UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE
FILOZOFICKÁ FAKULTA

Logika Charlese S. Peirce

Bakalářská práce

Martin Houška

10.1.2009

Tato práce se věnuje hlavním přínosům Charlese Sanderse Peirce na poli matematické logiky s hlavním důrazem na jeho existenční grafy.

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně a použil výhradně pramenů uvedených v seznamu literatury.

Obsah

Úvod

Tato práce se pokouší zmapovat hlavní přínosy Charlese Sanderse Peirce v logice. Hlavní pozornost zde bude věnována Peircově teorii existenčních grafů, které jsou, mezi ostatními významnými Peircovými objevy, často opomínány. V centrální pasáži o existenčních grafech se pokusíme dostatečně jasně vysvětlit principy fungování těchto grafů a dále ukážeme některé jejich významné vlastnosti.

Protože se tato práce věnuje téměř výhradně jen objevům Charlese Sanderse Peirce považuji za vhodné, hned na úvod uvést několik základních informací o jeho životě.

Charles Sanders Peirce (1839-1914), syn Benjamina Peirce (profesora matematiky na Harvardské univerzitě), je světově uznáván jako logik a filosof, ovšem věnoval se i ekonomii, právu a sociálním vědám[1]. Peirce je ve filosofii znám jako čelní představitel pragmatismu a je mnohými považován za vůbec největšího amerického logika. Množství jeho publikací se pohybuje kolem 12 000 tištěných stran a jeho zatím známé a nevydané manuskripty se počítají na 80 000 ručně popsaných stran.

Ač byl Peirce za svého života nedoceňován, jeho práce ovlivnila mnoho generací myslitelů po něm, jmenujme například Schrödera a Peana. Peirce sám stavěl na myšlenkovém odkazu Immanuela Kanta, dále na pracích logiků a matematiků jako byli například Leonhard Euler nebo William z Ockhamu.

Charles Sanders Peirce graduoval na Harvardské univerzitě, v oboru chemie. Následně pracoval jako geodetický inženýr a v roce 1879 začal učit při zaměstnání logiku na katedře matematiky na John Hopkinsově univerzitě. Odtud byl po pěti letech propuštěn.[2] Peirce se dále věnuje studiu logiky, ale publikuje i v dalších oborech až 19.4. roku 1914 umírá na rakovinu.

[1] V knize SEBEOK, THOMAS A.: The Play of Musement **,** (Indiana University Press, 1981) je Peirce popsán jako: matematik, astronom, chemik, geodet, kartograf, meteorolog, inženýr, vynálezce, psycholog, filosof, ekonom, dramatik, herec, spisovatel povídek, fenomenolog, sémiotik, logik, rétor, metafyzik. Dále se zabýval i tvorbou slovníků, historií vědy nebo recenzováním knih. Šířka tohoto pole témat souvisela s tím, že určitou dobu žil v chudobě a psal nejrůznější články pro peníze.

[2] Vzal si druhou ženu romského původu, navíc se s ní měl údajně scházet ještě v prvním manželství.

1. Přínos C. S. Peirce v logice

1.1 Úvod

Peircovo první uvedení do logiky proběhlo již v roce 1851, tedy v jeho dvanácti letech. V té době se Peirce setkává se standardní učebnicí logiky od arcibiskupa Richarda Whatelyho, která jej uchvátila do takové míry, že se od té doby soustavně věnoval přemýšlení nad problémy logiky a speciálně studiu usuzování především v dílech Immanuela Kanta. Ovšem i přes touhu podrobněji studovat logiku se Peirce dlouho nemohl kvalitním studiem logiky zabývat, neboť se v tehdejší době nebylo možné živit jako badatel v logice. Proto Peirce přijímá zaměstnání jako geodet pro United States Coast Survey.

Dříve jsme uvedli, do jak širokého pole oblastí C. S. Peirce svými myšlenkami přispíval, a ačkoliv v mnoha z nich dosáhl významných úspěchů, nás budou v tomto textu zajímat pouze jeho přínosy v logice. Především se soustředíme na jeho objev existenčních grafů. Pokusíme se zde sice nastínit i některé další Peircovi přínosy v logice, ale širší pohled na Peircovi objevy zde není možný pro jejich velký počet.

Množství Peircových objevů je vskutku zarážející, jen jeho vlastních logických systémů jsou desítky. Zásadní vliv pro logiku mělo jeho dílo z roku 1870 *Description of a notation for the Logic of Relatives*, kde je poprvé v historii představena kompletní syntax pro logiku relací. C. S. Peirce poprvé ukázal dlouho před Ernstem Zermelem, jednoduchou axiomatickou teorii množin. V textu *On the logic of number* představil i axiomatizaci aritmetiky pomocí uspořádaných relací, tento text pochází z roku 1881, což je tedy osm let před Peanovými *Arithmetices principia*. Nezávisle na Dedekindovi definoval nekonečnost množiny jako prostou zobrazitelnost na vlastní část a dosáhl dalších četných úspěchů v matematice a logice.

Vidíme, že Peirce vynikal velkou kreativitou, širokým polem působnosti a jeho texty jsou pro množství nápadů zkoumány do dnešní doby. Bohužel jsou ale jeho díla často příliš obšírná, nebo naopak útržkovitá, neukončená, nedořešená apod. Je vskutku zajímavé, jak se při tomto pohledu dva géniové tehdejší doby, Peirce a Frege, tak liší v přístupu ke zpracovávání témat.

Na závěr ještě dodejme, že C. S. Peirce nejen, že přinesl do logiky mnoho nových objevů, ale poskytl i nový pohled na logiku jako takovou. Nesouhlasil například s názorem, že logik se má při své práci omezovat pouze na používání dedukce, pro Peirce je totiž indukce i abdukce stejně přínosná.

1.2 Trojhodnotová logika C. S. Peirce

„Logika, … rozeznávající u každého výroku, že objekt S má vlastnost P, jeho pravdivost, nepravdivost, nebo jiný stav, který neumožňuje rozhodnout s určitostí, zda S vlastnost P má, respektive nemá, S je tedy na pomezí(limit) P a negované P.“[3]

V roce 1966 Max Fish a Atwell Turquette[4] ukázali, že již deset let před Emilem Postem, totiž v lednu roku 1909, vytvořil C. S. Peirce sémantiku pro trojhodnotovou logiku. Na třech listech, které tehdy nebyly publikovány se Peirce stal prvním logikem v historii, který nadefinoval logické operátory pomocí pravdivostní tabulky pro vícehodnotovou logiku.

Ve své trojhodnotové logice Peirce použil tyto hodnoty:

- V-(verum)
- F-(falsum)
- L-(limit)

Peirce dále nadefinoval unární spojky x(1), x(2), x(3),x(4).

	x(1)	x(2)	x(3)	x(4)
	F	L	F	L
	L	L	V	F
	V	L	L	V

Je určitě zajímavé, že všechny uvedené Peircovy spojky později nezávisle objevili někteří významní logikové.

- x(1) koresponduje s operátory negace u Lukasiewicze, Halldéna a Körnera.
- x(2) koresponduje s Slupeckého „terbium function“.
- x(3) a x(4) korespondují se spojkami zavedenými Emilem Postem.

Zaveďme si nerovnost (V>L>F). Pak klasickým způsobem, stejně jako pro dvouhodnotovou logiku, zavádí Peirce některé obdobné operace.

Operace podobná konjunkci, kde výsledná hodnota je minimum ze dvou hodnot (koresponduje s Körnerovou konjunkcí).

[3] Citát pochází z MS 339, Feb. 23, 1909
[4] Diech, Max, and Turquette, Atwell: *Peirce's Triadic Logic*, Transactions of the Charles S. Peirce Society, 1966

- Operace podobná disjunkci (Θ), kde výsledná hodnota je maximum ze dvou hodnot (koresponduje s Postovou „alternací“).
- Klasická disjunkce pro dvouhodnotou logiku. Ovšem pokud je jedna hodnota L, je hodnota celého výrazu L (koresponduje se spojkami, které používal Bochvar, Kleene a Halldén).
- Klasická konjunkce pro dvouhodnotou logiku. Ovšem pokud je jedna hodnota L, je hodnota celého výrazu L .
- Pátá a šestá Peircova operace již není podobně intuitivní, ale i tyto spojky se dnes používají v komplikovaných logických pracích (Sobocinski, Belnap, Cooper).

Bohužel není přesně známo, za jak úspěšnou Peirce svou trojhodnotou logiku považoval. Nicméně se ukázalo, že všechny operace pro trojhodnotovou logiku lze nahradit použitím Peircových operací Θ a x(4). Tento fakt, i pozdější používání všech Peircových spojek slavnými logiky, rozhodně potvrzuje výjimečnost tohoto objevu, i když bylo toto Peircovo zkoumání objeveno až v roce 1966, kdy už byl do značně míry systém trojhodnotových logik prozkoumán.

1.3 Sémiotika C. S. Peirce

V této práci uvádíme Peircovy objevy na poli teorie znaků z několika důvodů. Jedním z nich je, že se jedná o známý a uznávaný Peircův přínos, kterému i on sám přisuzoval velkou důležitost. Pro nás je navíc velmi důležité nahlédnout do Peircových představ o znacích, protože to bude užitečné v pozdějším zkoumání existenčních grafů. Ovšem hlavní důvod pro zařazení sémiotiky je důraz, který sám Peirce kladl na vztah sémiotiky a logiky. Peirce považoval teorii znaků za ústřední pro logiku, pro jeho teorii pragmatismu, i pro jeho celkové vědecké bádání. To přirozeně plyne z toho, že Peirce považoval za znak prakticky cokoliv, ať už máme na mysli věci, barvy, vůně atd. Právě proto byla sémiotika pro Peirce tak důležitá při jakémkoliv zkoumání.

Teorie znaků má sice dlouhou historii, ale speciálně C. S. Peirce je ceněn za komplexitu svého systému a za důraz, který kladl na interpretaci používání znaků.

Peirce se věnoval zkoumání sémiotiky přes čtyřicet let, tedy skoro celý život, proto je vývoj Peircovy sémiotiky často dělen do tří hlavních období tak, jak se jeho náhled na znaky měnil v průběhu jeho života.

V úvodu si představme některé základní pojmy. Znak máme podle Peirce chápat jako tvořený třemi části:

1. První část je samotný znak v nejužším smyslu. Tedy například slovo.
2. Druhá část je objekt, zde myslíme něco, co je znakem determinováno.
3. Třetí část je interpret znaku. Touto částí je Peircova sémiotika výjimečná. Snadno totiž připustíme, že existuje relace mezi znakem a objektem. Ovšem podle Peirce tato relace není to, co můžeme nazývat značení. Znak značí pouze tím, jak je interpretován. Lépe řečeno, jakým způsobem je překládán. Proto je interpret nejdůležitějším Peircovým objevem v sémiotice.

Dalším zajímavým pojmem je hlavní element znaku (sign-vehicle). Který vznikl z Peircových úvah nad tím, co vše potřebuje znak k tomu, aby mohl značit.

Příklad: „Chodec na přechodu značí zastavení auta."

Vidíme, že informace, jestli je chodec muž nebo žena, nehraje roli na značící úlohu. Žena na přechodu i muž na přechodu značí zastavení auta. Podobně nehraje žádnou roli například barva vlasů, oblečení apod. Podstatná je pouze existence chodce na přechodu, takový určující element znaku Peirce nazývá hlavním elementem znaku.

Podívejme se ještě jednou na uvedený příklad, z pohledu objektu. V této situaci je znakem „chodec na přechodu" a objektem je „zastavení auta". Výše jsme se zajímali, které elementy znaku ve skutečnosti určují značení. Teď nás bude zajímat, které elementy objektu jsou potřeba, aby byl determinován znak. Tady se Peirce zamýšlí, které vlastnosti musí objekt mít, aby došlo ke správnému značení. Vychází z toho, že hlavní funkcí objektu je nějakým způsobem omezovat, determinovat znak. V našem příkladě přirozeně nebude determinovat například barva auta apod.

Nyní již ale přistupme k Peircově vlastní prací v teorii znaků.

1.3.2 Období (1867-1868)

S první verzí teorie znaků přichází Peirce v roce 1867 s textem *On a New List of Categories*.

Nejzajímavější pro toto období je způsob, jakým Peirce pohlíží na vztah mezi znakem a interpretem. Už víme, že interpret překládá vztah mezi objektem a znakem, co je ovšem důležité, že podle Peirce takto interpret získává také status znaku. Takto samozřejmě usuzujeme na existenci nekonečné řady znaků. Výše jsme totiž uvedli, že každý znak obsahuje interpreta, který je ovšem sám novým znakem, který potřebuje interpreta.

Následující definice nám pomohou charakterizovat typ znaku, který interpret získá. Přirozeně to bude záležet na tom, jakou relaci mezi samotným znakem a jeho objektem bude interpretovat.

- Ikona. Vypovídá o vztahu na základě kvality, můžeme to nejlépe nazývat jako „podobnost". Například to může být vztah mezi grafickým ztvárněním písmen „**p**" a „**b**".
- Indicie. Vypovídá o vztahu na základě korespondence s nějakým faktem. Příkladem může být vztah mezi vrahem a jeho obětí.
- Symbol. Vypovídá o vztahu na základě přisouzeného, hypotetického charakteru. Podle Peirce se jedná o vztahy různých konvencí, například vztah slov „man" a „muž".

V tomto raném období se Peirce věnuje hlavně symbolům, neboť jsou velmi obecné a proto jsou nejvhodnější pro jeho původní záměr, což je zkoumání logiky. Ikony a indicie pokládal za pojmy patřící spíše do filosofie, i na ně lze samozřejmě používat logiku, ale nelze z nich získat argumenty.

