Univerzita Karlova

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Pojmotvorný proces v geometrii prostřednictvím hry SOVA

Concpet building process in geometry using the game OWL

Tereza Gandžalová

Vedoucí práce: doc. RNDr. Darina Jirotková, Ph.D.

Studijní program: Učitelství pro základní školy (M7503)

Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň základní školy (7503T047)

2023

Odevzdáním této diplomové práce na téma pojmotvorný proces v geometrii prostřednictvím hry Sova potvrzuji, že jsem ji vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně, za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Praha, 10. 7. 2023

ABSTRAKT

Hlavním tématem této práce je pojmotvorný proces v oblasti geometrie, konkrétněji proces poznávání žáků geometrických objektů během didaktické hry Sova. Výzkum práce je zaměřen na žáky mladšího školního věku 9–11 let. Cílem práce je zmapování představ žáků o geometrických objektech, jejich průvodních jevech a vztazích mezi nimi prostřednictvím experimentů, jejichž nástrojem je hra Sova a její modifikace. Didaktická hra Sova je podrobně popsána v teoretické části práce. Zde jsou rovněž uvedeny teoretická východiska pro koncepci experimentů a analýzu žákovských diskuzí a jsou vymezeny pojmy užívané v praktické části. Mezi tato východiska se řadí termíny *pojem* a *pojmotvorný proces*, etapy vývoje geometrického jazyka, teorie úrovní porozumění a teorie generického modelu, a v neposlední řadě také úrovně geometrického myšlení autora Van Hieleho. V praktické části se soustředím na popis metodologie a charakteristiku jak celkové skupiny, tak i jednotlivých žáků v ní. Mimoto je součástí práce rozpis plánu aktivit každého experimentu s jejich očekávanými výstupy každé ze skupin. Následují realizace experimentů, jejich evidence a analýza. V závěru práce se zaměřuji na shrnutí celé práce, hodnotím míru naplnění všech zvolených cílů, mým posunem, který byl naplněn splněním úkolu a návrhem možností pro další případný výzkum.

KLÍČOVÁ SLOVA

pojmotvorný proces v geometrii, vývoj geometrického jazyka, didaktická hra, hra Sova, analýza prací žáků, komunikace

ABSTRACT

The main topic of this thesis is the conceptual process in the field of geometry, more specifically the process of pupils' cognition of geometric objects during the didactic game Owl. The research of the thesis is focused on pupils of younger school age 9-11 years old. The aim of the thesis is to map pupils' ideas about geometric objects, their accompanying phenomena and relations between them through experiments, the tool of which is the Owl game and its modifications. The didactic game Owl is described in detail in the theoretical part of the thesis. Here, the theoretical background for the design of the experiments and the analysis of the pupils' discussions are also presented and the terms used in the practical part are defined. These backgrounds include the terms concept and conceptual process, the stages of development of geometric language, the theory of levels of understanding and the theory of generic model, and last but not least the levels of geometric thinking of the author Van Hiele. In the practical part, I focus on the description of the methodology and the characteristics of both the overall group and the individual pupils in it. Besides, the paper includes a breakdown of the activity plan of each experiment with their expected outcomes for each group. This is followed by the implementation of the experiments, their recording and analysis. At the end of the thesis, I focus on a summary of the whole work, evaluating the degree to which all the chosen objectives were met, my progress in completing the task and suggesting possibilities for further research if necessary.

KEYWORDS

conceptual process in geometry, development of geometric language, didactic game, Owl game, analysis of pupils' work, communication

Obsah

Úvod ... 6

I. Teoretická část ... 8

1 Pojetí výuky matematiky ... 8

1.1 Transmisivní pojetí výuky v matematice ... 8

1.2 Konstruktivistické pojetí výuky matematiky ... 9

2 Pojem, pojmotvorný proces ... 12

2.1 Pojem ... 12

2.2 Pojmotvorný proces ... 13

2.3 Problémy při pojmotvorném procesu ... 15

2.4 Etapizace jazyka v matematice ... 17

2.5 Teorie proceptu ... 18

2.6 Teorie generického modelu ... 20

2.7 Úrovně geometrického myšlení ... 24

3 Hra ... 26

3.1 Vymezení pojmu hra ... 26

3.2 Dělení her ... 27

3.3 Didaktická hra ... 27

3.3.1 Druhy didaktických her ... 29

3.3.2 Didaktická hra Sova ... 31

II. Praktická část ... 33

4 Formulace problému, cíl výzkumu ... 33

5 Metodologie výzkumu ... 35

5.1 Popis skupiny A ... 35

5.2 Popis skupiny B ... 38

6 Popis aktivit vykonávaných s žáky ... 40

6.1 Popis plánovaných aktivit pro I. a II. experiment ... 40

6.2 Popis plánu aktivit pro III. a IV. experiment ... 44

6.3 Popis plánu aktivit pro V. a VI. experiment ... 48

6.4 Popis rozhovoru po dokončení experimentů ... 51

7 Průběh experimentů a jejich reflexe ... 55

7.1 Pilotní experiment a moje zjištění ... 55

7.2 Experimenty proběhlé ve skupině A ... 57

7.2.1 I. experiment ... 57

7.2.2 IV. experiment ... 64

7.2.3 V. experiment ... 67

7.2.4 Rozhovor s dotazníkem ... 71

7.2.5 Zhodnocení všech experimentů ... 74

7.3 Experimenty proběhlé ve skupině B ... 75

7.3.1 II. experiment ... 75

7.3.2 III. experiment ... 81

7.3.3 VI. experiment ... 87

7.3.4 Rozhovor s dotazníkem ... 90

7.3.5 Zhodnocení všech experimentů ... 94

Závěr ... 96

Seznam použitých informačních zdrojů ... 98

Úvod

Když jsem se rozmýšlela, pod jakou katedrou bych chtěla psát svou diplomovou práci, měla jsem téměř hned jasno: vybrala jsem si katedru matematiky a didaktiky matematiky. Za téma práce jsem si zvolila proces tvorby pojmů v geometrii, které budu zkoumat prostřednictvím didaktické hry Sova.

Matematika byla mou vášní již od útlého věku, vždy se mi na ní líbilo, jak se nad vším mohu zamyslet, a ve většině případů jsem se nemusela učit nic pouze nazpaměť, ačkoliv jsem byla ve škole vyučována tradičním způsobem, kde jsem se učila postupy, jak vypočítat dané úlohy. Naštěstí mě to neodradilo a častokrát jsem si doma zkoušela na vše přijít sama, nebo s dohledem mé matky. Díky tomu jsem poté ve většině případů neměla problém na něco přijít nebo něco spočítat. Problémovější oblastí u mě bývala geometrie, kterou jsem si oblíbila převážně až tady na vysoké škole. Myslím si, že tento zlom nastal z toho důvodu, že jsem se nemusela učit vzorce nazpaměť, ale byla jsem naváděna k tomu, jak si na ně sama mohu přijít. Tato dopomoc mi v základní i střední škole scházela a sama jsem nevěděla, jak na to. Což je pravděpodobně i důvod, proč mě tato oblast lákala k rozebírání a popisování v diplomové práci.

K volbě samotného tématu byla má cesta o něco delší. Když jsem přemýšlela nad vhodným tématem, které bych chtěla nyní zpracovávat, vzpomněla jsem si na dobu, kdy jsem byla v prvním ročníku, kde jsem měla příležitost se spolužačkou zkoumat pojmotvorný proces v geometrii u žáků druhých tříd. Jedním z nástrojů zkoumání byla právě didaktická hra Sova, která byla i jednou z prvních „látek“, se kterou jsem se zde v matematice setkala. U ní mi přišlo vždy zajímavé, jak jednoduše lze díky ní do mysli získávat nové otázky a pojmy. Vzhledem k tomu, že jsem viděla, jaký posun jsem udělala já, začalo mě zajímat, jak to může vypadat u žáků, zda je bude geometrie touto formou bavit a budou mít radost z toho, že se ji mohou učit. Věřím také, že se mi toto zjištění bude hodit i v mé budoucí profesi.

V teoretické části se zaměřuji na témata, která využívám v praktické části, a snažím se o jejich propojení. Způsob, s jakým budu se žáky pracovat, je konstruktivistický, proto jsem se rozhodla na úvod teoretické části zařadit způsoby pojetí výuky, konstruktivistický a transmisivní, kterým jsem byla v základní škole vyučována já. Hlavním tématem mé diplomové práce je pojmotvorný proces, kterému věnuji i zde největší pozornost. Popisuji zde termíny *pojem* a *pojmotvorný proces*, poté se zabývám etapami vývoje jazyka v geometrii, některé z nich jsem měla možnost odhalit v uskutečněných experimentech. Posledním tématem, jímž se v této části zabývám, je vymezení hry, díky kterému si mohu ověřit, že Sova je skutečně didaktickou hrou.

Praktickou část jsem rozdělila do několika kapitol tak, aby bylo možné se v ní co nejjednodušeji orientovat. Nejdříve se zabývám formulací problému, cílů výzkumu a metodologií, ve které v krátkosti charakterizuji skupiny i jednotlivé žáky, s nimiž budou probíhat experimenty. Poté se již přesouvám k popisu plánu experimentů, reflexi jejich průběhu a výsledkům, ke kterým žáci došli.

Jednou z posledních částí je závěr, ve kterém shrnuji, co jsem udělala, vyhodnocuji, nakolik se mi podařilo splnit stanovené cíle, uvažuji nad tím, co mi psaní diplomové práce přineslo, a navrhuji taktéž náměty na další výzkum.

Cíle diplomové práce jsou:

- Pomocí odborné literatury si ujasnit proces tvorby pojmů.
- Proniknout do představ žáků a na základě analýzy poznat, jak žáci přemýšlí o geometrických objektech a co o nich již vědí.
- Sledovat, zda a jak se vyvíjí jazyk žáků.

Způsobem naplnění stanovených cílů bude jednak studium odborné literatury, která poskytuje východisko pro vysvětlení jednotlivých jevů, následně série připravených experimentů, které budu reflektovat, analyzovat a hodnotit.

I. Teoretická část

1 Pojetí výuky matematiky

V následující kapitole se zabývám dvěma polaritními přístupy k výuce matematiky, transmisivním a konstruktivistickým[1].

Rapidně měnící se požadavky nové doby je třeba zohledňovat při vzdělávání i výchově žáků. Proto se i já budu zaměřovat na vyučování orientované na rozvoj osobnosti žáka, jeho tvořivost a schopnosti kritického myšlení. Považuji to pravděpodobně za nejdůležitější, co bude žák ve svém produktivním životě potřebovat. Jsem přesvědčena, že matematika dává prostor k rozvoji všech těchto schopností.

1.1 Transmisivní pojetí výuky v matematice

Hejný a Kuřina (2009) ve své publikaci popisují transmisivní vyučování jako vzdělávání, které je orientováno na tzv. transmisi neboli přenosu informací z učebnice, nebo učitelovy mysli do paměti žáků. Tento směr autoři nepovažují za optimální, a to především proto, že jeho podstata nespočívá v žákovském porozumění informacím, nýbrž v zapamatování si faktů a výsledků. Takové učení se může podílet na rozvoji paměti, avšak jednak nekultivuje myšlení, také předkládá minimální podněty, které by u žáků rozvíjely tvořivost. Takové přístupy jsou podle autorů (Hejný a Kuřina 2009, s. 193) „*úrodnou půdou pro formalismus ve vzdělávání*“.

Formální znalost je označena (Stehlíková, 2007) jako nějaké vzorce či definice v mysli žáka, kterým ten ovšem nerozumí, a nedokáže je tudíž použít. Jejím protipólem je znalost skutečná.

V jiné publikaci (Molnár a kol., 2008) nalezneme popis pojetí transmisivního vyučování jako výuky, ve které se učitel zaměřuje především na výkony žáků namísto rozvoje jejich osobností. Učitel tedy předává již hotové znalosti, které má žák přijmout a uložit je do své paměti, bez nutnosti propojit si je se znalostmi, které již má. V tomto případě je žák pouze pasivním příjemcem. To je v příkrém rozporu s procesem přirozeného poznávání, ve kterém si jedinec odmalička buduje vlastní vnitřní svět, jenž je tvořen

[1] V některých literaturách jako konstruktivní, já používám konstruktivistické.

na základě vlastních zkušeností. Autoři zmiňují dílo Cachové (2003) a dodávají, že způsob výkladu, který je transmisivní a má charakter instrukce, se nazývá *instruktivní*.

V obou těchto literárních zdrojích se autoři shodují na transmisi hotových myšlenek a malém důrazu na aktivitu žáka, která pro něj není přirozená.

1.2 Konstruktivistické pojetí výuky matematiky

V pedagogickém slovníku (Průcha a kol., 2003) je pro konstruktivismus hlavní složkou aktivní poznávání žáků společně s jejich vnitřními předpoklady. V publikaci Stehlíkové (2007) se uvádí, že navíc na vlastní konstrukci znalostí se kladl důraz již za dob Sokratových, který svým studentům kladl otázky, jež vedly k hlubšímu zamyšlení, a které by je měly vést k novému poznání. Interaktivní pedagogický styl je tedy zakořeněn hluboko v naší mysli a jeho změna je náročná.

Autory Hejným a Kuřinou (2000) je konstruktivistické vyučování chápáno jako přístup k poznání, ve kterém subjekt přistupuje k aktivnímu vytváření vlastního myšlenkového světa a zároveň rozvíjí vlastní zkušenosti i představy, a to díky příznivému prostředí, ve kterém se nachází, a zároveň také na základě vhodných stimulů. Stimuly rozumíme problémy, které se vyskytly v praxi nebo v teorii, zajímavé otázky, výsledky ad. Autoři ve svém díle dále popisují čtyři podmínky k uplatňování kosntruktivistických přístupů:

1) *Dovést učitele k přesvědčení o účelnosti konstruktivistických přístupů ve vzdělávání.* Což neznamená, že učitel bude o konstruktivismu pouze vědět a bude mít znalosti, jak jej teoreticky učit, ale bude muset tomu i věřit, což znamená si to vyzkoušet, protože dokud si to nevyzkouší, nemohou tomu věřit.
2) *Změnit postupně systém hodnocení žáků podle formálně naučených řešení typovaných úloh na systém hodnocení podle úrovně porozumění učivu.*
3) *Vytvářet ve školách vhodné podmínky pro klidnou práci. Atmosféra tvořivé činnosti místo uspěchaného plnění úkolů.*
4) *Konstruktivistické vyučování vyžaduje zaujetí pro vzdělávání a aktivitu žáků. To je možné jen v atmosféře radosti, klidu a pohody.*

(Hejný a Kuřina 2000, s. 49)

Autorka Murphyová (1997) se také zabývala konstruktivismem a ve svém díle shrnuje znaky charakteristické pro konstruktivisticky pojaté vyučování. Učení je orientováno na žáka, který hraje hlavní roli a je ve výuce aktivním subjektem, u něhož je důležitá konstrukce znalostí namísto jejich reprodukce. V takto zaměřené výuce je chyba brána jako vstup pro diskuzi a zároveň umožní vhled do předchozích znalostí dítěte. Významnou roli hraje samozřejmě také učitel, který je především v roli mentora a žáka provází, nikoliv přikazuje a přehnaně kontroluje.

Hejný a Kuřina (2009, s. 194-195) popsali desatero zásad konstruktivismu, mezi něž patří:

1. *Aktivita*. Během vyučování matematiky není důležitý pouze výsledek, ale celý průběh hodiny, ve které vystupuje specifická aktivita jedinců.
2. *Řešení úloh*. Během hodiny se žáci aktivně podílí na několika aktivitách, kterými mohou být hledání souvislostí mezi jednotlivými úlohami/objekty, dále řešení úloh a problémů, vytváření si pojmů, zobecňování tvrzení a jejich následné dokazování před učitelem a spolužáky.
3. *Konstrukce poznatků*. Žáci si musí sami vytvořit poznatky, jež se stávají individuálními konstrukty. Matematické poznatky nelze přenášet, přenos může v matematice nastat pouze informační.
4. *Zkušenosti*. Každý by měl mít možnost nabývat ve škole zkušenosti, například experimentováním. Zkušenosti ovlivňují předchozí bod, kterým je konstrukce poznatků, jelikož se během něj žáci opírají o znalosti, které již mají ve svém vědomí, převážně z kontaktu s realitou.
5. *Podnětné prostředí*. Základ pro konstruktivistickou výuku matematiky je vytvořit prostředí, jež bude žáky podněcovat ve tvořivosti.
6. *Interakc*e. K vytváření poznatků může pozitivně přispívat i sociální interakce ve třídě, tou mohou být různé diskuze, argumentace, srovnávání výsledků a další.
7. *Reprezentace a strukturování*. Reprezentace a strukturální budování světa matematiky charakterizuje konstruktivní přístup k výuce matematiky.
8. *Komunikace*. Ve výuce matematiky má velký význam k vytváření si různých jazyků matematiky, kterými mohou být neverbální vyjadřování nebo také matematická symbolika.

9. *Vzdělávací proces*. Hodnocení vzdělávacího procesu v matematice je bráno ze tří hledisek, jimiž jsou porozumění v matematice, zvládnutí matematického řemesla a aplikace matematiky.
10. *Formální poznání*. Zahrnuje transmisivní a instruktivní vyučování, není vhodné, protože v lepším případě dojde k reprodukci, obvykle poté ovšem dochází k rychlému zapomenutí či netriviálnímu využití.

Další autor, který se zabýval konstruktivismem, konkrétně genetickým, tvrdí, že vyučování matematiky lze z hlediska kognice chápat jako úsilí o navození kognitivních změn. Ty rozdělil do čtyř skupin, na idealizaci, reprezentaci, objektaci a reformulaci. Genetický konstruktivismus je podle něj založený na osvojování si matematického obsahu na základě reprezentací v různých didaktických prostředích. Různými prostředími můžeme v žácích budovat matematický jazyk postupně a v blízké návaznosti na běžný jazyk.

Hlavními myšlenkami všech těchto autorů je dovést žáky k aktivnímu vytváření znalostí za pomoci učitele, který konstruuje takové úlohy, jež mu v tomto procesu pomůžou. Další důležitou myšlenkou autorů je spolupráce mezi spolužáky, která vede k vyjasňování jevů a rozvoji formulace různých termínů.

2 Pojem, pojmotvorný proces

V této kapitole se zaměřím na postup budování si představ. Má-li si totiž dítě vybudovat představy o pojmech, má jim rozumět a umět je aktivně propojovat s dalšími poznatky, potom musím vědět, jak probíhá pojmotvorný proces, a znát jeho teorii. To abych věděla, co se děje v hlavě dítěte, když se učí.

2.1 Pojem

Pedagogický slovník definuje pojem jako „*zobecněnou představou o něčem, vyjádřenou jedním či více výrazy přirozeného nebo formálního jazyka*“ (Průcha a kol. 2003, s. 168). Pojmy se v oblasti vědy častokrát definují také jako termíny, jež jsou základem teorií.

Mikesková ve svém článku píše, že pojem je nenázorný, vzhledem k tomu, že je pouze myšlenkovým odrazem věcí a jevů, jež jsou skutečné. V pojmech se vyskytují i termíny, které si nedokážeme představit. V jejich představení nám může bránit jednak neznalost použitých slov, jednak též obecné pojmy, jako například *rostlina.*

Pojmy můžeme rozdělit na obecné a jedinečné, mezi obecnými pojmy se vyskytují termíny, které se vážou na více věcí a jevů podobného charakteru. Jedinečné pojmy se vztahují k jednotlivým věcem a jevům. Dále také dělíme pojmy na abstraktní (vlastnosti věcí a jevů) a konkrétní (věci a jevy).

Jedním z cílů vyučování je osvojování si i takových pojmů, které jsou závislé na operačním myšlení. Tedy myšlení takovém, při němž musí žák provést několik různých operací, nebo také činností, aby dospěl k uchopení pojmu. Podle Jirotkové (2010) je třeba budovat porozumění každému pojmu v posloupnosti čtyř na sebe navazujících fází:

1. *Informace* = první fáze, kdy se s pojmem jedinec teprve setkává a snaží se mu porozumět. Pro první fázi je velmi podstatná motivace, tedy zájem o danou aktivitu.
2. *Schéma* = druhá fáze, ve které jsou tři etapy vývoje. Nejprve pomocí manipulativní činnosti dochází k vytváření izolovaných modelů pojmů a je doprovázena metaforickým jazykem. Postupně ubývá manipulace a zvyšuje se imaginace. Současně se pomalu mění i metaforický jazyk na jazyk geometrický. Ke konci fáze pak dochází k systematickému budování schémat.

3. *Strukturace* = třetí fáze, jež se zlehka protíná s poslední etapou fáze druhé. Spočívá v uchopení vazeb a pravidelností. Jedinec zde je schopen popisu situace pouze pomocí slov a znaků, bez použití obrázků. Na konci strukturace žák/student poprvé vytvoří a zapíše důkaz tvrzení.
4. *Struktura* = čtvrtá a poslední z fází. Je to konečný stav, ke kterému dojde proces strukturace.

Stejně jako Jirotková, i Hejný (2009) se přiklání k tvorbě představ o matematických pojmech na základě kontaktu dítěte s realitou svého světa, na jeho dřívější zkušenosti. Tvrdí, že dítě poznává svět na základě řešení aktuálních konfliktů, s nimiž se právě potýká. Pro děti je důležité poznávání všemi smysly, v sociálních skupinách, kde se hojně využívá komunikace k vyjasnění, čímž se i učí.

2.2 Pojmotvorný proces

Poznávací proces je v pedagogickém slovníku (Průcha a kol. 2003) popisován jako *„soubor procesů, jimiž člověk poznává sám sebe a okolní svět. Poznávací procesy jsou z hlediska pedagogického důležité, protože tvoří podstatu učení a jsou součástí intelektuálního vývoje aj.“*.

Pojmotvorným procesem se zabývala řada psychologů, didaktiků i různých badatelů v oblasti didaktiky a různě jej formulují, všechny tyto teorie však vycházejí z Vygotského, Piageta, akorát to různě etapizují a ty etapy nazývají různě.

Pojmotvorný proces je označení pro vyvozování, vytváření pojmu ve vědomí člověka. Hejný a Rybárová (1990) jej označují za dlouhodobý a složitý proces a vyzdvihují tři důležité myšlenky závěrů Vygotského, Piageta a Garperina. První myšlenkou je možnost analýzy pojmotvorného procesu pouze jako součásti celkového rozvoje psychické struktury jedince. Druhou je, že vznik a přetváření pojmu v lidském vědomí probíhá jako důsledek aktivní činnosti, jejíž pomocí se pojem přeměňuje a zvnitřňuje. Poslední myšlenkou je vhodnost rozložení pojmotvorného procesu na několik na sebe navazujících etap. Vzhledem k tomu, že je pojmotvorný proces posloupností kvalitativních změn abstrakční hladiny, rozložili jej na čtyři etapy podle změn představ.

1. Etapa *synkretických představ*. V této etapě jsou vyčleněny představy životních zážitků, jež se asociují s budoucím pojmem. Zatím však ještě nedochází

k výraznému třídění, a není zde tak rozlišení v představách, činnostech ani ve slovníku.

2. Etapa *předmětných představ*. Zde již dochází k rozlišování pojmů, avšak je stále spojen s konkrétními předměty, jevy světa. Pro tuto etapu je velmi podstatná manipulace.
3. Etapa *intuitivně-abstraktních představ*. Postupné oproštění od spojení s konkrétními předměty k vytváření abstraktních představ. Manipulace jsou nahrazovány myšlenkovými operacemi.
4. Etapa *strukturálních představ*. Abstraktně idealizovaný pojem se stává souborem axiomatické teorie.

Tyto etapy se v průběhu prolínají, člověk nemůže jednoduše označkovat jedince, že je ve druhé etapě, tedy předmětných představ, jelikož různé pojmy mohou být u jedince v různých etapách.

Jedním z nejdůležitějších úkolů učitele matematiky je vytváření a průběžné používání matematických představ a pojmů, které by měly být správné a trvalé, společně se schopností řešit matematické úlohy (Luhan, 1990). Autor dělí pojmotvorný proces do pěti fází:

1. *Motivace* – učitel by měl u žáků nejprve pomocí motivace vytvářet vnitřně laděný citový vztah k předkládanému konfliktu a probouzet v dětech touhu poznávat.
2. *Představa* – volně navazující na první fázi. Žák během toho získává již konkrétní obrazy toho, co na něj během motivace působilo. Mohou to být obrazy předmětů, jevů nebo problémů.
3. *Pojem* – je to *„forma myšlení, která odráží podstatné vlastnosti, znaky předmětů a jevů. Na rozdíl od představy je názorný, abstraktní, je hlubším obrazem skutečnosti, může zachytit i to, co se vymyká představám“* (Luhan, 1990, s. 95).
4. *Definice* – spojení slov většinou do věty, podle něhož se můžeme rozhodnout, zda jistý prvek náleží do rozsahu daného pojmu. Tím, že žák zvládne definovat určitý pojem, jeho cesta pojmotvorného učení ještě nekončí.
5. *Osvojení si a zobecnění pojmu* – začleňování pojmů a následné rozšiřování jejich obsahu.

Rozdělení podle Luhana (1990) a Hejnýho s Rybárovou (1990) si jsou v mnoha ohledech velice podobná, místy dokonce shodná. Tito autoři vyzdvihují důležitost motivace, na kterou se vážou další fáze utváření a upevňování si pojmů. Autorská díla těchto autorů se liší v počtu rozdělení, Luhan uvádí o jednu fázi více, konkrétně by to byla definice, kterou bychom mohli v případě Hejného a Rybárové přiřadit zčásti k intuitivně-abstraktní etapě a zčásti ke strukturální. Poněkud odlišné dělení mají Gábor a Križalkovič (1989), již člení utváření pojmotvorného procesu v matematice na:

- *analýzu* – jde o metodu, při níž zjišťujeme vlastnosti a znaky objektů pomocí rozkládání na základní prvky,
- *syntézu* – jedná se o metodu sjednocování a objevování vzájemných vztahů jednotlivých vlastností, které byly během analýzy rozloženy,
- *abstrakci* – myšlenkový proces, ve kterém se zaměřuje na „podstatné“ znaky, které se snažíme upevňovat. Tyto znaky poznáme podle toho, že se odlišují od ostatních, od kterých abstrahujeme,
- *zevšeobecnění* – je to přechod, při kterém se naše zkoumání orientuje od množiny objektů ke sledování její nadmnožiny.

Z toho u abstrakce a zevšeobecnění se tito autoři myšlenkově poměrně shodují se zbylými autory, které jsem výše uváděla.

2.3 Problémy při pojmotvorném procesu

Problém může nastat, pokud jedinec nedosáhne dostatečné předmětné představy, nebo žák nedojde postupně ke všem etapám, poté se žák naučí formu, název předmětu a jevu, avšak podstata a obsah zůstanou skryté, nepochopené. Učení se pojmů nazpaměť má podle Hejného a Rybárové (1990) tři vážné negativní důsledky, a to nejen vzdělávacího charakteru, nýbrž i charakteru výchovného.

1. *Nedostatkem je komunikační nedorozumění učitele s žákem*. V tomto případě učitel nemusí správně odhadnout úroveň uchopeného pojmu a při výkladu využívá pojmy, jež nejsou žákům srozumitelné. Často pak následuje rychlá psychická únava a útlum.
2. *Nedostatkem je strategická dezinformace žáka*. Žák se po špatné zkušenosti s nepřesnou reprodukcí učiva cítí frustrován a přiklání se k co nejpřesnějšímu

verbalismu, což učitel považuje za naučení látky, a žák nevědomky přebírá takové hodnocení, ačkoliv v hloubi duše cítí, že pojmu nerozumí.

3. *Nedostatkem je světonázorová dezinformace*. Verbální znalosti se neopírají o životní zkušenosti, a proto nejsou součástí poznatkové struktury jedinců.

Luhan (1990, s. 114–117) ve svém díle uvádí několik zásad a problémů při pojmotvorném procesu:

1) *Motivace*. Během motivace je nejprve důležité, aby žákům byly předkládány předměty/modely, které znají z reálného života, nebo je dokonce mohou vidět kolem sebe.
2) *Předcházení chybným představám*. Učitel by měl vznášet více příkladů, aby co nejvíce eliminoval nejčastější chyby. Žáci mohou dělat chyby při abstrakci, kdy například zobecní objekt podle vlastností, které nemá. Další chyba spočívá v uznání neobvyklého objektu za známý, nebo také v přenosu vlastností z objektu na objekt.
3) *Pojem a soustava pojmů*. K trvalosti systému pojmů je potřeba neustálého prohlubování pojmů ve vědomí a jejich propojování s novými na základě podobností.
4) *Uvědomělé osvojování si pojmů, definic*. Důležitost má pro žáky přirozená cesta poznávání, během které se žáci učí samostatně definovat pojmy. Učitel je na této cestě vede a vytváří podměty.
5) *Definice a jejich propedeutika*. Učitel by v nižších třídách ještě neměl používat termín *definice*, ten je zaváděn až později. Místo toho se učitel dotazuje, co určité objekty jsou a jaké vlastnosti mají.
6) *Formulace*. Učitel učí žáky správnému vyjadřování pomocí aktivní účasti všech dětí při formulování jejich názorů, je potřeba, aby žákovské znalosti definic byly uvědomělé, ne pouze mechanicky naučené.
7) *Definice nadbytečná*. Většinou bývají používány z didaktických důvodů, někdy totiž mohou žákům pomoci k uchopení objektů.
8) *Definice široká*. Charakterizuje ji malý počet znaků, je považována za nesprávnou, jelikož neobsahuje dostatečné podmínky k uplatnění. Autor

Luhan (Luhan, 1990, s. 116) uvádí příklad: „*pravidelný šestiúhelník je rovinný obrazec, který je omezen šesti shodnými úsečkami*“.

9) *Definice úzká*. Je opakem široké, rozsah pojmu je užší než toho, který je správně definován.

10) *Rozšiřování pojmu*. Jedná se o postupné zavádění přesných definic u některých pojmů.

11) *Existence definovaného pojmu*. Předpokládáme existenci pojmu během jeho definování.

2.4 Etapizace jazyka v matematice

Etapizace jazyka autorky Jirotkové (2010) je popisována především na průběhu vytváření pojmů při vytváření sítí krychle. Dělení etap je však psáno tak, že by mohla být zobecněna pro více témat, jež se vyskytují v geometrii, která má vizuální a manipulativní charakter. Tvorbou geometrických pojmů se zabývám i v praktické části. Etapa rozvoje jazyka je v geometrii obzvláště důležitá. Geometrický jazyk je poměrně náročný a je důležitý pro rozvoj komunikace, porozumění a myšlení.

Jirotková (2010) poukazuje na spjatost vývoje představ žáka s vývojem jazyka i s celkovým vývojem žáka. Tato autorka (Jirotková, 2010, s. 108), stejně jako Hejný (v Stehlíková, 2007), „*poukazuje na význam slovního doprovodu manipulativní činnosti dítěte*“. Autorka ve své knize uvádí sedm etap slovního doprovodu geometrické činnosti. V knize je popsána také nultá etapa, jež není mezi etapy vývoje zahrnuta. Mezi jednotlivými etapami je velmi úzká hranice a některé se mohou částečně protínat.

0. *Etapa beze slova*. Je charakterizována samostatnou prací bez jakéhokoliv komentáře k tomu, co právě dělá. Informace, které během aktivity získá, můžeme nazývat poznáním v činnosti.

1. *Etapa slovesného slovního doprovodu*. Během aktivit žák nahrazuje podstatná jména ukazovacími zájmeny a největší přínos informací zprostředkovávají slovesa, případně to mohou být i přídavná jména. Abychom informacím porozuměli, musíme znát kontext situace.

2. *Etapa metaforického jazyka*. Žák používá metaforického popisu, jenž vzniká na základě podobnosti s tím, co již zná. Tento popis může jedincům pomoci

s nacházením souvislostí. Avšak má také negativa, jako například nepřesnost a vázanost na kontext, čímž může docházet k nedorozumění mezi ostatními.

