

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Coupling, transportní metrika a aplikace pro přibližné počítání

Autor: Rozálie Kluvancová

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

V práci autorka samostatně vyřeší úkol 14.13 z knihy “Markov chains and mixing times” od D. Levina a Y. Perese. Jako příprava na to cituje všechny definice a věty, které jsou potřebné pro tento úkol nebo s ním souvisí. Pro některé věty dává i důkazy, které poměrně přesně kopírují zdroj.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Jedná se o moderní téma. Náročnost je akorát pro bakalářskou práci.

Vlastní příspěvek. Vlastní příspěvek je sekce 4.5, která obsahuje vlastní řešení úkolu 14.13 z knihy. Ostatně jsou v citovaných důkazech občas přidány malé mezikroky. Podle úvodu jsou i opravené drobné chyby z knihy ale nenašel jsem informaci, o které chyby by se jednalo.

Matematická úroveň. Až na drobné nepřesnosti obsahuje práce rigorózně a korektně zformulovaný matematický text.

Práce se zdroji. Až na poslední sekci jsou důkazy poměrně otrocky přeložené z originálu. Občas je vynechaný detail nebo formulace jsou méně přesné než v originálu. Proto mi originální důkazy v knize připadaly často srozumitelnější než důkazy v práci. Přitom v originálních důkazech už je vynecháno docela dost detailů. Přestože některé věty i s důkazy jsou převzaty přesně z knihy, občas chybí informace, kde v knize lze najít odpovídající větu.

PŘIPOMÍNKY A OTÁZKY

1. Definice 7 není úplně přesná, protože předpoklady připouští případ, že $\mathcal{X}(x, v) = 0$ a potom podle definice celková pravděpodobnost je nula.
2. Následující tvrzení ze strany 6 je zavádějící: “Glauberova dynamika pro q -obarvení souvislého grafu je ... nerozložitelný, neboť se můžeme z každého obarvení dostat konečnou posloupností kroků do libovolného jiného obarvení.” Problém je v tom, že “Glauberova dynamika pro q -obarvení souvislého grafu” není dosud definována. Čtenář čeká, že to bude speciální případ Definice 7, kde π je uniformní rozdělení na množině všech přípustných obarvení a že autorka chtěla říct, že se můžeme z každého přípustného obarvení dostat konečnou posloupností kroků do libovolného jiného přípustného obarvení. Potom tvrzení je ale nepravdivé. Možná autorka opravdu myslí na případ, kde π je uniformní rozdělení na množině všech (ne nutně přípustných) obarvení. Potom je tvrzení sice pravdivé, ale zcela irelevantní.
3. Definice 7 není úplně přesná, protože není jasné, co se děje, když sousedící vrcholy w při obarvení x používají všechny q dostupné barvy. Tento problém nenastane za předpokladu, že $q > \Delta$, kde Δ značí maximální stupeň grafu. Ten předpoklad bude později v práci splněn, ale zde ještě obecně neplatí.
4. Na straně 8 autorka píše: “Ze vztahu (2.2) je již zřejmé, že vzdálenost v totální variaci je metrika na množině všech pravděpodobnostních rozdělení na prostoru X .” V bakalářské práci bych čekal podrobnější vysvětlení, proč je to zřejmé.

5. Pod Definicí 14 je věta: “Dále pro $\rho(x, y) = 1\{x \neq y\}$ platí $\rho_K(\mu, \nu) = \|\mu - \nu\|_{TV}$.” Zase bych v bakalářské práci čekal podrobnější vysvětlení, zvláště protože by tady bylo možné odkázat na tvrzení 7.
6. U věty 11 chybí informace, že to je Theorem 14.10 z knihy.
7. Důkaz věty 11 je poměrně otrocky přeložený z knihy. V knize čtenáři ale pomůže obrázek 14.3 z kterého je zřejmé, že pokud $|A_w(x)| = |A_w(y)|$, pak $A_w(x) = A_w(y)$, a pokud $|A_w(x)| < |A_w(y)|$, pak $A_w(x) \subset A_w(y)$ a rozdíl $A_w(y) \setminus A_w(x)$ obsahuje pouze jednu barvu. V bakalářské práci bych čekal, že se taková důležitá pozorování podrobně rozeberou. Naopak autorka důležitý obrázek vynechá a nenahradí textem. V důsledku důkaz v práci je poměrně nesrozumitelný.
8. Důkaz věty 11: “položíme $x(w) = U$ ” je poměrně nejasný překlad od “update the configuration x at w to U ”. Nezměníme definici x , ale definujeme dynamiku.
9. Důkaz věty 11: v originále je “The reader should check that this updates x at w to a color chosen uniformly from $A_w(x)$.” V bakalářské práci bych čekal, že se chybějící krok doplní. Ale autorka prostě píše: “Poté tedy rozdělení přebarvení w v x je rovnoměrné na množině $A_w(x)$.” Ví vůbec, proč to platí?
10. U věty 12 chybí informace, že to je Theorem 14.14 z knihy.
11. Ve výpočtu v důkazu lemmatu 13 je ve srovnání s knihou dodány pár mezikroků. Ale textová část je trochu méně jasná než v originálu. Hlavně není úplně jasné, co je to “krok” procesu Y .
12. V důkazu věty 12 je v knize lépe vysvětlené, proč W_k je odhad pro $|\mathcal{X}_{k-1}|/|\mathcal{X}_k|$. Důkaz v práci se soustředí jenom na potřebné vypočty ale tím se stává poměrně nepřehledný.
13. Důkaz věty 14 představuje hlavní vlastní příspěvek autorky. Jde o řešení úkolu 14.13 z knihy. Způsob, jak je důkaz napsán, spíš odpovídá řešení úkolu v testu než samostatnému důkazu, jak by měl vypadat v bakalářské práci. Pokud čtenář řešení už zná, může lehce ověřit, že text obsahuje všechny důležité kroky a dát plný počet bodů. Pokud čtenář řešení ještě nezná, narazí na to, že hlavní myšlenka důkazu není nikde jašně popsána. Tvrzení je, že existuje náhodná veličina W , která má jisté vlastnosti. Asi v třetině důkazu se vyskytne náhodná veličina W_k definována pomocí r , s , a f , jejichž definice se nachází v různých částech důkazu. Úplně na konci autorka píše, že důkaz dál běží jako v důkazu věty 12, z čeho si čtenář zřejmě má vyvodit, že W je součin W_k . Trochu má pomáhat poznámka, že naším cílem je odhadnout poměry $|\mathcal{X}_{k-1}|/|\mathcal{X}_k|$ pomocí části trajektorie $(X_t)_{t=0}^{\infty}$, a také (už mimo vlastní důkaz), poznámka na straně 23, že bude využít ergodický průměr, ale podle mé chuti je to nedostačující.

ZÁVĚR

Práci považuji za podprůměrnou ale doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

Jan M. Swart

Ústav teorie informace a automatizace AV ČR, v.v.i.

24 srpna 2023.