1.3.3 Období (1903).

V roce 1903 přednášel Peirce na Harvardské univerzitě částečně i o sémiotice. A ukázalo se, že mnohé bylo změněno v jeho teorii znaků od roku 1868. Významně se na této změně podílela jeho práce na kvantifikační teorii.

Předefinujme si nyní následující pojmy tak, jak to udělal Peirce.

Hlavní element znaku.

Peircův fenomenologický výzkum jej vedl k rozhodnutí, že je potřebné hlavní element znaku dále rozdělit do tří různých kategorií v závislosti na tom, co hlavní element znaku značí.

- Qualisign, záleželo-li na kvalitě. Například červená barva.
- Sinsign, záleželo-li na faktech. Například kouř značící oheň.
- Legisign, záleželo-li na konvencích apod. Například semaforová světla.

Objekt.

Peirce se zároveň domníval, že je nutné i objekty rozlišovat podobným způsobem, který jsme uvedli výše u hlavních elementů znaku. Tedy rozlišovat je podle typů omezení, kterými determinují znaky. Peirce opět rozlišuje objekty na kvalitativní, faktické a podle konvencí. Z předchozího textu jsme se dozvěděli, že objekty určují tyto vlastnosti znakům. Takto tedy získáváme další upřesnění pro samotné znaky. Nadále Peirce definuje znaky podle typů jejich objektů. Pokud tedy bude objekt v kategorii kvantitativních, pak znak bude ikona apod.

Jak vidíme, dochází touto cestou k určitému předefinování pojmů z prvního období. Kde ikony nyní zachycují například diagramy v geometrickém usuzování[5], indicie například ukazující prsty a symboly nyní zahrnují i tvrzení a různé soudy.

Interpret.

Peirce pokládal za možné rozlišovat i samotné znaky na základě jejich vztahu k interpretovi. A rozděluje je podobně jako doposud.

- Rheme. Na základě kvalitativního rozdělování. Můžeme je považovat za predikáty. Například „.. je zelený“, nebo „..mezi..“.
- Dicent. Na základě existence nějakého faktu. Jedná se o predikáty s předmětem. Příkladem třeba „žába je zelená“.
- Delome. Na základě konvencí a podobně. Peirce je často nazýval argumenty, protože se jedná o znaky, které se interpretují na principech usuzování.

Nyní jsme získali kompletní přehled rozlišení, pro všechny části znaku a Peirce věřil, že lze pomocí možných kombinací výše uvedených vlastností popsat jakýkoliv znak. Protože nyní rozlišujeme do tří druhů samotný znak, objekt i interpreta, existuje tedy 3^3 možných kombinací jednotlivých složek znaku, i když asi chápeme, že některé kombinace nedávají dobrý smysl. Peirce na základě svých fenomenologických teorií vybral deset kombinací, které můžeme uskutečnit. Podle Peirce lze každý znak popsat pomocí jedné z níže uvedených kombinací.

[5] Peirce nazývá diagram, v souvislosti s existenčními grafy "an Icon of (intelligible) relations" [CP 4.118].

Interpret	Objekt	Hlavní element znaku	Příklady[6]
Rheme	Ikona	Qualisign	Pocit červené
Rheme	Ikona	Sinsign	Diagram
Rheme	Index	Sinsign	Spontánní výkřik
Dicent	Index	Sinsign	Větrná korouhev
Rheme	Ikona	Legisign	Diagram (jako typ)
Rheme	Index	Legisign	Ukazovací zájmeno
Discent	Index	Legisign	Pouliční křik
Rheme	Symbol	Legisign	Slovo (podst. jméno)
Discent	Symbol	Legisign	Propozice
Delome	Symbol	Legisign	Argument

1.3.4 Období (1906-1910).

Hlavním motivem se pro Peirce stává hledání souvislosti mezi svou sémiotikou a logickým zkoumáním. Učení totiž pokládá za sémiotický proces a kvůli tomu musí znovu zpřesnit některé své pojmy.

Objekt.

Peirce rozlišuje dynamický objekt (dynamic object) a okamžitý objekt (immediate object). Hlavním rozdílem v takto rozlišených pojmech je, že dynamický objekt je finální a většinou ukrytý,zjeví se až na konci sémiotického řetězce. Dá se říci, že jej poznáme, až jej nalezneme (dobádáme se k němu). Až tehdy tedy zjistíme, co je objektem zkoumaného znaku. Na druhou stranu okamžitý objekt zjistíme kdykoliv kdy nás bude zajímat, co je objektem daného znaku. Okamžitý objekt ale nebude znamenat nutně skutečnost, ale jen určitou interpretaci či neucelenou informaci.

[6] Příklady a podrobnější vysvětlení pocházejí z CP 2.254

Podle Peirce si celou situaci můžeme snadno představit. Vezměme nádrž naplněnou petrolejem do poloviny. K dispozici pak máme množství znaků, jako například zvuk, který zazní, pokud udeříme do nádrže. Toto vše lze považovat za okamžité objekty. Ale nad všemi okamžitými objekty se nachází správná informace, kolik je skutečně petroleje v nádrži a to je Peircův dynamický objekt.

Interpret.

Podobně jako Peirce rozlišuje objekty podle místa, na kterém se vyskytují v sémiotickém řetězci, rozlišuje Peirce i interprety. Takto pak vznikají nové pojmy: dynamický interpret, okamžitý interpret a finální interpret. Tato rozlišení korespondují s rozlišením stupňů jasnosti interpretace[7].

1. Okamžitý interpret. Jedná se o „dojem". Rozpoznání jenom explicitních informací, bez ohledu na kontext nebo okolnosti. Lze říci, že je to taková informace, kterou získáme z prvního dojmu.
2. Dynamický interpret. Je schopný určitého usuzování, pochopení na jakési první hladině. Jedná se například o určitou reakci na policistovo zavolání: „Hej ty" konkrétně o to, že lidé v okolí otočí hlavu.
3. Finální interpret. Odpovídá třetímu stupni jasnosti interpretace, tedy pragmatické analýze. Jedná se o skutečné pochopení dynamického objektu. Tedy pokud korouhvička otočí hlavu na sever, pak to interpretujeme tak, že vítr fouká z jihu. U finálního interpreta se konečně dostáváme k pochopení dynamického objektu, je to tedy místo, kde se okamžitý objekt stává dynamickým.

1.3.5 Závěr

Peircova sémiotika se stala počátkem moderní teorie znaků a zároveň poskytla návod k pochopení celé řady Peircových textů. Na její teoretické bázi se také začal vyvíjet moderní termín „learning object".

1.4 Logika relací (Logic of relatives)

Podobně jako např. George Boole, nebo Augustus De Morgan se i Charles S. Peirce pokoušel o vytvoření analogie mezi logikou a matematikou.

[7] „clearness of interpretation" z Peircova článku *How to make our ideas clear*

Peircovým cílem bylo upravit Boolovu algebru z roku 1847 takovým způsobem, že by v ní bylo možné zachytit Aristotelovu logiku. V tomto bádání stavěl na myšlenkách svých již zmíněných předchůdců a z velké části na zkoumáních svého otce o lineárních asociativních algebrách.

Přestože mnoho logiků se následně věnovalo této jeho teorii a přetvářeli ji v různých souvislostech, jsou Peircovy základy stále dosti patrné i v moderních podobách přístupu k teorii relací. Popišme si tedy alespoň základní rysy jeho logiky relací a to prostřednictvím textů, které Peirce o této tématice publikoval.

1.4.1 On an improvement of Boole's calculus of logic

První Peircův pokus o vylepšení Boolovy algebry přichází v roce 1867 s textem *On an improvement of Boole's calculus of logic*, v této práci Peirce představuje svůj nový operátor „inkluzivní nebo“ nebo také „logický součet“, který značí „+,“.

Tento nový operátor je vlastně pozměněný Boolův operátor „nebo“, který byl ale určen pouze pro práci s exklusivními objekty. Boole jej takto zavedl proto, že tento přístup má mnohé výhody v teorii pravděpodobnosti vzájemně nezávislých veličin.

Nový operátor „+,“ je podle Peirce definován následovně. Třída *a +, b* značí všechna individua v *a* a všechna individua v *b*, kde společné prvky v *a* a *b* jsou v této třídě pouze jednou. Vidíme, že tento operátor se značně liší od aritmetického „+“, protože se netýká kvantity. Podobným jako výše uvedeným způsobem Peirce poté definuje relaci „=,“, jako rovnost dvou tříd objektů, tedy opět nikoliv jako kvantitativní rovnost.

K uvedenému logickému součtu zavádí Peirce i logický rozdíl „-,“ intuitivně definovaný jako: jestliže *a +, b =, c* ; potom *b =, c -, a* .

V takto upravené Boolově algebře stále nechává i původní operátor „nebo“, ale ukazuje tři důvody, proč je dobré jeho nový operátor přidat.

1. Peircův nový operátor je duální k logickému násobení, a tedy dává systému jakousi matematickou jednotnost.
2. Tato nová algebra je, díky novému operátoru, jednodušší na práci.
3. Peirce se také domníval, že tato nová algebra měla větší expresivní sílu, než původní Boolova. To ovšem nebyla pravda, protože Peircův operátor „+,“ může být nahrazen pomocí Boolova operátoru „a“ a negace.

I přesto, že výše uvedená Peircova třetí domněnka nebyla správná, Peirce významně obohatil Boolovu algebru a započal zde cestu za dalšími důležitými úpravami a objevy.

1.4.3 Description of a notation for the logic of relatives

Zlomový text *Description of a notation for the logic of relatives* z roku 1870 Peirce nepsal ještě jako akademik, pracoval totiž v té době na Harvardské rozhledně. Proto bohužel nebyla tato práce, oproti ostatním Peircovým textům, pro evropské logiky až na pár osobních kopií k dispozici.

Peircovu logiku relací z roku 1870 vnímejme jako algebru podobné Boolově algebře, neboť na ní a na De Morganově logice relací Peirce svou teorii založil

Peirce v této teorii používá tři druhy logických termů:

1. Absolutní. Jedná se o logické termy, které odkazují pouze samy na sebe, tj. ty nejzákladnější jako je „stůl“, „hora“ atd.
2. Jednoduše relativní. Jedná se o logické termy, které potřebují k úplnosti ještě jiný term. Například term „pohled na“ atd.
3. Spojovací. Tyto logické termy potřebují k úplnosti dva a více termů. Jako například „..mezi..“ atd.

Peirce dále zavedl binární relaci „$-\!\!<$“, kterou používá dvěma způsoby, a to jako inkluzi mezi třídami i jako implikaci mezi propozicemi[8]. Tuto dvojznačnost odsuzoval například Frege, ale Schröder ji naopak převzal. Na relaci „$-\!\!<$“, klade Peirce stejné požadavky, jaké klademe dnes na uspořádání, tedy reflexivnost, slabou antisymetrii a tranzitivnost.

Při použití absolutních termů Peirce interpretuje relaci „$-\!\!<$“ následujícím způsobem. Zápis „$f -\!\!< m$“, kde pod *f* myslíme třídu všech Francouzů a pod *m* třídu všech mužů, pak čteme jako klasickou inkluzi. Tedy, že každý Francouz je muž.

V případě jednoduše relativních termů, budeme interpretovat takto. Zápis „$m -\!\!< l$“, kde pod *m* myslíme „být matkou někoho“ a pod *l* „milovat někoho“, čteme jako: „Každá matka někoho, miluje toho někoho“.

Peirce zastával názor, že operátory smíme používat i pro jiné účely, ale pouze pokud mají některé podobné rysy se standardním použitím daného operátoru. Podívejme se nyní, jaké operátory Peirce zavádí.

[8] Největší použití má tento symbol v Peircově „logic of copula“.

Sčítání

Operaci „+“ nazývá obratitelné sčítání (invertible addition), pokud je komutativní, asociativní a navíc platí, že pokud x+y=x+z, pak x=z.

Operaci „+,“ z předcházející kapitoly nazývá sčítáním, pokud je komutativní a asociativní. Za příklad sčítání, které není obratitelné, může sloužit sčítání na třídách.

Peirce upřednostňoval sčítání před obratitelným sčítáním, protože je uplatnitelné na všechny logické termy. Sčítání Peirce interpretuje jako logickou disjunkci. Pak například zápis „*m+ž*“, kde pod *m* myslíme třídu všech mužů a pod *ž* třídu všech žen, značí všechny muže a nadto všechny ženy.

Násobení

Operaci násobení „.“, Peirce popisuje jako asociativní a distributivní vůči sčítání. Pokud je násobení zároveň komutativní označuje jej symbolem „ , “. Peirce nazývá násobení obratitelné pokud platí, že x.y=z a x.w=z, pak y=z. Podobně Peirce řeší operaci dělení. Podívejme se nyní na interpretaci tohoto násobení.

Zápis „*l.ž*“, kde *l* značí jednoduše relativní term „ milovat někoho“ a *ž* značí absolutní term „žena“, označuje absolutní term, který vznikl násobením absolutního a relativního termu. Tento absolutní term pak znační individuum, které miluje ženu.

Je zřejmé, že při rozsáhlejším zápisu a používání víceárných termů může docházet k nejednoznačnostem. Proto Peirce dále opatřuje termy v zápisech indexy, aby bylo jednoznačně určeno, k jakému termu se jiný term odkazuje.

Exponenty

Podívejme se nejprve, jak Peirce exponenty interpretuje. Výraz „a^b“ bude značit množinu objektů které jsou v relaci a ke všem prvkům b.