3. *Etapa upřesňování metaforického jazyka*. Konflikt, který vzniká z nepřesnosti metaforického jazyka, vyvolá potřebu jeho upřesnění, čímž se zároveň upřesňují i představy o daném pojmu a dochází k postupnému budování a upevňování vznikajících termínů.
4. *Etapa nástupu matematického jazyka*. Postupný přechod z metaforického popisu k matematickému může trvat u každého jedince různě dlouho. K tomu, aby byl přechod pro každého jednotlivce snadný a bezproblémový, je podstatná individualizace jazyka učitele.
5. *Etapa nástupu znakového systému*. Po nástupu matematického jazyka vyvstává potřeba zavedení a využívání některých ikonických znaků. Žáci si během této etapy někdy vytváří své vlastní znaky geometrických objektů nebo vztahů mezi nimi.
6. *Etapa matematické terminologie a znakového systému*. Používání metaforického jazyka se přesouvá do pozadí a je využíván pouze zřídka. Naopak je kladen jistý důraz na využívání znaků, a především jednoznačnou interpretaci každého matematického termínu. Precizace jazyka s sebou může přinášet určité překážky, může se jednat o menší srozumitelnost a větší mentální zátěž. Jirotková uvádí, že „*proces snahy o precizaci terminologie přináší přinejmenším dvě pozitiva. Jedním je urychlení kultivace abstraktního myšlení žáků. Druhým pozitivem je iniciace procesu strukturace, který pomocí vhodných úloh vzájemně provazuje schémata dříve oddělená*“ (Jirotková, 2010, s. 112).
7. *Etapa axiomatizace*. Zahrnuje vybudování jazyka, jenž popíše strukturu důsledně axiomaticky. Této etapy dosáhnou nejčastěji vysokoškolští studenti, již měli už na střední škole příležitost přemýšlet o problematice.

2.5 Teorie proceptu

Procept je označení úrovně porozumění, které definovali angličtí autoři Tall a Gray (1994) jako spojení dvou termínů – *proces* a *koncept*. Hejný (2000) líčí, že tato dvě slova popisují dva způsoby, jimiž se naše vědomí orientuje při percepci jevů z reálného světa, osvojuje si z vědomí pojmy, vztahy a situace, ty hierarchizuje a přizpůsobuje ve své dlouhodobé paměti a dále s nimi pracuje. Gray a Tall tvrdí, že dualita procesu s konceptem vyvstává v momentě, kdy se stejný znakový systém používá jako proces i jeho produkt. Vymezení pojmu rozšířili ještě o to, že „*se skládá ze souboru elementárních proceptů, které mají stejný objekt*“ (Gray a Tall, 1994 z Jirotková, 2010, s. 121).

Z definice, kterou autoři zpracovali, zjistíme, že se mluví o dvou vrstvách proceptu – o elementární a obecné vrstvě. Jirotková (2010) ve svém díle uvádí, že základní stavební kámen struktury pojmu *procept* je tzv. *elementární procept*. V případě, že budeme mít soubor těchto proceptů se stejným objektem, vytvoří tzv. *procept vyššího řádu*. Hejný (v Stehlíková, 2007) uvádí, že organizace proceptu je několikavrstvá, např. u proceptu zaměnitelnost sčítání mohou být vytvořeny až čtyři vrstvy.

Vzhledem k tomu, že angličtí autoři Tall a Gray zavedli a vymezili pojem pouze v oblasti aritmetiky, pokusili se někteří autoři tento termín přenést i do oblasti geometrie. Jedním z autorů, již se o toto vymezení v geometrii pokusili, je Hejný (2000). V tomto díle autor popisuje aritmetický proces jako říkanku čísel jdoucích za sebou a následuje uchopení konceptu, jímž je již samotné číslo (např. tři). V geometrii je to opačně, nejdříve dítě vnímá koncept, jímž může být třeba kostka stavebnice, následně začíná evidence procesu, který by mohl v tomto případě zaznamenávat, jak se chovají kostky při sestavování.

Hejný (2000) i Jirotková (2010) ve svých dílech uvádí, že lze vyzkoumat dva způsoby uchopení úlohy. Jeden je konceptuální, ve kterém nebylo tolik úspěšných řešitelů, jako tomu bylo při využití druhého způsobu, který je procesuální, kde muselo dojít k převedení úlohy, jež byla zadána konceptuálně, do procesu. Tehdy byl jeden jev uložen jako procept. „*Myšlenku podívat se na procesuálně popsanou situaci konceptuálně nebo na konceptuálně popsanou situaci procesuálně nazveme proceptuální transfer*.“ Termín *proceptuální transfer* popsal ve svém díle Hejný (2000, s. 15). To může být obzvláště důležité například při konstrukcích, kde je popis procesu, který vede ke konceptu, a předtím se učí koncept a je důležité je vzájemně propojit. V případě, že by žák neměl vyvinutý proceptuální transfer, mohl by mít problémy s konstrukčními úlohami.

2.6 Teorie generického modelu

Teorii generického modelu je možné najít v celé řadě článků, v knihách i některých skriptech, já jsem ji zařadila do své diplomové práce z důvodu jejího objasnění a zvnitřnění.

Jedná se o jednu z teorií poznávacího procesu. Hejný (2009, s. 128) schematicky popsal budování matematických poznatků následovně:

Motivace → *Izolované modely*

↓ *1. abstrakční zdvih*

Univerzální modely

↓ *2. abstraktní zdvih*

Abstraktní znalosti → *Krystalizace*

Hejný (2014) si nejprve myslel, že 4. hladina je krystalizace, ale poté uvádí, že pomocí výzkumu došel k přesvědčení, že ta hladina krystalizace probíhá celý proces, už při prvních izolovaných modelech.

Charakteristika 1. fáze, *motivace*:

Svá tvrzení opírám o literaturu Hejného (2009) a Jirotkové (2010). Motivace je tzv. start k akci, k učení. Jeho vzhled není striktně vymezen, může mít tedy různou formu. V knize jej Hejný, jenž souhlasí s uchopením výrazu Sokola (1998, s. 326), definuje *„jako souhrn podnětů, důvodů k určitému jednání. Na rozdíl od člověka, který žádnou motivaci nemá a jen plní příkazy, bude se motivovaný člověk navíc snažit sám odstraňovat překážky a hledat nové cesty k cíli“*. V případě, kdy je vzdělávání pojato konstruktivisticky, zastává motivace klíčovou roli. K tomu, aby si žák vybudoval poznatkovou strukturu, musí být motivován k učení. Dětská touha po poznávání je sama o sobě přirozená.

Autor také v díle upozorňuje, že pokud by nebyly zájmy dítěte uspokojeny ihned, může se stát, že ztratí o činnost zájem, a potřeba proto nebude naplněna.

U mladších žáků, tedy žáků prvního ročníku, jsem vypozorovala, že je poměrně jednoduché je motivovat k nějaké aktivitě. Je důležité rozvíjet u žáků motivaci vnitřní. V případě, že přebíráme žáky, například ve čtvrté třídě, je možné podle jejich chování zjistit, jaký druh motivace byl učitelem rozvíjen. V případě, že se žáci často ptají, zda bude něco na známky, bývala u nich rozvíjena především vnější motivace.

Charakteristika 2. fáze, *izolovaných modelů*:

Izolované modely chápeme jako prostředek, jenž nám pomáhá při uchopování jistých pojmů, situací, vztahů. Na prvním stupni nám izolované modely vyjadřují/modelují například čísla, tedy místo toho, aby žáci počítali rovnou s číslem 3, což je matematický znak, tedy s abstraktním poznatkem, budou pracovat např. se třemi objekty, např. jablíčky, pastelkami. Tedy v tomto případě nám izolovaný model, který v tomto případě představují jablíčka, nebo pastelky, reprezentuje jistý obecný pojem, tedy číslo 3.

Jirotková (2010, s. 19) uvádí, že „*modely příštího poznatku přicházejí do vědomí postupně, po dlouhou dobu a často i v době, kdy poznání je již v hladině krystalizace*“. Tu pak rozložila dále, do následujících pěti podhladin:

1) První informace, první konkrétní zkušenost, první model, který je zárodkem (germem) příštího poznání.
2) Postupný příchod dalších a dalších izolovaných modelů, které jsou uloženy ve vědomí zatím odděleně.
3) Některé modely začnou na sebe navzájem poukazovat, shlukovat se do skupin a oddělovat se od jiných. Vzniká předtucha, že tyto modely jsou v jistém smyslu „stejné“.
4) Hledá se podstata oné „stejnosti“ a objevuje se korespondence (morfismus) mezi některými modely. Soubor izolovaných modelů vytváří komunitu.
5) Soubor izolovaných modelů je dále obohacen, i když ve vědomí člověka již vzniká model generický, nebo dokonce obecný poznatek

(Jirotková, 2010, s. 19).

Zatímco autorka uvádí pět podhladin izolovaných modelů, Hejný a Kuřina uvádějí pouze čtyři stadia, jež jsou obsahově téměř stejná jako první čtyři podhladiny autorky, které jsem zde zmínila. Dále však autoři zmiňují jistou další možnost přicházení dalších izolovaných modelů, které však již nebudou při zrodu univerzálního modelu, a dostanou se pouze k jemnému prodiferencovávání pojmu.

K tomu, aby dítě mělo pevnější výsledné poznání, je vhodné přicházet do styku s co největším počtem takových modelů. Mezi nimi hrají velkou roli modely překvapivé, modely, o kterých jsme pochybovali, nebo jsme o nich obecně vůbec neuvažovali, dalšími jsou zdánlivé, tedy modely takové, které tak vypadají, ale ve výsledku jimi nejsou, a posledními jsou tzv. *nemodely*, jež ilustrují dodatek jevu, který zkoumáme. Například u mnohoúhelníku je to jeden menší čtverec vně většího.

Uvědomění si nutnosti izolovaných modelů je pro učitele obzvláště na prvním stupni důležité, aby učitel s poznávacím procesem příliš nepospíchal. Každému dítěti může trvat tato etapa různě dlouho a učitel by měl každému umožnit, aby v ní setrval tak dlouho, jak bude potřebovat, a ne jak určí učitel.

Sama jsem měla možnost pozorovat, jak je důležité tuto etapu u dětí neurychlovat, protože by to mohlo být spíše kontraproduktivní. V první třídě, kde jsem vyučovala, jsme se snažili žáky velmi diferencovat, protože pro některé bylo počítání už velmi jednoduché a při sčítání nebo odčítání neměli potřebu používat ani prsty, částky apod., někteří však používali pastelky, případně si kreslili jiné předměty podle úlohy.

Mezi druhou a třetí fází se vyskytuje ***„první" mentální zdvih***, který je podle autorů jádrem poznávacího procesu, kde dochází k strukturaci a hlubšímu vhledu do současného poznání. V tomto případě se jedná o zobecnění.

Charakteristika 3. fáze, *generických modelů*:

V díle Hejného a Kuřiny (2009) je fáze pojmenována *univerzální modely*, u Jirotkové (2010) je použit název *generický model*. Autorka ve svém díle odkazuje na jednu z prací Hejného a zároveň také ve své publikaci zmiňuje, že ve dříve publikovaných dílech používal Hejný pojmenování *univerzální modely* namísto generických. Jedná se tedy o stejnou fázi, pouze jinak pojmenovanou. Generický lépe vystihuje podstatu vzniku termínu.

Během této fáze dochází k nalézání řešitelských strategií, nacházení souvislostí mezi izolovanými modely, které mohou zastupovat buď všechny, nebo jen určitou jejich skupinu. Ve skupinách poté působí jako tzv. *organizační agent*, v případě zastupování izolovaných modelů je jejich vzorem (Jirotková, 2010). Hejný s Kuřinou (2009, s. 132) popisují, že zatímco *„izolovaný model má charakter ukázky, univerzální model představuje obecný návod, algoritmus, vzorec, graf, ...“*, a díky tomu, že popisuje situaci jednoduchým, vhodným jazykem, poskytuje předvídání.

Příkladem generického modelu v matematice může být například počítání různých předmětů i úloh pomocí prstů. Důležité je, aby k tomu došly děti samy. Pokud by tomu tak nebylo a metoda počítání na prstech by jim byla vnucena, nemusely by jí rozumět a neměla by sílu generického modelu. Je tedy podstatné, aby na cestě byly aktivní.

Počítání na prstech může být fáze jak izolovaného, tak generického modelu, záleží na tom, jak jsou využity. Pokud žák například řeší úlohu 3+4 a použije při ní prsty, pak si bere izolované modely, které má po ruce. Kdyby ale používal prsty v úloze o jiných objektech, potom by je zastupovaly a tehdy by to byl generický model.

Nyní následuje ***„druhý“ mentální zdvih***, autoři Hejný a Kuřina (2009, s. 139) popisují: „*výsledkem druhého zdvihu, který je v případě budování pojmu čísla oproštěním se od předmětných představ, tedy abstrakcí ve vlastním významu toho slova, je přechod z abstraktně nižší úrovně modelů na úroveň abstrakčně vyšší*.“ Avšak těžko říci, zda se jedná o první, nebo druhý mentální zdvih, jelikož v jistých situacích se pořadí zobecnění a abstrakce mohou prohodit.

Abstraktní zdvih vede k přechodu změny jazyka, tedy to, co vyjadřuji pomocí čísel, mohu vyjádřit pomocí písmen.

Charakteristika 4. fáze, *abstrakčních znalostí*

Autorka v díle neuvádí jako samostatnou fázi, ale přiřadila ji ke druhé mezifázi, tedy abstrakčnímu zdvihu, a popisuje jej jako abstraktnější charakter nového vhledu. Autoři Hejný s Kuřinou v díle píšou, že pro každého může abstraktní poznatek znamenat něco jiného, pro žáky první třídy je to například rovnost 1 + 4 = 5. Hejný (v Stehlíková, 2007) uvádí, že v momentě, kdy jedinec dokáže využít výsledek, který získal v rozmanitých kontextech, se stává znalostí na abstraktní úrovni. K rozpoznání úrovně druhé, třetí a čtvrté fáze je podstatná role v poznávacím procesu a struktuře poznání jedince.

U žáků, které přebíráme, můžeme pomocí sémantizace úlohy zjistit, jak danému poznatku rozumí. Pokud žáci nevědí, jak mají úlohu sémantizovat, jedná se většinou o formální poznatek, kterému nerozumí. Například se tak často děje při slovních úlohách, se kterými z mých zkušeností mívají žáci poměrně velké problémy. Žáci se naučí spoje, většinou nazpaměť, dá se říci, že textu docela rozumí, ale nevědí, jak násobení souvisí se slovně popsanou situací. Nezvládají propojit abstraktní zápis s textem.

Charakteristika poslední, 5. fáze, jíž je *krystalizace*:

Začíná propojování nového poznání, jež vstupuje do kognitivní struktury, s již existujícími znalostmi. Nyní se může objevit disharmonie, nebo spor, jež je třeba vyřešit, a nastává tak proces hledání rovnováhy celé struktury, tedy přizpůsobení nové znalosti těm, které jsme již ve vědomí měli, ale také pozměnění předchozích způsobem takovým, aby s novou znalostí souzněli (Hejný, Kuřina, 2009).

Autoři Hejný a Kuřina (2009) také upřesňují, že v procesu krystalizace se ještě dotváří většina poznatků, která byla konstruována v poznávacím procesu, a neměla tedy finální tvar.

Je třeba dodat, že během budování poznatků, které jsou zde rozděleny a popsány v pěti fázích a dvou zdvizích, nenavazují na sebe přímo. Tedy při poznávacím procesu nenastupuje další fáze až v momentě po skončení té předchozí, ale nově získaná zkušenost se může otisknout do několika fází zároveň (Jirotková, 2010).

2.7 **Úrovně geometrického myšlení**

Úrovněmi chápání geometrických útvarů se zabývali manželé Pierre van Hiele a Dina van Hiele-Geldof z Nizozemska. Manželé na základě svého výzkumu definovali teorii pěti úrovní myšlení v geometrii. Těchto pět úrovní manželů Van Hieleových popisují ve svých dílech Mason (1998), Vojkůvková (2012). Vojkůvková uvádí, že existují rozličná číslování úrovní, kde originálně byla očíslována manželi Van Hieleovými od nulté do čtvrté úrovně a Spojené státy americké jej představily od jedné do páté úrovně.

1) *Visualization* (Vizualizace)

   Žák během této úrovně rozpozná různé útvary na základě jejich vzhledu, nejčastěji pomocí jejich srovnávání s již známými útvary, nejčastěji těmi, které znají z reálného života, například „vypadá jako sešit, tabule, …“. Vlastnosti jednotlivých útvarů ještě nejsou v jejich vědomí, a nejsou tedy vnímány. Během uvažování a vyslovení svých názorů používají žáci jednoduchý jazyk, během kterého popisují pouze, zda to je, nebo není domnívaný útvar.

2) *Analysis* (Analýza)

   Během druhé fáze žáci již pomalu začínají rozpoznávat a pojmenovávat vlastnosti geometrických objektů, ty jsou však uchopeny pouze izolovaně. Zatím také nedokážou rozpoznávat, jaké vlastnosti jsou důležitější, všechny vlastnosti berou jako stejně důležité.

3) *Abstraction* (Abstrakce)

   Ve fázi abstrakce žáci již rozumí vztahům mezi vlastnostmi i útvary. Zároveň také již svedou vymyslet smysluplné definice, které jsou schopni pomocí neformálních důkazů odůvodnit. Vojkůvková (2012) také uvádí, že žáci během této fáze zvládají vytvářet diagramy a používají skici, mřížové papíry ad.

Prvního stupně ZŠ se týkají především první tři stupně.

4) *Deduction* (Dedukce)

Fáze, ve které jsou žáci schopni využívat i vytvářet geometrické důkazy, které jsou podle Vojkůvkové (2012) deduktivními. Dále již zvládají rozpoznat důležité podmínky od těch nepodstatných či méně podstatných. Dokonce již chápou roli definic, vět, axiomů a důkazů. Mason (1998) uvádí, že tato úroveň obvykle bývá až na středních školách.

5) *Rigor* (Axiomatizace)

Jde o poslední úroveň, kde již studenti chápou různé formy dedukce, používání nepřímých důkazů i důkazu kontrapozicí neboli obrácením.

3 Hra

Kapitole nazvané Hra věnuji ve své diplomové práci část, vzhledem k tomu, že se později v praktické části věnuji didaktické hře Sova. Je tedy pro mě důležité mít pojem *hra* pevně uchopen, abych si byla jistá, že mohu hru Sova takto nazývat.

Pokud si každý z nás představí, jak vypadá taková hra, je velmi pravděpodobné, že naše představy se budou nepatrně lišit. Někdo si může představit klasické deskové hry, jiný zas postavu, se kterou odehrává úkoly ve virtuálním světě počítačové hry, možností by také mohly být celotáborové hry na různá témata, nebo snad utkání dvou týmů ve sportu.

Jack London tvrdí: „*Podstata hry není ve vítězství, ale ve hře samotné*.“ Pro děti je hra důležitou a neoddělitelnou součástí života. Hry dětem pomáhají rozvíjet sociální vztahy, komunikační schopnosti a empatii.

3.1 Vymezení pojmu hra

V literatuře můžeme najít hned několik poněkud se lišících významů pojetí hry, například Psychologický slovník (Hartl a Hartlová, 2000) definuje hru jako: *„jedna ze základních lidských činností, k nimž dále patří učení a práce.“* Tvrdí také, že zatímco u dospělých má hra stanovená a neměnná pravidla s cílem ve hře samé, u dětí je smyslová činnost motivována v první řadě prožitky.

Pedagogický slovník (Průcha a kol., 1998, s. 92) definuje hru jako*: „forma činnosti, která se liší od práce i od učení. Člověk se hrou zabývá po celý život, avšak v předškolním věku má specifické postavení – je vůdčím typem činnosti*.“

Obě definice nacházejí shodu v tom, že u dětí a dospělých má hra poněkud rozdílný charakter, dále se také shodují, že hra hraje v lidském životě poměrně důležitou roli.

Autor Huizinga (1971) ve svém díle definuje hru jako svobodné jednání, do nějž bychom neměli nikoho nutit. Vstoupením do hry jedinec přijímá závazně stanovená pravidla. Současně také vstupuje do časově a prostorově ohraničené sféry aktivit. Hra by měla mít vždy svůj cíl v sobě samé a jedinec by během ní měl zažít pocity radosti i napětí. Hru můžeme opakovat, a to buďto celou, nebo pouze některou z jejích částí. Ve hře se nám může podařit najít rytmus, harmonii, nebo také napětí.

3.2 Dělení her

Stejně tak, jako existují různé definice her, které mají ve většině případů stejné jádro, můžeme se dopátrat i různého dělení her. Dělení her jsem převzala z odborného článku Sochorové (Didaktická hra a její význam ve vyučování, 2011) na metodickém portálu, jenž se přikláněl k dělení podle Bartůškové a Opravilové V článku je rozděleno a popsáno následujících devět druhů her.

1. *Funkční hry* – jsou to takové hry, jež jsou zaměřeny na procvičování a rozvíjení orgánů vlastního těla.
2. *Manipulační hry* – v těchto hrách má hlavní roli práce s používáním různých předmětů. Tyto hry obvykle rozvíjí také dětskou motoriku.
3. *Napodobivé hry* – nebo také jako hry nápodobou, ve kterých jedinec imituje činnost druhých.
4. *Úlohové hry* – podle popisu se velmi podobají napodobivým, avšak změna je v tom, že jedinec neimituje pouze jednu činnost, ale celý soubor činností.
5. *Konstruktivní hry* – hry, kdy dítě konstruuje neboli vytváří něco nového. Obvykle bývá výsledkem nějaký výtvor.
6. *Pohybové a hudebně-pohybové hry* – spojení pohybů s rytmem, hudbou, obvykle jednoduché lokomoční pohyby.
7. *Receptivní hry* – při nich jedinec přijímá určitý obsah do svého vědomí a následuje reakce na tento vjem v podobě představy, nebo citové odezvy.
8. *Skupinové hry s pravidly* – hry řízené s předem přesně vymezenými pravidly. Vedou k rozvoji fair play, sebekontrole a uvědomělé kázni.
9. *Didaktické hry.*

Tyto hry se mohou vzájemně prolínat, například didaktická hra může být současně i konstruktivní nebo manipulativní.

3.3 Didaktická hra

Protože v praktické části je jedním z hlavních témat hra Sova, jež je v mnoha literaturách označována pojmem *didaktická hra*, cítím potřebu zde tento termín vymezit.

Jelikož pohled na hru v pedagogickém slovníku je jako na činnost, jež se liší od práce a učení, vyvstala otázka, jak nejlépe terminologicky vyjádřit hru používanou v pedagogickém procesu, který má sám o sobě pragmatický cíl, tedy že aktivita je ještě hrou, ale použitou pro pedagogické účely. Poté vznikají názvy metod, jako například právě didaktická hra.

V pedagogickém slovníku autoři (Průcha a kol., 1998) popisují didaktickou hru jako podobu spontánní činnosti dětí, jež nějakým způsobem sleduje didaktické cíle. Žáci si mnohdy nemusí způsob sledování cílů vůbec uvědomit. Není přesně určeno, kde se musí didaktická hra odehrávat, míst, kam ji lze zařadit, je spousta: v běžné učebně, tělocvičně, na hřišti, nebo i v přírodě. Před začátkem hry by měla být jasně stanovena pravidla, kterými by se měli všichni řídit. Průběh je částečně, nebo zcela řízen a na závěr jsou vyhodnoceny cíle a celkový průběh. Je určena jak jednotlivcům, tak i skupinám žáků a pedagog v ní může hrát roli spoluhráče, organizátora, nebo pozorovatele. Její výhodou je podle autorů stimulační náboj, neboť probouzí zájem, zvyšuje angažovanost žáků na prováděných činnostech, podněcuje jejich tvořivost, spontaneitu, spolupráci i soutěživost, nutí je využívat různých poznatků a dovedností, zapojovat životní zkušenosti (Průcha a kol., 1998, s. 48).

Didaktická hra nám tedy ve výuce umožňuje nechat žáky osvojovat si věcné obsahy učení zábavnou formou, vzhledem k probuzení zájmu a tvořivosti jednotlivých žáků. Cíl didaktické hry určuje učitel, aby bylo naplněno podřízení vzdělání, vyvolání zájmu žáků, jejich aktivizace a zprostředkované poznatky. Zároveň při výběru metody musí učitel dbát na adekvátní rychlost k dosažení úspěchu, jež neohrožuje zdravý psychický vývoj dítěte.

Autoři Maňák a Švec (2003, s. 127) definují didaktickou hru následovně: „*Seberealizační aktivita jedinců nebo skupin, která svobodnou volbu, uplatnění zájmů, spontánnost a uvolnění přizpůsobuje pedagogickým cílům*." I když si didaktická hra zachovává jisté prvky hry, nedostává se v ní žákům takové spontánnosti a svobody, jelikož se snaží dovést k předem stanovenému cíli. Pokud hru učitel dobře povede, žáci nemusí ani poznat, že se danou hrou učí.

Jan Amos Komenský říkal: *„Hra jest radost. Učení při hře je radostné učení*." Didaktickou hru lze charakterizovat jako jednu z vyučovacích metod, kterou si pedagog může zvolit při učení, aby žáci, které učí, měli větší radost z učení.

3.3.1 Druhy didaktických her

Dělení didaktických her můžeme nalézt různé. Díky analýze didaktických her bylo zjištěno, že většina by měla mít didaktický cíl, jasně vymezená pravidla a obsah. V knize autorek Kožuchové a Korčákové (1998, s. 105) bylo možné objevit následují dělení. Podle obsahu můžeme rozdělit didaktické hry na rozvoj:

- *jazykový,*
- *logicko-matematický,*
- *vědeckého poznání,*
- *pohybu,*
- *esteticko-hudebních schopností,*
- *organizačně řídicích schopností.*

Další dělení může být například podle toho, co daná hra rozvíjí (senzomotorická, na rozvoj paměti, myšlení, komunikace, tvořivosti, kooperace), nebo také ve které části vyučování tuto hru použijeme, zda na začátku hodiny jako motivační část, v hlavní části hodiny pro získání nových znalostí a zkušeností, nebo na upevnění žákovských znalostí.

Krejčová, Volfová (1994) ve svém díle uvádějí pozitiva zařazení didaktických her v hodinách matematiky, jedním z pozitiv je usnadnění nácviku numerace, který bývá z pohledu žáků méně přitažlivou činností. Dalšími pozitivy jsou motivace a vyvolání zájmu o podobné činnosti. K tomu, aby bylo využívání didaktických her kladné, je důležité dodržovat určitá pravidla:

1. Lákavost a přitažlivost hry pro děti.
2. Uzpůsobení hry věkovým zvláštnostem a schopnostem jedinců.
3. Pravidla musí být jasná a srozumitelná pro všechny – učitel v průběhu dbá na jejich dodržování.
4. Učitel by měl hru dobře zorganizovat a připravit – což představuje veškeré pomůcky, které budou během hry použity.
5. Neměnit každou hodinu jinou hru, některé hry, které jsou náročnější na pochopení pravidel, je vhodnější vícekrát zopakovat, jelikož mají žáci větší možnost pravidla pochopit.
6. Učitel vždy promýšlí cíl dané hry a důvod, proč ji do hodiny chce zařadit.

7. Přesvědčit k zapojení celého kolektivu a sledovat a pokud možno zajistit, aby každé dítě mohlo alespoň někdy zažít úspěch.
8. Ve hře by mělo být zaměstnáno co možno nejvíce smyslů.

Autorky ve svém díle dělí hry na nespecifické a specifické. U nespecifických her nelze určit jeden konkrétní cíl, jelikož se dají využít na různé matematické učivo a lze je také zařadit do výuky v různých ročnících. Specifické hry jsou takové, jež se vážou k určitému tématu nebo ke konkrétnímu cíli. Tyto hry dále rozdělily podle tématu, cíle, na které je hra zaměřena, na:

- hry *napomáhající nácviku numerace* nebo takové, které „oslazují" dětem procvičování a upevňování různých početních algoritmů,
- hry *podporující rozvoj prostorové představivosti* a nabývání mnohých geometrických zkušeností,
- hry, které *probouzejí zájem o algebru*,
- hry, jež *umožňují hlubší pohled na desítkovou soustavu*,
- hry na *rozvoj logického a kombinačního myšlení*

(Krejčová, Volfová, 1994, s. 34).

Jirotková (2004, s. 252) ve svém článku uvažuje o hře didakticko-matematické, při níž významně vystupují některé myšlenky matematiky, jejichž hlavním cílem je kultivování matematických přestav a komunikačních schopností žáka. Matematické hry dělí do čtyř kategorií podle Burjana a Burjanové (1991, s. 9), které mírně pozměnila:

1. *Matematické hlavolamy* – bývají to většinou krátké matematické hry, ve kterých je ukryt nějaký trik. Řešitel má pouze možnost vyřešit, nebo nevyřešit. V Hejného matematice tuto oblast naplňují úlohy se sirkami, některé tangramy a šachové úlohy.
2. *Solitéry* – oproti hlavolamům trvá delší dobu, než jej jedinec správně dokončí, zároveň nemusí být vyřešen zcela, ale i pouze částečně. U solitérů autorka uvádí příklady jako karetní pasiáns, puzzle, některá bludiště, některé tangramy a algebrogramy.

3. *Matematické soutěže* – zpracovávání práce, jež je na konci porovnávána s ostatními pracemi. V soutěžích může být přihlášen jednotlivec, ale i skupina několika účastníků. Většinou bývají také časově omezené.
4. *Antagonistické hry* – základem bývá antagonistický konflikt neboli situace, ve kterých se dva aktéři musejí rozhodovat a po jejichž rozhodnutí se musejí rozdělit o nějakou částku. Příkladem takové hry mohou být šachy, deskové hry nebo některé karetní hry (například NIM).

Existují matematické hry, které nelze zařadit pouze do jediné kategorie, jednou z takových her je právě hra Sova, jejíž prostřednictvím jsem prováděla výzkumy žáků základní školy. Ta může být podle Jirotkové použita jako hlavolam, solitér, soutěž i antagonistická hra. Autorka v díle také uvádí potřebu dalšího dělení antagonistických her na ty, které nejsou závislé na náhodě, jež nazvala jako deterministické. Jejich opakem jsou hry indeterministické, nebo také hazardní, kde hraje náhoda hlavní roli. Příkladem deterministických her jsou *šachy* nebo hra *NIM*, naopak takové *Člověče, nezlob se* závisí na náhodě, kterou zde představuje hod kostkou, a spadá tak do indeterministických her. Zmíněná hra Sova může záviset také na náhodě myšleného objektu, avšak lze tuto náhodu obejít pomocí uvědomění si strategie hry, kterou si může hráč předem připravit.

3.3.2 Didaktická hra Sova

Hra Sova je známější, než by mnozí lidé řekli, je to z toho důvodu, že ji někteří hrají pod jiným názvem, například Uhodni, na koho myslím. Jirotková (2004) uvádí rámcová pravidla hry, mezi něž patří předem daný soubor objektů. Takovýto soubor by měl obsahovat 5–15 objektů, z nichž si jeden hráč jeden vybere a druhý hráč se jej snaží uhodnout pomocí otázek vztahujících se k vlastnostem daných objektů. Na otázky se smí odpovědět pouze „ano“, nebo „ne“, u vyspělejších hráčů se může přidat možnost odpovědi „někdy“. Pokud by se stalo, že takto nelze odpovědět, nebo by se otázka nevztahovala na vlastnosti, odpovídá Sova: „Nelze odpovědět.“ V momentě, kdy si je už hádající hráč jistý objektem, prohlásí: „Je to objekt XY.“ Jestliže objekt uhádl, vyhrává, v opačném případě prohrává. Vítězství lze také hodnotit podle počtu položených otázek během hry, kdy by ve většině případů platilo pravidlo „čím méně, tím lépe“. Autorka ve svém díle také uvádí, že tato pravidla nejsou úplná a během hry může vyvstat potřeba jejich upřesnění.

