Posudek bakalářské práce

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy

Autor práce	Cyril Kotecký
Název práce	Geometrie intervalových lineárních soustav
Rok odevzdání	2023
Studijní program	Informatika
Specializace	Obecná informatika

Autor posudku	Miroslav Rada	Oponent
Pracoviště	Katedra ekonometrie, FIS VŠE	

K celé práci

	lepší	OK	horší	nevyhovuje
Obtížnost zadání		X		
Splnění zadání	X			
Rozsah práce *… textová i implementační část, zohlednění náročnosti*	X	X		

Práce je veskrze teoretická. Cílem bylo dosáhnout nových výsledků týkající se intervalových soustav, zejména co se týká geometrie a topologie. To se podařilo v míře, která je pro bakalářskou práci více než dostatečná, a to i po zohlednění věcných a technických připomínek dále v posudku.

Textová část práce

	lepší	OK	horší	nevyhovuje
Formální úprava *… jazyková úroveň, typografická úroveň, citace*		X		
Struktura textu *… kontext, cíle, analýza, návrh, vyhodnocení, úroveň detailu*		X		
Analýza	X	X		

Po formální stránce je práce na adekvátní úrovni, je patrná snaha o pečlivost a množství nedokonalostí nepřekračuje únosnou mez. Co se týče stránky jazykové, v některých pasážích jsem měl pocit, že se autor příliš inspiroval anglicky psanými zdroji. Projevilo se to jak na stylistice, kdy se mi místy text nečetl úplně příjemně, tak na nestandardní terminologii: jako příklady lze uvést „komplexitu množiny“ na stránce 12, „stupně svobody“ (degrees of freedom) v závěru nebo „bodový polyedr“ (pointed polyhedron). Konkrétní komentáře následují.

1. Výrazy specifikující vlastnosti proměnných se v práci ne vždy dobře čtou, zejména zavádí-li se nová proměnná uprostřed výrazu. Doporučuji psát tak, aby bylo vždy na první pohled jasné, který symbol je nový a o kterém výraz chce něco tvrdit. Např: „$\emptyset = I \subseteq [m]$“ „pro libovolné $0 < \gamma$“, nebo „$\forall\ 0 \leq \rho \in \mathbb{R}$“.
2. Výsledky v sekci 3.1:
   Definice 21 na straně 17 jako extremální body množiny Σ může vybrat i body, které leží striktně uvnitř Σ. Taková definice není rozumná ani intuitivní a předpokládám, že ani zamýšlená. Pozorování 3.1 a Lemma 3.2 jsou nicméně s touto definicí konzistentní. K problému dochází Věta 3.3, která zjevně neplatí. Např. pro systém s jednou proměnnou $[-1, 1]x \leq 0, x \leq 1, -x \leq 1$, kde jsou jako extremální body označeny $\Sigma_\partial = \{-1, 0, 1\}$ zatímco $\Sigma = [-1, 1]$ a topologická hranice Σ je $\{-1, 1\}$.
   Autor by mohl zkusit definici 21 a návazně i důkazy tvrzení 3.1 a 3.2 opravit.

3. Důkaz Lemmatu 3.2, první odrážka: kolize značení $s = \mathrm{sgn}(x)$ a $\cup_{s\in\{\pm1\}^n}$. Ve třetí odrážce pak další kolize, tentokrát pro symbol I.
4. Důkaz Lemmatu 3.4. lze výrazně zjednodušit použitím Caratheodóryho věty: R je konvexní z definice. Dokažme, že R je kužel. Mějme libovolné $x \in R$. Podle Caratheodóryho věty je x konvexní kombinací bodů $x_1, \dots, x_{n+1} \in R_{s_1}, \dots, R_{s_{n+1}}$. Pak bod ρx lze vyjádřit jako konvexní kombinaci bodů $\rho x_1, \dots, \rho x_{n+1}$, které zjevně jsou prvky $R_{s_1}, \dots, R_{s_{n+1}}$.
   Podobně lze zjednodušit i důkaz Lemmatu 3.5 a zřejmě i nějaká další tvrzení.
5. Třístránkový důkaz Lemmatu 3.5 obsahuje na konci odstavec shrnující hlavní myšlenky. Důkaz by se čtenáři lépe sledoval, kdyby toto shrnutí bylo na začátku. Nástin postupu důkazu by byl užitečný i u dalších důkazů, např. u Lemmatu 3.10.
   Strana 21, cca uprostřed: místo $\cup c_{s,i}$ lépe $\cup\{c_{s,i}\}$.
   Strana 22, druhá odrážka: tvrzení „můžeme pak vyjádřit $x_p = \dots$“ je nekorektní. Bylo by lepší jej vyslovit až po rozlišení případů v odrážkách, které po něm následují.
6. Lemma 3.10.:
   Pro platnost tvrzení ani pro důkaz není nutné, aby F byla minimální stěna. V libovolné F lze vybrat minimální F' a důkaz vést pro ni.
   Důkaz nepokrývá možnost, že $F = \mathbb{R}^n$. Pak totiž vznikají nejasnosti ohledně vlastností stěnové nadroviny pro F. Jde zřejmě o opomenutí podobného typu jako v sekci 3.1; zde je nicméně snadno řešitelné. V této souvislosti je také na místě poznamenat, že v práci jsou sice polyedry a jejich stěny pouze neprázdné množiny. Není ale vyloučeno, aby polyedr byl sám sobě stěnou, a z toho, jak jsou definované stěnové nadroviny, není zřejmé, zda je záměrem tenhle případ připustit. V práci by to zasloužilo komentář, v různých zdrojích se k nevlastním stěnám přistupuje různě.
   Důkaz lze významně zjednodušit, například pomocí dříve odvozeného vztahu $\overline{C} = \mathrm{conv}(\cup_{s\in\{\pm1\}^n}\cup_{i\in[n_s^c]}\{c_{s,i}\}) + \mathrm{conv}(\cup_{s\in\{\pm1\}^n} R_s)$. Pak lze vybrat body $c_{s,i}$ a neomezené směry v afinním prostoru, kde F leží, a sestavit z nich požadovanou stěnu nějakého P_s.
7. Str. 27, odstavec „Významný rozdíl od jednoduchých konvexních polyedrů ... “ je zavádějící. Pojem stěny polyedru byl definovaný jen pro konvexní polyedry. Pojem „jednoduchý polyedr“ (simple polyhedron) se navíc běžně používá pro polyedry s určitou konkrétní vlastností.
8. Str. 29, odstavec bezprostředně za obrázkem 3.5 říká, že „zatím nemáme lepší způsob, jak popsat uzávěr konvexního obalu, než projít všech až 2^n ortantů a testovat minimální stěny polyedrů P_s.“ Ani z dalšího textu ale není zřejmé, jak přesně výsledný popis $\overline{C}$ získat, jak by popis vůbec měl vypadat a jaké by měl mít vlastnosti.
9. Lemma 3.17. neplatí např. pro systém $x \leq 0$. Pak totiž $x = 0$ je vrcholem všech P_s a zároveň leží ve všech ortantech. Autor by mohl tvrzení modifikovat a dokázat, že platí „existuje jedinečný bod x takový, že x je vrcholem P_s a $x \in \mathbb{R}^n_s$.“
10. Věta 3.18: důkaz obsahuje argumenty jen pro platnost implikace, ne pro ekvivalenci. Odkaz na Lemma 3.9 má být 3.10.

Hodnocení implementační části práce nemá vzhledem k ryze teoretickému charakteru práce význam.

Celkové hodnocení	Výborně
Práci navrhuji na zvláštní ocenění	Ne

Datum Podpis