Pro exponenty pak Peirce stanovuje tři axiomy:

1. $(x^y)^z = x^{(yz)}$
2. $x^{y+,z} = x^y ,x^z$
3. $(x+,y)^z = x^z +,\sum_p x^{z-p} ,y^p +,y^z$

Vidíme, že první dva axiomy se používají i dnes a třetí se velmi podobá binomické větě.

Pro pochopení plného významu Peircových exponentů se podívejme na příklad běžného použití. Výraz „$l^{\check{z}}$“ bude z uvedených definicí a při dosavadním značení znamenat: „každý, kdo miluje všechny ženy“. Takto se nám v Peircově teorii poprvé objevuje univerzální kvantifikátor. Peirce, zdá se, do určité míry tušil na jak významný objev narazil, neboť se zkoumání exponentů věnuje v souvislostech, které tomu nasvědčují. Především jeho zkoumání kombinací exponentů s ostatními operátory vedou k zajímavým výsledkům například v oblasti distribuce kvantifikátorů apod.

1.4.4 Kvantifikátory

Další velmi zajímavé Peircem představené pojmy v *Description of a notation for the logic of relatives* jsou „1_∞“, který vyjadřuje existenci „něčeho“ a „1_0“, který vyjadřuje existenci „čehokoliv“. Tyto symboly bychom mohli dnes označovat, do určité míry, za kvantifikátory. I když Peirce na ně tehdy nenahlížel jako na samostatné objekty, ale jako na relace. Například zápis „l. 1_∞“, kde l značí logický term „milovat někoho“, značí existenci někoho, kdo je milován.

Kvantifikace byla vlastně ústředním motivem Peircovi práce s Boolovou algebrou, neboť výrazy, jako „něco“ byly sice pojmy v Aristetolově sylogismu, ale nebyly reprezentovatelné v Boolově algebře. Jedním z prvních Peircových pokusů bylo zavedení operátoru „cup“, značil jej „$\check{x}$“ a interpretoval jako: „něco z x“. S použitím tohoto operátoru, negace a výše zmíněné relace „$-\!\!\!<$“ mohl Peirce již přeložit formule sylogismu do Boolovy algebry, ale především uvedený operátor „cup“, ač vypadající přirozeně, působil velké problémy.

Peirce se poprvé dostává ke konečné podobě svých kvantifikátorů v textu *On the algebra of logic* z roku 1880, kde poprvé používá řecká písmena $\sum$, $\prod$ a indexů pro zaznamenání logického součtu a násobení logických termů. Ovšem až v roce 1883 s textem *The logic of relatives* získávají tyto symboly vlastnosti kvantifikátorů, zkoumejme nyní interpretaci uvedených znaků.

Vezmeme-li jednoduše relativní logický term l (miluje), pak výraz $l_{x,y}$ chápejme jako hodnotu 1, pokud x miluje y, nebo hodnotu 0 v jiném případě. Dále přirozeně interpretujeme použití logického součtu $\sum$.

Výraz $\sum_y(l_{x,y})$ bude tedy podle výše uvedeného číslo udávající počet objektů, jež jsou x milovány. Protože ale v Boolově algebře platí 1+1=1, vidíme, že pomocí rovnosti $\sum_y(l_{x,y})$ =1 získáváme podmínku existence objektu, neboť tato rovnost platí právě tehdy jako formule $\exists y(l(x,y))$, kde predikát $l(x,y)$ odpovídá logickému termu $l_{x,y}$. Symbol $\sum$ v Peircově teorii tedy téměř reprezentuje existenční kvantifikátor.

Podobným způsobem dále vysvětlíme význam násobení $\prod$. Snadno nahlédneme, že výraz $\prod_y(l_{x,y})$ je číslo 1, pokud x miluje všechny objekty a jinak číslo 0. Rovnost $\prod_y(l_{x,y})$=1 tedy v tomto případě platí právě tehdy jako formule $\forall y(l(x,y))$. Vidíme, že symbol $\prod$ má povahu všeobecného kvantifikátoru.

Peirce následně v roce 1885 zbavuje $\prod$ a $\sum$ jejich původního numerického významu a nechávají jim význam pouze jako kvantifikátorům, čímž odpadá nutnost výše uvedeného zapisování do rovnic. Takto se tedy Peircovi podařilo zavést kvantifikátory do Boolovy algebry, což byl ohromný úspěch.

1.4.5 On the algebra of logic

Tato publikace z roku 1880 sestává z objevů, které Peirce učinil a odpřednášel na pokročilém kurzu logiky. Mezi jeho tehdejšími studenty byl i O. H. Mitchell, který později v roce 1883 svým článkem *On a new algebra of logic*, kterou Peirce editoval, navázal svými objevy na tyto přednášky a mimo jiné zásadně rozvinul Peircovo zkoumání kvantifikátorů.

Zásadní část této práce je věnována Peircově „algebra of copula" a dále si zde připravuje půdu na kvalitní algebraické zachycení své logiky relací, které pak uplatnil ve svém dalším díle *Algebra of relatives*.

1.4.6 Algebra of relatives

V této práci, kterou Peirce dokončil v roce 1882 a publikoval v 1883, jsou poprvé použity dříve uvedené znaky $\sum$, $\prod$ jako kvantifikátory. Dále se v tomto textu čtenář setkává s použitím vyšší míry abstrakce a lepší algebraickou formou, v tomto směru Peirce hlavně ovlivnili jeho universitní kolegové Arthur Cayleya a známý matematik v oblasti lineární algebry J.J. Sylvestr.

Objekty

Přirozeně se na začátku seznamování s Peircovou algebrou relací podívejme s jakými typy objektů se budeme setkávat.

- Individua. K nim se váže pojem individuová relace, což je binární relace, kde oba prvky jsou individua. Peirce zapisuje jednotlivé individuové relace do maticové formy: $\begin{pmatrix} [A_1 : A_1] & \cdots & [A_1 : A_n] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [A_n : A_1] & \cdots & [A_n : A_n] \end{pmatrix}$, kde $[A_i : A_j]$značí individuovou relaci mezi individui A_i a A_j.
- Binární relace jsou běžná jména značící dvojici objektů. Příklad binární relace otec, značí uspořádanou dvojici objektů, kde jeden je synem/dcerou a druhý otcem.
- Obecná relace je asi nejlépe definovatelná jako logické seskupení individuových relací. Tato definice bude snáze pochopitelná na Peircově příkladu obecné relace l, že $l - \sum_i \sum_j (l_{ij})[I : J]$; kde l značí logický term „miluje“. Z dosavadních informací víme, že $l_{ij} = 1$ jestliže individuum I miluje individuum J a $l_{ij} = 0$ jinak. Takto jsme z individuové matice vybrali jen takové individuové relace, kde platí logický term „miluje“.

Nyní nám zbývá vysvětlení operací v algebře relací.

Operace

Peirce nevnímá Boolovské operátory „a“, „nebo“, „ne“ jako primitivní pojmy, za primitivní považuje číselné sčítání a násobení. Boolovské operátory pak definuje následovně:

- $(a + b)_{ij} = (a)_{ij} + (b)_{ij}$
- $(a, b)_{ij} = (a)_{ij} \times (b)_{ij}$,

kde na levé straně jsou Boolovské operátory a na pravé straně aritmetické operátory. Peirce navíc před zápisem $(a)_{ij} + (b)_{ij}$ upřednostňuje zápis $0^{0^{(a)_{ij}+(b)_{ij}}}$, Peircovo 0^x totiž funguje jako negace:

- $0^x = 1$, když $x = 0$
- $0^x = 0$, když $x \neq 0$,

nyní je zřejmé, že oba zápisy jsou ekvivalentní. Důvodem, proč Peirce upřednostňoval komplikovanější exponenciální zápis, je skutečnost, že tak nemusí používat nearitmetickou rovnost $1+1=1$, neboť to zařídí již jeho negace.

Peirce dále zadává axiomy tak, aby „+“ jako infimum a „ ,“ jako supremum tvořili distributivní svaz.

1.4.7 Závěr

Tímto jsme si tedy představili, jak vypadal vývoj Peircovi logiky relací a některé významné rysy tohoto objevu. Samozřejmě bychom o logice relací mohli napsat mnohem více, ať už by se jednalo o samotné Peircovi objevy, nebo objevy Peircových následovníků.

Jednalo by se především o díla německého logika Ernesta Schrödera, který ve svém známém *Algebra der Logik* hlouběji rozvíjí Peircovu teorii. Ovšem Peirce touto svou prací ovlivnil mnoho dalších významných logiků, Norbert Weiner například přesvědčivě ukázal, že i Bertrand Russel, který sice jakýkoliv Peircův, nebo Schröderův odkaz popřel, čerpal ve svém díle *Principia Mathematica* z *Algebra der logic*.

Peirce si tedy každopádně svým zkoumáním logiky relací získal navždy místo mezi nejvýznamnějšími světovými logiky a jeho práce inspirovala řadu významných osobností a tím i různé oblasti vědy, zde jmenujme například relační programovaní.

Nyní přejděme od tohoto stěžejního Peircova díla k jinému neméně důležitému Peircovu objevu, tedy k existenčním grafům.

1.5 Existenční grafy

1.5.1 Úvod

„Usuzování pomocí diagramů je jediné skutečně plodné usuzování. Kdyby se logici chopili pouze této metody, nevídávali bychom již pokusy stavět vědu na křehkých základech metafyziky, nebo logickou teorií nepodloženou psychologii; a navíc by logika brzy zažila pokrok tak výrazný, že by z něj profitovala každá věda.“[9]

Peirce se hluboce věnoval filosofii a ve svých četných filosofických zkoumáních kladl velký důraz na studium usuzování. Výsledky v této oblasti se pak samozřejmě promítly do jeho teorie pragmatismu, ale zároveň daly základ teorii existenčních grafů, které byly utvořeny, aby nám pomohli při studiu usuzování.

[9] Citát pochází z Peirce, Prolegomena to an Apology for Pragmaticism - 1906

Původce Peirceho snah o tvorbu logických grafů musíme tedy hledat v jeho filosofických zkoumáních, ale zároveň i v jeho známém díle The logic of relations. Protože právě když Peirce zkoumal logické relace, postupně se touto cestou dostával k jejich diagramatickému zachycení. Často tuto souvislost zmiňuje a chápe existenční grafy jako nástroj pro pochopení jeho logiky relací.

Vztah mezi logikou relací a existenčními grafy je dobře patrný z Peircova dopisu svému studentovi Oscaru H. Mitchellovi: „Pojetí logiky relací může být zjednodušeno rozšířením jejich formulí do dvou dimenzi“[10]. Tento dopis vznikl již čtrnáct let před Peircovým objevením existenčních grafů a je tedy velká škoda, že již tehdy byl tak blízko k jednomu ze svých největších objevů.

Důvodů, proč jsou existenční grafy i dnes tak zajímavé, je mnoho a některé z nich si ukážeme na dalších stránkách. Na úvod bych pro motivaci rád uvedl, že sám Peirce považoval objev existenčních grafů za neobyčejně významný. Svědčí o tom i fakt, že Peirce se o existenčních grafech zmínil jako o „úplně nejšťastnějším objevu v exaktní logice od časů Boola“.[11] Ve svém dopise Williamu Jamesovi zase nazývá existenční grafy logikou budoucnosti a po objevení teorie existenčních grafů strávil zbytek svého života rozvíjením této teorie.

1.5.2 Eulerovy diagramy

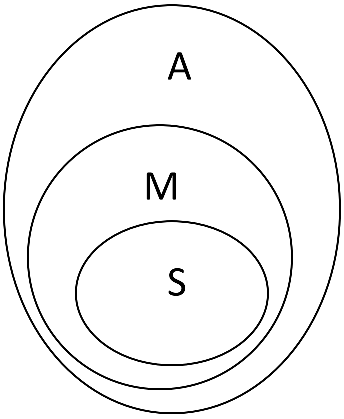
Přirozeně nebyl Peirce prvním, kdo se pokoušel zachytit logické vztahy pomocí diagramů. Peirce tyto historické prameny studoval a museli jej tedy do určité míry ovlivnit, ukažme si tedy ve zkratce, jak se „logické grafy“ vyvíjeli.

Významným vliv ve vývoji logických grafů měl Leonhard Euler[12], který v roce 1772 ukázal, jak mohou být základní vztahy sylogismu zachyceny pomocí kružnic.

[10] Citát pochází z roku 1882, z MS L 294.

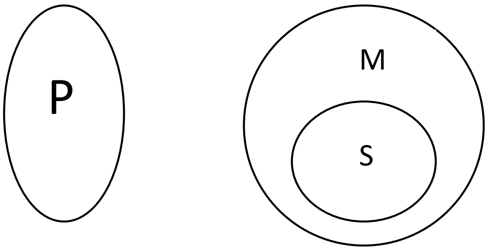
[11] Citát pochází z MS 280, p. 22, a 1905-1906 manuscript on pragmaticism).

[12] „Lettres à une Princesse d'Allexistenční grafymagne“, 1772



(A: třída agresivních, M: třída všech mužů, S: třída všech svatých, P: třída perfektních)

Při interpretaci Eulerových diagramů musíme mít na paměti, že pod obsahem kruhů si představujeme všechno to, co do nich patří, a nic jiného. Tedy v kruhu S jsou právě všichni svatí. Pokud budeme používat množinovou inkluzi, kterou interpretujeme přirozeně, jsou v tomto diagramu zachyceny následující vztahy: „Všichni muži jsou agresivní a všichni svatí jsou muži.“. Dále ovšem můžeme z diagramu vyčíst i následující vztah „Všichni svatí jsou agresivní.“.