Jirotková (2004) uvádí, že existují různé modifikace hry, ať už výběrem objektů, jejichž galerii si mohou žáci sami vymodelovat, tak také podle několika dalších hledisek, mezi nimiž uvádí:

- Zapojení dvou smyslových orgánů, hmatu i zraku, kdy by mohly být objekty reálné modely geometrických těles.
- Zapojení pouze jednoho smyslového orgánu – třeba hmatu (poslepu).
- Rozvíjení prostorové představivosti – objekty budou dvojrozměrné obrazy trojrozměrných objektů.
- Rozvoj představy o pojmech, pojmotvorného procesu – pouze názvy (geometrických objektů).

II. Praktická část

V praktické části diplomové práce se zabývám metodologií výzkumu, výzkumným šetřením, vlastním výzkumem, jeho zpracováním a vyhodnocením.

4 Formulace problému, cíl výzkumu

S novými požadavky se vedení nejedné školy rozhodlo přikročit k přeměně způsobů vyučování. V matematice se několik učitelů najednou snažilo o přechod z instruktivního způsobu vyučování na konstruktivistický, což je dlouhodobý proces, vzhledem k tomu, že se s ním někteří učitelé musí nejprve seznámit. Přestože se snaha o konstruktivistický styl výuky stále zvyšuje, probíhá výuka stále často v transmisivním pojetí. Geometrie, která je stěžejním tématem mé práce, bývá kolikrát v základních školách opomíjena, či zbytečně urychlována, čímž je zamezeno možnosti samostatného poznávacího procesu. Možná proto, že se mnozí učitelé v geometrii necítí zcela jistě, nevyzývají žáky ani k diskuzím či společné komunikaci nad problémem. Namísto toho poté častokrát vyžadují bezmyšlenkovité zopakování vlastností jednotlivých objektů, které si žáci nedokážou představit a nerozumí jim. V žákovské komunikaci poté převažují ukazovací zájmena a komunikace plná nedorozumění.

Během diskuzí používáme jazyk, jenž vychází z našich dosavadních zkušeností. Mezi používaným jazykem, myšlením a představami existuje paralela, tedy čím preciznější jazyk žák používá, tím jasnější má myšlení a představy. Jelikož rozdíly v jazyku žáků lze dobře sledovat, rozhodla jsem se pomocí osmi připravených sérií úloh pozorovat změny v žákovské komunikaci. Budu sledovat vývoj jejich jazyka od běžné mluvy k metaforickému jazyku přes konkrétní až po abstraktní úroveň. Dále také rozdíly mezi jednotlivými žáky, kde někteří již akceptují geometrické termíny, zatímco jiní používají stále jazyka metaforického.

Během vývoje jazyka a myšlení o geometrických objektech by měl být jazyk učitele individualizován potřebám jednotlivce, aby nemohl nikomu znemožnit rozvoj poznávání příslušného pojmu.

Cílem mého výzkumu je za pomoci několika mnou vytvořených sérií úloh s tematikou hry Sova podpořit komunikaci mezi žáky, a zároveň jim vytvořit prostor a vlídné prostředí pro diskuze o naskytnutých problémech, na jejichž základě budu hodnotit vývoj žákova porozumění geometrickým objektům.

5 Metodologie výzkumu

Se začátkem nového školního roku (v září 2022) jsem začala s výzkumem, který probíhal do poloviny června následujícího roku (2023). Během této doby se mi podařilo uskutečnit šest experimentů a závěrečné dva rozhovory s několika vybranými žáky čtvrtých tříd. Při těchto výzkumech jsem sledovala způsob, jakým žáci pojmenovávají vybrané geometrické útvary a jejich vlastnosti, a současně s tím i rozvoj jejich představ o jednotlivých pojmech.

Pro získávání informací jsem se rozhodla využít kvalitativní přístup výzkumu, jenž je zaměřen na hloubkové pochopení lidského chování a konání porozumění jemu. Jako výzkumné metody během celého výzkumu byly použity – pozorování, rozhovor a dotazník. K evidenci během pozorování byly použity jak sepisování dat, tak souběžně i videonahrávky, které byly následně spouštěny, důležité myšlenky zaznamenávány a analyzovány. Během výzkumů pracuji s menším výzkumným vzorkem, u kterého se snažím pochopit jeho vnímání a porozumění pojmům. Do mého výzkumu jsem záměrně vybrala několik jedinců z každé třídy, kteří představují pouze reprezentativní vzorek. Zároveň by měl být pozorovatel během tohoto typu výzkumu sblížen s účastníky, a to z toho důvodu, aby se během zkoumání neobjevoval větší ostych. S tím bych neměla mít problémy, vzhledem k tomu, že ve třídách, odkud jsem vybírala výzkumné vzorky žáků, působím jako párová učitelka, a žáci tak jsou na mě již zvyknutí. Jedinou změnou byla kamera, která je občas rušila.

Všechny experimenty probíhaly v základní škole Kunratice, kde sama učím. Vybrala jsem si z každé třídy osm žáků, s kterými jsem uskutečnila sérii experimentů.

5.1 Popis skupiny A

Ještě než jsem uskutečnila první experiment, domluvila jsem se s třídním učitelem na vzorku žáků, které si budu brát z hodiny. Vzhledem k tomu, že jsou žáci ve třídě velmi různorodí a zdaleka ne všichni by se cítili dobře, kdyby byli nahráváni kamerou, domluvili jsme se, že předem žáky informuji, proč bych potřebovala osm z nich vybrat a brát si je někam stranou, že tato skutečnost se děje za účelem dokumentování si našich hodin matematiky ke zjišťování a k evidenci jejich pokroků, kterou zpracovávám pro svou závěrečnou práci na vysoké škole. Tím, že budu vybírat žáky, kteří se experimentu chtějí zúčastnit, může to mít vliv také na jejich motivaci k práci.

Předem jsem přemýšlela, jací žáci by se do mého výzkumu chtěli zapojit a uvažovala jsem nad vzorkem, který bych si chtěla vybrat, i nad různými variantami, kdyby se daný žák zúčastnit nechtěl. Avšak celý výběr mohl být velice ovlivněn mou dohodou s třídním učitelem.

Vzhledem k tomu, že velký vliv na zkušenosti žáků může mít klima, ve kterém se učí, nejprve bych ráda popsala celou třídu. Třídu vyučovala první tři roky povinné školní docházky do ZŠ učitelka, která je již velice zkušená a od níž jsem se spoustu informací o celé třídě i o jednotlivých žácích dozvěděla. Zároveň jsem se snažila i zjistit, jak tito žáci v uplynulých třech letech pracovali a na co jsou zvyklí. Nynější třídní učitel vyučuje hodiny s velkým ohledem na každého žáka, což je pro něj i mě, párovou učitelku, občas obtížné vzhledem k velké různorodosti žákovských zkušeností. Hodiny matematiky vypadají obvykle tak, že na začátku hodiny je nějaká motivace, kterou se snažíme žáky nasměrovat k tématu, které bude v dané hodině klíčové. Následuje zhodnocení a rozšifrování této motivace. Poté již žákům navrhneme několik úloh, jejichž obtížnost se postupně zvyšuje. Někteří žáci zůstávají během hlavní části hodiny u jedné/dvou úrovní, jiní se dostanou mnohem dále. Snažíme se všem nabídnout dostatek podnětů, které během hodiny potřebují.

Myslím si, že je také vhodné zmínit, že žáci, kteří jsou nyní ve čtvrtých třídách, zažili část první a druhé třídy s distanční výukou, která na ně mohla mít jistý dopad. Přesto mám dojem, že všichni žáci spolu hezky kooperují a nikoho z kolektivu nevyřazují. Ve třídě je spousta snaživých a chytrých žáků, kteří touží po vzdělávání, a do jisté míry s sebou „táhnou“ své spolužáky, což má vliv na dynamiku celé třídy.

Výzkumný vzorek tvořilo osm žáků a polovinu z nich se mi podařilo správně odhadnout před jejich dotazováním. O všech těchto žácích bych řekla, že jsou do jisté míry extroverti a práce v kolektivu je baví. Nyní věnuji několik vět stručné charakteristice každého z vybraných žáků. Charakteristika žáků je pouze můj pohled, který je vytvořen po měsíci zkušeností s těmito žáky. V bodech se zaměřuji především na rysy, které mohou nějakým způsobem ovlivňovat mé experimenty.

Kvůli netransparentnosti jmen jsem se rozhodla využít kódování, které je vytvořeno počátečním písmenem jména žáka a dvěma, nebo jednou číslicí, podle toho, zdali je to hoch, nebo dívka. Tedy chlapci budou mít vždy nulu uprostřed mezi písmenem a číslicí, jež označuje pořadí četnosti písmena v dané skupině.

- **K01**. Prvním charakterizovaným žákem je chlapec, který se od zbývajících žáků liší v mnoha ohledech. V běžných hodinách se často stává, že nepracuje podle zadání, a kolikrát se mu nechce pracovat vůbec. Když už ale pracuje, vznáší zajímavé otázky, či přichází s nevšedními odpověďmi a řešeními. Do experimentu jsem si ho vybrala, protože by to pro něj mohla být výzva a snad i motivace k práci.
- **M01**. Chlapec, který má v běžných hodinách potřebu rozvíjet diskuze na různorodá témata. Jedinec je poměrně extrovertní a vůdčí typ, který rád vysvětluje své názory. Nedělá mu problém naslouchat druhým a asertivně reagovat na jejich připomínky i názory. Pokud mu něco není zcela srozumitelné, nemá problém se doptat a vše se snaží co nejvíce upřesnit.
- **M02**. Je druhým chlapcem ve skupině se jménem začínajícím na M a oproti ostatním žákům poměrně často ve škole chybí, avšak látku, kterou jsme v dané době probírali, má poměrně dobře zvládnutou.
- **R01**. Čtvrtý a poslední chlapec ve skupině. Tento žák nemá takový zápal pro téma jako zbývající jeho vybraní spolužáci. V hodinách se mi občas zdá, že mu utíká pozornost k něčemu jinému, což by mohlo být právě menším zájmem o dané téma.
- **H1**. První popisovaná dívka, je výrazně vůdčí typ a má potřebu být do všeho aktivně zapojena. O přestávkách či při skupinové práci ji často spatřuji častěji s chlapci než s dívkami. Často o sobě mluví v mužském rodě, což se může vyskytnout v přímé řeči, v tabulkách. Během běžných hodin se často stává, že se vyptává na nevyjasněné otázky, či instrukce doplňuje svými postřehy a komentáři, na základě čehož usuzuji, že má ráda pozornost, a to jak učitele, tak i spolužáků. Většinou se ráda angažuje u vysvětlování problémů druhým.
- **L1**. Tato dívka se mi zdá v hodinách poměrně klidná a kolikrát nenápadná, když má ale něco říci nebo vysvětlit ostatním, jde bez ostychu do toho.
- **P1**. Třetí dívka, která se hodně o vše zajímá a její vystupování působí kolikrát velice vzdělaně a vytříbeně. Ve třídě je oproti mnoha žákům mentálně napřed.
- **T1**. Dívka, která bývá také velmi aktivní a má ráda pozornost, většinou se ráda do všeho zapojuje a nemá problém s asertivním diskutováním nad problémy.

5.2 Popis skupiny B

U skupiny B jsem si po domluvě s učitelem mohla vybrat téměř jakéhokoliv žáka. Při vybírání jsem se s třídním učitelem poměrně dost radila, abych měla tyto dvě skupiny co možná nejpodobnější. Což byl poměrně těžký úkol vzhledem k tomu, že každý z třídních učitelů je jiný a má jiný styl výuky.

Třída se odlišuje v mnoha ohledech: v kooperaci, reagování na druhé, ve vystupování i způsobu výuky nyní i v prvních třech ročnících. Nynější třídní učitel v hodinách matematiky střídá instruktivní přístup s konstruktivistickým, pravděpodobně s vidinou, že dožene rychleji to, co se během prvních tří ročníků nenaučili. Ve třídě je několik žáků s podpůrným opatřením a jeden, kvůli kterému údajně řešili problémové chování na úkor vzdělávání. Tato třída je oproti té prvně popisované mnohem méně motivována k učení a celkové spolupráci s druhými. Zároveň se ve třídě nenachází tolik dětí, jež by třídu táhly a které by měly potřebu vytvářet diskuze nad různými tématy.

Jelikož mám již po prvním experimentu, ve kterém jsem žáky vybírala podle toho, zda chtějí, vím, jací žáci tam jsou a které temperamenty se pokusit vybrat. Vybrala jsem opět žáky, kteří jsou extrovertnější, a tudíž nebudou mít takové problémy s dokumentováním kamerou, interagováním se mnou i kterýmkoliv svým spolužákem a se sdílením svých myšlenek nahlas.

V této skupině jsem původně charakterizovala výzkumný vzorek opět z osmi žáků, čtyř chlapců a čtyř dívek, později jsem ale přidala charakteristiku ještě jednoho žáka (M01), který se přidal až při druhém experimentu a vzhledem k jeho nadšení, jsem mu povolila se účastnit i dalších experimentů. Nyní tyto žáky samostatně charakterizuji:

- **F01**. Tento chlapec má podle mého názoru poměrně velké sebevědomí a touží být všude vidět a slyšet, i když si třeba svým tvrzením není jistý. Častokrát se v hodinách hlásil a toužil vyjádřit svůj názor, ačkoliv nebyl vždy správný. Matematika je prý jeho vášeň a myslí si, že je v ní dobrý, a možná i proto ho tolik baví. Určitě společně se svou extroverzí má sklony k vedení lidí. Často vytváří diskuze, ve kterých očekává argumenty.
- **K01**. Chlapec, který se velmi snaží i v běžných hodinách. Má velkou potřebu cokoliv nějak okomentovat, nejčastěji jsem si všimla v hodinách frází „Aha, jo tak“ nebo „Jo,

to jsem si myslel“. Osobnostně mi připadá jako bezkonfliktní žák, který se snaží být se všemi zadobře. Zatím jsem neměla mnoho příležitostí k odhadnutí, zda bude patřit mezi vůdčí typy, ale řekla bych, že se bude zabývat tím, jak udělat, aby se všichni shodli bez nějakého vzniklého problému.

- **L01**. Třetí chlapec, ten má však kolikrát problém udržet svou pozornost u aktivity, která je právě vykonávána, možná je to tím, že jsem zatím nebyla v hodině při aktivitě, která by jej bavila a měl by potřebu jí věnovat plnou svou pozornost.
- **Š01.** Jedná se o chlapce, kterého matematika poměrně baví, ale nemá takovou potřebu být středem pozornosti. Když mu někdo položí otázku, nevidí problém v tom, aby na ni odpověděl. Zároveň jsem také u něj nespatřila problém v zapojení se do diskuzí.
- **K1**. Dívka, která je poměrně stydlivá a není tolik extrovertním typem jako zbylí vybraní spolužáci. Avšak je nadšená do vzdělávání se a vždy se ráda přiučí něčemu novému, což byl jeden z důvodů, proč jsem ji do svého experimentu vybrala. V hodinách působí velmi klidně, ale nemá problém ani někomu rozporovat a snažit se mu vysvětlit, v čem a proč udělal chybu.
- **N1**. Dívka, která se jeví jako poměrně dost snaživá. Přijde mi, že se nebojí mluvit s ostatními, a pravděpodobně má ráda i výzvy. Je to ten typ, který rád pozoruje a objevuje.
- **N2**. Dívka, která se snaží mluvit a odpovídat na otázky, ačkoliv ne vždy odpovídá zcela správně. Je si velmi blízká s S1.
- **S1**. Myslím si, že tato dívka má dva takové stavy, jeden, kdy se snaží, je bystrá a motivovaná k práci, a druhý, kdy se snaží být spíš oblíbená a stylová, což ovlivňuje její vystupování.
- **M01**. Chlapec, který je hodně vidět a mezi svými spolužáky je poměrně dost oblíbený. Častokrát pomáhá svým kamarádům, a to jak s učivem, tak i s řešením jiných problémů. Podle jeho dosavadního vystupování bych řekla, že by to mohl být vůdčí typ.

6 Popis aktivit vykonávaných s žáky

V dalších podkapitolách se zaměřuji na popis plánů aktivit jednotlivých experimentů. Vždy je jeden plán několika aktivit pro dva experimenty, jeden v každé skupině.

6.1 Popis plánovaných aktivit pro I. a II. experiment

Během aktivity žáci spolupracují ve stabilních čtveřicích. Každá z čtveřice je u jednoho ze dvou stolů tak, aby na sebe a své výtvory viděli. Do čtveřic je rozmístím tak, aby byli podobně kognitivně silní a měli tam vždy někoho, který bude schopen iniciovat diskuze.

Cílem několika následujících aktivit bude vytvoření osmi různých trojúhelníků, které si vytvoří žáci samotní. S těmito trojúhelníky budeme následně hrát didaktickou hru Sova, u které bude naším cílem její přiblížení a zhodnocení pokládaných otázek . Vzhledem ke hře Sova, je číslo osm ideálním z důvodu možnosti ideální strategie hry. Těmito aktivitami bych ráda zjistila, jaké mají žáci zkušenosti s analýzou trojúhelníků, tedy co všechno dokážou mezi trojúhelníky rozlišit. Zároveň také jaké názvy používají při popisu vlastností.

Když jsou žáci již usazeni, rozdávám postupně každému z nich jeden geoboard[2]. Následně zadávám úlohu, kterou mají vyřešit jako první: „Vymodelujte společnými silami na každém z čtyř geoboardů jeden trojúhelník tak, aby výsledné čtyři trojúhelníky byly různé.[3]“ Po vytvoření budu žáky kontrolovat, zda skutečně vytvořili čtyři různé trojúhelníky, a případně je vyzvu k opětovné kontrole, kdyby si stáli stále za tím, že je tato verze z jejich pohledu již hotová, budu pokládat otázky, zda jsou skutečně různé a proč, případně je nechám, aby se na správnosti společně dohodli s druhou skupinou.

Po několika minutách vystaví skupiny své vytvořené trojúhelníky doprostřed lavice jako galerii a přesunou se na místa svých spolužáků z druhé skupiny. Po přemístění předám skupinám další čtyři geoboardy, se kterými budou mít druhý úkol: „Nyní na nově rozdané geoboardy vymodelujte všechny trojúhelníky, které vidíte před sebou. Opět tak, ať je na každém geoboardu jeden.“ Pokud by měla jedna ze skupin úkol splněn dříve, počká na tu druhou, může si kontrolovat, zda má všechny správně vymodelovány. Když mají všichni

[2] Geoboard, nebo také geodeska označuje dřevěnou destičku s dřevěnými kolíky, které jsou uspořádané do čtverce, obvykle o velikosti 3 x 3.
[3] Termínem *různé trojúhelníky* rozumím neshodné trojúhelníky, kde každý z nich bude tvarově i velikostně odlišný.

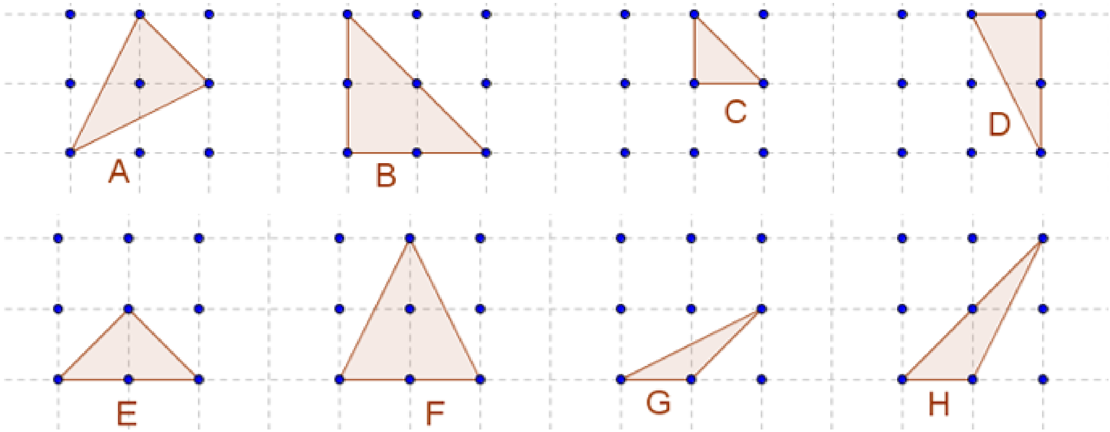
hotovo, vydají se zpátky na své místo s geoboardem, který právě modelovali podle předlohy, kde budou mít další úkol: *„Porovnejte obrazce druhé skupiny s galerií, kterou jste vytvořili vy, a rozdělte trojúhelníky na ty, které jsou stejné, a ty, které se opakují.“*[4] Já budu obcházet a kontrolovat, zda bylo správně pochopeno zadání, a zároveň jak jednotlivé trojúhelníky rozdělují.

Pokud mají oddělené opakující se trojúhelníky od těch, které tam byly pouze jednou, přijdu ke skupině zvlášť a zadám jí další úlohu: „*Vytvořte takovou galerii, aby se v ní každý trojúhelník vyskytoval pouze jednou. Tedy z těch přebývajících trojúhelníků vymodelujte takové, které se v galerii ještě nenachází.*“ Dohromady by tak měli najít všechny možné trojúhelníky, které lze na geoboardu vytvořit. V případě, kdy by měli žáci problém s hledáním dalších možných trojúhelníků, vybídnu je, aby se šli poradit s druhou skupinou.

Rozhodla jsem se vytváření osmi různých trojúhelníků rozdělit na tři menší aktivity namísto toho, aby vytvořili všechny najednou. Takto jsem se rozhodla hned z několika důvodů:

1. *pravděpodobně je to víc přiměje ke spolupráci,*
2. *větší analýza již vytvořených trojúhelníků,*
3. *vzájemná inspirace.*

Galerie trojúhelníků nám vznikla následující (žáci je nemají označeny písmeny):



V momentě, kdy máme vytvořeno všech osm možných trojúhelníků na geoboardech, zahrají si žáci hru Sova. Didaktická hra bude probíhat ve skupinách, do kterých byli rozřazeni na začátku hodiny. Jedna skupina bude představovat Sovu, musí se tedy hromadně

[4] Touto barvou vyznačuji nevhodně položené úlohy a otázky.

domluvit na obrazci, který bude druhá skupina hádat. Mezitím se druhá skupina snaží domluvit, jakým stylem budou klást otázky, zda se budou střídat, nebo vymyslí otázky společně, avšak musí myslet na cíl: položit během hry co nejméně otázek. Po položení otázky mohou žáci rovnou odpovědět s tím, že pokud by každý odpovídal jinak, domluví se na konečné odpovědi společně na základě argumentů.

Ke konci experimentu každému ze žáků dám ještě k vyplnění krátký dotazník, abych věděla, jak jsme se na sebe vzájemně naladili. Dotazník se skládal ze sedmi otázek, z čehož dvě jsou spíše charakteru vnímání událostí a závislé na jejich představivosti a paměti. Otázky jsou následující:

- Rozuměl/a jsem pokynům učitele:
- Rozuměl/a jsem otázkám svých spolužáků:
- Nejzajímavější otázka, kterou jsem položil/a, byla:
- Největší problém mi dělala aktivita:
- Proč?
- Nejmenší počet otázek v jedné hře Sova jsme položili:
- Největší počet otázek v jedné hře Sova jsme položili:

Má očekávání se u skupin A a B liší. Od začátku školního roku vidím ve třídách velké rozdíly, a to jak ve znalostech, tak i v chování. Proto jsem se rozhodla napsat pro každou skupinu individuální očekávání.

Má očekávání u skupiny A

Vzhledem k tomu, že si do samotného začátku experimentu nejsem stoprocentně jistá, jací žáci se do této aktivity budou chtít zapojit, mé očekávání se může velice lišit od reality. Myslím si, že někteří žáci, které mám v plánu do experimentu zapojit, se sami přihlásí, vzhledem k jejich radosti z výzev, budu tedy svá očekávání zaměřovat tak, že se mého experimentu zúčastní.

Očekávám, že skupiny povedou ti dva temperamentní jedinci (M01+H1), kteří budou vytvářet diskuze a ujasňovat sobě i druhým nepřesně znějící otázky. Je pravděpodobné, že i některá má zadání úloh nebudou zcela jasná a budou potřebovat upřesnění. Jednou z těchto úloh by mohla být: „*Vymodelujte … trojúhelník tak, aby výsledné čtyři trojúhelníky byly*

různé." S velkou pravděpodobností také pokyn: „*Porovnejte obrazce … a rozdělte trojúhelníky na ty, které jsou* ***stejné,*** *a ty, které se* ***opakují***."

Myslím si, že vznikne diskuze o podobnosti a stejnosti některých trojúhelníků, u které bych ráda byla a poslouchala, jaké zajímavé názory zazní. Řekla bych, že se najdou tací, kteří budou tvrdit, že hraje roli umístění a natočení trojúhelníku, a toto tvrzení jim budou jiní vyvracet. Na konci žáky povedu ke společné domluvě.

Má očekávání jsou, že ze začátku nebudou mít žáci žádné problémy a úlohy splní v poměrně krátkém času. Jediný problém, který by se mohl vyskytnout, by bylo nedorozumění v mnou zadané úloze, kterou bychom si upřesnili a vyjasnili. Problémy pak začnou až s aktivitou, ve které mají naleznout osm různých trojúhelníků.

Ve hře Sova je možné, že někteří nebudou chtít otázky vymýšlet a budou spoléhat na ostatní, především na toho žáka, jenž je vůdčí typ. Pokud by se tak stalo, pokusila bych se je před další hrou motivovat k tomu, aby nad otázkami také přemýšleli, a pokud by potřebovali, mohu jim poskytnout více času.

Co se času týká, předpokládám, že připravené aktivity vyjdou tak akorát na jednu vyučovací hodinu.

Má očekávání u skupiny B

Vzhledem k tomu, že jsem tyto žáky vybírala již před samotným experimentem, a vím tak dopředu, kdo přesně tam bude, mohla by být má očekávání přesnější. Avšak vstupuje sem jiný problém, a sice že tyto žáky vídám při hodinách, které jsou často vedeny instruktivním přístupem, tedy jsem neměla takovou příležitost vidět při hodinách interakci s učitelem nebo se svými spolužáky. To je jeden z důvodů, proč si nejsem tolik jistá, jaké budou na tyto aktivity reakce.

Neočekávám tolik samovolně vytvářených diskuzí jako u skupiny A. Usuzuji tak z mých dosavadních zkušeností, ve kterých třída společně příliš nespolupracovala a neměla ani potřebu navzájem sdílet své nápady řešení. Myslím si, že úlohy jsou utvořeny tak, aby v dětech probouzely potřebu společně diskutovat, a hlavně kooperovat. Abych to ještě více podpořila, budu se snažit odbourávat možný strach ze sdílení svých myšlenek, protože přece chyby jsou dobré, z chyb se můžeme ponaučit, je ale třeba vědět, proč a kde ta chyba vznikla, abychom ji mohli odbourat.

Zpočátku možná budou mít mírné problémy s domluvou, jak si práci rozdělí, ale po první aktivitě či dvou by se již mohli na sebe vyladit. Kvůli o něco menší interakci a pravděpodobně méně uceleným znalostem by mohli potřebovat žáci o něco více času, který bych mohla získat tím, že každá skupina bude Sovou pouze jednou.

Stejně jako u předchozí skupiny očekávám, že první dvě úlohy nebudou činit takový problém. Možná se objeví potřeba vystihnout u těchto aktivit výrazy ***různé*** trojúhelníky, vymodelovat trojúhelníky kamarádů, aby tam byl ***každý pouze jednou***, rozdělit je na ***stejné*** a ***opakující se*** a vymodelovat z nich ***takové***, které ***tam ještě nejsou***. S aktivitou, kde mají nalézt všech osm trojúhelníků, budou mít již možná trochu potíže. V této chvíli také očekávám diskuzi, zda jinak umístěný trojúhelník je stejný, nebo jiný. U poslední aktivity, kterou je hra Sova, si myslím, že budou užívat různé termíny k popisu jednotlivých vlastností a obrazců, které si budou muset vzájemně objasňovat.

Očekávám, že by mohli poznat výhody spolupráce a krásu se zábavou ve vlastním hledání a objevování řešení.

6.2 Popis plánu aktivit pro III. a IV. experiment

Když jsem přemýšlela nad tím, kdy je vhodný čas provést další experimenty s vybraným vzorkem žáků, prohlížela jsem si učebnici, podle které se žáci učí, a rozhodla jsem se, že by byl asi nejvhodnější čas poté, co budou mít probránu látku rovinných útvarů. Myslím si, že v tento čas by nemuselo vadit třídním učitelům, že si některé žáky beru stranou, protože je to možnost pro kontrolu toho, co se v látce naučili, nebo někteří zopakovali.

V předchozích experimentech žáci pracovali s geoboardy, kde byla prostřednictvím geodesek velmi podporována manipulace žáků. Nyní se přesouváme na vyšší úroveň tím, že budeme pracovat s grafikou. Z hlediska vnímání žáků zde nastanou změny:

- V grafickém vyjádření obrazců, s čímž souvisí znesnadnění změny trojúhelníku, místo přesunu gumičky na jiný kolík by zde museli gumovat či přeškrtávat nakreslenou úsečku.
- V kladení otázek: např. na barvu gumičky, umístění atd.

Před začátkem experimentu jsem si připravila veškeré pomůcky, se kterými budeme pracovat. Vytiskla a rozstříhala jsem si listy, na kterých byl zakreslen geoboard

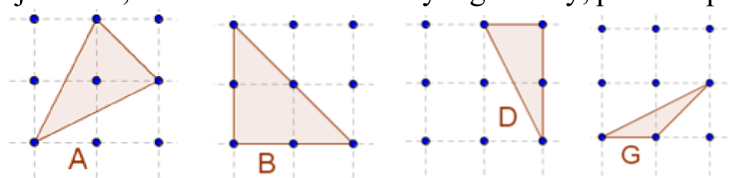
3×3 (obrázek v příloze). Těchto listů jsem vytvořila kolem 70, kdyby jich bylo náhodou potřeba více.

Cílem následujících aktivit je shledání důkazu, že lze na geoboardu vytvořit pouze osm trojúhelníků, dále argumentování, proč nepatří vybraný trojúhelník do řady, a nakonec hry Sova s co možná nejvíce otázkami na geometrické vlastnosti.

Při první aktivitě budou žáci pracovat ve dvojicích. Podle toho, kde bude experiment probíhat, budou dvojice spolupracovat u jednoho stolu dva, nebo u jednoho stolu čtyři tak, že sedí naproti sobě. Dvojici vytvořím právě podle toho, kam se posadí, abychom neztratili příliš mnoho času. Pokud se tedy posadí dvě dívky vedle sebe (v případě více stolů) nebo naproti sobě (v případě dvou lavic na celou skupinu), budou spolupracovat spolu. Jejich úkolem bude: „*Zakreslete společně na listy trojúhelníky, které jsme minule objevili na geoboardech.*“ Každé dvojici dám hromádku s listy, oba ve dvojici by měli zakreslovat a porovnávat, zda tento trojúhelník již jeden nakreslil, či nikoliv. Tato aktivita bude hodně zaměřena na spolupráci a domlouvání se mezi sebou.

Další úlohu budu zadávat postupně tak, jak se jim povede splnit první aktivitu. Vždy za dvojicí dojdu a zeptám se: „*Vyskytuje se tam každý trojúhelník pouze jednou? Souhlasíte oba? Zkuste naleznout devátý trojúhelník, který by zde mohl být vytvořen.*“ Během toho budu obcházet a pozorovat, jak se na to snaží přijít. V momentě, kdy za mnou přijdou s tím, že žádný neexistuje, zeptám se, jak si mohou být jistí a jak by to zdůvodnili. Na vymyšlení zdůvodnění jim nechám opět nějaký čas, aby se o tom mohli nejprve pobavit společně ve dvojici.

