straně 20 by mělo být řečeno, z kterého okolí γ_0 volíme γ . Okolí by měla být nějak označena.

Reference

[Lindenstrauss and Preiss, 2003] Lindenstrauss, J. and Preiss, D. (2003). On Fréchet differentiability of Lipschitz maps between Banach spaces. *Ann. of Math. (2)*, 157(1):257–288.