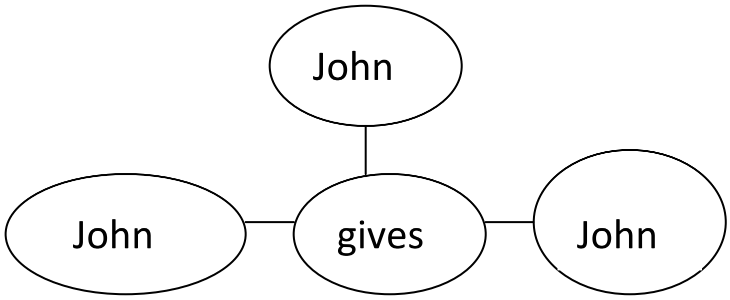
Podobně jsou ve výše uvedeném diagramu zachyceny tyto vztahy: „Žádný muž není perfektní a každý svatý je muž.“ A úsudek získaný z diagramu: „Žádný svatý není perfektní.“

Samozřejmě takto vybudovaný systém má své chyby, jedním z nejdůležitějších nedostatků je, že nemůže popsat následující vztahy:

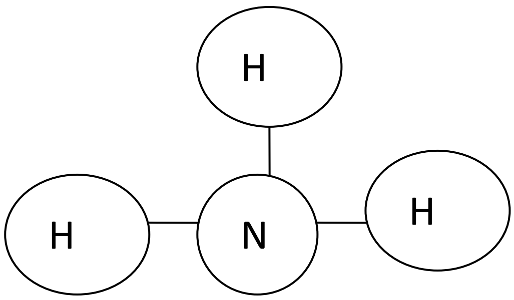
- Vše je S nebo P.
- Vše je S.
- Žádné S není P, ale vše kromě S je P.
- Vše je S a nic není P.
- Vše je P.
- Vše je S i P.
- Nic není S, ale vše je P.

1.5.3 Entitové grafy

Některé z problémů Eulerových diagramů později vyřešil John Venn (Vennovi diagramy) a zajímavé myšlenky přinesl i John Henry Lambert. Přistupme ale nyní již k samotné Peircově práci na logických grafech. Jeho první pokus z počátku osmdesátých let měl název entitové grafy (entitative graphs). Peirce se pravděpodobně nechal při tvorbě entitových grafů inspirovat klasickými chemickými diagramy[13]. Představujeme-li si totiž nějaký term, pak snadno určíme jeho „vaznost“, podobně jako u chemických atomů. Proto věta „John gives John, to John.“[14] může vypadat v diagramatické podobě takto:



A pro srovnáni chemický diagram struktury amoniaku (NH_3):



Entitové a existenční grafy si jsou do velké míry podobné, zásadní rozdíl v teorii entitových grafů a existenčních grafů je v interpretaci univerzahlavní pozice, kdy zakreslíme dvě propozice vedle sebe.

Nakreslíme-li tedy takovýto logický graf:

P Q

pak bude v teorii entitových grafů interpretován jako : „ buď platí P, **nebo** platí Q“.

Ten samý graf by ale v teorii existenčních grafů znamenal „platí P **a** platí Q“. Samotný podklad, tedy papír na který zapisujeme propozice, pak v teorii entitových grafů znamená

[13] Působil tou dobou na John Hopkins University, kde se začali používat chemické diagramy jako reprezentace pro algebru.
[14] Tento příklad byl převzat z Don D. Roberts : . The Existential Graphs of Charles S. Peirce. Mouton, The Hague, Paris, 1973

nepravdu, tedy něco jako „lživé univerzum". Peirce považoval takovýto přístup za nepřirozený, protože podle něj je rozumné zapisované grafy tvrdit nezávisle, což navíc zjednodušuje používání diagramů a to bylo také jedním z Peircových cílů. Proto Peirce nakonec tuto teorii opouští a přechází k existenčním grafům.

Ze znalostí logiky a s pomocí vědomostí, které dále získáme o existenčních grafech, snadno pochopíme, že entitové grafy lze jednoduše převést na existenční alfa grafy. Sám Peirce nazývá existenční grafy jako pouze prohozené (truned inside out) entitové grafy.

1.5.4. Existenční grafy

Peirce tvrdil, že existenční grafy objevil v lednu 1986, ale poprvé je publikoval až v listopadu 1906 v časopise The Modist. Uvědomme si, že do doby kdy se Peirce začal věnovat diagramatickému zachycení usuzování, věnoval se aktivně své logice relací a tedy zachycení algebraickému.

Je myslím dobré na úvod upozornit na fakt, že Peirce nezamýšlel vytvořit existenční grafy jako logický kalkul ani jako univerzální jazyk pro matematiky. Jak o tom svědčí následující citace: *„… , tento systém není míněný jako kalkul, nebo aparát, kterým lze dosáhnout závěr a vyřešit problémy s větší lehkostí než použitím známějších vyjadřovacích systémů."* [15]

Proč nemohou existenční grafy sloužit jako univerzální jazyk pochopíme, až si stručně vysvětlíme jakým způsobem jsou existenční grafy interpretovány.

Na základě své sémiotiky pro dva hráče Peirce vytváří graf jako představu, kde jedna osoba, „tvůrce grafu" (graphist, utterer), na prázdný list zapisuje fakta. Peirce tedy chápe existenční graf jako specifický, hypotetický svět, jako výtvor „tvůrce grafu", který tedy nemůže sloužit jako univerzální představa. Odtud plyne nemožnost univerzálního jazyka. Druhá postava, nazývaná „interpretovatel grafu" (grapheus,interpreter), převezme vytvořený graf a zkoumá různá pravidla a platnosti v univerzu. Interpretovatele grafu si nejlépe můžeme představit jako běžného logika.

Peircova teorie existenčních grafů je založena na třech typech grafů: Alfa, Beta a Gama. Teorie alfa grafů koresponduje s výrokovou logikou. Teorie beta grafů staví na teorii alfa grafů a koresponduje s predikátovou logikou prvního řádu s rovností. A teorie gama grafů stavící na teorii beta grafů, se zaobírá logikami vyšších řádů, modálními logikami,

[15] Citát pochází z CP (4.424)

temporálními logikami apod. Peirce se pokoušel teorii gamma grafů vypracovávat až do své smrti roku 1914, ale zůstala nedokončena. Je málo známo, že Peirce vytvořil i teorii delta grafů, protože se v teorii gama grafů nedokázal úspěšně vypořádat s modalitami. Bohužel se žádný ucelenější Peircův odkaz o delta grafech nedochoval, proto nebudeme tuto teorii považovat za Peircův přínos v logice a nebude tedy studována v této práci.

I přes zatím stručný náhled na existenční grafy se již můžeme ptát, proč se tak málo existenční grafy „ujaly“ mezi matematiky a logiky. Může za to speciálně fakt, že Peircovy články o existenčních grafech jsou těžko čitelné (zvláštní notace, nová terminologie apod.)

Tyto články navíc prakticky nebyly publikovány a existenční grafy vyžadují vytvoření si značné praxe v užívání. Pokud vezmeme v úvahu i větší náchylnost matematiky k algebraizaci, snadno pochopíme, proč i přes Peircovo nadšení nebyly existenční grafy v širší matematické obci přijaty. Dokonce i mnoho autorů zabývajících se přínosem Peirce v logice a filosofii často opomíná zmínit existenční grafy.

1.6 Závěr

Pokusili jsme se v této první kapitole vyzdvihnout význam C. S. Peirce jako logika. Věnovali jsme značnou část této kapitoly Peircově sémiotice, jedná se ale o samotný základ všech jeho objevů na poli logiky, a proto si zasloužila být hlavním tématem. Zároveň není možné opomenout, při prezentaci nejvýznamnějších Peircových objevů v logice, jeho logiku relací, která nám hezky ilustruje algebraickou podobu jeho logiky, od které pak upustil a přešel k diagramatickému zachycení usuzování, kde také použil výsledky ze zkoumání logiky relací.

Tuto kapitolu jsem zároveň použil, abych představil existenční grafy, které jsou jistě velkým Peircovým přínosem v logice a navíc nám tento úvod pomůže v dalším zkoumání existenčních grafů.

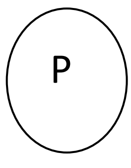
Zároveň bychom na závěr měli ještě poukázat na skutečnost, že jsme rozebírali jen Peircův přínos v matematické logice, významný je ale i jeho velký přínos v analytické filosofii.

2. Alfa grafy (Alpha graphs)

2.1 Zavedení alfa grafů

Jak už jsme uvedli dříve, alfa grafy jsou základní teorií existenčních grafů, a proto právě jim věnujeme první kapitolu.

Na začátek si uveďme pojmy a rozlišení, které budou nezbytné pro další práci. Při tvorbě alfa grafů budeme používat tyto symboly:

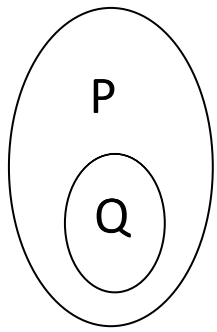
- Znaky pro propozice. Velká písmena abecedy (P,Q,R,..) jsou grafem a symbolizují propozice, které zapisujeme do grafů[16].
- List pro zápis tvrzení (Sheet of assertion). Je přirozené, že při tvorbě grafů potřebujeme nějaký povrch (tabule, list papíru...), na který je možné zapisovat diagramy. Takový prostor nám podle Peircovy teorie reprezentuje univerzum diskurzu. Tento povrch budeme označovat „SA“ a v této práci jej pro jednoduchost předpokládáme u všech uvedených grafů jako papír pod nimi. Pokud je cokoliv zapsáno na SA, pak je to tvrzeno. Tedy graf : **P** značí, že platí P. Vidíme, že vše zapsané na SA určitým způsobem „zpřesňuje“ naše univerzum. SA je grafem, stejně tak je grafem SA se zapsaným grafem a podobně je grafem každá prázdná část SA .
- Řez(cut).[17] Jedná se o do sebe se vracející čáru, která sama není grafem. Řez ohraničuje oblast řezu. Cokoliv je zapsáno v oblasti řezu, je popíráno vůči oblasti, které je „prořezána“. Graf: 

, tedy značí, že neplatí P. Oblast řezu společně s řezem tvoří graf.
- Intuitivně zavedeme pojem uzávěr grafu, uzávěr grafu G představuje řez s oblastí řezu, která je grafem G. V souvislosti se zavedením řezů Peirce zakazuje takové grafy a řezy, které by procházely přes řez.

[16] Grafem je „legisign“ viz kapitola 1.3 o sémiotice

[17] Pro formální označení řezu budeme používat hranatých závorek “[“ , tedy uzávěr A bude [A].

- Srovnání. Jedná se o situaci, kdy zapíšeme dva grafy do stejné oblasti. Pokud jsou dva grafy zapsány v pozici srovnání na SA, jedná se o zápis logické konjunkce, tvrdíme to i to. Snadno se nahlédne, že srovnání je komutativní a asociativní operace, podobně jako konjunkce.
- Svitek[18](scroll). Dva řezy, kde jeden se nachází uvnitř druhého, budeme nazývat svitek. Přirozeným způsobem se zde zavádí pojmy jako vnitřní a vnější řez svitku. Právě pomocí svitku umíme zachytit například klasickou implikaci.



Ukažme si na tomto grafu, jak podle Peirce probíhá interpretace grafu. Nastíníme zde použití jeho endoporeutické metody, které se budeme věnovat pečlivěji v jedné z následujících kapitol. Základní myšlenka tkví v interpretaci směrem z vnějšku k vnitřku, tedy zjednodušujeme graf odebíráním nejvzdálenějších řezů. Tento graf bude podle uvedené interpretace tvrdit: „není pravda, že P platí a Q neplatí“. Pro lepší názornost převeďme tento výrok do podoby klasické logické formule $\sim(P \wedge (\sim Q))$ a při použití například pravdivostní tabulky, snadno ověříme, že se jedná o klasickou materiální implikaci P→Q.

Dále si zavedeme relaci mezi grafy[19] B≤A, kterou budeme číst jako: „graf A obsahuje graf B“. Grafy A a B jsou v relaci B≤A, právě tehdy když každý řez, který uzavírá A, uzavírá i B. Snadno se ukáže, že relace ≤ je reflexivní, slabě antisymetrická a tranzitivní. Tedy, že se jedná o uspořádání.

Řekneme, že grafy X a Y jsou separovány, pokud jeden leží v oblasti řezu a druhý nikoliv, jednoduše řečeno jsou-li odděleny řezem.

[18] Název pochází od způsobu jak Peirce svitek kreslil, nepoužíval dva oddělené řezy jako uvádíme v tomto textu, ale zakresloval dva řezy jednou čarou. Viz MS 693, strana 292.
[19] Uvědomme si, že ve skutečnosti tato relace neilustruje vztah mezi grafy, přesněji bychom měli mluvit o polohách grafů.

Peirce dále důsledně rozlišuje mezi grafem a replikou grafu (graph replica). Tady máme na mysli rozdíl mezi existenčními grafy a jejich diagramatickým znázorněním, tj. graf zapsaný na SA se stává replikou daného grafu. Pojem replika grafu si také můžeme představit jako „realizaci" grafu, z toho vidíme, že stejný graf lze zapsat více způsoby (více replikami).

Zavádění nových pojmů Peirce vždy doprovází konvencemi používání. Úvodní komentář ke konvencím, nebo také konvence číslo nula zní takto: „Jakákoliv vlastnost diagramů, která není výslovně uvedena, nebo některou předchozí konvencí požadována, může být libovolně upravována."