Když už všichni víme, že existuje pouze osm trojúhelníků, které lze na geoboardu 3×3 vytvořit, přesuneme se k další úloze. Žákům nadiktuji písmena, označující jednotlivé trojúhelníky. Následně zadám pokyn: „*Vyberte jeden trojúhelník, který nepatří do této řady, a vysvětlete, proč byste ho vyhodili.*“ Když jsem se zamýšlela, jaké čtyři trojúhelníky vyberu, rozhodla jsem se pro A, B, D, G, u kterých může být vybrán jakýkoliv za nevhodný, a záleží tak na preferencích určitých vlastností. V momentě, kdy bude každá dvojice rozhodnuta, že oba chtějí vyřadit jeden určitý trojúhelník, a budou mít domluveny argumenty, předstoupí před spolužáky a vysvětlí, jaký trojúhelník vyřazují a proč.



Poslední aktivitou v těchto experimentech bude hra Sova ve dvojicích. Galerii pro hru si každá dvojice sama vytvořila, jsou to totiž ty trojúhelníky, které žáci vytvářeli v první úloze. Jeden z dvojice bude vybrán jako Sova, ten si vybere jeden objekt, jehož pojmenování si může buď zapamatovat, nebo napsat na lísteček mimo. Rozhodnutí, zda psát, nebo ne, ponechám na žácích, pokud si důvěřují, neberu jako nutnost svůj výběr zapisovat. Druhý se pokusí pomocí otázek pokládaných ke vlastnostem trojúhelníků zjistit, jaký trojúhelník byl vybrán. Nejprve zadám položení co nejméně otázek, poté zkusit uhodnout během čtyř otázek, a nakonec podle času za co nejvíce otázek. Po uhodnutí se žáci vymění, tento scénář se ještě několikrát zopakuje. Já budu pouze v roli pozorovatele, jenž sleduje a zaznamenává průběh hry.

V případě, že bychom měli ještě hodně času, nebo by některou z dvojic vzájemné hádání nebavilo, budu mít pro ně připravenu další aktivitu, ve které by měli poskládat připravenou hru Sova.

Má očekávání u skupiny A

Pravděpodobně to se skupinou budu dělat na stejném místě jako minule, a budou tedy sedět dvě dvojice u jednoho stolu. V tomto případě bez jakéhokoliv pokynu nechám žáky posadit, podle toho, jak se posadí, jim vzápětí vytvořím dvojici. Očekávám otázku, zda by někteří mohli položit otázku, jestli by nemohli být ve dvojicích jinak, ale nemyslím, že ve výsledku budou mít problém s tím, s kým jsou. Vzhledem k tomu, že žáci spolu vychází dobře a nemají velké problémy se soustředit na určitou věc i navzdory okolnímu hluku, neměl by vzniknout problém v tom, že se navzájem dvojice u jednoho stolu ruší. Pokud by se tak ale stalo, nechala bych je se přesunout na jiné místo, klidně i na zem.

Hned první aktivita je poměrně náročná, protože nepředpokládám, že si budou všechny trojúhelníky pamatovat, a budou je tak muset znova hledat. Dlouhou dobu jsem uvažovala, zda budou potřebovat ještě geoboardy, ze kterých by to následně zakreslili do čtvercové mříže. Nakonec jsem se rozhodla zkusit to tentokrát bez nich, protože si nemyslím, že by měli problém najít znova trojúhelníky, akorát tentokrát pouze pomocí zakreslení. Předpokládám, že některé dvojice budou s úkolem dříve hotovy, a zadám jim tak hned úlohu najít 9. trojúhelník. Podle mého názoru nebudou příliš velké rozestupy mezi jednotlivými dvojicemi, pokud by se však našla nějaká skupina, která stále nemůže najít nějaký z osmi trojúhelníků, a ostatní by měli vymyšlen i argument, proč není 9., nechala bych je se nechat inspirovat prohlédnutím si galerie svých spolužáků.

S úlohou, jaký trojúhelník nepatří do řady, budou mít možná některé dvojice problém, protože se budou muset shodnout a vymyslet nějaký argument, proč vyhodit zrovna tento. Myslím si, že se každá dvojice nakonec na nějakém argumentu shodne. Řekla bych, že se určitě objeví alespoň dvě různá žákovská řešení, jaký trojúhelník vyřadit a proč. Ve vyřazených útvarech očekávám nejčastěji možnost G, neboť je nejmenší a je jako jediný tupoúhlý. V jejich výpovědích to může zaznít jako: „je rozpláclý, je roztažený, otevřený…“. Také by jej případně mohl vyřadit někdo s tím, že jediný není pravoúhlý, protože by viděl pravý úhel v trojúhelníku A. Taktéž si myslím, že se najde alespoň jedna skupina, která by „vyhodila“ právě trojúhelník A, jelikož jako jediný má vnitřní bod, má uprostřed sebe mřížový bod.

Při hře Sova si myslím, že nebudou potřebovat lísteček k zaznamenávání, a budou si prostě věřit, že svůj výběr nezmění. Očekávám, že otázky budou pokládat pouze na vlastnosti, možná budou otázky stále stejné, či hodně podobné a budou v nich zaznívat zkušenosti z předešlé aktivity, díky které měli vlastně možnost vymýšlet některé nové otázky, jež třeba ještě nezazněly.

Pravděpodobně se objeví nějaká dvojice, která bude brzy hotová, a ráda by dělala zase něco dalšího, v takovém případě jí dám rozstříhanou hru Sova. Myslím si, že jedna taková dvojice by se mohla pokusit hru složit, a možná i úspěšně.

Má očekávání u skupiny B

S touto skupinou budu pravděpodobně ve třídě, a bude tam tedy dost prostoru pro to, aby mohla každá dvojice sedět u jednoho svého stolu. Patrně se zde vytvoří stejnopohlavní dvojice, jelikož si sednou prostě spolu do lavice.

Očekávám, že v první aktivitě všechny dvojice najdou všech osm trojúhelníků, a že by hledání mělo zabrat méně času než minule, protože již je jednou objevili. Některé dvojice, kde jsou členové, již mají dobrou paměť, by mohli být poměrně rychlí, a zadala bych jim tak úlohu s hledáním 9. trojúhelníku. Řekla bych, že jim hledání devátého trojúhelníku chvíli potrvá s tím, že ještě musí vymyslet argument, jak si mohou být jistí, že jich lze vytvořit pouze osm.

V úloze, kde hledají, jaký trojúhelník vyřadit, očekávám drobné problémy, ať už ze strany domluvy, tak i s objevením důvodu, proč zrovna tento. Očekávám četnost stejných otázek, jako popisuji u skupiny A, možná zde budou některé dvojice více užívat metaforického jazyka typu „Má puntík uprostřed, nebo je rozpláclý“. S vystoupením před druhé se svým argumentem by neměli mít velký problém, mohou si vzájemně pomoci, je zajímavé, co si myslí spolužáci, jak se na to dívají.

Hra Sova by mohla být již poměrně rychlá a očekávám využití některých argumentů k vyřazení, možná ještě stále budou využívat metaforického jazyka, kterému oba rozumí.

Myslím si, že s touto skupinou nestihnu již další aktivitu, a skončila bych tak u hry Sova.

6.3 Popis plánu aktivit pro V. a VI. experiment

Aktivity u následujících experimentů se budou lišit od těch předchozích především v tom, že poprvé nebudou žáci pracovat ve skupině, nebo alespoň ve dvojici. Tentokrát bude většina celkového času věnována samostatné práci.

Cílem následujících aktivit bude objevit a vytvořit optimální strategii hry Sova.

Nejdříve však začneme všichni společně, všichni žáci budou v roli Sovy a já jim budu klást otázky. Doprostřed jedné lavice, okolo které se všichni posadíme, dám rozstříhané útvary. Galerie je tentokrát složena ze čtyř trojúhelníků (pravoúhlý, rovnoramenný a dva s vnitřním úhlem větším než 90 stupňů), natočeným čtvercem, dvěma pravoúhlými lichoběžníky a nekonvexním čtyřúhelníkem. V ruce budu držet dvě připravené optimální strategie hry Sova, ze které budu klást otázky. Úkolem žáků by mělo být zjištění, že taková optimální strategie existuje a jak vypadá. „*Vsadím se s vámi, že uhádnu útvar, na který myslíte, pomocí pouze tří otázek na vlastnosti*.“ Poté co vyslovím tuto informaci, si zahrajeme několik her Sova, přibližně dvě až čtyři. Následně se zeptám, jak je to možné, zda by si to také mohli takto připravit, aby položili vždy pouze tři otázky, a nebyli tak závislí na náhodě.

Poté, co se dostaneme k tomu, že existuje optimální strategie, na niž se mohou připravit, rozdám každému tabulku, do které jsem to i já vypisovala, s tím, že je jejich nynějším úkolem si takovou přípravu optimální strategie hry Sova také vyzkoušet. Aby věděli, jak s takovou tabulkou pracovat, umožním jim podívat se na to, jak jsem s ní pracovala já (vypsala jsem do ní, kde jsou otázky a kde odpovědi). Pokud by žáci po delším časovém úseku měli stále problém s tím, vymyslet další otázky, dala bych jim možnost využít i některé z mých otázek s podmínkou, že je použijí jinde.

Mé dvě úplné strategie Sovy vypadaly následovně:

1) Možnost.

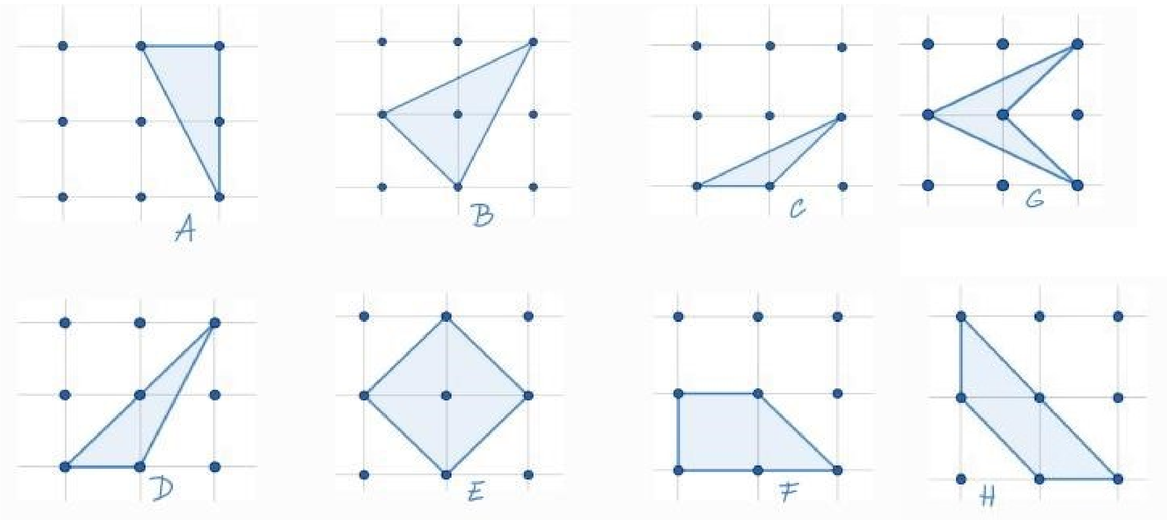
<table>
<tr><td colspan="8">Je to čtyřúhelník?</td></tr>
<tr><td colspan="4">ANO (E, F, G, H)</td><td colspan="4">NE (A, B, C, D)</td></tr>
<tr><td colspan="4">Má právě dvě strany rovnoběžné?</td><td colspan="4">Je jeho obsah právě 1 čtvereček?</td></tr>
<tr><td colspan="2">ANO (H, F)</td><td colspan="2">NE (E, G)</td><td colspan="2">ANO (A, D)</td><td colspan="2">NE (B, C)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Je osově souměrný?</td><td colspan="2">Má na sebe alespoň dvě strany kolmé?</td><td colspan="2">Lze zapsat jednu jeho stranu pomocí ● → → ●?</td><td colspan="2">Je tento útvar 1/8 čtverce o obsahu 4 čtverečků?</td></tr>
<tr><td>ANO (H)</td><td>NE (F)</td><td>ANO (E)</td><td>NE (G)</td><td>ANO (A)</td><td>NE (D)</td><td>ANO (C)</td><td>NE (B)</td></tr>
</table>

2) Možnost

<table>
<tr><td colspan="8">Má na sebe právě dvě strany kolmé?</td></tr>
<tr><td colspan="4">ANO (H, G, F, A)</td><td colspan="4">NE (E, D, C, B)</td></tr>
<tr><td colspan="4">Je jeho obsah právě 1 čtvereček?</td><td colspan="4">Má alespoň dvě strany stejně dlouhé?</td></tr>
<tr><td colspan="2">ANO (A, G)</td><td colspan="2">NE (H, F)</td><td colspan="2">ANO (E, B)</td><td colspan="2">NE (C, D)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Je to čtyřúhelník?</td><td colspan="2">Je osově souměrný?</td><td colspan="2">Je jeho obsah polovinou obsahu největšího čtverce?</td><td colspan="2">Prochází právě třemi mřížovými body?</td></tr>
<tr><td>ANO (G)</td><td>NE (A)</td><td>ANO (H)</td><td>NE (F)</td><td>ANO (E)</td><td>NE (B)</td><td>ANO (C)</td><td>NE (D)</td></tr>
</table>

3) Možnost otázky, která by byla položena jako první k optimální hře.

Dotýkají se jeho strany právě čtyř mřížových bodů?							
ANO (A, D, E, G)				NE (B, C, F, H)			
Je jeden jeho úhel větší než 90°?				Má dvě stejně dlouhé strany?			
ANO (D, G)		NE (A, E)		ANO (B, H)		NE (C, F)	
Je to čtyřúhelník?		Je jeho obsah ½ obsahu největšího čtverce?		Má uprostřed sebe mřížový bod?		Má pravý úhel?	
ANO (G)	NE (D)	ANO (E)	NE (A)	ANO (B)	NE (H)	ANO (F)	NE (C)



V momentě, kdy mají žáci celou, nebo alespoň z velké části připravenou úplnou strategii hry Sova, vyzkouší si ji v praxi. Postupně budou jeden po druhém zkoušet, jak byli úspěšní v sestavení, zda otázkám porozuměli a zda neudělali v některé části chybu.

Má očekávání u skupiny A

Myslím si, že žáci budou bez problémů odpovídat téměř na všechny mnou položené otázky, možná s osovou souměrností budou mít problém, protože ji budou probírat nejdříve za dva týdny. Pokud se mě zeptají, co to znamená osová souměrnost, odpovím: *„Objekt, jenž je osově souměrný, je zrcadlový přes určenou osu, přímku. Kdybychom tedy útvar podle* *vytvořené osy přehnuli, padly by tvary přesně na sebe*[5].“ Pravděpodobně také všichni nerozpoznají, že lichoběžník „H“ má dvě na sebe kolmé strany, čímž by mohl vzniknout konflikt, jenž bude potřeba vyřešit.

Druhá aktivita je velice náročná a myslím si, že s ní někteří možná budou mít trochu problém. Přece jen vytvořit takovou úplnou strategii není úplná hračka. Myslím si, že se s tím však poperou, nebo alespoň většina z nich. Kdyby byli někteří rychlejší, mám pro ně připraven ještě jeden papír, na který by mohli zkusit vytvořit ještě jednu strategii, nebo mohou zkusit z druhé strany vytvořit schéma pro nejdelší hru. To vše ale záleží na jejich rychlosti a čase, který budeme mít.

Poslední aktivita již bude oddechovější, a možná pro některé půjde i o odměnu, protože uvidí, že zvládli vytvořit schéma Sovy, které skutečně funguje.

Má očekávání u skupiny B

Pro skupinu B platí stejné problémy a způsoby jejich řešení jako u skupiny A, a to s tím, že někteří možná budou mít trochu problém rozpoznat nekonvexní čtyřúhelník a budou jej považovat za trojúhelník, nebo naopak více-úhelník. Pokud by se tak stalo, objasnili bychom si, co víme o trojúhelnících, čtyřúhelnících, a již známé znalosti s mou pomocí aplikovali do rozluštění tohoto útvaru.

Očekávám problém v sestavování optimální úplné strategie hry Sova, kdy možná bude třeba, aby si žáci poradili s pokládáním otázek, nebo jim budu muset ukázat své návrhy. Myslím si však, že určitě řada žáků zvládne tuto strategii vytvořit. Pravděpodobně tato aktivita zabere velkou část hodiny a na konci již nestihneme tolik her Sovy s právě udělanou svou přípravou.

6.4 Popis rozhovoru po dokončení experimentů

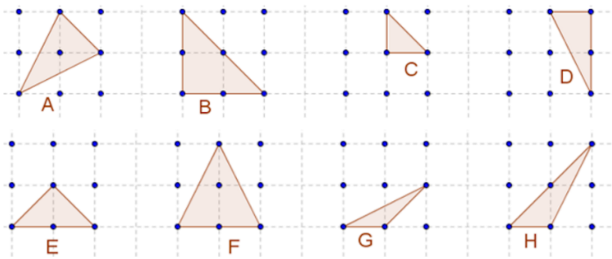
Všech osm žáků si vezmu do volné třídy, kde je rozdělím na dvě poloviny. Jedna z nich bude pracovat na mnou připraveném dotazníku a s druhou polovinou uskutečním tzv. focus group[6].

[5] Hejný, Jirotková, Bomerová, Matematika pro 4. ročník základní školy, nakladatelství Fraus.
[6] Focus group je metoda, „*pomocí které získáváme data za využití interakcí, které samovolně vznikají a probíhají na předem určené téma*“ (Švaříček a kol., 2007, s. 185).

Na dotazníku bude pracovat každý žák samostatně s tím, že pokud by měl někdo problém s porozuměním otázky, mohou se mezi sebou poradit, já dám k nim kameru, abych se mohla později dozvědět, pokud byl problém a v čem. Před začátkem vždy vysvětlí, co budou dělat ve dvou úlohách, které se v dotazníku vyskytují.

Dotazník bude vypadat následovně:

1. Hra Sova
   - galerie pro hru Sova



Má trojúhelník dvojici <u>kolmých</u> stran? Vypiš, které zbývají:

- NE ____________________________

Je trojúhelník <u>osově souměrný</u>?

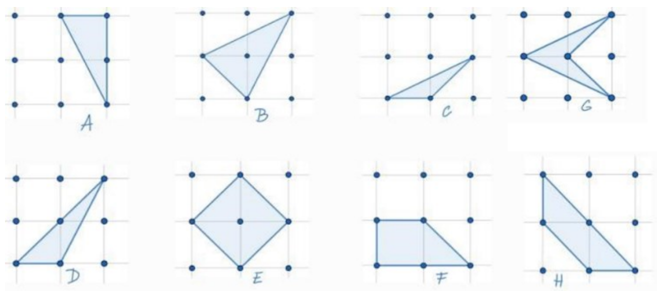
- NE ____________________________

Je jeho nejdelší strana <u>úhlopříčkou</u> největšího možného čtverce?

- ANO ____________________________

Na jaký trojúhelník Sova myslela? _____________

2. Vymysli otázky pro hru Sova
   - galerie



- Vyber si jeden mnohoúhelník a zapiš jej _______________ => to je to, na co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

Vypiš, které zbývají:

1. ________________________________ ___________________________
2. ________________________________ ___________________________
3. ________________________________ ___________________________
4. ________________________________ ___________________________

Na jaký mnohoúhelník Sova myslela? _____________

K rozhovoru si s sebou vezmu veškeré materiály, se kterými jsme pracovali, abychom si na začátku společně připomněli, co všechno jsme dělali. Ne všichni žáci se všech experimentů zúčastnili, proto některé materiály nebudou znát. Ten bude probíhat stylem, že položím otázku, na kterou poté budou odpovídat. Pokusím se zdůraznit, že by se měli vzájemně poslouchat a mohou na sebe reagovat, jen by bylo vhodné nechat jednoho domluvit, aby neztratil svou myšlenku. Otázky, na které se budu ptát, jsou následovné:

1) ***Rekapitulace aktivit, které jsme spolu vyzkoušeli.***

   Během první otázky bych ráda zjistila, co všechno si pamatují, že dělali. Abych jim mohla napovědět, ukážu/pojmenuji jim vždy jeden materiál a zeptám se, zda si vzpomínají, co jsme s tímto materiálem dělali.

2) ***Byla nějaká aktivita pro vás těžká? Případně jaká a proč?***

   Všechny aktivity budeme mít čerstvě připomenuty, nemusel by být tedy velký problém na tuto otázku odpovědět.

3) ***Co jste dělali, když jste si nevěděli rady?***

   Uvedu příklad s vysvětlením, jak jsem to já cítila. Například: „Když jste vyřazovali jeden z trojúhelníků a nemohli jste najít kritérium, nebo jste se na něm neshodovali. Jak jste na to šli, abyste dospěli ke stejnému závěru?“

4) ***Jaká role pro vás byla náročnější, Sova, nebo hádající? Bylo tomu tak při všech hrách, nebo se to lišilo podle typu hry?***

   Sovu jste hráli nejdříve ve skupinkách po čtyřech, poté jste ji hráli ve dvojicích, a nakonec jste byli všichni Sovou a já, nebo vy jste hádali na základě předem připravených otázek.

5) ***Když jste byli v roli Sovy, podle čeho jste si nejčastěji vybírali objekt? Proč?***

   Podle toho, který vám připadal nejnáročnější, a chtěli jste to hádajícímu co nejvíce ztížit? Nebo naopak něco, co by mohl rychle uhodnout?

6) ***Stalo se někdy, že jste v roli Sovy neuměli odpovědět? Museli jste nad tím hodně přemýšlet? Čím to podle vás bylo?***

   Ať už když jste hráli se mnou jako hádajícím, tak se svým spolužákem.

7) ***Bylo to pro vás učení, nebo „jen“ hraní?***

8) ***Co si myslíte, že jste se naučili? V čem jste se zlepšili? V čem byste se ještě mohli zlepšit, kdybychom to hráli ještě dál?***

9) ***Co byste ocenili na těchto setkáních, co vám bylo naopak nepříjemné a změnili byste to?***

10) ***Chtěli byste něco takového zažívat častěji? Doporučili byste hru Sova do dalších tříd?***

    Jak byste to dalším třídám představili? Co byste jim říkali/ukazovali, aby si jiné třídy chtěli zahrát Sovu také? Měli byste pro ně nějaké doporučení, čeho by se měli vyvarovat, nebo co by naopak měli udělat?

Pro vyhodnocení rozhovoru si vyberu jednu ze skupin, u které budu vytvářet tabulku s komentáři na zajímavé výroky. Na základě tohoto rozboru zhodnotím, jaké části jsou pro mě podstatné a budu se na ně zaměřovat při rozboru těch zbylých. Práci, kterou si vyberu k celkovému rozboru je skupiny (B – N1, N2, M01, K01), u které cítím, že je o něco kognitivně a interaktivně slabší.

7 Průběh experimentů a jejich reflexe

V následujících kapitolách již přiblížím průběh jednotlivých experimentů. Nejdříve jsem uskutečnila pilotní experiment v další čtvrté třídě, čemuž jsem byla následně ráda, a na základě toho jsem následně ještě poupravila ty následující.

Pro přehlednost časové dotace a důležitých proměnných přikládám tabulku s podstatnými informacemi o experimentech.

	Skupina	Datum	Hodina	Umístění
Pilotní experiment	C[7]	5. 10. 2022	1.	třída
Experiment I. – tvorba galerie pro hru Sova a její následné využití ve hře	A	6. 10. 2022	3.	chodba
Experiment II. – tvorba galerie pro hru Sova a její následné využití ve hře	B	7. 10. 2022	2.	třída
Experiment III. – vyřaď nehodící se trojúhelník, hra Sova (dvojice)	B	16. 11. 2022	4.	třída
Experiment IV. – vyřaď nehodící se trojúhelník, hra Sova (dvojice)	A	21. 11. 2022	4.	chodba
Experiment V. – hra Sova, vytváření optimální strategie pro hru Sova	A	2. 2. 2023	3.	chodba
Experiment VI. – hra Sova, vytváření optimální strategie pro hru Sova	B	6. 2. 2023	6.	třída
Rozhovor + dotazník	B	9. 6. 2023	2.	třída
Rozhovor + dotazník	A	14. 6. 2023	1.	třída

7.1 Pilotní experiment a moje zjištění

Experiment probíhal během první vyučovací hodiny v jedné čtvrté třídě. Žáci byli rozděleni do skupin po čtyřech a zbylé po pěti. Mým cílem bylo sledovat dvě skupiny po čtveřicích.

[7] Skupina C – je označení pro v pořadí třetí ročník čtvrťáků, které na naší škole jsou

Tyto dvě skupiny, které měly být sledovány, jsem posadila blízko k sobě, abych mohla snadno přebíhat z jedné do druhé a poslouchat názory a sledovat spolupráci obou skupin co nejvíce. Obě skupiny měly čtyři židle u jednoho stolu, do kterého na začátku hodiny dostali čtyři geoboardy se čtyřmi stejnými gumičkami.

Již na začátku dne se vyskytly první problémy, které jsem musela řešit. Ve škole máme velmi málo geoboardů na to, abych mohla každému žákovi rozdat dva geoboardy. Musela jsem u zbylých skupin, tedy těch, které jsem nesledovala, vytisknout geoboardy na papíře, kam si budou trojúhelníky překreslovat. Druhým problémem bylo to, že nebyla dostatečně nabitá kamera, experiment jsem tedy měla možnost natáčet pouze pomocí mobilního zařízení, kde nelze zachytit tolik věcí jako kamerou. *V dalších experimentech se tedy musím zaměřit na to, jak vyřeším nedostatek geoboardů, a předem si zkontrolovat baterii kamery.*

Po vyřešení prvních problémů již začala hodina a já jsem doufala, že se další problémy již nevyskytnou a experiment snad poběží hladce. Avšak opak byl pravda, nedostatečně jsem srozuměla vyučující se svými plány a potřebou její pomoci. Tudíž jsem po celou dobu měla na starosti celou třídu a nemohla jsem se soustředit na sledované dvě skupiny. Také jsem žáky téměř neznala, takže jsem si vybrala nějaké dvě skupiny bez téměř jakékoliv znalosti o nich. Sice jsem se ještě před hodinou ptala na žáky, kteří jsou něčím výjimeční, ale po začátku hodiny jsem již byla ztracená, jací žáci to vlastně byli.

Problém s neznalostí žáků nemusím v dalších experimentech řešit vzhledem k tomu, že jsem u nich jako párová učitelka, a tedy je již znám. Abych mohla pracovat tak, jak potřebuji, a žákům se vhodně věnovat, budu na další experimenty chodit mimo kmenovou třídu, čímž se vyřeší i malý počet geoboardů.

Nejprve zhodnotím míru naplnění cílů, které jsem si před experimentem stanovila. První cíl, kdy jsem sledovala, zda žáci používají úderné otázky na vlastnosti trojúhelníků, byl naplněn zhruba z poloviny. Někteří žáci se nad trojúhelníky a jejich vlastnostmi zamýšleli a na tomto základě kategorizovali zadané trojúhelníky, někteří však zůstali pouze na tom bodě podobnosti, zda je stejná gumička, jestli je přetočená jednou, nebo víckrát, jestli je daný útvar větší, menší… K druhému cíli, tedy nalezení všech osmi trojúhelníků, díky spolupráci s druhou skupinou dospěli již všichni. Třetí cíl, vytvoření struktury trojúhelníků na základě podobných vlastností, se váže k prvnímu, kdy někteří žáci nemají představu o vlastnostech trojúhelníků a kategorizace poté probíhá na základě nějakého konkrétního popisu, jenž je proměnný.

Po zhlédnutí videí jsem si všimla, že by děti potřebovaly zopakovat, jaká jsou pravidla hry Sova, ještě předtím, než ji vůbec začnou hrát.

7.2 Experimenty proběhlé ve skupině A

V této kapitole se zaměřuji na popis a charakteristiku jednotlivých experimentů, které probíhaly ve skupině A.

7.2.1 I. experiment

První experiment probíhal ve čtvrtek třetí vyučovací hodinu. Vzhledem k tomu, že nebyla volná žádná třída, probíhal experiment na chodbě před třídou. Tato část chodby má menší výklenek, do kterého se nám akorát vešly dvě lavice s osmi židlemi. Nevýhodou bylo to, že tudy poměrně často někdo procházel, většinou jej naštěstí žáci nepostřehli, a nenechali se tak vyrušit z úvahy. Skupinu tvořilo všech osm vybraných žáků. Tito žáci se rozdělili do dvou skupin, v každé ze skupin byli dvě dívky a dva chlapci. Po sestavení se jako skupina posadili k jedné lavici. U lavice seděli tak, aby na sebe všichni vzájemně viděli, a měli i možnost dívat se jeden druhému pod ruce. V každé skupině je alespoň jeden žák, o kterém si myslím, že by to mohl celé vést.

Když byli již rozesazeni, rozdala jsem každému z nich geoboard s gumičkou a zeptala se, zda si pamatují na práci s nimi. Sborově mi odpověděli, že ano. Následně jsem jim již mohla zadat první úlohu. Ta byla vyřešena během necelé minuty, obě skupiny pracovaly tak, že každý vytvořil nějaký trojúhelník a poté si je žáci srovnali, zda mají každý jiný. Když se trojúhelník opakoval, změnili jej během chvíle na jiný.

1. Skupina (H1, P1, K01, R01) – prvními vytvořenými trojúhelníky na geoboardu byly B, C, F, E.
2. Skupina (T1, L1, M01, M02) – prvními vytvořenými trojúhelníky na geoboardu byly F, B, C, D.

Při druhé aktivitě se také nevyskytl žádný problém, hned se dohodli, jaký trojúhelník chtějí vytvořit na novém geoboardu. Úlohu měli vyřešenu ještě rychleji než předchozí.

Třetí aktivita, tedy hledání shodných a neshodných trojúhelníků, byla již o něco složitější. Ačkoliv vyřešili ji také poměrně rychle. Objevili, že pouze jeden trojúhelník, který si přinesli z druhé skupiny, se neshoduje s galerií, kterou vytvořili. Po pokynu: „*Rozdělte ty trojúhelníky na dvě skupiny, kde na jedné straně budou ty, které máme jenom jednou, a na druhé ty, které se opakují*“ *žáci nepochopili, co po nich chci, zpětně si uvědomuji, že má instrukce byla nepřesná a těžko pochopitelná.* Jedna skupina dala šest trojúhelníků, které se shodovaly, na jednu stranu a na tu druhou ty dva originální. Druhá skupina nepracovala s původní (jejich) galerií a rozdělila jej na 3 (shodný) + 1 (neshodný). Zadání jsem se jim pokusila vzápětí objasnit: „*Ze shodných trojúhelníků vyberte jeden, který dáte na druhou stranu tak, aby vám tam vznikly všechny dosud vytvořené trojúhelníky jednou.*“ *Tento pokyn byl již jasnější a pochopen jednou skupinou.* Druhé skupině jsem ještě dodala: „*Tak aby v jedné skupině byl co největší počet trojúhelníků, které se tam objeví pouze jednou.*“ *Následně už i tato skupina rozdělila trojúhelníky tak, jak jsem celou dobu chtěla.* Ve skupinách téměř po celou dobu mluvil pouze jeden žák.

Při čtvrté aktivitě již začíná pestřejší vzájemná komunikace – skupinky o čtyřech lidech musí pracovat pouze se třemi geoboardy. Vzájemně komunikují, zda ten, co právě vytvořili, již mají, nebo ne. Dokonce padla otázka, zda se počítají zrcadlové trojúhelníky samostatně. Na které se společně domluvili, že se nepočítají. U skupiny „první“ další vytvořený trojúhelník byl H, poté A a nakonec G. U skupiny „druhé“ byl další nejdříve vytvořený trojúhelník A, následně G, jako poslední H. Nalezení všech osmi trojúhelníků, jim zabralo dvě a půl minuty.

Poslední aktivitou byla hra Sova, na kterou nám zbyla necelá půlhodina. Před začátkem jsem se ujistila, zda si pamatují, co to je hra Sova a jaká jsou její pravidla. Následoval dotaz, zda by někdo chtěl sdílet svou již vymyšlenou otázku, a inspirovat tak druhé, zároveň si tím vyjasním, zda jim jsou pravidla skutečně jasná. Otázky, které byly vysloveny před začátkem hry pro inspiraci:

Otázky pro inspiraci s. A:

Žák:		Má poznámka:	Fenomén:
M01_1[8]	Je to rovnoramenný trojúhelník?		

[8] Číslice za podtržítkem označuje, kolikátý je to vstup do dané konverzace.

H1_1	Je na zelené gumičce?		F1
M01_1	My ale můžeme mít jiné barvy gumiček, tak to pak nebudeme vědět.	To ještě nevěděli, že budeme na hru spojení, ale jsem ráda, že vyhodnotili otázku za nevhodnou.	F2
H1_2	Jo, to je pravda, tak tu nebudeme používat.		
Ostatní_1	Souhlasí s nepoužíváním.		
P1_1	Kolik kolíků to zabírá?		F3
M01_2	Kolik má v sobě čtverečků, například zda má jeden…?		F4

Žáky jsem již zastavila v pokládání dalších otázek a vysvětlila jim, jakým způsobem budeme tyto hry hrát. H1: *„A my máme stejné trojúhelníky jako oni?“ Touto otázkou mě trošku překvapil a snažila jsem se na ni zareagovat bez toho, abych jim prozradila, že jsou to všechny trojúhelníky, které lze jde vytvořit, má odpověď zněla*: *„Ano máte stejné trojúhelníky, zkontrolovala jsem to.“*

Žáci, kteří byli v roli Sovy (T1, L1, M01, M02), se snažili vybrat takový trojúhelník, který druzí nepoznají rychle. Takovým se jevil trojúhelník označený písmenem G.

První hra skupiny A:

P1_1	Kolik má čtverečků?		
H1_1	Ne, ale musíš se zeptat přímo na to číslo.		F5
P1_2	Jo, tak má např. 2 čtverečky?		
Sova_1 sborově	Ne.	Odpověď byla zodpovězena bez toho, aniž by je museli počítat.	
H1_2 + P1_3	Takže to nemůže být, tenhle, tenhle…	Útvary, které vyřazují, dávají na stranu.	F6
K01_1	Má tři tyhlecty kolíky?		F7
H1_3	Ne, neměl bys ukazovat, máš se jen zeptat.		F5
Sova_2	Ne.		
R01_1	Má to půlku týhle čárky?		F7

K01_2	Musíš říct půlku čtverečku.	Pravděpodobně mu záleží na spolupráci. Uvědomuje si vágnost otázky.	
H1_4	Počkej, ale to mají oba!	Shodli se jako skupina, že ano, takže otázku vynulovali, což svědčí o dobré spolupráci.	
H1_5	Je to úzký trojúhelník?		F1
M01_1	Úzký? Co znamená úzký trojúhelník?	Vzniká potřeba vyjasnění použití výrazu, nejlépe v sjednocení.	F8
H1_6	Do toho se vejde 1 prst a do toho druhého by se vešly klidně i 2.	Vymezuje svou interpretaci.	
L1_1	To ale nejde takhle říct, sem se taky vejde třeba jeden.	Kontrola, zda výpověď dává smysl.	
H1_7	Ale vy jste taky na začátku říkali otázku, jestli je úzký, a já jsem vám vysvětlil, jak to myslím, takže je to úzký?		
Sova_3	No tak jo, je.		
Následně již trojúhelník řekli. Bylo to správně → vybraný byl trojúhelník G.			
P1_4	Dohodneme se, že otázku, jestli je úzký, nebudeme používat, jo?	Všichni kromě H1 souhlasí, ta dodává, že pokud bude položena, je třeba upřesnit, co to znamená.	F9

Druhá hra s. A – výměna rolí

T1_1	Má v sobě minimálně dva čtverečky?		F4
Sova_1	Ne.		
M01_1	Je rovnoramenný?		
Sova_2	Ne.	První začali vyřazovat ty, které nejsou rovnoramenné.	
H1_1	Počkej, na co jste se ptali?		F8
M01_1	Je rovnoramenný, ten, co má dvě strany stejně dlouhé. A jo…	Po opravě je již vyřadili správně.	
M02_1	Obchází více než čtyři čtyři kolíky?	Dopomáhá si ukazováním obvodu trojúhelníku.	F7
Sova_3	Joo.		
L1_1	Teď já prosím… Má v sobě uzlík?		F2
M01_2	Ne, ale to ne.		F5
E	To není vlastnost trojúhelníku.		F_E[9]

[9] F_E: značí vstup experimentátora do diskuze. Tento vstup mohl zapříčinit pozastavení toku myšlenek žáka.

M01_3	Tak jo, je ten trojúhelník pravoúhlý?		
H1_2	Ne.		
K01_1	Já ani nevím, co to je.		F10
T1_2	Takže je to tenhle.		
Sova_4	Ne, je to ten druhý.		
M01_4	Ale ten má pravý úhel, koukej, tohle je pravý úhel.		
H1_3	No, ale ten je rovnoramenný		F11
M01_5	Ale já se ptal, jestli je pravoúhlý.		
H1_4	Ano, ale tenhle je rovnoramenný…		
M01_6	A pravoúhlý.	Ukazuje na pravý úhel.	
H1_5	A je i pravoúhlý, a když ty řekneš, jestli je pravoúhlý, a my řekneme, že je…	Uvědomění, že může být i rovnoramenný i pravoúhlý.	
M01_7	No a tenhle není…		
H1_6	No, není, no. Jo, dobře, tak je to pravoúhlý.		
M01_8	Takže je to tenhle.		
H1_7	Jo, my jsme předtím dali špatnou odpověď. Protože mně nedošlo, že je rovnoramenný i pravoúhlý.	Uznání své chyby.	

K otázce pravoúhlosti se poté ještě jednou vrátili a navzájem si ukázali, kde a co je ten pravý úhel.

Odpovědi na můj dotazník:

Rozuměl/a jsem pokynům učitele:	
H1, L1, P1, T1, K01, M01, M02, R01	Ano

V průběhu experimentu se vyskytlo několik situací, kdy jsem si sama říkala, že asi není úplně srozumitelné to, co říkám. Naštěstí se tito žáci nebojí učitele zeptat, jak to myslí, nebo požádat o upřesnění, což může být pravděpodobně důvod, že všichni zvolili „ano“.

Rozuměl/a jsem otázkám svých spolužáků:		
H1, M01	Ano.	Pokud nerozuměli, zeptali se a poté věděli.
L1, P1, T1, K01, M02, R01	Spíše ano.	Pravděpodobně se neujišťovali, anebo nerozuměli ani vysvětlení.
Nejzajímavější otázka, kterou jsem položil/a, byla:		

H1, P1, K01, R01	Je pravoúhlý?	Někteří z nich tuto otázku nepoložili, ale rozumím tomu tak, že je tato otázka zaujala, když ji položil někdo jiný a oni na ni odpovídali.
L1	Má uzel?	Ačkoliv to není otázka na vlastnost a ve hře nebyla zodpovězena, mohla být pro žákyni zajímavá.
T1	Má v sobě minimálně 2 čtverečky?	Má v sobě = je obsah, žáci mají představu o obsahu, chybí jim pouze použití termínu *obsah*. (Má v sobě je v tomto případě polotermín.)
K01, M02	Je rovnoramenný?	
Největší problém mi dělala aktivita:		
H1, R01, P1, M01	Žádná.	U H1 a M01 jsem tuto odpověď očekávala, u R1 jsem očekávala, že napíše např. kladení otázek, vzhledem k tomu, že mnoho otázek nepoložil a celkově se při hře příliš nezapojoval. P1 se zapojovala více a po ujasnění si pravidel hry Sova s H1 pravděpodobně již problém neměla.
T1	Vymýšlení otázek v Sově.	Souhlasím, i jsem to očekávala, vymýšlení otázek na vlastnosti objektů vyžaduje analýzu a klasifikaci objektů.
K01	Sova.	
M02, L1	Jak jsme měli dotvořit do 8 trojúhelníků.	Bylo obtížné najít poslední trojúhelník, což jsem očekávala, ale společnými silami jej našli, dokonce rychleji, než jsem očekávala.
Proč?		
H1, P1, R01, M01	-	
K01	Nevím.	Pravděpodobně stejný důvod jako u T1.
L1	Protože abychom je neměli stejný.	
T1	Vymýšlení otázek.	
M02	Přišlo mi to nejtěžší.	
Poslední dvě otázky nebudu vyhodnocovat, jelikož žáci nedostali informaci o zaznamenávání počtu otázek a jejich odpovědi byly pouze typované.		

Fenomény vyskytnuté během her

<u>Kognitivní</u>

- **F1** – negeometrický jazyk (K). Použití negeometrické vlastnosti – (H1_1: zelený, M02_1: úzký). Tito žáci mají stále geometrický svět propojen s tím reálným.

- **F2** – ostatní žáci vnímají, že to není geometrická vlastnost.
- **F3** – všímání si mřížových bodů. Pravděpodobně převážně na hranici – po obvodu daných objektů.
- **F4** – pozornost na obsah útvarů (trojúhelníků), zatím ještě nevyjádřen termínem *obsah.*
- **F7** – náročnost geometrického jazyka přivádí žáky (1. K0_1, R01_1, 2. M02_1) k dopomáhání si ukazováním[10]. Nepřesnost vyjadřování odráží i nepřesnost myšlení.
- **F8** – potřeba vyjasnění otázky – žák (1. M01_1) nerozumí otázce, je třeba ji ujasnit, aby na ni dokázal odpovědět. Ve druhém případě (H1_1), nerozumí situaci, která nastala po zodpovězení otázky, a potřebuje se ujistit, že neodpovídal na něco jiného.
- **F9** – potřeba sjednocení.
- **F10** – nejasnost významu termínu (K01_1) – pravoúhlost. Vzhledem k tomu, že po společné úvaze nad tím, co je pravý úhel a jak vypadá, žáci vypadali, že jej již dokážou odhalit.
- **F11** – chybná iluze, že trojúhelník rovnoramenný a pravoúhlý, se vylučují. V tomto případě si to daný žák uvědomil poté, co mu spolužák ukázal pravý úhel. Dost možná je to spojeno s F10, tedy nejasností významu termínu *pravoúhlý trojúhelník*.

<u>Interakce</u>

- **F5** – dohlížení na pravidla interakce (1. H1_1 a H1_3, 2. M01_2), žák má pravidla dobře upevněna a vyžaduje, aby byla naplňována všemi spoluhráči.

<u>Metakognitivní</u>

- **F6** – metakognitivní úroveň, žáci znají strategii, jak mají zacházet s galerií, tedy dají si je na stranu, aby se jim vzájemně nepletly a otázky se neopakovaly. Během toho nastává analýza každého trojúhelníku a jejich následná klasifikace.

Krátká kazuistika vybraných žáků na základě her Sova

- **P1**. Žákyně na začátku hry Sova neměla ucelená pravidla hry, zaměřovala se na otázky, které se týkají převážně obvodu (mřížové body po obvodu) a obsahu útvarů. Zároveň se ale podílela na klasifikaci trojúhelníků, což vypovídá o její metakognitivní úrovni.

[10] Viz 1. etapu vývoje jazyka v matematice – popsána v teoretické části.

- **H1**. Temperamentní žákyně přesně tak, jak jsem očekávala, hlídala ve své skupině dodržování pravidel, při nejasnostech se vyptávala a společně s P1 analyzovala a třídila trojúhelníky. Pokud je si něčím jistá, nenechá se jen tak odradit a vydrží dlouho v prosazování svého názoru, což se zde ukázalo například u otázky úzkého trojúhelníku. Zároveň však nemá problém uznat, že se mýlila, pokud ji o tom v diskuzi někdo přesvědčí (bylo tomu tak v případě pravoúhlého trojúhelníku).
- **M01**. Z obou her lze poznat, že termíny *pravoúhlý* a *rovnoramenný trojúhelník* mu nejsou cizí a své myšlenky dokáže vyjádřit i slovy. Stejně jako H1 se snaží hlídat pravidla hry, a když si není něčím jistý, zeptá se, aby si to vyjasnil.

7.2.2 IV. experiment

Čtvrtý experiment probíhal opět ve čtvrtek třetí vyučovací hodinu ve výklenku na chodbě. Skupinu tvořilo opět osm žáků, šest z nich se zúčastnilo podruhé a dva, kteří byli poprvé. Žáci byli rozděleni do dvojic podle místa, kde seděli. U každého stolu pracovaly vždy dvě dvojice: R01 + H1 a L1 + T, K01 + P1 a T1 + D. Žáci, kteří se experimentu zúčastnili poprvé¨, jsou označeni bez čísla a oba jsou chlapci.

Při první aktivitě se každá dvojice ihned po vytvoření trojúhelníku radila, zda jej již mají, nebo je nový. Odlišnost byla například v tom, že někteří vytvářeli pouze osm společných trojúhelníků, a některé dvojice chtěly mít u sebe osm, tedy vytvářeli každý znovu objevený trojúhelník hned dvakrát. 1. kdo měl všechny trojúhelníky vytvořen, byli H1+R01, za necelé tři minuty, hned za nimi byli P1+K01. O necelou minutu později se podařilo najít osm trojúhelníků i zbylým dvěma dvojicím.

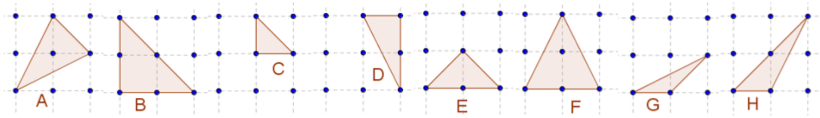
Následně se všichni snažili objevit devátý trojúhelník, všechny dvojice se shodly na tom, že nelze již žádný další trojúhelník na geoboardu vytvořit. Když vysvětlovali, proč tomu tak je, shodovali se se skupinou B, že je to kvůli omezenému počtu kolíků.

Třetí aktivita byla opět zajímavější, žáci se do hledání pustili bezhlavě.

Žák:		Má poznámka:	Fenomén
H1_1	Ale jak to máme udělat, vždyť jsi nám nedala žádné kritérium?	Žákyně je pravděpodobně zvyklá dostávat přesné instrukce či úlohy již se zadanou podmínkou.	
E_1	Protože to tam máte najít vy samotní.		

Žáci ve dvojicích pracovali tak, že říkali své myšlenky nahlas a navzájem si je komentovali.			
L01_1	Mohly bychom zkusit vyhodit G, protože není pravoúhlý.	Očekávání, že aktivita bude na pojmy, které jsou pro některé nové.	
T_1	Ale to není ani A, to bychom poté museli vyhodit oba.		

Aktivita je pro některé náročná, protože musí vyslovit to, co mají na mysli, a snažit se svou myšlenku zformulovat tak, aby jí jejich kamarád porozuměl a mohl s ní souhlasit, nebo ji vyvrátit. Poté, co již všichni vymysleli své kritérium k vyřazení trojúhelníků, šli jej prezentovat před ostatní.



- **P1+K01**: Vyřadili trojúhelník **A**, protože jako jediný ze všech čtyř trojúhelníků má uprostřed „tečku“. *Tito žáci se tedy zaměřují na mřížové body, tentokrát už to není pouze po obvodu daného útvaru, ale dívají se i vně.*
- **L1+T**: Myslí si, že by měl být vyřazen trojúhelník **B**, protože obsahuje jako jediný více než pět teček. K jejich kritériu by jim stačilo zmínit, že nesmí mít více než čtyři tečky, vzhledem k tomu, že zbylé mají 3, 4, 4. Další dvojice, která se řídila mřížovými body, tentokrát to je ale stále na úrovni hranice útvaru.
- **H1+R01**: Vyhazují trojúhelník **G**, protože má jako jediný obsažen úhel, který má více než 90° (zmiňuje H1). A ještě z něj nejde vytvořit ani jeden čtvereček (R01). *Tato dvojice jako jediná vymyslela důvody hned dva pro vyhození daného trojúhelníku. R01 se soustředí na obsahy trojúhelníků. H1 udělala oproti minulému experimentu velký skok, kdy nepoužila, že je tento útvar „úzký“ oproti ostatním, ale odhalila, že jeden z vnitřních úhlů trojúhelníku má více než 90°. Pravděpodobně se v hodinách, kdy probírali pravý úhel, učitel zmínil, že má 90°.*
- **T1+D**: „Asi bychom vyřadili **B**, protože zabírá nejvíce částí desky.“ K této argumentaci jsem se musela zeptat, zda myslí obsah, protože pokud by měla dvojice na mysli, na kolika čtverečcích leží, by bylo více A. Poté mou otázku potvrdila. *Dvojice se také zabývá obsahem, tentokrát bere v úvahu i obsah zbývající plochy.*

Překvapilo mě, kolik různých možností a důvodů dokázali žáci vymyslet. Bylo vidět, že tato aktivita byla pro ně zatím nejnáročnější, protože na spoustu otázek se mohly vyřadit dva objekty. *Očekávala jsem, že trojúhelník G zvolí více skupin, i protože byl posledně oblíbeným a často voleným, jelikož je odlišný a může vypadat náročně na kladení otázek. Na žácích bylo vidět, že by nejraději použili důvod rovnoramennosti, nebo pravého úhlu, vzhledem k tomu, že tyto otázky byly poleženy jako první a ani jedna jim neseděla k vyřazení pouze jednoho útvaru.*

Další aktivitou byly hry Sovy, které byly docela úspěšné, u všech dvojic jsem slyšela využívání otázek na rovnoramennost, obsah, několikrát i pravý úhel. Myslím si, že rozpoznat u všech trojúhelníků pravý úhel je pro většinu stále náročná aktivita.

Hra Sova L1 + T

T_1	Je rovnoramenný?		
L1_1	Ano.	Dává pryč G, H, D	
T_2	Prochází čtyřmi body?		
L1_2	Ne.	Dává pryč pouze E.	
T_3	Má obsah půl čtverečku?	Následně ukazuje, co myslí čtverečkem.	F1
L1_3	Ano.	Dává pryč F, A. Nejdříve chtěl vzít i B, ale asi v něm poté viděl také ½ čtverce. Což pokud by bral v úvahu i ten velký, musel by nechat i F.	F2
T_4	Má okolo sebe pouze tři prázdné puntíky?		F3
L1_4	Ne.	Nyní již bylo jasné, že si Sova myslela trojúhelník C.	

Tato hra byla poměrně velmi rychlá a obešla se i bez větších nedorozumění. Jediné, v čem mohlo dojít k nedorozumění, byla situace s polovinou čtverečku, kde to bylo z mého hlediska srozumitelné, vzhledem k tomu, že si dopomohl tím, že na čtvereček ukázal. Překvapilo mě, že L1 dnes na otázky neměla problém odpovídat, odpovědi byly relativně rychlé a zodpovězené s jistotou. Myslím si, že oproti poslednímu experimentu, kdy byla dost tichá, v roli Sova příliš neodpovídala, nebo se držela s názorem zbylých ve skupině a jako hádající položila pouze otázku na uzlík, udělala jistý pokrok.

Fenomény vyskytnuté během her

<u>Kognitivní</u>

- **F1**. Žák si k upřesnění svých myšlenek dopomáhá ukazováním.

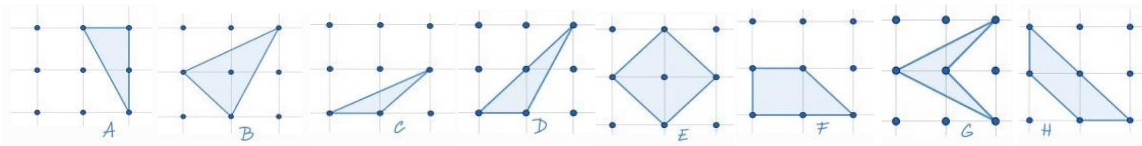
- **F2**. Nejasnost vlastní položené otázky – pravděpodobně se žák zamotal do toho, jak otázku položil, a obával se, že by mohla druhá strana namítat, že má B také půl čtverečku, nebo nechtěl „prohrát“, proto se rozhodl zatím nevyjasněný trojúhelník nevyřazovat.
- **F3.** Žák zkoumá geodesku jako celek, při kladení otázek se soustředí kromě vlastností trojúhelníku i na to, co jeho vytvořením vzniká mimo něj.

7.2.3 V. experiment

Pátý experiment probíhal jako obvykle na chodbě. Skupinu tvořilo pouze sedm žáků, z toho pět žáků se zúčastnilo potřetí a dva žáci podruhé – M01, M02 (oba nebyli při druhém experimentu), tentokrát chyběl K01. Tentokrát jsme se všichni posadili okolo jednoho stolu.

Začala jsem přesně tak, jak bylo naplánováno. Nečekala jsem ale, že na počet otázek žáci okamžitě kladně zareagují.

E_1	Vsadím se, že mi budou stačit právě tři otázky, abych uhodla útvar, na který myslíte.		
H1_1	Počkej, jo, budou.		
P1_1	Jo, je to pravda.		
H1_1	To je jasné, to vždycky ty útvary rozpůlíš.	Snažila jsem se na to nyní nijak nereagovat, aby k této teorii mohli dojít sami i ostatní žáci.	F1



Po mém odchodu se začali domlouvat, jaký objekt si vyberou. Nechtěli si vybrat trojúhelník, protože se jim zdálo jednoduché přijít na to, co si myslí. Nakonec si vybrali lichoběžník **H**. Druhou mou otázku jsem chtěla vysvětlit, co znamená rovnoběžnost, než jsem však stihla něco říci, zastavili mě, že vědí, co to znamená. *Byla jsem ráda, že mě zastavili, díky čemuž jsem si uvědomila zbytečnost samovolného vysvětlení, které jsem se již dále rozhodla nedělat. Jediné, u čeho si vyžádali ujasnění, bylo:*

<table>
<tr><td>Sova</td><td>Co to je osově souměrný?</td><td>Přímka vedoucí tak, že přes ni můžete tu část přeložit stejně. Je to přes ni „zrcadlové“.</td><td>F1</td></tr>
<tr><td colspan="4">Osovou souměrnost po vysvětlení významu dokázali okamžitě určit.</td></tr>
</table>

Diskuze po skončení 1. hry s. A:

H1_1	To je ale jasný, že ti stačí vždycky tři otázky, protože půlka z toho jsou trojúhelníky, půlka z toho jsou ty…	Z první hry Sova odhalil mou strategii na to, jak udělat, aby mi stačily pouze tři otázky.	F2
T1_1, M01_1	Čtyřúhelníky.	Dva žáci doplnili myšlenku H1_1.	
H1_2	… čtyřúhelníky, a když se tedy zeptáš, jestli má tři, nebo čtyři strany, tak se to rozdělí na půl a pak už se stačí jen zeptat na otázku, která ti to zase rozpůlí, a pak už to máš jasný, že to bude na ty 3 otázky.		F2

Proto jsem odpověděla, že to zkusíme, zda to vyjde ještě jednou, bez toho, aniž by má první otázka byla položena na rozdělení na čtyřúhelníky a trojúhelníky. Před začátkem druhé hry jsem se zeptala, zda si myslí, že to zvládnu zase na tři otázky, odpovědí bylo pouhé „ano".

Druhá hra V. experimentu:

E_1	Má na sebe právě dvě strany kolmé?		
T1_1	Co to je kolmý?	Nakonec odpověděla s davem.	F3
Sova_1	**Ano¨.**		
M01_1	No a tohle (H)…		F4
H1_1	M01, koukni na to, když to prodloužíš, tak to tam vidíš.	Díky této kamarádské pomoci již M01 viděl pravoúhlost v H.	
E_2	Je jeho obsah právě 1 čtvereček?		
Sova_1	**Ano¨.**		
E_3	Je to čtyřúhelník?		
P1_1	Hmm…	Počítá vrcholy nekonvexního čtyřúhelníku (G), po spočítání došla k tomu, že čtyřúhelníkem je.	F5
Po skončení			
H1_2	Tak, ale to bylo jasné, že stačí tři otázky, že tak by tomu bylo, i kdyby byla první otázka například na jeho obsah, kdyby	Vrací se opět k vysvětlování, proč stačí položit pouze 3 otázky Sově.	F2

	byla správně položená. Tedy např.: Jestli má obsah alespoň 1,5 čtverečku.	Přichází s nápadem na další otázku, která může zaznít jako první.	
T1_2	Co kdybychom to udělali těžší a budeš se teď muset zeptat vždycky už jen na dvě otázky?	Dívka nepochopila, že méně otázek je poté už pouze o náhodě.	F6
M01_2, H1_3	To ale nejde.		
T1_3	Proč ne?		
H1_4	Nebo jako jde to, ale…		
M01_3	Ne, nejde to, můžeš to rozdělit jen na půlky, to je nejlepší, míň jich nepoložíš.	Tito dva žáci odhalili, jak na optimální strategii hry Sova, a tuto vědomost se snažili ukázat a vysvětlit i ostatním svým spolužákům, během toho si to vyjasňovali i mezi sebou, pravděpodobně aby viděli, že to chápou stejně.	F2
H1_5	Ale jo, koukej, jde to, kdyby ses zeptal, já nevím, na obsah toho, a pak už bys to věděl.		
M01_4	No ale když se netrefíš, tak položíš mnohem více otázek.		
H1_6	No právě, jde to, ale musela by to být vždycky náhoda.		
T1_4	Aha, jasně.	Zdá se, že nyní již strategii pochopila.	

Ve druhé části hodiny dostali prázdné tabulky, kam měli zkusit vytvořit svou optimální hru Sova. Jelikož si tabulky nevytvořili oni sami, ale pracovali s mojí tabulkou, ukázala jsem jim, jak jsem s ní pracovala já a co jednotlivá pole znamenají, aby měli možnost s ní pracovat, a získali tak více času na otázky namísto vytváření ideální tabulky pro zápis.

Tato aktivita byla již pro většinu z nich obtížná, a ne všichni dokázali vymyslet otázky do všech polí, ještě když jsem jim zadala pokyn, aby si zkusili vymyslet své otázky a nepoužívali pouze ty mé.

Fenomény, které se vyskytly během her Sova:

<u>Kognitivní</u>

- **F1**. Nejasnost termínu *osová souměrnost*, po vysvětlení a připodobnění k zrcadlovosti již všichni osově souměrné obrazce rozpoznají.
- **F3**: Nejasnost termínu *kolmost*, ve třídě relace nebyla ještě zavedena.

- **F4**. Problém s rozpoznáním kolmosti, pokud není vidět přímo, po nápovědě spolužáka již kolmost spatřil.
- **F5**. Obtížnost určení nekonvexního čtyřúhelníku jako čtyřúhelník. Vrchol nekonvexního úhlu může v žácích vyvolávat dojem, že to není vrchol, a považují jej poté za trojúhelník. Žákyně jej však po spočítání vrcholů zařadila správně, tedy jednalo se zde hlavně o první dojem. Hmatový vjem ji pomohl se v obrazci utvrdit.

<u>Metakognitivní</u>

- **F2**: Strategie hry Sova – několika jedinci je odhalena optimální strategie hry Sova ještě před první hrou, což jsem vůbec nečekala.

<u>Metakognitivní a interakce</u>

- **F6**. Delší nejasnost optimální strategie Sova, musela být vysvětlována společně s oddělováním útvarů spolužáky. Nakonec se spolužákům podařilo ji dívce vysvětlit.

Popis vytvořených tabulek žáky (k nahlédnutí v příloze):

- **R01**. Má sice tabulku vyplněnou celou, ale pravděpodobně nepochopil způsob zapisování, nebo strategii dělení na dvě poloviny. U každé z vrchních odpovědí zapomněl přidat vyhovující útvary. Tedy v konečných polích, kde by měl být zapsán pouze jeden z tvarů má zapsané všechny odpovídající z celé galerie.
- **K01**. Tabulka vypadá o něco lépe, je vidět, že již zvládl způsob zapisování, avšak vymýšlení vhodných otázek tak, aby vytvořil optimální strategii pro hru Sova, bohužel ne. Na právě tři otázky by vyhovovaly útvary B, G. Žák se u otázek soustředí na určení n-úhelníku, obsah, rovnoramennost trojúhelníků a stejně dlouhé strany.
- **M01**. Z vyplněné tabulky lze poznat, že žák pochopil jak strategii jejího vyplňování, tak optimální hry Sova, dále také dokázal vymyslet takové otázky, které útvary rozdělují vždy na půl, což vypovídá o jeho znalostech a zkušenostech s geometrickými útvary. V otázkách se zaměřuje na určení n-úhelníku, obsah, obvod, pravoúhlost, a zda to je čtverec. Škoda, že u poslední otázky místo použití znova velikosti obsahu nevyužil rovnoramennost, nebo mřížové body, které by se do této otázky dobře hodily.
- **M02**. Odevzdal jednu tabulku, která se mu prý nepodařila, druhou si vzal domů, že ji dodělá a přinese, bohužel svou tabulku stihl před odevzdáním někde ztratit a znovu

se mu ji vyplňovat již nechtělo. V tabulce, kterou mi odevzdal, stejně jako K01 nedokázal vymyslet takové otázky, aby útvary vždy rozdělil na dvě stejné části. Otázky klade nejvíce na obsah, ve kterém si je asi jistý, poté určení n-úhelníku a rovnoramennost trojúhelníku. Na otázky však odpověděl vždy správně.

- **L1**. Vyplnění tabulky je stejné jako K01 a M02. Soustředěnost na otázky na obsah (4 z 5), jedna otázka je položena na stejnou velikost dvou stran. Zajímavé je, že u dvou útvarů položila úplně stejnou otázku dvakrát, a pokaždé na ni odpověděla jinak. Jednou, že D má obsah 1 čtvereček, a podruhé, že ne. Přisuzovala bych to nepozornosti a možná krátícímu se času.
- **P1**. Rozřazování na dvě poloviny se na první pohled zdá, že téměř vycházelo, bohužel na jedné straně udělala chybu, v jejímž důsledku to tak vypadá. Nerozpoznala totiž, že B má obsah také 1,5 čtverečku, nejsem si jistá, zda je to způsobeno nepozorností, nebo chybou v počítání. Otázky jsou velmi různorodé – na mřížové body, obsah, počet stran, rovnoramenný i pravoúhlý trojúhelník. K rozlišení dvou lichoběžníků využila otázku, která se nezabývá geometrickými vlastnostmi, ale umístěním písmene v abecedě. Vzhledem k obtížnosti vymyšlení otázky na tyto dva útvary tomu rozumím.
- **H1**. Po tom, co na začátku experimentu chrlila otázky na optimální strategii hry Sova, jsem očekávala, že bude mít tabulku celou správně, avšak položila jednu (druhou) otázku, která útvary nepůlí, a tak jí u tří útvarů nevychází počet otázek. V otázkách se zaměřuje na určení n-úhelníku, obsah, obvod, pravoúhlý a rovnoramenný trojúhelník, a zda je to čtverec. Čtverec je pravděpodobně jediný čtyřúhelník, jejž žáci znají názvem. Na všechny otázky zodpověděla správně.

7.2.4 Rozhovor s dotazníkem

Poslední setkání se uskutečnilo ve třídě, abych si mohla vzít všech osm žáků a mít je rozděleny. S jednou polovinou jsem se posadila k jednomu stolu, druhá polovina seděla na druhé straně třídy a pracovala tam na dotazníku. Před začátkem rozhovoru jsem vysvětlila, co v dotazníku očekávám, kam mají co zapisovat a jak si představuji jejich práce. Po skončení rozhovoru se prohodili.

Rozbor rozhovoru – názory, které mě překvapily, a které jsou pro mě důležité

1. Rozhovor se skládal ze skupiny **T1, H1, M01, P1**

Odpovědi na druhou otázku byly na vyřazení nevhodného trojúhelníku a vymýšlení otázek na optimální strategii hry Sova, *což jsem očekávala, protože je to stálo nejvíce úsilí a strategii měla spousta z nich nesprávně.*

Velice mě překvapilo, že všichni ve skupině řekli, že na roli Sova bylo obtížné odpovídat na některé otázky, vzhledem k tomu, že u některých jsem tento problém nezaznamenala. Mimoto mě zaujala ještě odpověď P1, která vysvětlovala, že pro ni bylo náročné i hádat, protože pro ni bylo obtížné dobře zformulovat otázku a poté si ještě zapamatovat, jak byla položena, aby nevyhazovala špatné útvary. *Problému s formulací otázek jsem si u dívky všimla již v prvním experimentu a problém různorodosti otázek jsem u ní také postřehla, ale lze u ní vidět velký pokrok, protože se její slovn zásoba stále zvětšuje.*

Výběr útvaru byl nejčastěji ovlivněn představou, že o daném útvarů dokážou zodpovědět nejvíce otázek.