Další konvence k alfa grafům:

1. Uvedené konvence jsou pochopeny oběma stranami, tedy jak „tvůrcem grafu", tak i „interpretovatelem grafu"
2. Pokud replika grafu na SA nemá zapsaný žádný vztah s jinými replikami grafu na SA, pak tato replika vytváří to samé tvrzení, nehledě na ostatní repliky grafu.
3. Třetí konvence představuje výše uvedené pojmy jako je řez, oblast řezu, scroll a uzávěr.

Pro běžnou práci s existenčními grafy zavedl Peirce systém povolených pravidel.

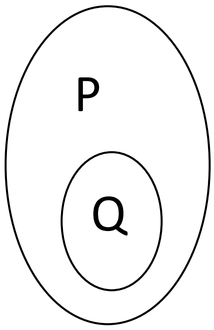
- Pravidlo o mazání grafů (the rule of erasure). Pokud je graf uzavřen sudým (i nulovým) počtem řezů, lze tento graf odstranit.
- Pravidlo o vkládání grafů (the rule of insertion). Jakýkoliv graf může být zapsán do oblasti uzavřené lichým počtem řezů.
- Pravidlo o iterování (the rule of iteration). Jestliže je graf P zapsán na SA, nebo je uzavřen několika řezy, pak může být zapsán do jakékoliv oblasti, která je obsahována P, ale není částí P. Pojem „část P" chápeme intuitivně jako jakoukoliv oblast nebo graf, který se objevuje v P.
- Pravidlo o deiterování (the rule of deiteration) Každý graf, který mohl vzniknout jako produkt iterace, lze smazat.
- Pravidlo o dvojitém řezu (the rule of double cut) Dva řezy mohou být kdykoliv odebrány nebo přidány.

Podívejme se nyní na zajímavý ilustrační příklad použití výše uvedených pravidel. Zajímá-li nás například pravidlo *modus ponens* v existenčních grafech, potřebovali bychom ukázat následující kroky.

Platí-li

P

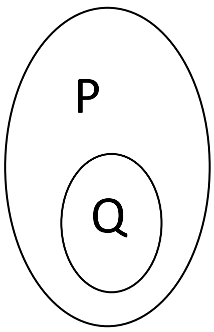
a platí-li



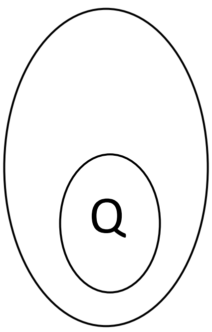
bude platit i

Q

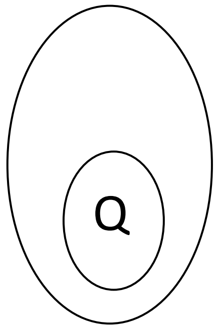
Samotná ukázka pravidla *modus ponens*, pak v teorii existenčních grafů může vypadat takto :



P, : jsou naše premisy



P, : získáme z 1. s pomocí pravidla o deiteraci



: získáme z 2. s pomocí pravidla o mazání grafů

Q : získáme z 3. s pomocí pravidla o dvojitém řezu

Obdobně můžeme pomocí uvedených pravidel dokazovat další logická pravidla.

2.2 Alfa grafy a výroková logika

Určitě je zajímavé zkoumat, jaký vztahy zaujímá teorie existenčních alfa grafů k výrokové logice. Pokusil jsem se pomocí tří autorů ukázat několik příkladů práce s alfa grafy.

2.2.1 Xin-Wen Liu

Xin-Wen Liu se pokusil o vytvoření kalkulu existenčních alfa grafů, tedy o vytvoření axiomů, pravidel odvozování a sémantiky. Následně pak ukázal na tomto kalkulu korektnost a úplnost vůči výrokové logice. Některé definice, které Xin-Wen Liu uvedl se sice zčásti liší od Peircových, ale základní představa je stejná. Celkové vysvětlení kalkulu je k volně k dispozici na internetu[20].

2.2.2. J.Jay Zeman

V knize „The graphical logic of C.S. Peirce“ ukazuje J.Jay Zeman způsob, jak zobrazit grafy na dobře utvořené formule kalkulu pro výrokovou logiku. Což je velmi užitečné pro různá další podrobná zkoumání vlastností alfa grafů, speciálně pro jeho důkaz úplnosti a korektnosti jak alfa grafů, tak i beta grafů.

2. 2.3. Frithjof Dau

V článku „Some Notes on Proofs with Alpha Graphs“ se Frithjof Dau zaměřil na odlišnosti kalkulu pro alfa grafy oproti běžným kalkulům pro výrokovou logiku. Běžné kalkuly pro výrokovou logiku totiž vytvářejí formule induktivně a mohou tedy měnit formule jen na

[20] Xin-Wen Liu; Institute of Philosophy, Chinese Academy of Social Science.

nejvyšším stupni. Kalkul pro alfa grafy však dokáže měnit formule v libovolné hloubce[21]. Tato skutečnost pak umožňuje ukázat, že kalkul pro alfa grafy je v mnoha případech „rychleji dokazující“ než běžné kalkuly pro výrokovou logiku.

2.3 Závěr

Alfa grafy z existenčních grafů zachycují usuzování na nejnižší úrovni abstrakce. Jsou sice ekvivalentní „pouze“ s výrokovou logikou, ale tvoří základ celé teorie existenčních grafů a to, co jsme se dozvěděli v této kapitole, se již nebude měnit a pouze budou přibývat zpřesnění. Alfa grafy se také jako první začali objevovat v různých příkladech v informatice a při zkoumání usuzování.

[21] Podobně jako „calculus of structures“.

3 Beta grafy (Betha graphs)

3.1 Zavedení beta grafů

Teorie beta grafů přináší k alfa části některé nové symboly. Nicméně všechny symboly, s kterými jsme se již setkali u alfa grafů a všechny zavedené konvence zůstávají platné.

Peirce se zamýšlel nad situací, kdy je za některé okolnosti platné zároveň propozice A i B. V souvislosti s tím definuje čáru identity (line of identity), která je zásadním přínosem v teorii existenčních grafů. Čára identity je grafem, značí se tučnou čarou s dvěma konci a bude tedy zaručovat existenci objektu, který umožňuje platnost propozicí na koncích čáry.

Protože je čára identity graf, není povoleno, aby procházela řezy. Proto na čáry identity, které procházejí řezy, nahlížíme jako na více čar identit, které se spojují na hranici řezu. Tento náhled bude velmi důležitý pro další práci. Uvědomujme si také, že čáry identity jsou spojité a tedy se dají rozdělit na libovolně mnoho dílčích čar identity a obsahují libovolné množství tučných bodů. Na čáru identity tak můžeme pohlížet jako na množinu bodů, kde každé dva body jsou navzájem identické.

Pro používání beta grafů vytváří Peirce další konvence:

1. V teorii existenčních grafů, zaujímá rheme[22] specifické místo na SA a budeme jej nazývat stopa (spot). Stopa bude používána ve smyslu repliky, pokud budeme chtít mluvit o symbolu, jehož je replikou, budeme používat výraz stopa graf.
2. Na okraji každé stopy bude vhodné prázdné místo, které budeme nazývat háček (hook of the spot). Jedná se o místo, kde může být připojena čára identity.
3. Každý tučně vykreslený bod, ať už izolovaný, nebo obsažený v čáře identity, bude značit existenci individua. Ovšem bez určení o které individuum se jedná. Takto máme do teorie existenčních grafů zaveden existenční kvantifikátor. Protože následující graf:

[22] Viz kapitola 1.3 Sémiotika C. S. Peirce

Tvrdí, že v univerzu existuje blíže nespecifikovaný objekt, formálně by tomuto tvrzení v predikátové logice odpovídal výrok $\exists x$.

Výše jsme uvedli, že čára identity může být chápána jako množina identických tučných bodů a takto tedy máme i způsob jak spojovat kvantifikátory a propozice.

Další pojem, se kterým se budeme často setkávat, je spojení (ligature). Jedná se o spojené čáry identity, které jsou spojeny buď přímo, nebo skrz jiné. Lze předpokládat, že spojení většinou prochází nějakým řezem a nepovažujeme jej tedy za graf.

V systému beta grafů již musíme rozpoznávat dva znaky čar, čáru identity a čáru řezu. Navíc máme nové pojmy, jako je bod. K problémům s interpretací může vést povaha bodu na čáře řezu. Podle Peirce si proto definujme bod na čáře řezu jako nespadající do oblasti řezu.

Pro diagramatickou ukázku informací z dosavadního textu uvedeme pár příkladů.

je zelené (Z)

Čára identity, která obsahuje nekonečný počet identických tučných bodů, sama tvrdí, že něco existuje. Navíc je připojená k háčku stopy „je zelené“. Tento graf tedy tvrdí: „existuje něco a to je zelené“, neboli v klasické zápisu $\exists x(Z(x))$ a v původním zápisu Peircovi logiky relací $\Sigma_x(Z(x))$.

je zelené

je modré (M)

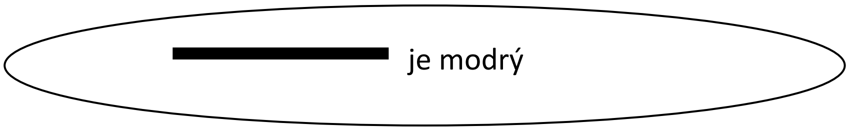
Na základě druhé konvence víme, že platí obě repliky grafů, tedy graf čteme jako: „existuje něco a to je zelené a existuje něco a to je modré“. Pokud bychom chtěli vyjádřit, že existuje něco zároveň modré a zelené museli bychom to udělat takto:

je zelené je modré

Podobně spojíme-li n čar identit do jednoho bodu, pak tvrdíme, že existuje individuum (zakreslené jako bod v průniku čar) splňující všech n propozic udaných ve výběžcích čar identit. Takto jsme získali funkci konjunkce.

Samozřejmě mohou mít i některé stopy více háčků, například stopa „..být v přátelském vztahu s..“ má dva háčky.

K zesílení teorie dochází, když začneme používat čáry identity v grafech s řezy.



Na základě toho, co už víme, přečteme tento graf takto: „Není pravda, že existuje něco, co je modré“. Ovšem formuli $\sim(\exists x(M(x)))$, která je formálním zápisem uvedeného tvrzení, snadno přeformulujeme na $\forall x \sim(M(x))$ tedy „Nic není modré“, vidíme, jak jsme pomocí řezů získali k dispozici všeobecnou kvantifikaci.

Při práci s řezy je nutno pamatovat, co jsme si uvedli výše a to, že čára identity nesmí procházet řezem a že bod na řezu je vnímán jako neležící v oblasti řezu.

Proto graf :

Musíme číst jako dvě čáry identity se společným bodem na hranici řezu. Čára identity mimo oblast řezu jednoduše tvrdí „něco existuje“($\exists x$) , ale na toto samé „něco“ (x, bod na hranici řezu) se vztahuje čára identity v oblasti řezu, která tvrdí „Není pravda, že existuje něco, co je modré“, tedy tento graf tvrdí : „Existuje něco, co není modré“

Pokud bychom celý výše uvedený graf uzavřeli řezem, pak bude podle již získaných poznatků tvrdit: „Vše je modré“.

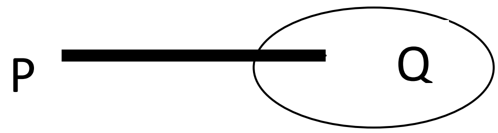
Vidíme, že se můžeme pohybovat mezi existenčním a všeobecným kvantifikátorem. Pokud totiž nejkrajnější část (ve smyslu počtu řezů) čáry identity je uzavřena sudým počtem řezů, odkazuje k vybranému individuu. Podobně je-li uzavřena lichým počtem řezů, odkazuje k celému univerzu. Toto je opět způsob interpretace pomocí endoporeutické metody.

3.2 Pravidla

V části o alfa grafech jsme představili konvence, které jsme zde doplnili o další. Ale je jasné, že i pravidla, která byla prezentována u alfa grafů, nepokrývají práci s novými objekty zavedenými v beta grafech a je nutné je upravit.

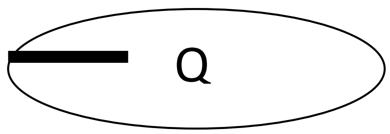
1. První pravidlo o mazání grafů. Jakýkoliv graf (tedy i čára identity), který je uzavřen sudým počtem řezů může být smazán.

Příklad :



Tento graf tvrdí: „ existuje něco, co je P, ale není to Q“.

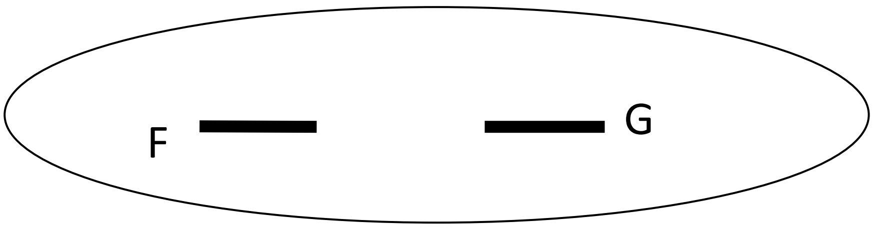
Použijeme-li pravidlo o mazání grafů, získáme tento graf :



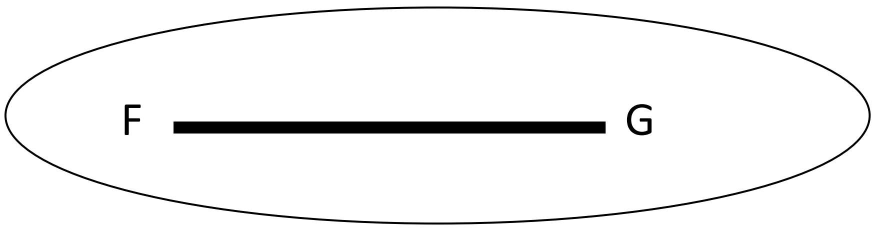
Což čteme jako: „něco není Q“ a to intuitivně plyne z předchozího grafu.

2. Druhé <u>pravidlo o vkládání grafů</u>. Jakýkoliv graf může být zapsán do oblasti uzavřené lichým počtem řezů. Navíc dvě čáry identity, které jsou v oblasti uzavřené lichým počtem řezů, mohou být spojeny.

   Příklad:



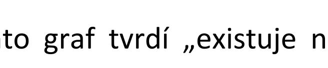
Tento graf čteme jako: „není pravda, že něco je F a něco je G“. Použijeme-li pravidlo o vkládání grafů získáme:



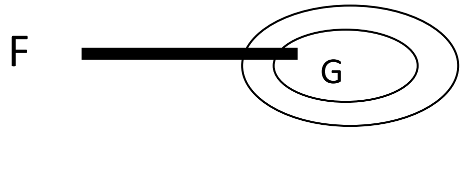
Což čteme jako: „není pravda, že něco je F a zároveň to je G“. Vidíme, že i tento graf snadno plyne z výše uvedeného tvrzení.

3. Třetí pravidlo o iteraci. Jestliže je graf P zapsán na SA, nebo je uzavřen několika řezy, pak může být zapsán do jakékoliv oblasti, která je obsahována P, ale není částí P. To je tedy stejné jako u alfa grafů. Upřesnění s čárou identity řeší tento dodatek:
    - Větev s volným koncem může být připojena k jakékoliv čáře identity za předpokladu, že tím nevznikne přechod přes řez.
    - Volný konec spojení může být rozšířen dovnitř skrz řez.
    - Jakékoliv spojení takto rozšířená mohou být spojena s jiným korespondujícím spojením nějaké iterované repliky grafu.
    - Můžeme zformovat cyklus spojení, když rozšíříme dovnitř dva volné konce, které budou nejniternější částí spojení.
4. Čtvrté pravidlo o deiteraci. Každý graf, jehož existence mohla vzniknout použitím pravidla iterace, může být smazán. Podobně vyřešíme problémy s přerušenou čárou identity.
    - Větev s volným koncem může být „zatáhnuta“ do jakékoliv čáry identity, za předpokladu, že tím nevznikne přechod přes řez.
    - Jakýkoliv volný konec spojení může být „zatáhnut“ ven skrz řez.
    - Jakákoliv spojení takto rozšířená mohou být spojena s jiným korespondujícím spojením nějaké iterované instance grafu.
    - Jakákoliv cyklická část spojení může být „rozseknuta“ na své nejniternější části.
5. Páté pravidlo o dvojitém řezu. Dvojitý řez může být vložen nebo odstraněn z jakéhokoliv řezu v každé oblasti. A tyto transformace nebudou omezeny existencí spojení vedoucích z vnějšku vnějšího řezu do vnitřku vnitřního řezu.

   Příklad:



Tento graf tvrdí „existuje něco, co je F a G“. Pokud na něj použijeme pravidlo o dvojitém řezu, získáme:



Tento graf vyjadřuje stejnou informaci jako výše uvedený.

Ukázali jsme si, jak byla upravena alfa pravidla, aby bylo možné podle nich pracovat i s objekty beta grafů. Všimněme si, že Peircova pravidla jsou zaváděna v párech: pravidlo o vkládání versus pravidlo o mazání, pravidlo o iteraci versus pravidlo o deiteraci. Ponechme nyní stranou pravidlo dvojitého řezu, které je speciálně v teorii gama grafů problémové. Je důležité upozornit, že tato pravidla zachovávají pravdivost, na dokázaní tohoto tvrzení Peirce použil svou endoporeutickou metodu. Zajímavé také je, že podobně párový systém pravidel má i systém přirozené dedukce vytvořený Gerhardem Gentzenem o několik let později po Peircovi. Navíc Gentzen i Peirce považovali za jediný axiom svých systémů prázdný list, tedy SA.

3. 3 Závěr

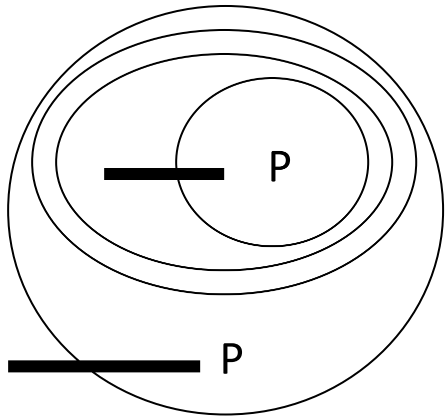
V úvodu jsme zmínili, že beta grafy jsou ekvivalentní s klasickou predikátovou logikou s relací identity, důkaz tohoto tvrzení lze nalézt například v *„The Existential Graphs of Charles S. Peirce“*[23]. Dále je důležité, že pomocí existenčních grafů již můžeme sestrojit moderní čtverec opozice (boolean square of opposition).

Na závěr bych ještě rád uvedl určitou zajímavost v teorii beta grafů, v literatuře známou jako „ptačí problém“.

Vezmeme-li tvrzení:

tj. v našem univerzu platí, že existuje blíže nespecifikovaný objekt. Toto tvrzení lze jistě předpokládat u všech zajímavých systémů. Pak pomocí pravidel pro úpravu beta grafů (nebudeme zde všechny kroky pro jejich velký počet uvádět) dostaneme následující diagram:

[23] Roberts, Don D. (1973) *The Existential Graphs of Charles S. Peirce*, Mouton, The Hague.



Který čteme jako: „existuje něco, co pokud má vlastnost P, pak všechny prvky univerza mají vlastnost P". Pokud za P myslíme vlastnost být ptákem, dostáváme opodstatnění výše uvedeného názvu ptačí problém[24].

V důkazu tohoto tvrzení se ale vyskytuje krok, kde pomocí pravidla iterace vytvoříme čáru identity z bodu. To ale podle mého názoru není povoleno pravidlem o iteraci. Jednalo by se totiž o nekonečný počet iterací jednoho bodu. Je ale pravděpodobné, že Peirce uvažoval při tvorbě pravidel jen jejich konečná použití. Peirce sice uvažoval i nad různými nekonečnými rozšířeními svých systémů, ale i v tomto případě měl nejspíše na mysli jen nejvýše spočetná použití. Z tohoto titulu je snad možné „ptačí problém" napadnout.

[24] Tento příklad je online k dispozici a je převzat od Dr. Bram van Heuveln z oddělení „Cognitive Science" z Rensselaer Polytechnic Institute, tento významný institut se mimo jiné zabývá různými typy umělé inteligence a je tedy jistě zajímavé, že zde studují existenční grafy.

4 Gama grafy(Gamma graphs)

4.1 Úvod

„ Nyní přistupujeme k rozšíření existenčních grafů povolujícímu abstrakci“[25]

Gama grafy stojí na vrcholu hierarchie existenčních grafů, a proto se Peirce pokouší v gama grafech o nejvyšší možnou úroveň abstrakce. Musí tedy hledat způsoby jak zachytit relace, nebo i samotné grafy, jako objekty ve své teorii. Dále se například snaží o zavedení modalit ale i časového rozměru, protože nesdílí na rozdíl od jiných logiků názor, že čas je mimologická záležitost. Jeden z jeho nesplněných cílů je například zavést do existenčních grafů prvek hudby a další podobné, pro matematickou logiku nezvyklé, prvky.

Pro Peirce je totiž typické, na rozdíl od Carnapa nebo Frega, že uchopuje skutečný jazyk, který se běžně používá. Aby toho ale byl schopen, musí Peirce do svých gama grafů přinést velké množství nových znaků, zároveň ale dává pozor na to, aby se nejednalo o znaky svým druhem rozdílné od předcházejících. To potvrzuje například tento zajímavý citát: *„Pokud by kdokoliv za mého života objevil nějakou různorodost znaků, speciálně v gama části tohoto systému, pak jej prohlásím za nového Kryštofa Kolumba“*[26]

V úvodu jsme napsali, že teorii gama grafů nestihl Peirce dokončit a z následující citace předpokládám, že to sám dávno tušil. *„… gama část je stále na počátku. Uplyne mnoho let, než moji následovatelé budou schopni dovést gama grafy do takové dokonalosti, které dosáhli alfa a beta grafy.“*[27]

Z tohoto důvodu je jeho práce v této oblasti spíše plná zajímavých nápadů, zamyšlení a otázek, než propracovaných ucelenějších konceptů. A proto nebude ani tato kapitola o gama grafech obsahovat kompletnější teorii, bude se pouze zabývat samostatnějšími náhledy na objevy, které Peirce v existenčních gama grafech učinil.

4.2. Vícedimenzionální SA

Jedním z Peircových cílů v gama grafech bylo propojení univerza logických možností s univerzem věcí, které skutečně existují. Takto bychom potřebovali ale namísto jednoho listu, kam zapisujeme tvrzení, celou knihu *„ knihu separovaných listů, které budou spojeny v*

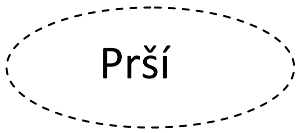
[25] Citace pochází z Logic Notebook, 4. srpen,1898
[26] Citace pochází z CP (5.512)
[27] Citace pochází z CP (4.511)

bodech“[28], kde každá stránka bude reprezentovat možné univerzum. Peirce se stále snaží o co největší přehlednost svého systému, proto se pokouší vyhnout nutnosti zavedení více listů SA.

Jedním způsobem, jak Peirce omezuje nutnost více listů SA, je změněný způsob jeho náhledu na řez. Peirce totiž začal pokládat zapsání do oblasti řezu jako totéž co zapsání na druhou stranu SA a otočení dovnitř[29]. Z toho vidíme, jak jsme v předcházejících kapitolách již touto operací vlastně přidávali nové možnosti k původní ploše SA .

4.2.1 Gama řez

Peirce namísto používání více listů SA představuje nový druh řezu, neboli rozbitý řez (broken cut)[30].



Podívejme se, jak bychom interpretovali tento graf, pokud by se zde místo gama řezu vyskytoval alfa řez. V alfa teorii by graf tvrdil : „neprší“. Pokud se jedná o gama řez, pak ovšem můžeme pouze tvrdit, že na základě znalosti alfa a beta grafů nelze rozhodnout, jestli prší. Takový graf tedy bude čten jako: „je možné, že neprší“.

Stejně jako každý nový znak, i používání gama řezu opatřil Peirce pravidly :

1. Pokud se na SA nachází gama řez, jakýkoliv graf může být vložen do jeho oblasti.
2. Jestliže je alfa řez uzavřen sudým počtem řezů, může být takovýto řez změněn na gama řez. Podobně jestliže je gama řez uzavřen lichým počtem řezů, může být takovýto řez změněn na alfa řez.

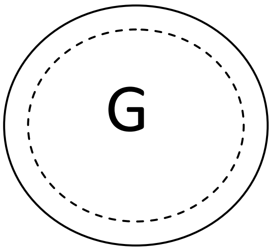
Tento nový prvek gama grafů jsme uvedli jako první, mimo jiné také proto, že Peirce považoval zavedení gama řezů za úspěch. Zbylá část teorie gama grafů byla totiž podle Peirce z velké míry nedopracovaná a s tím, co již zavedl, často nebyl spokojen.

Podívejme se na některé příklady grafů s gama řezy a následné použití výše uvedených pravidel a jejich interpretaci:

[28] Citace pochází z Ms 447-478.

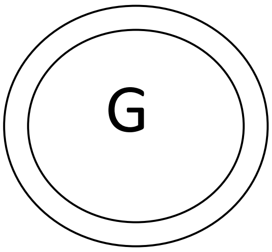
[29] Tuto představu prezentoval Peirce pod pojmem „Phemic sheet“ , jehož jedna strana se jmenuje „verso“ a druhá „ recto“.

[30] Který bude značen čárkovanou čárou. V textu budeme používat výrazy „alfa řez“ pro původní řezy a „gama řez“ pro „broken cut“. Původním výrazem „řez“ bude myšlen kterýkoliv z obou.



Tento graf budeme číst jako: „není pravda, že je možná neplatnost G“, formální zápis pomocí symbolů známých v modálních logikách by tedy vypadal takto: $(\sim \Diamond \sim G)$, což je v klasických modálních logikách ekvivalentní formuli $\Box$ G. To jinými slovy znamená: „Podle beta pravidel je G nutně pravda“

Pokud na výše uvedený graf použijeme pravidlo 2, získáme graf,



který po použití pravidla o odstranění dvojité řezu, tvrdí: „G“.

Nyní už začíná být jasné, jak souvisí teorie gama grafů s modálními logikami, protože výše uvedeným způsobem můžeme formulovat modální formule pomocí gama grafů.

Nutnost a možnost jsou samozřejmě relativní k stavu informovanosti, tedy propozice se vztahují nejenom k univerzu věcí, ale i k stavu informovanosti.[31] V této souvislosti Peirce zavádí novou verzi spojení[32] v teorii gama grafů.

Takovýto graf čteme: „ Stav informace B následuje po stavu informace A“. Toto nové spojení v teorii gama grafů respektuje všechna pravidla pro spojení dříve zavedená.