Radost mi udělalo, že naše setkání brali spíše v duchu hraní než učení, přesto se tam ale něco i naučili. H1 si uvědomuje, že se tady naučil, co to je osová souměrnost, k tomu se poté připojili i ostatní. P1 potvrzuje, že ji nyní napadá více geometrických otázek než na začátku. M02 se přiklání také k tomu, že se umí nyní lépe ptát na ty útvary, ale i odpovídat na otázky. T1 přiznává, že se trochu zlepšila v určení pravoúhlých a rovnoramenných trojúhelníků, ale že jí to dělá stále ještě někdy problém a mohla by se v tom ještě zlepšit.

Všem se naše setkání líbilo, nejvíce se jim líbilo, že mají více klidu na přemýšlení, protože jich je méně, je to zábavnější a myslí si, že jim to v geometrii velmi pomohlo, protože kdyby tato setkání nebyla, byli by mnohem více pozadu. H1 ještě zmiňuje, že se mu líbí pozornost, kterou ode mě dostává. M01 ještě doplňuje, že mu pomohlo, že mají na všechno víc času než v běžných hodinách a že si tu mohou mezi sebou občas i poradit. *Velice mě potěšilo, že jsem jim dokázala vytvořit takové prostředí, ve kterém se jim dobře pracovalo, a mohli tak přicházet na nové myšlenky, protože na ně měli klid a prostor.*

2. Ve druhém rozhovoru byli poté **K01, L1, M01, R01**

Jako nejnáročnější aktivita většině opět připadalo vymýšlení otázek na optimální strategii hry Sova, M01 neví, co pro něj bylo nejtěžší. *Vzhledem k tomu, že byl jediný, který tabulku vyplnil zcela správně, nepřekvapuje mě, že nemá hned jasno v aktivitě pro něj nejnáročnější.* R01 dodává, že mu dělalo problém soustředit se na všechny úkoly, které musí splnit, a pak tomu přestával rozumět. *Čímž se vysvětluje, proč je jeho tabulka „optimální“ strategie hry Sova tak zmatená, tedy to, že měl problém se způsobem zapisování, je zde potvrzena.*

Náročnost role záležela na situacích, shodli se, že pokud měli vymyšlenu strategii hry, bylo pro ně náročnější na otázky odpovídat než je pokládat, v ostatních situacích se zdála být o něco náročnější role hádajícího.

K otázce, zda se něco naučili, odpovídá jako první K01, že se zde naučil vymýšlet „matematické otázky“, dále poté poznat, co je rovnoběžné a kolmé. R01 se přidává také ve zlepšení pokládání otázek. L1 a M01 si nemohli vybavit nic, v čem by se zlepšili. *Řekla bych, že u každého z nich je příčina jinde. M01 měl již při prvním setkání pojem o tom, co jsou pravoúhlé a rovnoramenné trojúhelníky, a otázky kladl rovnou na geometrické vlastnosti. Myslím si, že se zde naučil / ujasnil si, co je to kolmost a osová souměrnost. L1 byla během setkání poměrně tichá, ve třetím experimentu jsem odhalila, že má problém s určováním obsahu některých útvarů, což se mi v dotazníku ani nepotvrdilo, ani nevyvrátilo. Poprvé jsem se v jejím dotazníku také setkala s otázkou na rohy, řekla bych tedy, že je stále na začátku etap vývoje geometrického jazyka a potřebovala by více času na postupné odhalování.*

Na našich setkáních oceňují možnost spolupráce, která je i s lidmi, na které nejsou zvyklí, a také možnost zlepšit se v geometrii, protože ji v běžných hodinách údajně příliš nezažili. Další výhodou těchto setkání je, že se tu učíme vnímat geometrii z jiného úhlu, navíc zábavnější formou než běžně v hodinách.

Rozbor dotazníku:

Překvapilo mě, že téměř nikdo nepoznal, že trojúhelník E má také pravý úhel. Pravděpodobně je pro žáky obtížné odhalit pravý úhel, pokud je zakreslen ve dvou na sebe kolmých úhlopříčkách místo kolmých stran (znázorněného čtverce). Překvapila mě práce

M01, kdy zapsal jako ostatní trojúhelník E, a naopak nezapsal F, vzhledem k tomu, jak v průběhu setkání neměl problém vidět pravý úhel a znázorňoval ho ostatním, vidím zde možnost, že se z nepozornosti spletl. Jiné chyby se již v prvním cvičení příliš nevyskytovaly.

Druhé cvičení bylo velmi různé, uvědomila jsem si, že jsem nevytvořila prostor pro optimální strategii hry Sova, na druhé straně měli možnost vymyslet větší škálu otázek. Nejčastěji se opět tážou na obsah, hned poté na osovou souměrnost a určení n-úhelníku. V polovině prací jsou také otázky na kolmost, a zda je to čtverec. V práci P1 se vyskytla otázka na počet bodů po hranici útvaru a u H1 na úhlopříčku největšího čtverce. *Většina těchto otázek se vyskytla v předchozím experimentu, některé z nich se jim tedy pravděpodobně vryly do paměti a lze si zde potvrdit, zda jim byly srozumitelné. Díky většině správných odpovědí soudím, že pro ně otázky byly srozumitelné a tyto pojmy jim již nejsou cizí.*

7.2.5 Zhodnocení všech experimentů

Na všech experimentech sice nebyli všichni žáci, ale posun vidím u všech, proto zahrnuji do tohoto shrnutí i ty, kteří na některém z experimentů chyběli. Přítomnost na všech experimentů jsem zaznamenala u R01, H1, P1, L1, zbylí žáci nebyli jednou přítomní.

Co se týče interakce, již v prvním experimentu jsem zaznamenala, že jim spolupráce není cizí. Tím, že jsem jim vybírala skupiny i dvojice, měli ale možnost zkusit si spolupracovat i s někým jiným a zhodnotit, jaká ta spolupráce byla. Většinou jsem se snažila zamýšlet nad jednotlivci a zařazovat je tak, ať je to pro ně co nejvíce prospěšné. Myslím si, že například spolupráce L1 a T v druhém experimentu byla velmi přínosnou, protože se rozšiřovalo pole působení obou z nich. Také spolupráci K01 a P1 jsem shledala za velmi úspěšnou, protože jsou každý z nich jiná povaha, K01 napadaly originální věci a P1 mu dokázala nápady hodnotit a případně i formulovat.

Kognitivní úroveň byla u žáků velmi rozdílná, například M01 neměl v prvním experimentu téměř žádné problémy s termíny rovnoramennost a pravoúhlost, které byly mnohým nejasné a on jim je snažil přiblížit. Avšak řekla bych, že všichni se v něčem posunuli. Většina ke konci pokládala srozumitelnější a vytříbenější otázky a také si ujasnila některé pojmy. Někteří z našich setkání získali do vědomí více nových pojmů – rovnoramennost, pravoúhlost, obsah, … jiní alespoň pár – osová souměrnost, kolmost.

Na konci již všichni chápali, že tato didaktická hra má nějakou strategii a je pouze na nich, jakou strategii zvolí.

Velmi mě těší, že všichni považovali tato setkání jako příležitost k tomu se zlepšit v geometrii, a ještě k tomu zábavnou formou. Také to, že oceňují klima, které jsme si tam vytvořili a ve kterém se nám hezky pracovalo.

7.3 Experimenty proběhlé ve skupině B

7.3.1 II. experiment

Druhý experiment probíhal v pátek druhou vyučovací hodinu ve třídě, která se nachází hned vedle té, odkud si budu brát žáky. Skupinu tvořilo osm vybraných žáků, kteří se rozdělili do dvou stejně početných skupin, v každé byli dvě dívky a dva chlapci. Vždy se jako skupina usadili u jednoho stolu, kolem kterého byly postaveny čtyři židle. Pokoušela jsem se mít skupiny podobně rozložené, jako tomu tak bylo v prvním experimentu, skupiny A.

Zpočátku jsem postupovala stejně jako u skupiny A – rozdala jsem geoboard s gumičkou každému a ujistila se, zda s ním pracovali. Poté jsem zadala již první úlohu. Vyřešení této úlohy jedné ze skupin netrvalo ani minutu, druhá byla o něco pomalejší a zabralo jí to kolem 1,5 minuty.

1. skupina (F01, L01, S1, N2) – C, B, A, E
2. skupina (K01, Š01, N1, K1) – F, B, C, E

Druhá aktivita trvala ještě o něco déle než první, protože někteří měli menší gumičku, a nemohli tudíž vytvořit jakýkoliv trojúhelník, a vzniklo tak domlouvání se mezi sebou, kdo bude předělávat jaký trojúhelník. Nakonec to dopadlo tak, že si vyměnili gumičku, protože se S1 nechtělo ustoupit od trojúhelníku. Celkově jim aktivita trvala přibližně tři minuty.

U zadání třetí aktivity mě někteří ze žáků nepochopili – nevěděli, co je to shodný a neshodný. F01 se ujal slova a dovysvětlil to všem. F01: „*Máme jeden neshodný.*“ Když jsem se přišla podívat, opravil se, že mají dva neshodné. Druhé skupině to opět trvalo déle než té první. Nejdříve si přeměnili trojúhelníky, protože jim jeden nepasoval nikam. Když jsem jim řekla, že jej nesmí měnit, opravili se a rozřadili je do pěti skupin jako 1.

skupina. Následně jsem zadala pokyn rozdělit je do dvou skupin, kde na jedné straně má být co největší počet různých trojúhelníků. Tentokrát jsem již zadala pokyn, který se mi osvědčil, a neměli problém s jeho porozuměním. Následovalo vytváření osmi různých trojúhelníků. První skupina nalezla poměrně rychle sedm různých trojúhelníků – další dva vymysleli L1 a N2, třetí se snažil udělat F01, ten však vytvořil nekonvexní čtyřúhelník. Když mu ostatní z jeho skupiny říkali, že to není trojúhelník, odpověděl na to: „*Je, ale jen jsem do něj kousl, takže je to ukouslej trojúhelník.*“ Všech osm objevili do tří minut. Druhé skupině to trvalo o něco déle, přibližně o tři minuty.

Následovala čtvrtá aktivita a stejná otázka: „*Máte někdo nápad na otázku, kterou byste mohli položit?*“

Otázky pro inspiraci s. B

N2_1	Je to ve tvaru trojúhelníku?		**F1**
Já_1	A jaké by to byly?	Pro jistotu jsem se musela zeptat, abych si udělala jasno, zda ví, co je trojúhelník.	**F_E**
N2_2	Tenhle, tenhle, hmm, všechny, a jo.	Pravděpodobně se vůbec nezamyslela nad tím, jaké útvary jsou v galerii, a mluvila dřív, než myslela.	
S1_1	Je rovnoramenný?		
N1_1	Jaký je obvod, jakože na kolika kolíkách to je…		**F2**
K01_1	Jaký je obsah?		**F3**

Po těchto otázkách jsme se již pustili do dohadování strategie a výběru objektu, když se již všichni dohodli, začali jsme hrát.

První hra s. B

F01_1	Je váš trojúhelník rovnoramenný?		
Sova_1	Asi jo.	Vzhledem k tomu, že si je neoddělovali nepoznala jsem, zda tomu hádající rozumí.	**F4, F5**

L01_1	Je to pravoúhlý?		
N2_1	Ne počkej, když je to rovnoramenný, tak to nemůže být pravoúhlý.	Nakonec se tato otázka nepočítala.	**F6**
F01_2	Obsahuje to víc než dva čtverečky?	Já jsem tuto otázku pochopila jako otázku na celkový obsah trojúhelníků, což mi nesedělo, protože žádný z nich nemá S > 2 čtverečky. Z toho, co ukazoval, jsem usoudila, že otázkou myslel, zda zasahuje útvar do obsahu více než dvou čtverečků, které jsou v geodesce vyryté.	**F7**
Sova_2	Ne.		
N2_2	Je to tenhle?	V tuto chvíli jsem si uvědomila, že bych měla lépe definovat pravidla, ačkoliv jsem si myslela, že způsob, jakým to proběhlo, by mohl stačit.	**F8**
Sova_3	ne		
F01_3	Nebo tenhle, tenhle…	Nejsem si jistá, zda chtěl tímto způsobem ukázat na nevhodnost otázky, nebo se chytil příležitosti, jak usnadnit hledání myšleného trojúhelníku.	**F8**
N1_1	To nemůžeš, se takhle ptát.	Naštěstí se objevil opět někdo, kdo pravidla zná, a nyní dohlédl na jejich dodržení.	**F9**
F01_4	Je váš trojúhelník zelený?	Ačkoliv tato otázka stále není na vlastnosti útvarů, je lepší než předešlé ukazování. Na skupině je vidět, že je pro ně náročné otázky vymýšlet, a i na ně odpovídat, protože termíny nemají pevně ukotvené.	**F10**
Sova_4	Ne.		
F01_5	Je menší než tři bloky?	Žák si pravděpodobně v tu chvíli vymyslel své označení, které nebylo ostatním srozumitelné.	**F7**
K01_1	Jak to myslíš, bloky?		F11
F01_6	To jsou ty čtverečky…		

N1_2	Vždyť na to už jsi se ptal.	Vzhledem k tomu, že žáci neoddělují na stranu vypadlé trojúhelníky, těžko se jim orientuje a pokládají podobné otázky. Někdy se dokonce stalo, že vyjasňováním otázky přeskočili odpověď.	F12
F01_7	Aha, tak obsahuje 1 čtverec?		F7
Sova_5	Ne.		
F01_8	Je to tento (A)?		
K1_1	Ne vždyť ten má obsah 1 čtverec! Podívej, to dáš sem.		F3
F01_9	No, ale na to jsem se neptal, já chtěl vědět, ty čtverečky…	Tady již žák narazil, protože pokládáním velmi podobných otázek, které v hlavě myslí jinak, dostává protihráče do situace, kdy odpovídá špatně, protože položené otázce nerozumí.	
K1_2 + N1_3	Jo, ty myslíš zase tohle, to nejde poznat, ale…		
F01_10	Tak se dohodneme, že tohle budeme říkat jako bloky, jo?	Žák zavádí nový výraz, pro vyjádření počtu čtverců, přes které je trojúhelník vytvořen.	F13
Ostatní	Souhlasí.		
F01_11	Obsahuje víc než dva bloky?		
K1_3	Ne, ale na to jsi se už ptal.	V záplavě otázek, které sám položil, se žák ztrácí a zapomíná, na co se již zeptal.	F12
F01_12	Je to tedy tento? Již ukazuje správně.		

Z této hry jsem pochopila, že nemají přehled, co znamená pravoúhlý, a někteří ani co je rovnoramenný trojúhelník. Tedy místo abychom si zahráli další hru, jako tomu bylo u první skupiny, nechala jsem je společně přemýšlet, jaké trojúhelníky jsou a) rovnoramenný b) pravoúhlý. Společně zvládli rozřadit rovnoramenné trojúhelníky a ujasnili si, jaké to tedy jsou. Hned po tom, co jsem jim řekla, ať stejně vyřeší pravoúhlé, odpověděli, že už to mají.

Když jsem po nich chtěla vidět, kde je ten pravý úhel, vzali to doslovně a vybrali si trojúhelník A a ukázali na úhel ležící pro ně vpravo dole. *„A když vám povím, že to je zrovna jeden ze dvou, který nemá pravý úhel? Jaký bude ten druhý? Co mají ty ostatní objekty stejného, a tento to nemá?“* Po docela dlouhé době jsme se s mou pomocí dostali k tomu, co je pravý úhel, a již ho u většiny trojúhelníků dokázali naleznout a ukázat. Bohužel jsme již nestihli další hru Sova a přesunuli jsme se rovnou k vyplnění dotazníčků.

Odpovědi na můj dotazník:

Rozuměl/a jsem pokynům učitele:	
K1, N1, N2, L01	Ano.
S1, F01, M01, Š01	Spíše ano.

Myslím si, že je to způsobeno nepřesným vyjádřením jedné z aktivit, kdy žáci nerozuměli mému vysvětlení o tom, co myslím jako shodný a neshodný trojúhelník. Také to může být způsobeno obtížnou hrou Sova, do které jsem nevstupovala, a nekontrolovala tak z jejich pohledu pravidla.

Rozuměl/a jsem otázkám svých spolužáků:		
K1, K01, L01, Š01	S1, N2,	S1, F01
Ano.	Spíše ano.	Nevím.

Po hře Sova bych očekávala, že možnost „ano“ u této otázky nevybere nikdo, protože z mého pohledu si žáci navzájem příliš nerozuměli.

Nejzajímavější otázka, kterou jsem položil/a, byla:		
S1, Š01, H1	Je to rovnoramenný trojúhelník?	
P1, K01, L01	Je pravoúhlý?	Popravdě mě překvapilo, že si někdo tuto otázku vybral, protože při dělení trojúhelníků nikdo z nich nevěděl, co to vlastně pravoúhlost znamená.
N1	Žádná mě nenapadla.	Položila pouze, zda je to „tenhle trojúhelník“.
F01	Je zelený?	Možná jsem po skončení hry mohla vysvětlit, že tato otázka není zcela správná, protože nevypovídá nic o vlastnostech trojúhelníku, na druhé straně jsem byla ráda, že se alespoň na něco zeptali a pouze neukazovali.
Největší problém mi dělala aktivita:		

N1, K01, L01, N2, K1	Žádná.	Po tom, co jsem viděla, jak probíhala hra Sova, jsem neočekávala, že někdo takto odpoví, a připisuji to spíše k lenosti zapřemýšlet, co pro mě bylo náročné.
S1	Rovnoramenný, pravoúhlý.	
F01	S1 (žákyně)	Zde si kladu otázku, zda žák pouze provokuje, nebo si nedočetl otázku. Je vidět, že žáka velmi ovlivňují sociální vazby.
Š01	Odpovídání.	

Proč?	
K1	Nevím.
N1, N2, K01, L01	-
S1	Nějak jsem to nepochopila.
F01	Nemá mě ráda. => scestná odpověď
Š01	Neviděl jsem ten trojúhelník.

Fenomény, které se vyskytly během hry:

Kognitivní

- **F1**: Nejasnost v pokládaných otázkách, pravděpodobně dívka mluví dříve, než se zamyslí, možná jsou pro ni obtížné analýza a klasifikace trojúhelníků.
- **F2**. Všímá si mřížových bodů po obvodu trojúhelníku.
- **F3**. Pozornost na obsah útvarů (trojúhelníků).
- **F4**. Nedožadují se objasnění, nejasnost ve významu použitého termínu, kdy nevzniká potřeba po jeho vysvětlení a žáci odpovídají pouze otázkou: Asi ano?
- **F6**. Miskoncepce, chybná iluze, že trojúhelník rovnoramenný a pravoúhlý se vylučují.
- **F7**. Náročnost geometrického jazyka jednak přivádí žáky k dopomáhání si ukazováním, jednak je jím způsobena také nepřesnost a vágnost pokládaných otázek, odráží i nepřesnost myšlení.
- **F8**. Ukazování na jednotlivé útvary namísto kladení otázek, propojeno s F5, protože žáci nedodržují pravidla, a také s F7, kdy to může vznikat náročností geometrického jazyka a nedostatečnou analýzou útvarů a jejich klasifikací.
- **F10**. Negeometrický jazyk.
- **F11**. Nutnost vyjasnit položenou otázku z důvodu žákem vymyšleného pojmu.

- **F13**. Potřeba sjednocení – pokus o zavedení termínu

Metakognitivní

- **F5**. Metakognitivní úroveň je nižší než ve skupině A, jednak žáci nevyřazují nevhodné trojúhelníky, čímž u nich vzniká chaos, zároveň také mají problém s dodržováním pravidel.

Interakce

- **F9**. Dohlížení na pravidla interakce.
- **F12**. Upozornění na strategii hry.

Oproti skupině A spolu tito žáci mnohem méně interagují a dohlíží na společné dodržování pravidel.

7.3.2 III. experiment

Třetí experiment probíhal ve středu čtvrtou vyučovací hodinu opět ve stejné třídě, která se nachází vedle kmenové. Skupinu tvořilo opět osm žáků, bohužel někteří chyběli¨, a byli tak nahrazeni jinými žáky, které bohužel nemohu porovnávat, jelikož neznám stav, kterým začínali. Naopak budu sledovat, zda se změnila dynamika skupiny po změně dvou žáků. Žáci se posadili do čtyř lavic a podle toho, jak se posadili, si vytvořili dvojice pro následující spolupráci. Dvojici tvořili N1 + K1, N2 + S1, F01 + A, L1 + M. Jména bez čísla jsou změnění žáci a oba to jsou chlapci, ve skupince jsou místo Š01, K01.

Na začátek jsem připomenula, že jsme v minulém experimentu tvořili trojúhelníky a jejich úkolem bude nyní opět vytvořit galerii osmi různých trojúhelníků, tentokrát je již mají zakreslit na papír. Většina skupin pracovala stylem, že každý z dvojice vymyslel nějaký trojúhelník a ten dal doprostřed lavice. Někteří hned po dodělání kontrolovali, zda se tam již nevyskytuje, v tomto případě jej položili na stejný, jiní ho tam jen odložili a hned pracovali na dalším.

Já_1	F01, máš každý trojúhelník jiný?		
F01_1	Myslím si, že ano, tyto jsou podobné, ale jsou jinak pootočené.		F1
Já_2	Platí to i v tomto případě?	Papírkem jsem pohnula tak, aby byly stejně pootočené.	

F01_2	Rozhodl jej počítat jako stejné a dal je na sebe.		
F01_3	„A paní učitelko, kolik těch trojúhelníků existuje?“		
Já_3	„Minule jsme jich našli osm, tak zkuste teď najít alespoň těch osm.“		
K1_1	„Hmm, takhle na tom papíře je to těžší.“	Přechod od manipulace ke grafice bylo pro některé náročnější, než jsem očekávala.	F2
N2_1	Tyhle jsou jiné.	(Zrcadlové pravoúhlé trojúhelníky.)	F1
S1_1	Jsou stejné.	Vypadalo to, že N2 poslechne S1, nakonec ale zavolala mě.	
N2_2	Jsou tyto dva stejné, že? Jeden je pravoúhlý a jeden levoúhlý.	Dívka neví, co znamená pravoúhlost, podle ní je to strana, kde se úhel nachází.	F3
Já_2	A teď? Jsou stejné? (Pootočila jsem jeden z nich.)		
N2_3	Ne, tak to není, to nemůže být pravda… (Zpívá.)	Pravděpodobně se nechce smířit s tím, že neměla pravdu, a stále si na své pravdě trvá.	F4

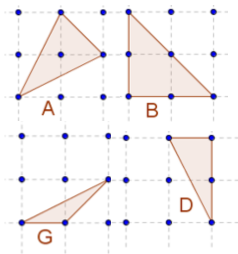
Mezitím S1 objevila osmý trojúhelník, což znamenalo zadat jim zkusit objevit devátý, avšak jako devátý považovaly zrcadlové „B“, *tak jsem jim namísto toho zadala, aby se dohodly, zda se tento trojúhelník počítat jako stejný, nebo jako nový. Vzhledem k tomu, že ve dvou se nedohodly, svolala jsem celou osmičlennou skupinu a poprosila je o jejich názor, všichni ostatní jim ukazovali, že je to tentýž, jen je otočený.*

N2_4	Kyš, kyš, není, nejde to, tady je mezera.	Žačka měla velikou, trochu škodolibou radost, že jejich vysvětlení není přesné. Ačkoliv se mi spíš zdálo, že se ani nesnažila pochopit to, co se jí spolužáci snaží vysvětlit.	F4

L1_1	Ale mezera není trojúhelník, takže ten je stejný, jen pootočený.		F5
Abych ještě vyzdvihla, kolik lidí si to myslí, požádala jsem o hlasování, které dopadlo 6:2 pro stejnost trojúhelníků. Poté dívka uznala, že se budou trojúhelníky počítat jako neshodné.			
F01_4	Devátý trojúhelník již není, to bychom museli mít větší geodesku, sem by se už jiný nevešel.	Po sjednocení názorů na zrcadlovost a pootáčení již přišel jeden ze žáků se závěrem, že tedy již žádný další trojúhelník nelze objevit.	
Většina souhlasila a ti, kdo ne, měli možnost se pokusit vytvořit doma devátý.			

První dvě aktivity nám zabraly poměrně dost času, skoro čtvrt hodiny. Pokud bych sečetla čas s hledáním na geodesce a na papíře, bylo hledání pomocí gumiček přibližně o 1/3 rychlejší.

Postupně jsme si pojmenovali trojúhelníky písmeny, vždy jsem jim ukázala trojúhelník a pověděla jeho název, poté čekala, než si jej zapíší. Jelikož si to někteří nezapsali stejně, pravděpodobně to dostatečně neviděli, požádala jsem je o zkontrolování si jich s N2+S1, které jsem kontrolovala. Následně jsme již mohli začít s vyřazováním jednoho trojúhelníku z řady (A, B, G, D).



- **S1+N2.** Vyřazují trojúhelník **G**, kvůli malému obsahu. *Tyto dvě si vybraly jak obrazec, tak i důvod vyřazení, který jsem očekávala.*
- **F01+A**. Vyřazují **A**, protože má všechny úhly „malé" (pod 90°). Zdůvodnění této dvojice mě velmi mile překvapilo, neočekávala jsem, že by se někdo zaměřil na to, jak je velký každý vnitřní úhel v trojúhelníku.
- **L1+M**. Vyřazují **G**, protože má malý obsah a zahrnuje jen tři puntíky. Dvojice se pravděpodobně dívá na všechny puntíky, které by mohly být ve vyplněných trojúhelnících. Očekávala bych spíše, že tedy zvolí A, který má puntík jako jediný uprostřed.
- **K1+N1**. Vyřazují **G**, protože není ani rovnoramenný, ani pravoúhlý. Myslím si, že tato skupina chtěla využít nově nabytých pojmů, proto pro vyřazení zvolila dvě podmínky.

Četnost vyřazení G jsem očekávala vysokou, protože jej při hře Sova považovali za těžký a společně s H, který se v této aktivitě neobjevil, jiný než ostatní.

Následovala již hra Sova, před začátkem jsme si opět zopakovali pravidla a sdíleli jsme několik otázek, na které se můžeme zeptat. Navíc jsem tentokrát zmínila, že můžeme odstraňovat ty, které vyřadíme.

Hra 1. N1 a K1 (K1 = Sova)

N1_1	Je pravoúhlý?		
K1_1	Ne.	(N1 odstraňuje: E, F, B, C.) Namísto vyhození D, který je pravoúhlý, vyřadila F, který pravoúhlý není.	F6
K1_2	Počkej, ty jsi se zeptala, jestli je pravoúhlý?	Jelikož to vypadalo, že N1 vyřazuje rovnoramenné trojúhelníky, nebyla si K1 jistá, zda správně rozuměla otázce.	
N1_2	No…		
K1_3	A vyřazovala jsi jen pravoúhlé?		F6
N1_3	Jo aha, já se chtěla zeptat na rovnoramenný, jestli je, já jsem se spletla.	Termín pravoúhlost má žačka pravděpodobně neucelený a vzhledem k tomu, že se na pravoúhlost již nezeptala, pravděpodobně neví, jak pravý úhel vypadá.	F7
K1_4	Aha, tak ano, je rovnoramenný	N1 si dala dopředu stejný výběr jako minule, zapomněla však přidat A, který je rovnoramenný také.	
N1_4	Má obsah 6 kolíků?	Obsah si pravděpodobně zaměnila s obvodem, nebo počítá i puntíky (kolíky), které jsou vně trojúhelníků.	F8
K1_5	Ne.	Tím vyřadila pouze B, ale nechala si ho před sebou.	
N1_5	Má obsah 3 kolíky?		F8
K1_6	Ano.		
N1_6	Je to tedy C?		
K1_7	Ne, zapomněla si tam dát jeden trojúhelník		
N1_7	A jo, tak je to A?	Nyní by mě zajímalo, zda kdyby tam byly A, C a padla otázka na obsah 3 kolíků, zda by si N1 stále stála za tím, že je to C, nebo	

		by brala v úvahu i A, které má 3 po obvodu a jeden vně.	
K1_8	Ano.		

Hra 2. N1 a K1 (N1 = Sova)

K1_1	Je pravoúhlý?		
N1_1	Ano.		
K1_2	Takže rovnoramenný není?	Ačkoliv jsme si v minulém experimentu ukazovali, jaké trojúhelníky jsou rovnoramenné a pravoúhlé, a shrnuli jsme, že se tedy tyto dvě skutečnosti nevylučují, mají za to, že pokud je jedním, automaticky nemůže být druhým.	F7
N1_2	Ano.	Vyřazovala A, C, B, E, F => tedy vyřadila rovnoramenné trojúhelníky.	
K1_3	Je různoramenný?	Pravděpodobně dívka myslela obecný (různostranný) a pouze si spletla název.	F9
N1_3	Uhm, ne?	Překvapilo mě, že se dívka nezeptala, co to znamená, a asi to odhadovala, pokud by to však znamenalo každou stranu jinou, pak by odpověď byla špatná.	F10
K1_4	Vyřadila G, následně hned také H s tím, že jej zapomněla vyřadit, protože také není pravoúhlý.	Pokud by „různoramenný“ znamenalo „různostranný“, pak by ze zbývajících tří trojúhelníků neměla možnost žádný vyřadit, tudíž by otázka byla zbytečná. Avšak G ani H není pravoúhlý, čímž by tyto dva vyřadit mohla.	
K1_5	Takže je to D?		
N1_4	Ano.		

Tato hra byla velmi rychlá a pomalu jsem ani nevěděla, co se zrovna děje. Zasekla jsem se u první a druhé otázky a přemýšlela, zda pro K1 jsou navazující, nebo zda to jako N2 v minulém experimentu bere za jedno, když to je jedno, nemůže to být druhé. Vzhledem k tomu, že trojúhelníky odstranila až po prvních dvou otázkách, nemohla jsem ze hry zjistit, zda rozumí pojmu pravoúhlý. N1 ale správně odpověděla na pravoúhlost, a tedy v tomto trojúhelníku ji pravděpodobně viděla.

Oproti poslednímu setkání vidím u celé skupiny posun ve strategii hry Sova, kdy nyní již všichni, které jsme zahlédla vyřazovali nevyhovující trojúhelníky, ačkoliv to bylo na mou radu, které se ale nemuseli držet. Dívky, u kterých jsem měla možnost vidět a rozebrat dvě hry, spatřuji velký pokrok v kladení různorodých otázek, které se navíc zdají i promyšlenější. Zlepšení vidím i v jistějším odpovídání na dotazy. Pojmy jednotlivých trojúhelníků jim však dělají stále trochu problémy. Tentokrát již rozpoznají rovnoramenné trojúhelníky a u většiny vidí pravý úhel, ale nemají to propojeno s termíny, které zaměňují. Zároveň mám stále pocit, že se tam vyskytuje miskoncepce o vzájemném vylučování rovnoramenného a pravoúhlého trojúhelníku.

U her ostatních žáků jsem nestihla být přítomna, N2 s S1 pokládaly téměř stále stejné otázky. Dostaly se do bodu, kdy N2 musela S1 připomenout, co to znamená rovnoramenný trojúhelník, nejdříve jí ukázala jeden jako příklad a na něm znázornila dvě stejné strany.

Fenomény, které se vyskytly během experimentu

Kognitivní

- **F1**. Nerozlišení shodnosti trojúhelníků. Dva shodné trojúhelníky, jinak pootočené, nebo osově souměrné jsou považovány jako neshodné.
- **F2**. Přechod z manipulace do grafiky. Žáci se posouvají na vyšší úroveň, lze zde pozorovat, že u některých žáků nastávají změny v náročnosti vytváření trojúhelníků, jelikož nyní si nemohou zkoušet hýbat gumičkou na různé strany a pozorovat, zda trojúhelník již mají, nebo ne.
- **F3**. Nejasnost pojmů – pravoúhlý × levoúhlý. Pravý úhel je u žákyně pravděpodobně pochopen jako úhel, který se nachází na pravé straně trojúhelníků (možná i dalších útvarů). Dívce bude třeba ukázat širokou škálu objektů a útvarů s pravým úhlem (nejlépe to, co zná), na kterých bychom si pravý úhel vyjasňovali.
- **F5**. Bere v úvahu prostor i mimo trojúhelník, dívá se na různé proměnné, obraz vidí jako celek.
- **F7**. Miskoncepce, že se rovnoramenný a pravoúhlý trojúhelník vzájemně vylučují.
- **F8**. Záměna termínů *obsah* a *obvod*, možná to prvně dívka myslela jako obsah, ale 1. hra N1_7 by poté nedávala smysl a měla by se dožadovat ujasnění.

- **F9**. Náročnost geometrického jazyka => vznik vlastních pojmů, které vytváří na základě těch, které mají již ve svém vědomí. Např. rovnoramenný => různoramenný (2. hra K1_3).

Interakce

- **F4**. Odmítání přijetí názoru většiny, stání si za svým názorem a neposlouchání důvodů, proč tento názor není relevantní.
- **F6**. Dohlíží na strategii, možná také ujišťování o správném pochopení otázky, na základě nejasného vyřazování útvarů.
- **F10**. Nejasnost otázky nevede k žádosti o její upřesnění, čímž by mohla vzniknout diskuze a dojít k vyjasnění nejasného pojmu.

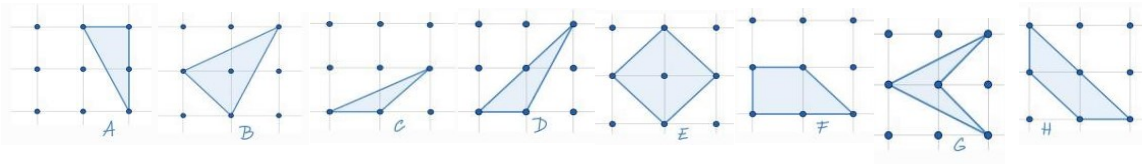
7.3.3 VI. experiment

Šestý experiment probíhal opět ve třídě s osmi žáky. Tentokrát v něm bylo pět chlapců (jeden, který minule nebyl, opět byl a ten, který jej zastupoval, zůstal) a pouze tři dívky. Nastal však problém, že třída, ve které jsme bývali běžně, byla tentokrát obsazena někým jiným a my jsme museli hledat novou, což nám trvalo cca 5–10 minut, o které byl tento experiment kratší.

Následující část experimentu popisuji podle toho, co si pamatuji, protože se mi bohužel tato část nenahrála. Začali jsem tak, jak to bylo naplánované, vysvětlila jsem, co nyní budeme dělat a že se s nimi vsadím, že jejich útvar uhodnu vždy na právě tři otázky. Tito žáci o tom ze začátku tolik nepřemýšleli a brali to převážně jako výzvu. Na výběr jejich útvaru jsem odešla za dveře, po návratu začala rovnou hra. Postupovala jsem stejně jako v předchozí skupině. Prvním jejich vybraným útvarem bylo G (nekonvexní čtyřúhelník), v průběhu otázek si nebyli jistí, co znamená kolmost stran, kterou jsem jim vysvětlila jako svírání pravého úhlu dvěma stranami. Poté již dokázali správně odpovědět. Po hře si to chtěli zkusit zahrát ještě jednou s tím, že vyberou jiný geometrický útvar, protože je prý možnost, že jsem je přes dveře slyšela.

Druhou hru jsem začínala otázkou na kolmost stran, kterou nyní rovnou věděli, přes obsah k osové souměrnosti, u které se stejně jako skupina A zasekli. Po stejném odůvodnění opět dokázali na otázku odpovědět. Myšleným útvarem bylo H.

Pro velký úspěch se zde odehrála ještě třetí hra, kde jsem pomocí právě tří otázek uhádla vybraný útvar B. Po této hře již jeden z žáků přišel na mou strategii (F01), zjistil, že jsem objekty vždy půlila, a pokud by to tak nebylo, záleželo by na náhodě. Tento žák svou zkušenost předával svým spolužákům pomocí názorné ukázky s vysvětlením. Když již vypadalo, že strategii všichni z nich rozumí, rozdala jsem jim tabulky, jejichž vyplňování jsem jim i vysvětlila a následně dala prostor pro jejich tvorbu. Každý z nich vytvářel svou tabulku, ale při nesrozumitelnosti či jiné potřebě měli možnost si mezi sebou radit.



Popis vytvořených tabulek žáky (k nahlédnutí v příloze):

- **F01**. Z vyplněné tabulky lze poznat, že pochopil strategii vyplňování. Některé jeho otázky jsou stejné jako ty mé, dokonce i stejně umístěné, myslím si, že to je tím, že nedokázal vymyslet takovou otázku, aby dané útvary správně rozdělila, a proto si ji ode mě vypůjčil. Nejčetnější je otázka, jako obvykle, na obsah, jehož určování je pro žáky asi již jednoduché. Stejně jako v prvním experimentu se ptá na počet čtverečků, přes které je vytvořeno, řekla bych, že tentokrát použil lepší strukturu (místo je jeho obsah => je rozsáhlé). Už podruhé v této třídě použili, zda má tvar geometrického obrazce, což by mě zajímalo, zda podle nich má tento tvar ještě něco jiného, nebo proč se rovnou nezeptají, zda je to ten určitý geometrický tvar. Další otázky jsou na osovou souměrnost a určení n-úhelníku.
- **Š01**. Tento žák nemá tabulku dokončenou a v té části, kterou má vyplněnou, používá převážně mé otázky, a to buď na stejném místě, nebo se snažil alespoň v jiné situaci. Na některé z otázek neodpověděl ani správně, např. zda je obsah 1 čtverec, dal u D „ne“. Domnívám se tedy, že je pro něj náročné počítat obsah u útvarů, které jsou znázorněny v několika polích pouze malou částí. Dále u otázky, zda má právě dvě strany rovnoběžné, odpověděl H, E, kde E má více než dvě strany rovnoběžné, což by u něj mohlo značit obtížnost používání slova právě. Naopak F, který má právě dvě strany rovnoběžné, má zapsané u „ne“. Otázka je, zda si těch stran nevšiml, nebo nemá pevně

uchopený pojem *rovnoběžnost*. U otázky, zda má F, G dvě strany kolmé, ani nezapsal odpověď, která by zde byla kladná u obou útvarů, a tato otázka by poté byla zbytečná.

- **N2**. Sice dívka nemá optimální strategii hry, ale pokládá své otázky, na které dokáže správně opovědět. Stále má však problémy rozpoznat u trojúhelníků pravý úhel, ve své tabulce mylně označila D jako pravoúhlý. Další její otázky byly již zodpovězeny správně. V otázkách se soustředila na určení n-úhelníku, protínání bodů (jelikož byly útvary vybarvené, označila E, že také protíná bod), k optimální hře by bylo lepší se zeptat na mřížové body po obvodu, kde by pak útvary rozdělila na poloviny. Posun u ní přesto vidím, již se u ní automaticky nevylučují trojúhelníky pravoúhlé a rovnoramenné, pokládá otázky na geometrické vlastnosti trojúhelníků a její škála otázek se stále zvětšuje.
- **K1**. Tato dívka nepochopila způsob zpracování tabulky, u každé odpovědi vypisovala všechny útvary z galerie, které k dané odpovědi sedí. Otázky má své, ale na některé z nich špatně odpověděla a jedné nerozumím. Správně určuje trojúhelníky a obvod v mřížových bodech. Naopak chybu udělala v pravém úhlu, který nevidí u F (myslím, že má pojem *pravoúhlý* spojen pouze s trojúhelníky), určení obsahu menšího než 1 (G, D), kde to může být způsobeno zapomenutím, že méně než 1 vylučuje 1, nebo nedokáže spočítat obsah v útvarech, které jsou troškou přes několik čtverců. U této dívky bych se asi více přikláněla k nedorozumění s „méně než“. Otázce „Když ho přepůlím, má polovinu“ nerozumím a žádné z vysvětlení, která mě napadají, by nezapadalo.
- **L01**. Vzhledem k tomu, že má žák nějakou poruchu učení, čte se jeho tabulka hůře, taktéž se v ní špatně orientuje. První položená otázka je asi jako u téměř všech ostatních spolužáků, zda je to čtyřúhelník. U odpovědi na první otázku ještě zapisoval, jaké z útvarů patří k dané odpovědi, v dalších je již nezapisoval, čímž mohu stěží odhadovat, zda položené otázce rozuměl. Mnohé jeho otázky jsou nesrozumitelné, nedokončené, nebo mi k nim nesedí písmena, která vespod zapsal. Ještě k tomu se mu některá opakují víckrát, jiná tam nejsou zapsána vůbec. Otázky, které pokládá, jsou např. na osovou souměrnost, kde má u ne špatně zapsané G, další je na rovnoramenný trojúhelník (bez odpovědi). Další otázky nepřečtu, nebo jsou nedokončené, a nedávají tak smysl.

- **M01**. Tento žák má vyplněné pouze tři otázky s jejich odpověďmi. Zda je to trojúhelník, na kolmost stran a zda je počet mřížových bodů dělitelný dvěma. První otázka je zodpovězena správně, zbylé dvě již úplně ne. U kolmosti stran nerozpoznal, že E, G mají také strany na sebe kolmé. Očekávala bych spíš, že špatně určí F, které je náročné, namísto čtverce, kde jsem si myslela, že to již všichni vědí. Jedině, že by si myslel z důvodu pootočení, že je to kosočtverec. U otázky na dělitelnost mřížových bodů odpověděl přesně opačně, myslím si proto, že se pouze spletl.
- **S1**. Dívka má tabulku jako jedna z mála téměř celou vyplněnou. Vypadá to, že otázky používá převážně své, kterými si je jistá. Podle tabulky to vypadá, že se společně s N2 vzájemně inspirovaly, protože mají stejné otázky (i ve stejném znění), některé mají trochu zpřeházené. Oproti N2 má správně určené pravoúhlé trojúhelníky, tedy myslím si, že jí tento pojem již nedělá takové problémy.

7.3.4 Rozhovor s dotazníkem

Rozhovor se uskutečnil ve třídě, kde jsem si já společně se čtyřmi žáky sedla okolo jednoho stolu, ve třídě byla přítomna i druhá skupina, která seděla na druhé straně třídy a sepisovala tam svůj dotazník. Předtím, než jsem začala s rozhovorem, jsem skupině vysvětlila, co v dotazníku očekávám, kam mají co zapisovat, a způsob jejich práce. Když jsme dotazník dokončili, skupiny se prohodily.

Vyhodnocení rozhovoru:

1. Skupina: **M01, K01, N1, N2**

<table>
<tr><td colspan="3">4) Otázka byla spíše shrnuta mnou, občas jsem jim ukázala pomůcky, se kterými jsme pracovali, a dotazovala se, zda by dokázali říci, co jsme na ní / s ní dělali.</td></tr>
<tr><td colspan="3">5) Těžká aktivita – která a proč?</td></tr>
<tr><td>M01_1</td><td>Ta poslední, protože bylo těžký vymyslet otázky, aby nebyly stejné jako ty vaše.</td><td rowspan="3">Očekávala jsem, že tato aktivita bude řečena, sama jsem na nich viděla, že je náročná. Také je podle mého názoru vybírána, protože si ji pamatují nejvíce. Možná bychom mohli příště napsat jejich otázky na tabuli a vyberte si v správné situaci.</td></tr>
<tr><td>K01_1</td><td>Pro mě taky ta poslední, protože to bylo náročný, to všechno vymyslet.</td></tr>
<tr><td>N2_1</td><td>Také to poslední, protože mě nenapadaly žádné otázky.</td></tr>
<tr><td>N1_1</td><td>Nevím, asi to, proč tam do té řady nepatří jeden trojúhelník.</td><td>Myslím si, že výběr jiné aktivity je způsoben především tím, že tu na</td></tr>
</table>

		poslední experiment nebyla. Avšak věřím, že tato aktivita byla pro spoustu z nich také obtížná.
6) Jaký byl postup, když jste nevěděli? + můj příklad		
N1_2	Nakonec jsme spolupracovali a pak dohromady něco vymyslet.	Myslím si, že tomu tak ve většině případů bylo.
Zbytek_1	Nevím.	Řekla bych, že se snažili poradit mezi sebou, nebo šli za mnou, nebo chvíli nic nedělali a čekali.
7) Náročnější role? (Při všech hrách, nebo se to lišilo?)		
N1_3	Hádající.	Řekla bych, že důvodem je obtížnost vymýšlení otázek. Když byly v roli Sova a něco nevěděli, mohli se zeptat.
K01_2	Hádající.	
N2_2	Taky hádající.	
M01_2	Nevím, asi taky to hádající.	
8) Způsob výběru útvaru		
M01_3	Podle toho, co chtěla skupina.	Zdá se, že nemají svůj názor, nebo ani nezkouší nějaký útvar navrhnout, a souhlasí s tím, co přijde.
K01_3	Asi také podle toho, co chtěla ta skupina.	
N1_4	Vybírala jsem podle toho, aby se ten objekt neopakoval.	Pravděpodobně nevybírala první útvar a poté třeba navrhovala. Možná žádné specifikum neměla.
N2_3	Já jsem chtěla zkusit vybrat to, co bylo nejtěžší.	Tuto odpověď jsem očekávala asi nejčastěji.
E_1	A vzpomenete si, kdo tedy něco navrhl?	
M01_4	Podle mě F01.	Pravděpodobně poté souhlasili, a tedy vybrali to, co navrhl.
Zbytek_2	Přidávají se k M01.	
9) Nejistota v odpovídání na otázku		
M01_5	Ano, i teď mám někdy problém s pravoúhlým trojúhelníkem.	Ano, vidím u nich, že objevit pravý úhel jim dělá stále problémy.
N1_5	Já určitě ano, že jsem třeba i nevěděla, jak mám odpovědět, abych něco dalšího omylem neprozradila. Nebo jsem třeba rozuměla té otázce, ale nevěděla jsem, co to je, jak to poznám. Třeba co to je pravoúhlý trojúhelník, ale teď už to vím.	Náročnost v odpovídání, aby něco neprozradila mě překvapila, vzhledem k tomu, že Sova může odpovídat pouze ano/ne, neměla by prozradit víc než to, na co se ten člověk ptá.
K01_4	Jo.	

N2_4	Určitě jo, ale už nevím, u čeho.	
10) Brali jste to jako hraní × učení?		
M01_6	Obojí, hraní a i zábavu.	Očekávala jsem, že se objeví podobné odpovědi, že to pro ně bylo obojí.
K01_5	Hraní i učení.	
N1_6	Jako zábavné učení.	
N2_5	Zábavu i hraní.	
11) Co jste se naučili, v čem se zlepšili?		
N1_7	Jo, třeba právě to, co je ten pravoúhlý trojúhelník.	Tato odpověď mě potěšila, že alespoň někomu se zdají trochu lehčí.
M01_7	Já už si ty hodiny moc nepamatuju.	
K01_6	Já hlavně rozpoznat ty rovnoramenný trojúhelníky.	Ano, souhlasím, mám také takový dojem.
N2_6	Já si udělala přehled v těch trojúhelníkách, že je lépe rozpoznám. Možná jsem se dozvěděla, co je rovnostranný trojúhelník.	
E_2	A jde na geoboardu vytvořit ten rovnostranný trojúhelník?	
N2_6	Nevím, asi ano…	
E_3	Tak to zkus.	
N1_8	Nejde vytvořit, protože ty ramena jsou vždycky menší než ta jedna strana, co jde takhle.	(Ukazuje na úhlopříčku.)
N2_7	Aha, tak ten asi ne, tak jsem se asi nenaučila nic.	Odpověď mě sice mrzí, ale vidím pokroky mezi jednotlivými experimenty a myslím, že něco si odnesla právě z těchto setkání.
12) Jak jste se cítili (+ ocenění)?		
Všichni_1	Líbilo se mi to a asi bych nic nezměnil/a	
13) Doporučili byste to dál, jak?		
Všichni_2	Jo, určitě.	
K01_7	Je to učení zábavnou formou.	

2. Skupina: **F01, L01, K1, S1**

Otázku na nejtěžší aktivitu skupina pochopila trochu jinak a popisovala rovnou, co bylo na různých aktivitách náročné. Všem kromě F01 se zdála nejnáročnější aktivita vytváření optimální hry Sova, protože měli problém vymýšlet otázky. F01 jediný říká, že mu přišlo všechno docela jednoduché, protože ho to bavilo. S1 připadalo navíc náročné rozpoznat pravoúhlé trojúhelníky, což si myslím, že na začátku měli problém všichni, a nyní již s tím takové problémy nemají. *V tomto směru s nimi musím souhlasit, při první hře Sova se ptal téměř pouze F0, jehož otázky nebyly velmi geometrické. S každým setkáním jsem si všímala, jak se jejich zásobárna otázek rozšiřuje a začínají přidávat otázky na geometrické pojmy, na které ve většině případů dokážou i odpovědět.*

Útvar vybírali z různých důvodů, L01 a K1 se snažili vybrat ten, který se zdá být jednoduchý, aby uměli odpovídat na otázky, F01 naopak vybírá ten, který se mu zdá nejtěžší a tzv. iluzivní, a S1 podle toho, jaký se jí vzhledově líbí. *Toto si myslím, že byl správný krok, vybrat v roli Sova to, na co se mi bude dobře odpovídat.*

Naše setkání považují spíše za hraní, ale uvědomují si, že se při něm i něco naučili. Většina z nich řekla, že díky setkáním umí lépe určit, co je pravoúhlý a rovnoramenný trojúhelník. F01 se tu toho naučil spoustu, nejvíce mu v mysli zůstalo, že dokáže určovat „iluze“, za které považuje například nekonvexní úhel, tupý úhel u trojúhelníků, nepřímo viditelnou kolmost aj. Většinou se tedy iluze v jeho případě týkají toho, co není na první pohled jasné, a je třeba hlubšího zamyšlení. *Velmi mě těší, že jsem dokázala vymyslet a zprostředkovat experimenty tak, aby to pro ně byla víc zábava než pouhé učení, a zároveň si jsou i vědomi, že se něco naučili a co to je, protože o tom je přesně ten konstruktivistický přístup, na který jsem se zde snažila zaměřit.*

Na našich setkáních oceňují, že jsme se učili hrami, takže to byla zábava, že se jim líbil můj přístup v zadávání úloh, a také vyzdvihují mé otázky (např. při jedné z her Sova, kdy získali další otázky).

Vyhodnocení dotazníku:

První úloha pro většinu z nich byla poměrně jednoduchá a měli ji téměř celou správně. Problém jim opět činil trojúhelník E, který nikdo z nich neurčil jako pravoúhlý, *domnívám* *se, že je problém v tom, že zde pravý úhel svírají dvě úhlopříčky*. Výsledný útvar byl však uhodnut všemi.

Ve druhé aktivitě jsou jejich výsledky již různorodější, někteří práci nestihli a mají pouze dvě otázky, jeden se snažil o optimální strategii hry, ale jsou i tací, kteří položili čtyři otázky (ačkoliv jedna byla někdy zbytečná a všechny útvary se v ní zopakovaly). Nejčastěji se ptali na určení n-úhelníku, poté na počet stejně dlouhých stran (všechny/dvě). V polovině prací byla otázka na pravý úhel a osovou souměrnost. Méně často se poté u žáků vyskytovaly otázky týkající se obsahu, rovnoramennosti, čtverce a počtu bodů. *N2 si pravděpodobně spletla pětiúhelník s určením bodů ležících na hranici útvaru.* Na vymyšlené otázky odpovídali ve většině správně, K1 u jedné otázky zapsala útvary na odpověď přesně naopak, *myslím si, že je to tím, že se spletla v tom, co má zapisovat, a místo zbývajících zapisovala vyřazené. Překvapilo mě, že se tak málo tázali na obsah, čekala jsem spíš opak. Velmi mě překvapila otázka na určení čtverce pomocí všech stejně dlouhých stran, která se vyskytla poprvé. U skupiny vidím velký posun v počtu pokládaných geometrických otázek, který se oproti prvnímu experimentu mnohonásobně zvýšil, také v určování jednotlivých vlastností se zdají mnohem jistější, jsou rychlejší a odpovědi správnější. Vidím u nich ještě spoustu příležitostí ke zlepšení, které by mohly pomocí dalších sérií v podobném duchu napomoci.*

7.3.5 Zhodnocení všech experimentů

Ne všichni žáci se účastnili všech mnou připravených experimentů. Na všech experimentech byli přítomni: F01, K01, K1, N1, S1. Každý z žáků začínal i končil na jiné komunikační a interakční úrovni.

Obecně si myslím, že se mnohem zlepšila jejich spolupráce a čím více experimentů spolu trávili, měli menší ostych sdílet své názory a klást otázky. Při prvním experimentu téměř jediný, kdo mluvil, byl F01. Druhý experiment interakci mezi sebou ještě více podpořil, protože se museli ve dvou na něčem dohodnout, poté v těchto dvojicích hráli i hru Sova, kde bylo položeno každým (krom F01) více otázek, a i jistějších odpovědí. Třetí experiment byl poměrně náročný a spolupráci jsem spatřovala v odpovídání na mé dotazy při hrách Sova a poté při vytváření strategií hry, kde si vzájemně pomáhali s pojmy, které byly nejasné.

V kognitivní rovině vidím velký posun u všech žáků, na začátku měli velké potíže s klasifikací zadaných trojúhelníků a s většinou řečených geometrických pojmů. Při druhém experimentu již většina byla schopná rozpoznat rovnoramenné trojúhelníky a pravý úhel. Avšak stále se objevili tací, kteří tomuto pojmu nerozuměli a mysleli si, že je to úhel na pravé straně (např. N2). Při prohlížení dotazníku, kde hráli hru Sova, zaznívaly pojmy jak na rovnoramenné a pravoúhlé trojúhelníky, tak na kolmost, osovou souměrnost, úhlopříčky, obsah, … na které ve většině dokázali i správně odpovědět, což je velký posun oproti zmiňovanému prvnímu experimentu.

Závěr

V diplomové práci jsem se zabývala zkoumáním budování žákovských představ v oblasti geometrie prostřednictvím experimentů zaměřených zejména na hru Sova. K zajištění co nejkvalitnější analýzy představ žáků byl můj první cíl zaměřen na vymezení procesu tvorby představ a vývoje geometrického jazyka, jenž je naplněn v teoretické části. Způsob budování pojmů je shrnut v několika podkapitolách. Vymezila jsem termíny *pojem* a *pojmotvorný proces* a poukázala na problémy, které při něm mohou nastat. Dále jsem také popsala dvě různé teorie, proceptu a generického modelu, které souvisí s vývojem žákovských poznání. Také popisuji etapy vývoje geometrického jazyka, kde jsou etapy sice původně tvořeny a ilustrovány na budování schématu sítě krychle, ale jsou psány zobecněně a u několika etap je odkaz na situaci při hře Sova. Poslední kapitola je věnována úrovním geometrického myšlení Van Hieleho, které jsem v několika situacích zpozorovala.

Další cíle jsou naplňovány v části praktické, která je zaměřena na tvorbu a vyhodnocování experimentů, jež se orientují na rozvoj žákovských poznání a jejich diagnostiku. Cíl proniknout do dětské mysli a rozpoznat znalosti i způsob přemýšlení o geometrických objektech se mi, myslím, podařilo z větší části naplnit. Důkaz jeho naplnění je v tabulkách v části mých poznámek a taktéž v popisu odhalených fenoménů. Avšak navzdory maximální snaze o analýzu a vysvětlení použití některých pojmů a otázek jsou některá tvrzení pouze mými domněnkami. Sledování vývoje jazyka souvisí s předchozím cílem a je popisován také v části poznámek v tabulkách, ovšem také v reflexích o žácích i v mých komentářích připojených k různým aktivitám a situacím. Pro lepší přehlednost jsem se rozhodla tyto své komentáře odlišit kurzívou a modrou barvou písma.

Psaní diplomové práce, vytváření experimentů a jejich následná analýza představují významný přínos pro mou budoucí profesi. Vím, že pokud v mé třídě vznikne nějaký problém, pokud se budu potřebovat lépe zorientovat v poznatkové i jazykové úrovni žáků, mohu se pokusit vytvořit a evidovat podobnou situaci a následně ji rozebrat a zamyslet se, co všechno mohlo problém ovlivnit. Zpracováním diplomového úkolu jsem získala dostatek zkušeností a nástroj pro takové zkoumání. Problém totiž také může být na mé straně. Občas jsem myšlení žáků ovlivnila tím, že jsem vstoupila do situací s domněnkou, že tím žákům pomohu, nebo jim napovím. Většinou byl ale tento vstup zbytečný a bylo by lepší nechat to pouze na nich.

Ačkoliv jsem tvořením a experimentováním získala spoustu zkušeností, které jistě ještě mnohokrát využiji, existuje několik věcí, které bych příště změnila. S třídními učiteli jsem se sice na začátku školního roku domluvila na možnosti experimentování s vybranými žáky z jejich třídy, když jsem ale za nimi poté chodila s prosbou o termín, kdy bych si mohla žáky vzít stranou, často mi to odkládali s tím, že aktuálně v hodinách nestíhají a je pro ně nevhodné přijít o jednu hodinu, čímž se ovšem nabourávala pravidelnost mého experimentování. Příště by bylo lepší si zajistit možnost dodržení naplánovaného scénáře. Dále bych na některé experimenty ocenila více kamer, protože v případě práce ve dvojicích bych měla možnost rozboru více než jedné dvojice.

V příštích experimentech bych se ráda zabývala dalšími způsoby hry Sova, u kterých bych měla možnost zkoumat další vývoj žákovského jazyka a jeho představ.

Seznam použitých informačních zdrojů

GÁBOR, Ondrej, Oleg KOPANEV a Karol KRIŽALKOVIČ. Teória vyučovania matematiky pre študentov matematiky učiteľského štúdia na univerzitách a pedagogických fakultách. 1. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1989, 321 s., ISBN 80-08-00285-9.

GÁBOR, Ondrej, Oleg KOPANEV a Karol KRIŽALKOVIČ. Teória vyučovania matematiky pre študentov matematiky učiteľského štúdia na univerzitách a pedagogických fakultách. 1. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1989, 321 s., ISBN 80-08-00285-9.

BURJAN, Vladimír a Burjanová, Ľudmila. Matematické hry. Pythagoras 1991. 125 s. ISBN 8085409003

HARTL, Pavel a Helena HARTLOVÁ. Psychologický slovník [Portál, 2000]. Vyd. 1. Praha: Portál, 2000. 774 s. ISBN 80-7178-303-X.

HEJNÝ, Milan – JIROTKOVÁ, Darina. 3d geometrie - tělesa. In: Náměty na podnětné vyučování v matematice. 1 vyd. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2007, s. 97-156. ISBN 978-80-7290-342-9.

HEJNÝ, Milan – LITTLER, Graham. Úvod. In: Náměty na podnětné vyučování v matematice. 1 vyd. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2007, s. 11-30. ISBN 978-80-7290-342-9.

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování. 2., aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2009. Pedagogická praxe (Portál). ISBN 978-80-7367-397-0.

HEJNÝ, Milan, Jarmila NOVOTNÁ a Naďa VONDROVÁ, ed. Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004. ISBN isbn80-7290-189-3.

HEJNÝ, Milan. Teória vyučovania matematiky. Vyd. 2. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1990, 554 s. ISBN 80-08-01344-3.

HEJNÝ, Milan. Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně. V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2014. ISBN 978-80-7290-776-2.

HOŠPESOVÁ, Alena, Naďa VONDROVÁ a Marie TICHÁ, ed. Cesty zdokonalování kultury vyučování matematice. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2007. ISBN 978-80-7394-052-2.

HUIZINGA, J. a Jaroslav VÁCHA. Homo ludens: o původu kultury ve hře. Praha: Mladá fronta, 1971. Ypsilon (Mladá fronta).

JIROTKOVÁ, Darina. Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie: výzkumný záměr Učitelská profese v měnících se požadavcích na vzdělávání. Vyd. 2. V Praze: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2010, ISBN: 978-80-7290-399-3

KOŽUCHOVÁ, M., KORČÁKOVÁ, E. Využitie didaktické hry. Komenský, roč. 122, 1998, č. 5/6, s. 104–106. ISSN 0323-0449

KREJČOVÁ, Eva a Marta VOLFOVÁ. Didaktické hry v matematice. Vyd. 3. Hradec Králové: Gaudeamus, 2001. ISBN 80-7041-423-5.

KREJČOVÁ, Eva a Marta VOLFOVÁ. Didaktické hry v matematice. Vyd. 3. Hradec. Králové: Gaudeamus, 2001. 120 s. ISBN 80-704-1423-5.

LUHAN, Emanuel. Didaktika matematiky. 1. České Budějovice: Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity, 1990, 174 s.: obr. ISBN 80-7040-036-6.

MAŇÁK, J.; ŠVEC, V. Výukové metody. Brno: Paido, 2003. 223 s. ISBN 80-7315-039-5.

NELEŠOVSKÁ, Alena a Hana SPÁČILOVÁ. Didaktika primární školy. Olomouc: Univerzita Palackého, 2005. Učebnice. ISBN 80-244-1236-5.

PRŮCHA, J: Moderní pedagogika. Praha, Portál, 2002, 488 s. ISBN 80-7178-631-4

PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. Pedagogický slovník. 2. rozš. a přeprac. vyd. Praha: Portál, 1998. 328 s. ISBN 80-7178-252-1.

PRŮCHA, JAN: Alternativní školy a inovace ve vzdělávání. Praha: Portál, 2002, 140 s. ISBN 80-7178-584-9

RENDL, Miroslav a Naďa VONDROVÁ. Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2013. ISBN 978-80-7290-723-6.

VONDROVÁ, Naďa a Milan HEJNÝ. Náměty na podnětné vyučování v matematice. V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2007. ISBN 978-80-7290-342-9.

Elektronické zdroje:

HEJNÝ, Milan, RYBÁROVÁ, Jolana. Pojmotvorný proces vo vyučování matematiky [online]. 1984. Dostupné z: http://pages.pedf.cuni.cz/pedagogika/?p=4848&lang=cs

HEJNÝ, Milan. 7. setkání učitelů matematiky všech tipů a stupňů škol [online]. 2000. dostupné z: http://class.pedf.cuni.cz/newsuma/download/volne/suma_56.pdf

HIELE, Pierre M. van. Developing Geometric Thinking through Activities That Begin with Play [online]. 1999 [vid. 2016-01-03].
Dostupné z: http://flash.lakeheadu.ca/~ed4050/Math_AQ/geovanheile.pdf

KVASZ, Ladislav. Genetický konštruktivizmus vo svetle inštrumentálneho realizmus. ORBIS SCHOLAE, Vol 16 No 1 (2022). ISSN: 1802-4637. Dostupné z:
https://karolinum.cz/casopis/orbis-scholae/rocnik-16/cislo-1/clanek-10781

MASON, Marguerite. The van Hiele Levels of Geometric Understanding [online]. 1998. Dostupné z:
http://jwilson.coe.uga.edu/emat8990/geometry/mason,%20marguerite.%20the%20van%20hiele%20levels%20of%20geometric%20understanding.%202002.pdf

MIKESKOVÁ, Šárka. Pojmotvorný proces, pedagogický konstruktivismus [online]. 2012. Dostupné z:
http://clanky.rvp.cz/clanek/c/ouc/15665/pojmotvorny-proceszpedagogicky-konstruktivismus.html

MURPHYOVÁ, Elizabeth. Constructivist checklist. [online], Constructivismus, 1997. Dostupné na World Wide Web: https://eric.ed.gov/?id=ED444966

SOCHOROVÁ, Libuše. Didaktická hra a její význam ve vyučování. Metodický portál: Články [online]. 26. 10. 2011. Dostupný z:

<https://clanky.rvp.cz/clanek/13271/didakticka-hra-a-jeji-vyznam-ve-vyucovani.html>. issn 1802-4785.