4.2.2 Tinktury (Tinctures)

Nyní si představíme další způsob, jakým se Peirce snažil vypořádat s nutností více SA. Uvědomme si, na co jsme již narazili u gama řezu, že totiž oblast řezu nějakým způsobem proniká do třídimenzionální knihy SA. Pokud tuto myšlenku rozvineme, můžeme

[31] Tedy pokud zapíšeme na SA, že něco například může být a pomocí pravidel zjistím, že tomu kupříkladu tak je, jsme oprávněni to zapsat na SA, protože jsme se to již dozvěděli (změnil se stav informovanosti).
[32] Pro lepší ilustraci jsem jej doplnil šipkou.

předpokládat, že oblast řezu může pocházet z různé hloubky tj. z různých stránek. To, co tedy vidíme v oblasti řezu, je ukázka nějaké stránky. Tyto stránky budeme označovat jinou barvou a budou značit různé druhy možnosti. Tady se nám takto otevírá možnost pomocí barevného rozlišování oblastí řezů upřesňovat, na rozdíl od gama řezu, více povahu možnosti, kterou řešíme. A pomocí různých materiálů vyjadřovat Peirce typ kontextu, ve kterém se daný graf vyskytuje.

Peirce převzal tzv. heraldické barvy, kovy a kožešiny k zachycení různých druhů kontextů a možností.

Kontexty:

- <u>Aktuálnost</u>. Jedná se o skutečnost, aktuální pravdu nezávislou na ostatních okolnostech. K zachycení aktuálnosti Peirce používal heraldické kovy; bílou barvu (stříbro) pro pravdu v obecném smysle, dále barvy ostatních kovů jako zlato, železo a olovo pro pravdy ve specifickém smyslu.
- <u>Možnost</u>. Kdykoliv se změní aktuálnost, pak se možnost změní také. Tedy modálnost je relativní k tomu, co je aktuální. Pro zachycení druhu modalit Peirce používal heraldické barvy.
    1. Tmavě modrá barva zachycuje *logickou možnost*. Tedy pod symbolem $\Diamond p$ si Peirce představuje fakt, že p je konzistentní nebo nedokazatelně vyvratitelná. $\Box p$ bude znamenat dokazatelnost p . Nemožnost bude přirozeným způsobem zavedena jako neexistence možnosti a znamená nekonzistenci nebo vyvratitelnost.
    2. Světle modrá barva zachycuje *subjektivní možnost*, známou také v epistémické logice. Tady si pod symbolem $\Diamond p$ Peirce představuje, že p je uvěřitelné nebo neznámé. $\Box p$ znamená, že p je známé, nebo nevěříme, že je vyvratitelné.
    3. Červená barva zachycuje *objektivní možnost*. Pod symbolem $\Diamond p$ budeme myslet fyzikální možnost. $\Box p$ bude zase znamenat fyzikální nutnost, jako například přírodní zákony.
    4. Zelená barva zachycuje *možnost z pohledu dotazování*. $\Diamond p$ tady bude znamenat, že p je zpochybňováno. $\Box p$ znamená, že nelze pochybovat, že p není pravda.

5. Fialová barva zachycuje *vztah povolenosti*. Tedy, že *p* je povolené bude vyjádřeno vztahem $\Diamond p$. $\Box p$ bude přirozeně znamenat, že *p* není povoleno být lež.

- Záměrnost. Je nejvyšším typem kontextu, protože závisí na mentálním rozpoložení. Peirce používá pro vyjádření záměrnosti heraldické kožešiny.
    1. Sobol(šedá barva) pro metafyzicky nebo racionálně vyžadované.
    2. Lasice(žlutá barva) pro účely a záměry.
    3. Veverka(hnědá) pro přikázané.
    4. Potent[33](oranžová) pro přinucené.

Ve sporu nominalismu a realismu[34] se Peirce stavěl na stranu realismu. V souvislosti s tím píše, že právě výše uvedené kontexty mají s tímto sporem souvislost. První a druhý kontext byl podle Peirce nominalisty plně ovládán. Domníval se ale, že nominalisté úplně přehlíželi třetí kontext.

Zajímavé je, že Peirce zavedl tolik barev, aby zajistil co nejvíce možných vyjádření možností, ale nenašel se již žádný jeho další návod jak s nimi pracovat. Předně je jistě zajímavá otázka, jakým způsobem budou barvy se sebou reagovat. To a podobné problémy zanechal, zdá se, budoucím generacím.

Domnívám se, že v případě, kdy máme v grafu jen jednu barvu, můžeme používat výše uvedená pravidla pro gama řez. Pak nám tedy zbývá vyřešit pouze situace, kdy jedna oblast (barva) spadá pod jinou oblast (barvu). Tady musíme nalézt způsob, jak například interpretovat, že z logické možnosti vyřízneme například fyzikální nutnost. Toto je zřejmě dost netriviální a je tedy potřeba vytvořit nová pravidla pro práci s těmito „dvoubarevnými svitky“. To znamená, že musíme objevit nějakou rozumnou relaci mezi jednotlivými možnostmi (barvami), protože to je základem další práce.

Jay Zeman ukazuje zajímavý přístup k tomuto problému, vychází z představy, kterou jsme uvedli výše, že SA má dvě strany. Použijeme-li na „recto“ stranu například červenou barvu, která má podle sRGB[35] kód [255,0,0], pak druhá strana SA „verso“ bude obsahovat barvu inverzní podle sRGB kódu a tedy barvu modrou[0,255,255]. Takto máme vyřešeny řezy

[33] Těžko přeložitelné „něco podobné veverce“.
[34] O který se Peirce jako i o celkovou středověkou filosofii a logiku zajímal.
[35] Kód používaný v informatice pro označení barvy.

na různých modalitách. Co je ovšem více zajímavé, že J. Zeman používá sRGB kódy pro zavedení relace dosažitelnosti pro možné světy, a to následujícím způsobem.

Řekneme, že *a* je dosažitelný z *b* právě tehdy když, pro SRGB kód *a*[m,n,o] a pro SRGB kód *b*[i,j,k] platí, že m≤i a n≤j o≤k. Jak vidíme taková relace dosažitelnosti tvoří uspořádání a nabízí se tedy souvislost s modální logikou S4.

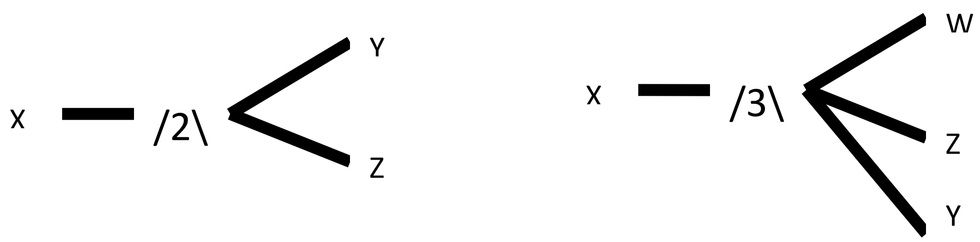
4.2. Reprezentace v gama grafech

Nyní se podívejme, jak se Peircovi podařilo zachytit samotné beta grafy a relace jako objekty v gama grafech.

V části Alfa a Beta grafy jsme si ukazovali, jak s přibývajícími symboly přibývali konvence na jejich používání. Tedy i přesto jak „neukázněné" je zavádění symbolů v gama grafech, uvedl Peirce některé konvence i pro ně, ukažme na tomto místě sedmou konvenci.

- A-[q], A je monadický charakter, tedy unární operace.
- A-[r], A je binární relace.
- A-[s], A je trojná relace.
- X -/0\, X je propozice nebo fakt.
- X -/1\ -Y, Y má vlastnost X.
- X /2\ Y/Z, Y stojí k Z v binární relaci X.
- X Y//3\/W /Z, Y stojí k Z a W v trojné relaci X.

Pro pochopení zápisu jsem poslední dvě notace přepsal do níže uvedených grafů. Předcházející notace se zapisují ve stejném duchu kde pod symbolem „-" je myšlena čára identity. Uvědomme si, že v tomto případě ale čára identity značí abstrakci, nikoliv identitu jako doposud,



4.2.1 Reprezentace grafů

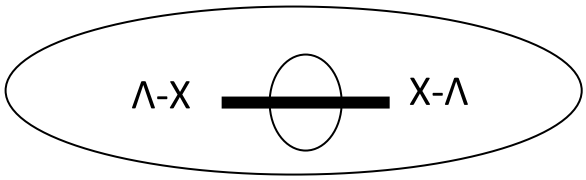
Následující metavztahy Peirce vytvořil pro zaznamenávání alfa grafů[36].

- X- Λ, tedy X je SA.

[36] Převzaty z MS 467 .

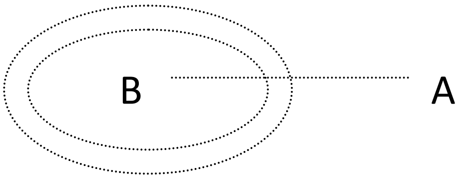
- X- α, tedy X je oblast.
- X- γ, tedy X je replika grafu, nebo graf.
- X- τ, tedy X je bod .
- X- ϕ, tedy X je povolení.
- X- χ, tedy X je fakt.
- X- μ, tedy X je prázdná část.
- X- *x,* tedy X je uzávěr.
- Y-)- X, tedy X je umístěn v Y, pokud budeme chtít zapsat, že jen X a nic jiného je umístěno v Y, bude to značit Y-)-tučný bod-X.
- X-/Y/[37], tedy X přesně vyjadřuje Y.
- X- ε- Y, tedy X je oblast uzávěru Y.
- X-θ-Y , tedy X je bod v Y.
- X-δ- Y, tedy replika grafu X, obsahuje jako svou část repliku grafu Y.
- X-ζ-Y, tedy X je replika stejného grafu jako Y, tedy X je ekvivalentní s Y.
- X-σ<(X, Y), tedy X nese Y jako svůj „entire graph“ tak dlouho, dokud to povaha Z umožňuje.

  Uvedeme si jednoduchý příklad na demonstraci.



Tento graf bude, v souladu s výše uvedenou notací, tvrdit „ Není pravda, že existují dva grafy, které jsou SA a které nejsou identické“. Neboli „Neexistuje více, než jeden SA“.

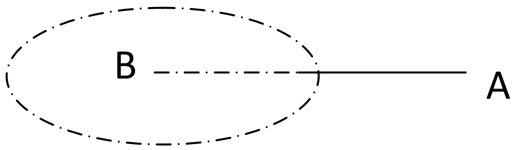
Pro metavztahy zachycující beta grafy[38] Peirce používá další nové typy řezů:



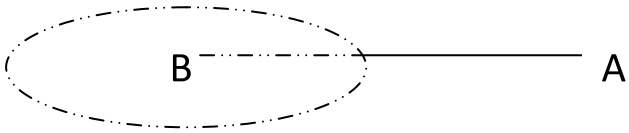
Zachycující vztah, že A má charakter býti B.

[37] Tyto závorky vyjadřuje orámování, znakem řetězu pily.

[38] Pochází z MS 468



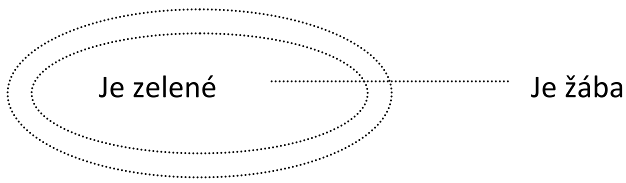
Zachycuje vztah, že A je jedním z množiny „Béček“.



Zachycuje vztah, že A je množina všech „Béček“.

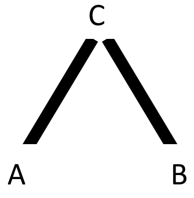
Jako příklad použití uvedených vztahů, bude sloužit tento zápis beta grafu:

Tento beta graf budeme chtít zapsat jako objekt v gama teorii, to znamená, podle výše uvedeného, zapsat jej na následující tvar:



4.2.2 Relace

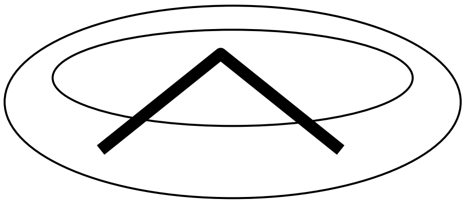
V úvodu jsme napsali, že Peirce hledal způsob, jak zachytit nejenom grafy samotné, ale i relace. K zachycení relací Peirce používá druh tzv. hypostatické abstrakce[39].



Tyto grafy po řadě znamenají: „A je první člen a B je druhý člen v uspořádané dvojici C“ a „A je členem neuspořádané množiny B“.

[39] Například informaci „žába je zelená“ přepisujeme na informaci „žába má vlastnost zelenosti“. Abstrakcí se stává „zelenost“ nemá už žádný vztah k „žábě“, pouze to že jsou konzistentní z pohledu pravdy. Tedy abstrakcí se snažíme nějaký objekt přivést k existenci, představit jej jako objekt lidského myšlení.

S těmito vědomostmi už můžeme zavést řadu nových tvrzení o relacích, například následující graf ukazuje tvrzení: „Není pravda, že existují dva prvky, které netvoří pár“, nebo jednodušeji řečeno: „jakékoliv dva prvky tvoří pár“.



4.3. Endoporeutická metoda

V předcházejícím textu jsme několikrát zmínili Peircovu endoporeutickou metodu, než ovšem přejdeme k výkladu metody samotné, podívejme se, jak Peirce definoval logickou ekvivalenci.

Dvě rhemata jsou logicky ekvivalentní právě tehdy, když jsou pravdivá v každém možném případě. V dnešní době definujeme logickou ekvivalenci prakticky stejně, jen místo možných případů používáme výraz modely. Jak víme, objev teorie modelů je přisuzován Alfrédu Tarskimu. Jistě si ale povšimneme, že uvedená definice i interpretace existenčních grafů určitým způsobem teorii modelů připomíná.

Peirce je totiž dnes považován za jednoho ze zakladatelů teorie modelů, díky zavedení své endoporeutické metody. Endoporeutickou metodu jsme používali v předcházejících kapitolách při interpretaci grafů, tak prozkoumejme nyní přesněji tuto interpretaci.

Podle Peircovi endoporeutické metody se grafy interpretují z nejvzdálenějšího okraje (největšího řezu, nejvzdálenějšího výčnělku spojení..) směrem dovnitř, směrem hlouběji do řezů. Právě tímto postupem dochází k zjednodušování grafu.

Interpretace podle Peirce při použití moderní terminologie probíhá následovně. Dříve jsme uvedli, že graf je záležitost dvou hráčů, tvůrce grafu a interpretovatele grafu. Interpretace alfa grafů probíhá přirozeným způsobem, od nejvzdálenějších řezů. Při interpretaci čar identit začíná s výběrem objektu z univerza interpretovatel, ale pokud kdokoliv z hráčů narazí na řez, je výběr předán opačnému hráči. Tato interpretace je tedy velmi podobná sémantickým hrám.

Důležitý důkaz v této souvislosti předvedl Risto Hilpinen, když ukázal že Peircova endoporeutická metoda je ekvivalentní s technikou sémantických her[40]. Další, neméně důležitý důkaz pochází od Hintiky, a totiž že technika sémantických her je ekvivalentní s Tarskiho modely[41]. Z těchto důkazů máme tedy ukázáno, že Peirce svou endoporeutickou metodou vytvořil metodu ekvivalentní s teorií modelů. Pokud bychom chtěli pomocí terminologie sémantických her přesně popsat endoporeutickou metodu, pak by se jednalo o sémantickou hru pro dva hráče, při dokonalé informaci a s nulovým součtem.

4.4 Závěr

Peirce v této části své práce věnované gama grafům ukázal svou ohromnou schopnost pro uchopení abstrakce a pochopení diagramatického myšlení. Bohužel nedokázal i při těchto svých kvalitách v poslední části teorie existenčních grafů kompletně zachytit lidské myšlení. Domnívám se, že tak obecně ani učinit nelze a proto chápu Peircovy gama grafy spíše jako ukázku, jak by bylo možné reprezentovat určité konkrétní aspekty lidského usuzování.

Uvedli jsme, že Peircovy texty o existenčních grafech nebyly k dispozici odborné veřejnosti, a tak doposud nebylo možné odkazovat na to, jak jeho skvělé myšlenky ovlivnili významné matematiky a logiky dvacátého století a mohli bychom tedy pouze spekulovat do jaké míry Peircovy gama grafy ovlivnily vývoj modálních logik. Zde se ovšem ukázalo, že americký logik C. I. Lewis, který měl přístup k Peircovým nepublikovaným textům, byl ve své práci ovlivněn Peircovými gama grafy.

[40] Hilpinen, Risto (1982) "On C. S. Peirce's theory of the proposition: Peirce as a precursor of game-theoretical semantics," *The Monist* **65**, 182-88.
[41] Hintikka, Jaakko, 1973. *Logic, Language-Games and Information*, Oxford: Oxford University Press.

5. **Konceptuální grafy (Conceptual graphs)**

Myšlenku konceptuálních grafů v roce 1984 vytvořil J. Sowa, který dlouhou dobou studoval Peircovy existenční grafy. Při tvorbě konceptuálních grafů Sowa použil již zmiňované existenční grafy a sémantické sítě pro umělou inteligenci. Díky tomuto základu jsou konceptuální grafy velmi vhodné pro programové zpracování a v současné době se ve velké míře uplatňují v programech zaměřených na umělé usuzování.

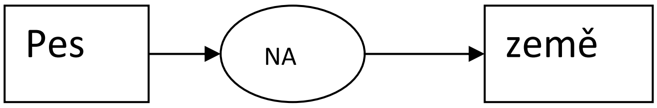
Základním cílem konceptuálních grafů je jejich bezproblémové použití v informatice, a proto musejí konceptuální grafy vykazovat ještě větší přesnost v zápisu a definicích, než jsme pozorovali u existenčních grafů. V této kapitole se pokusíme o stručný náhled na syntax těchto nových grafů, které jsou považovány za moderní existenční grafy.

Pozoroval jsem, že konceptuální grafy jsou velmi podobné diagramům, které jsou lingvisty používány pro zápis vět na tektogramatické rovině. Protože na této rovině dochází k zaznamenání pouze významu věty, který je oproštěn od morfologických a jiných souvislostí.

Ukažme si nyní základní pojmy v teorii konceptuálních grafů.

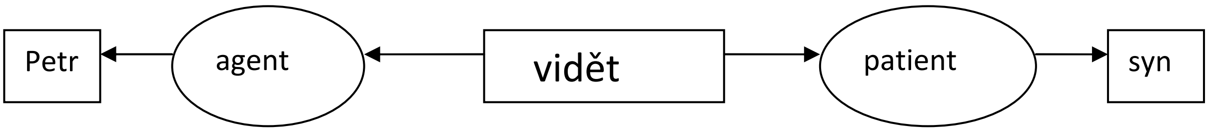
- Koncept. Koncept je primitivním pojmem teorie a přesně se nedefinuje. Pouze řekněme, že konceptem může být cokoliv, co někdo pokládá za entitu. Tedy například dům, drak, láska nebo chození. Značí se čtvercem s názvem konceptu. Například koncept psa vypadá takto: $\boxed{\text{PES}}$
- Jednoduchým způsobem se pak v této teorii zavádějí kvantifikace, pokud například chceme použít všeobecnou kvantifikaci, jednoduše si podle našeho záměru určíme koncept jako „všichni psi“.
- Na konceptech je dále definována relace „poddruh“. Intuitivně totiž chápeme psa jako poddruh savce, slovník jako podruh knihy apod. Samozřejmě tato relace musí být na konceptech přesně nadefinována nejlépe pomocí databází, aby bylo možné použití grafů v informatice.
- Velmi důležitým pojmem je konceptuální relace, která se značí šipkou. Tato relace je označena jménem, které popisuje danou relaci. Pokud bychom například chtěli zachytit výraz „pes na zemi“ jako konceptuální graf. Musíme

vytvořit dva koncepty: pes a zem, a dále potřebujeme pojmenovat konceptuální relaci mezi nimi. Takový graf by pak vypadal takto:



V programovém užití musí být název každé relace dobře předem nadefinován, ale existuje množství názvů běžných relací, jejichž význam je v konceptuálních grafech zaveden pevně. Určitě není nutné všechny pevně zavedené relace jmenovat, ale dvě nejzákladnější zde pro názornost ukažme.

1. Agent. Pojmenovává relaci, která upřesňuje, kdo vykonává nějaký děj. Tedy ve větě: „Petr dává“ musíme vztah, mezi konceptem „dávat“ a konceptem „ Petr“ pomocí relace agent, přesně určit.
2. Patient. Pojmenovává relaci, která upřesňuje, kdo je objektem děje. Při použití relace patient na koncepty „dávat“ a „Petr“ bude změněn význam věty z předchozího příkladu, neboť nyní bude Petr ten, komu je dáváno. Ukažme si pro příklad, jak by vypadal konceptuální graf věty „Petr vidí syna“.



Dále si pomocí indukce nadefinujme množinu všech dobře utvořených grafů.

- Samotný koncept je dobře utvořený graf.
- Kopie dobře utvořeného grafu je dobře utvořený graf.
- Pokud odstraníme z dobře utvořeného grafu některou konceptuální relaci, pak všechny spojené grafy budou dobře utvořené.
- Pokud do dobře utvořeného grafu, za nějaký koncept dosadíme libovolný poddruh tohoto konceptu, získáme dobře utvořený graf.
- Pokud máme dva dobře utvořené grafy se stejným konceptem. Pak může být jeden z konceptů smazán a grafy být propojeny přes zbývající koncept. Tento výsledný graf bude dobře utvořený.

Nyní již umíme z množiny dobře utvořených grafů vygenerovat další dobře utvořené grafy.

Je pochopitelné, že konceptuální grafy jsou již mnohem složitější metodou než existenční grafy, neboť v současné době máme k dispozici množství výsledků z logiky a informatiky, které C. S. Peirce ve své době přirozeně neměl a nemohl tedy používat. Navíc se vývoji konceptuálních grafů věnuje velký počet logiků a informatiků, díky čemuž se konceptuální grafy neustále dynamicky vyvíjejí.

Závěr

Cílem této práce bylo rozebrat základní charakteristiky existenčních grafů jakožto významné inovátorské práce C. S. Peirce v logice. Ukázali jsme, jaký význam měl pro Peirce objev těchto grafů a že poté již stále upřednostňoval toto diagramatické zachycení před algebraickým. Peirce byl navíc přesvědčen jak v jeho dominanci této teorie, tak i v další možnosti rozvoje, co potvrzuje následující citát. *„S velkou námahou jsem se naučil myslet v diagramech, které jsou nadřazenou metodou (vůči algebře). Jsem ale přesvědčen, že existuje ještě daleko lepší systém, který bude schopen zázraků“*[42]

Dalo by se říci, že i v dnešní době, v období prosazování algebraického přístupu, budou Peircovi existenční grafy opomínány jako dříve. Opak je pravdou zkoumání tohoto diagramatického uchopení usuzování se začalo velmi rozvíjet především v informačních technologiích. Osobně mi připadá tato skutečnost jak zajímavá, tak i pochopitelná. Jsem přesvědčen, že pokud by Peirce dokázal předvídat příchod „digitálního věku“, bylo by použití existenčních grafů v informatice jistě i jeho motivací.

Doufám, že je v této práci přesvědčivě ukázáno, že existenční grafy jsou neobyčejným objevem a že se mi tím podařilo ještě více upozornit na výjimečnost C. S. Peirce, jako na logika s velkým pochopením pro abstrakci, s vynikajícím přehledem o procesu usuzování a se schopnostmi úspěšně uchopit tak složitý a tehdy prakticky neprobádaný aparát jako je logický graf.

Je to smutnou skutečností, že výjimečnost objevu existenčních grafů nebyla v Peircově životě doceněna, troufám si dokonce tvrdit, že by to výrazným způsobem přepsalo novodobou historii logiky. Ale i přes nepochopení, Peirce plně věřil v tento svůj systém, a protože tušil, že nestihne teorii existenčních grafů vypracovat do konce, pokusil se nás alespoň vyzbrojit množstvím nových myšlenek, abychom toho byli později schopni my. Jako právě v souvislosti s existenčními grafy píše: *„Nyní zoufale pracuji, abych stihl ještě před svou smrtí napsat knihu o logice, která zaujme některé dobré myslitele, díky kterým mohu vytvořit něco užitečného“*[43]

Po objevení jeho existenčních grafů odbornou veřejností je již zřejmé, že jeho nové myšlenky na poli diagramatického uvažování, nebudou ztraceny. Dokonce jsem pozoroval

[42] Citace pochází z MS L 231, 1911
[43] Citace pochází z „The Correspondence Between Charles S. Peirce & Lady Victoria Welby“

řadu pokusů o různá vylepšení a úpravy jeho existenčních grafů. Nejvýznamnější počin stavící na Peircových existenčních grafech jsou konceptuální grafy, které získali neobyčejný věhlas. Toto vše rozvíjí Peircovu teorii a slouží tím Peircovu odkazu, který nám zanechal v podobě diagramatického usuzování.

Použitá literatura:

Brady, G. : ***From Peirce to Skolem***, North-Holland, 2000.

Frithjof Dau: ***Ligatures in Peirce's Existential Graphs***, 2006.

Frithjof Dau: ***Some Notes on Proofs with Alpha Graphs***, vyšlo na 14té „International Conference on Conceptual Structures“, Aalborg, Denmark, 2006.

Frithjof Dau, ***The Role of Existential Graphs in Peirce's Philosophy***, Aalborg University Press, Aalborg, Denmark 2006.

Keeler, M., ***The Philosophical Context of Peirce's Existential Graphs***, vyšlo na International Conceptual Structures Conference, University of California, Santa Cruz, 1995.

Liu, Xin-Wen, ***An Axiomatic System for Peirce's Alpha Graphs***.

Peirce, C. S. , ***The Collected Papers of Charles Sanders Peirce***, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1931-1935. ed. Charles Hartshorne , Paul Weiss

Peirce, Sowa, ***MS 514 by Charles Sanders Peirce with Commentary by J. Sowa.*** , 1908.

Quine, W.V., ***Selected logic papers***, Harvard University Press, 1995.

Roberts, Don. D , ***The Existential Graphs of Charles S. Peirce***, Walter de Gruyter, 1973.

Shin, Sun-Joo, ***Reconstituting Beta Graphs into an Efficacious System,*** Journal of Logic, Language and Information ,1999.

Sowa, J. F., ***Conceptual graphs for a databáze interface***.

Sowa, J. F., ***Peirce's Contributions to the 21st Century***, 2006.

Zeman, Jay. J. : ***Peirce's graphs***, Springer-Verlag, 1997.

Zeman, Jay. J. : ***The Graphical Logic of C. S. Peirce***, University of Chicago, 1964.

Øhrstrøm, P. , ***C. S. Peirce and the Quest for Gamma Graphs***, Springer-Verlag, 1997.

<u>Internetové stránky:</u>

www.peirce.org

<u>Internetové encyklopedie:</u>

Stanford Encyclopedia of Philosophy