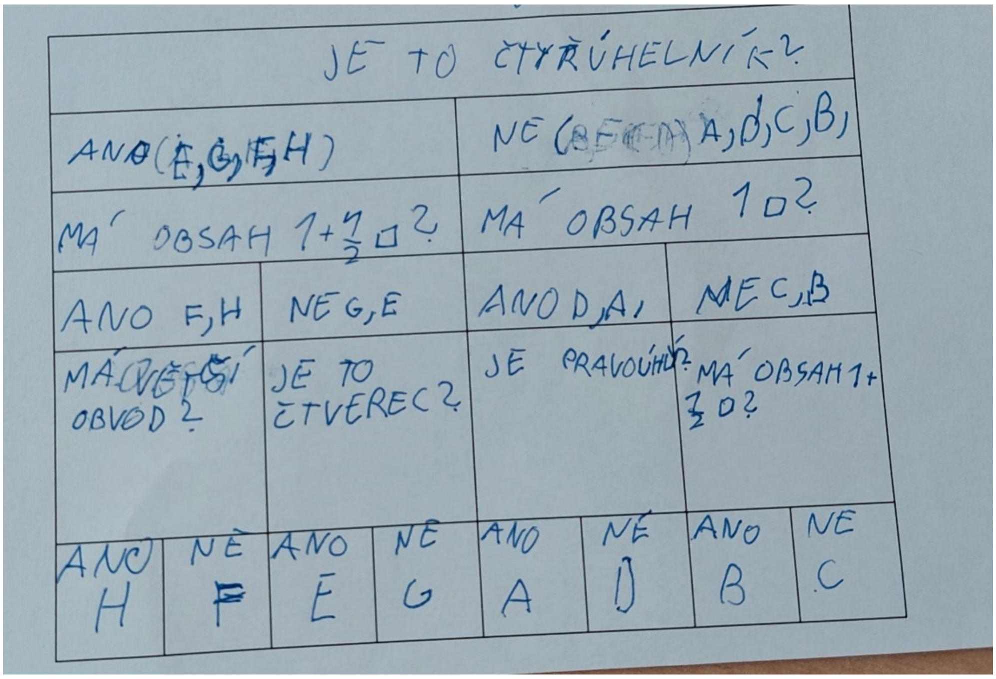
VOJKUVKOVA, Alena. The van Hiele Model of Geometric Thinking [online]. 2012. ISBN 978-80-7378-224-5. Dostupné z: https://www.mff.cuni.cz/veda/konference/wds/proc/pdf12/WDS12_112_m8_Vojkuvkova.pdf

Seznam příloh

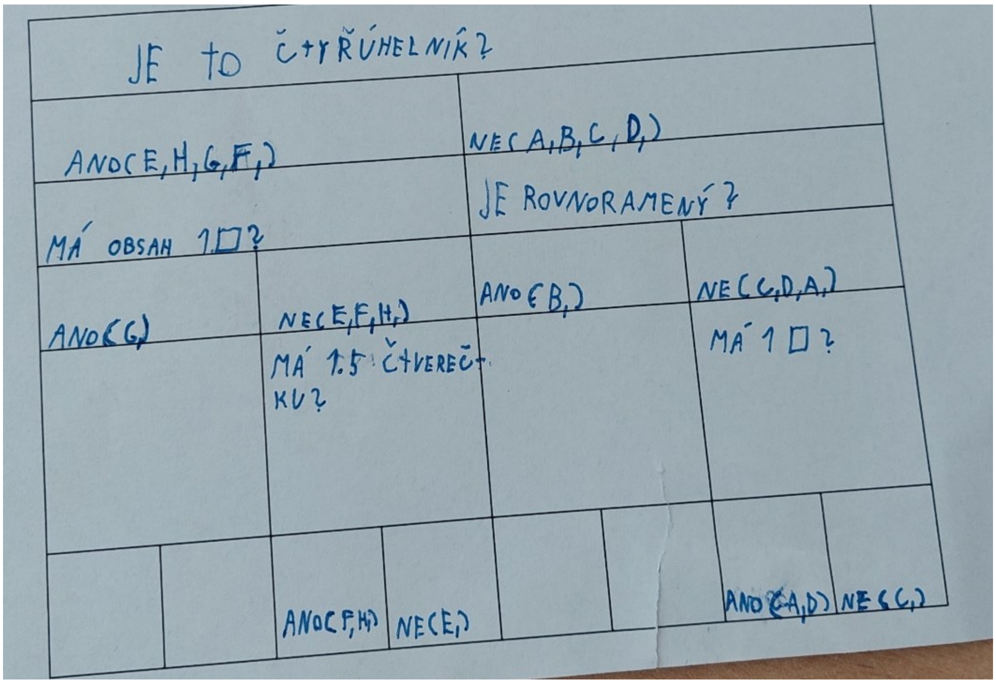
Seznam obrázků

Optimální strategie hry Sova skupina A

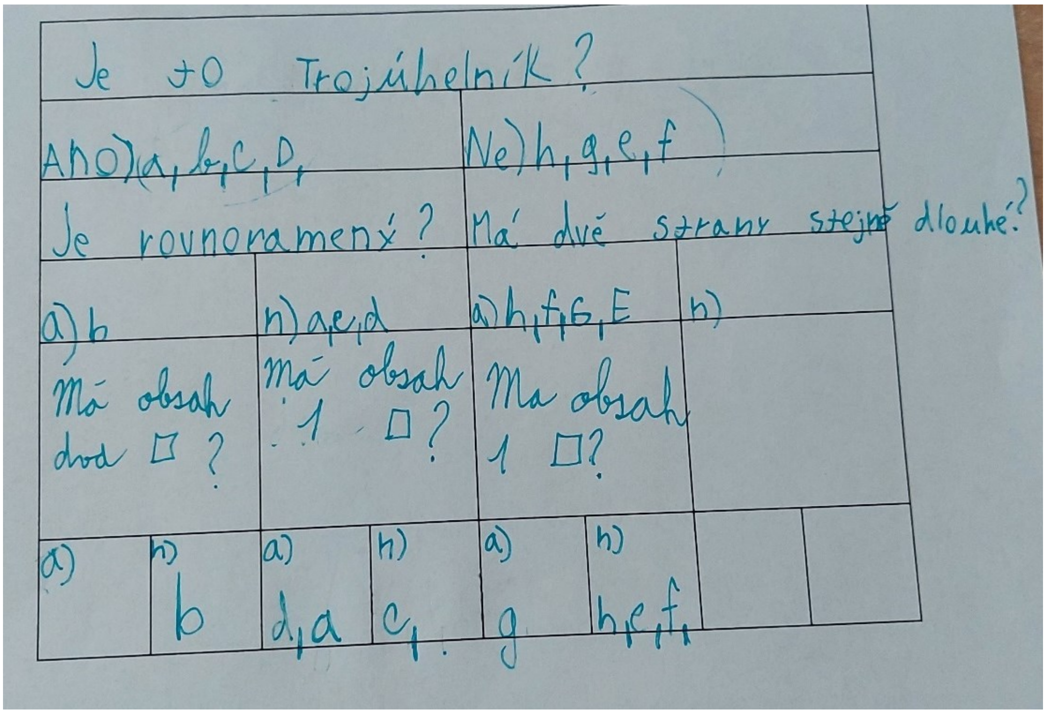
- M01



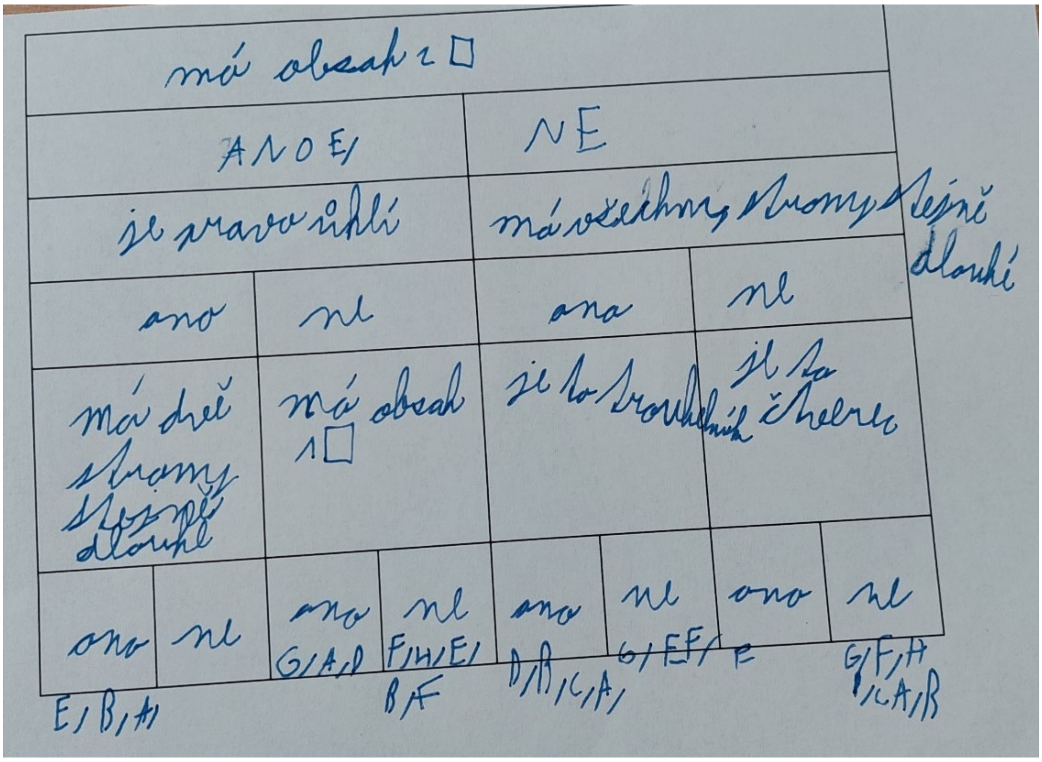
- M02



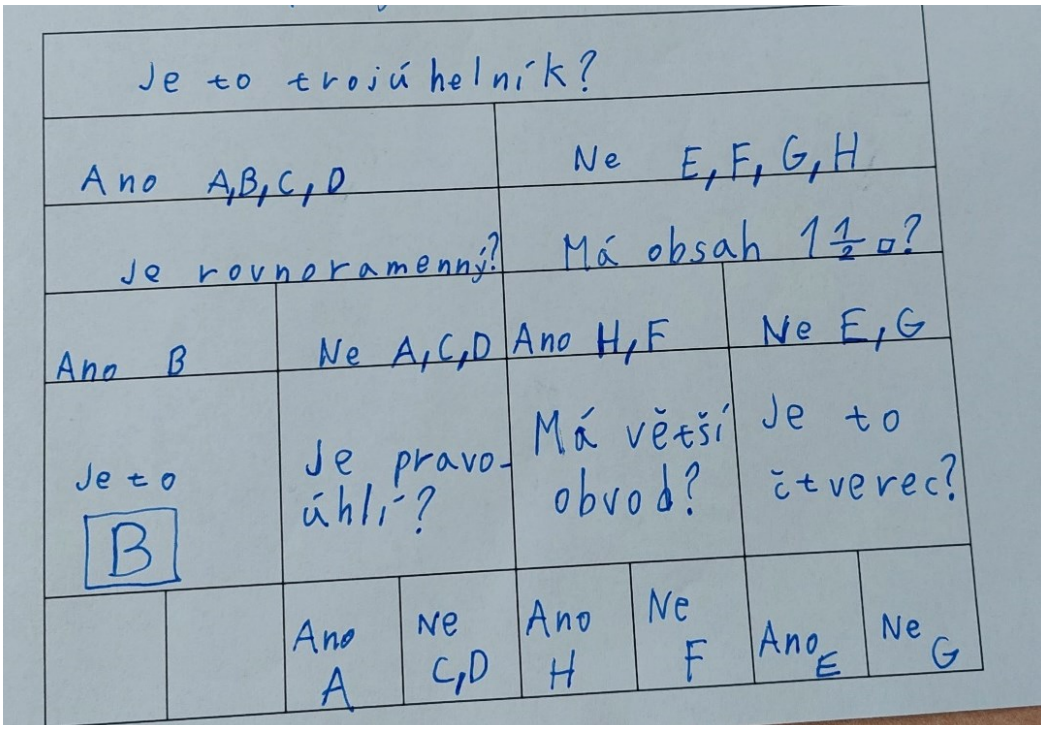
- K01


Je to Trojúhelník?
Ano) a, b, c, D,
Ne) h, g, e, f
Je rovnoramený?
Má dvě strany stejně dlouhé?
a) b
n) a, e, d
a) h, f, G, E
n)
Má obsah dvě □?
má obsah 1 □?
Ma obsah 1 □?
a)
n)
b
a)
d, a
n)
c,
a)
g
n)
h, e, f,

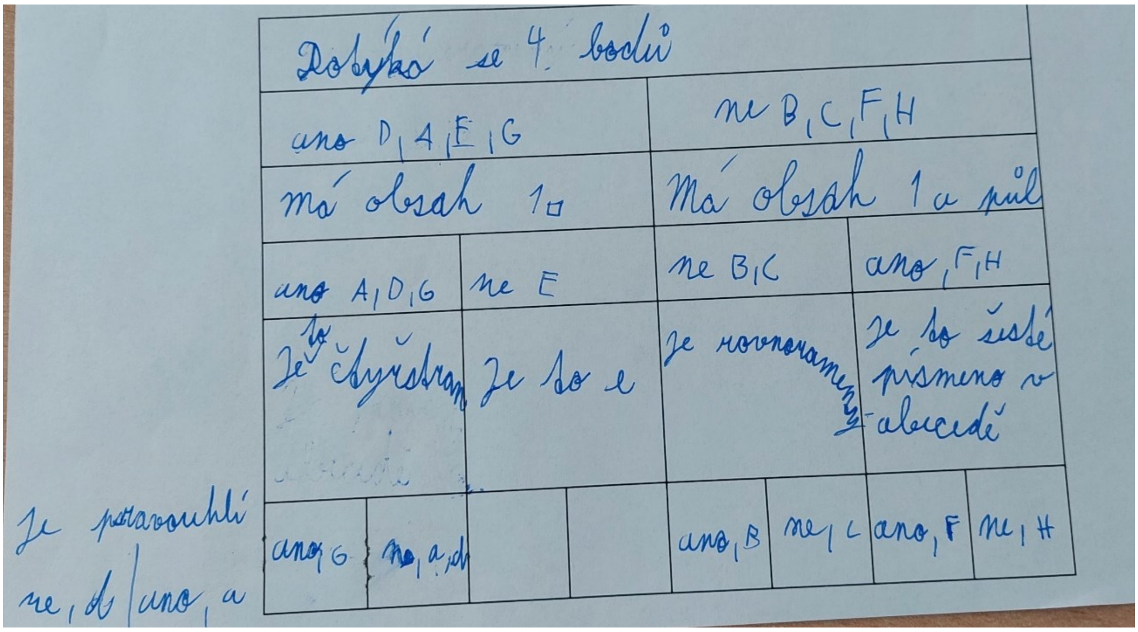
- R01


má obsah 2 □
ANO
NE
je pravoúhlí
má všechny strany stejně dlouhé
ano
ne
ano
ne
má dvě strany stejně dlouhé
má obsah 1 □
je to trojúhelník
je to čtverec
ano
ne
ano
G/A,D
ne
F/H/E/B/F
ano
D/B/C,A/
ne
G/EF/
ano
E
ne
G/F,H/C,A/B
E/B,A/

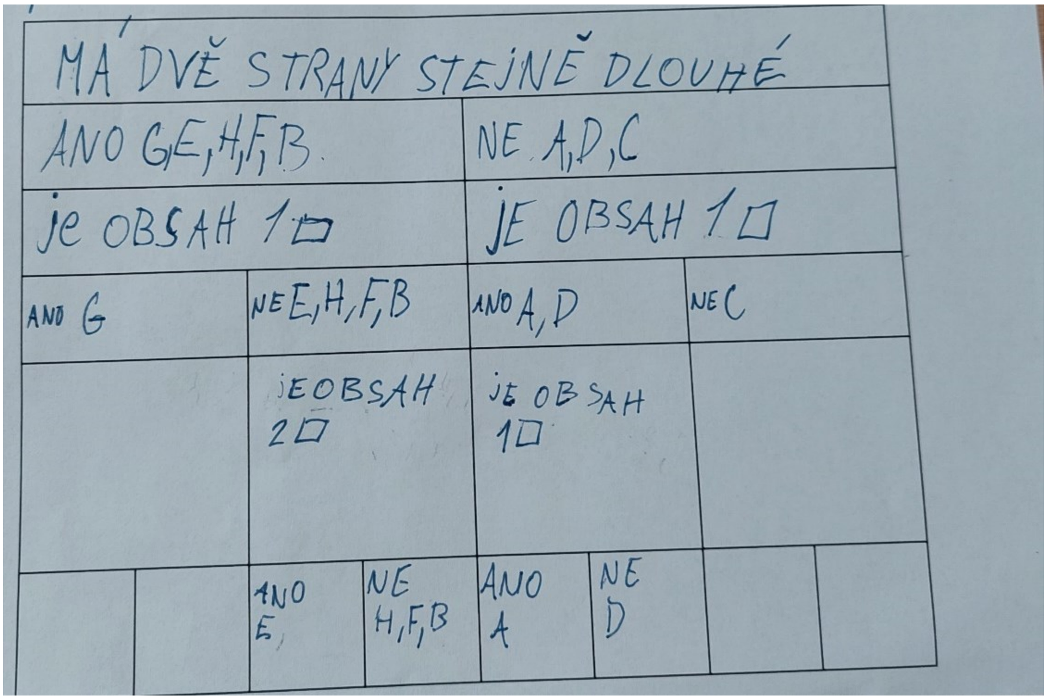
- H1


Je to trojúhelník?
Ano A,B,C,D
Ne E,F,G,H
Je rovnoramenný?
Má obsah 1½□?
Ano B
Ne A,C,D
Ano H,F
Ne E,G
Je to B
Je pravoúhlí?
Má větší obvod?
Je to čtverec?
Ano A
Ne C,D
Ano H
Ne F
Ano E
Ne G

- P1

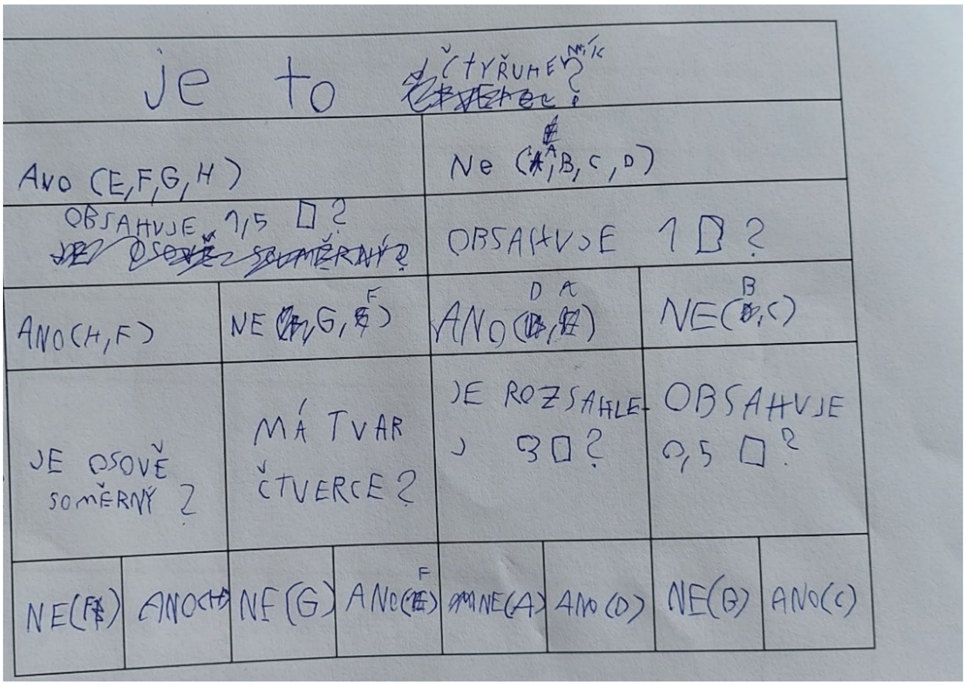

Dotýká se 4 bodů
ano D,A,E,G
ne B,C,F,H
má obsah 1□
Má obsah 1 a půl
ano A,D,G
ne E
ne B,C
ano, F,H
Je to čtyřstran
Je to e
Je rovnoramenný
Je to šesté písmeno v abecedě
Je pravoúhlí
ne, d / ano, a
ano, G
ne, a, d
ano, B
ne, C
ano, F
ne, H

- L1

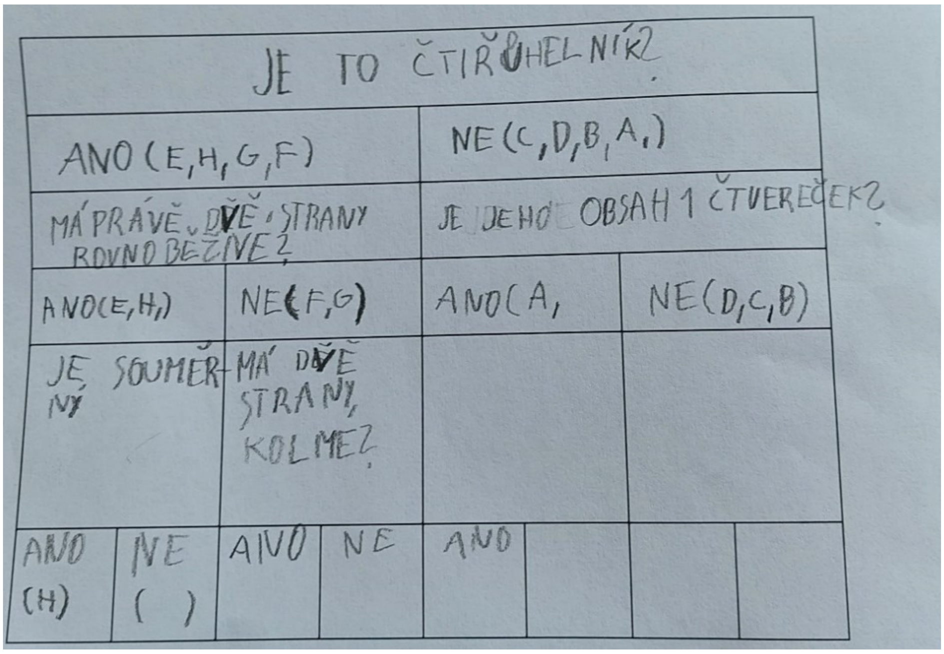


Optimální strategie hry Sova skupina B

- F01

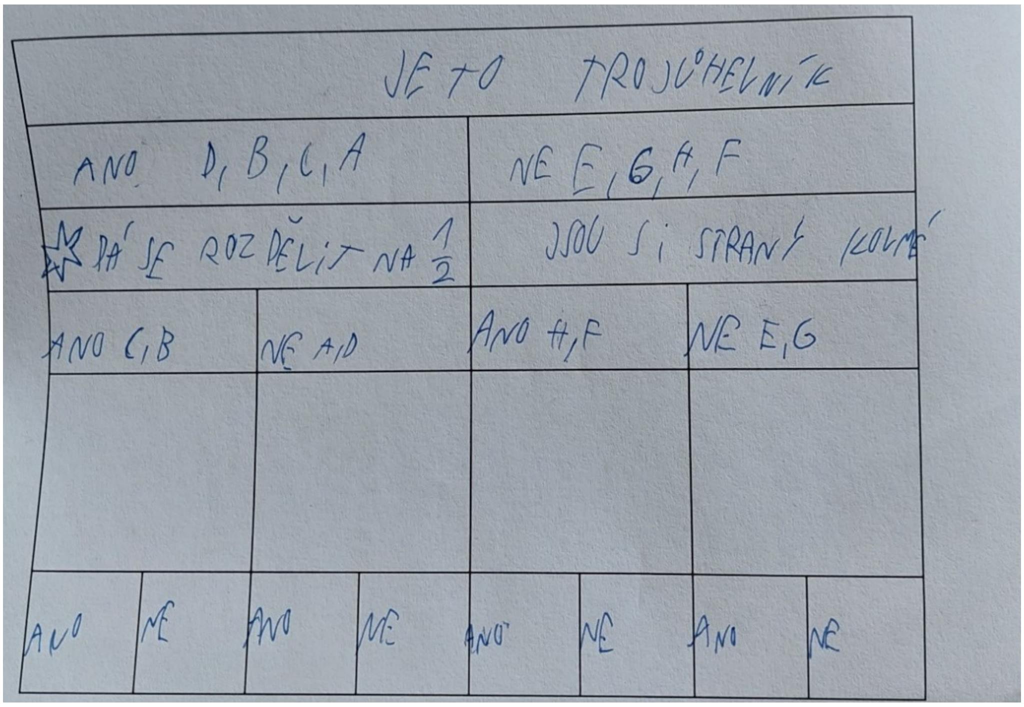


- Š01

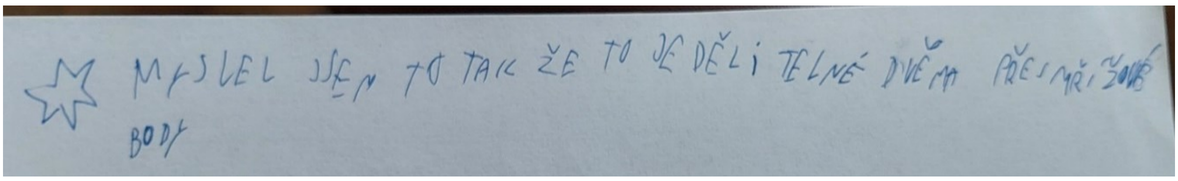


JE TO ČTIŘÚHELNÍK?							
ANO (E,H,G,F)				NE (C,D,B,A,)			
MÁ PRÁVĚ DVĚ STRANY ROVNOBĚŽNÉ?				JE JEHO OBSAH 1 ČTVEREČEK?			
ANO(E,H,)		NE(F,G)		ANO(A,		NE(D,C,B)	
JE SOUMĚRNÝ		MÁ DVĚ STRANY KOLMÉ?					
ANO (H)	NE ( )	ANO	NE	ANO			

- M01

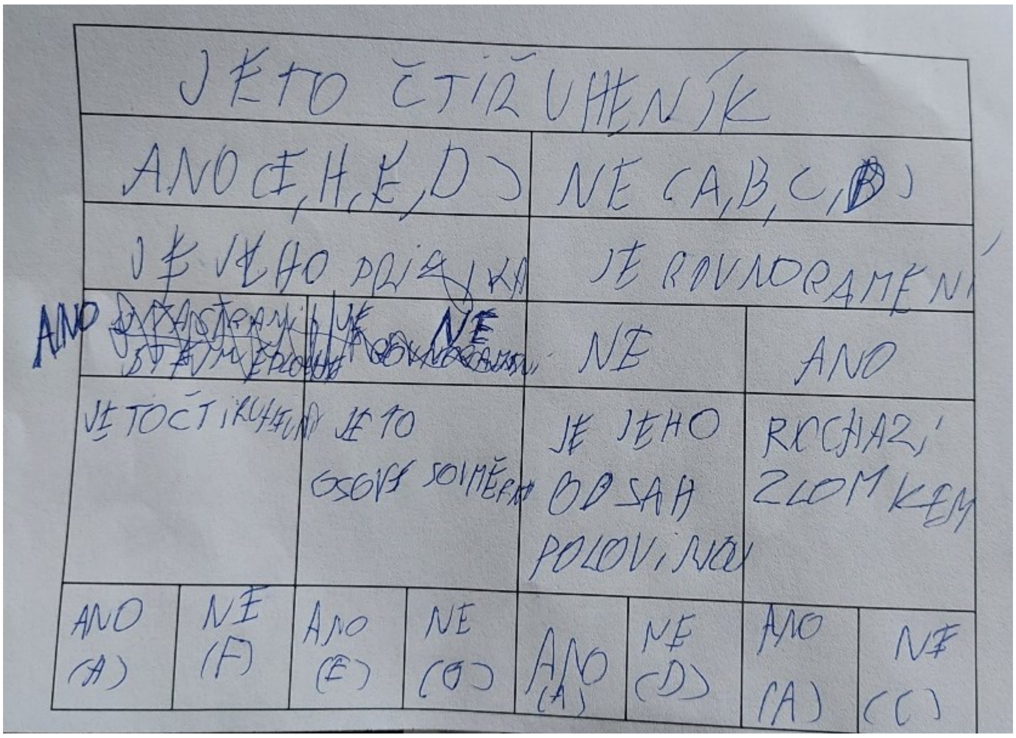


JE TO TROJÚHELNÍK							
ANO D,B,C,A				NE E,G,H,F			
☆ DÁ SE ROZDĚLIT NA $\frac{1}{2}$				JSOU SI STRANY KOLMÉ			
ANO C,B		NE A,D		ANO H,F		NE E,G	
ANO	NE	ANO	NE	ANO	NE	ANO	NE

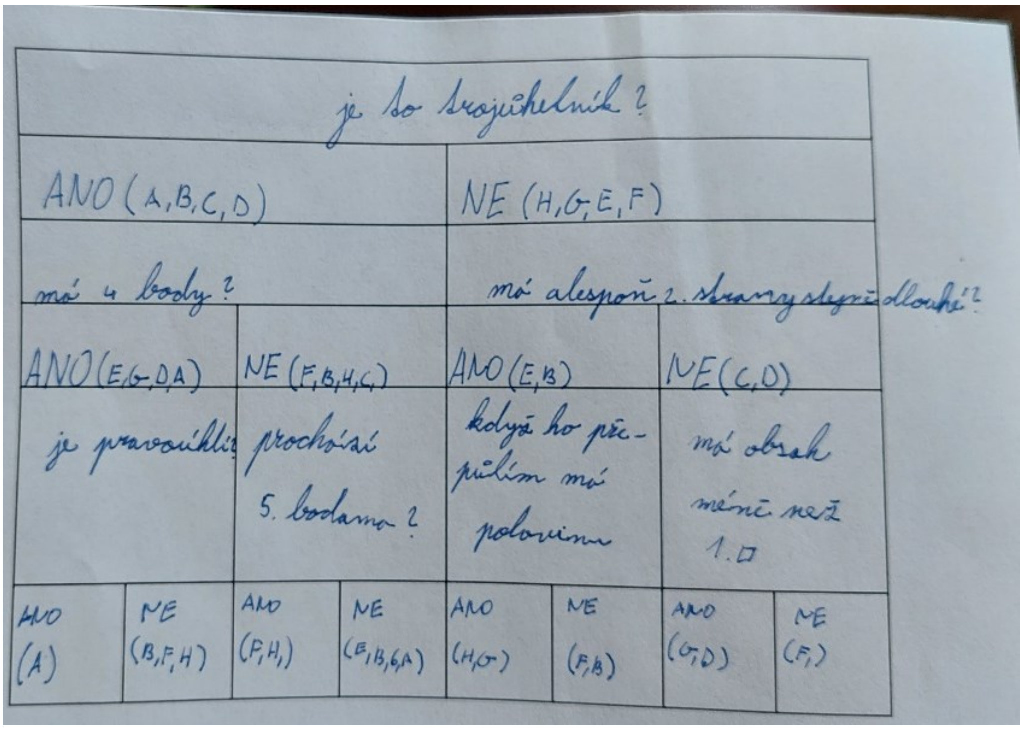


☆ MYSLEL JSEM TO TAK ŽE TO JE DĚLITELNÉ DVĚMA PŘES MŘÍŽOVÉ BODY

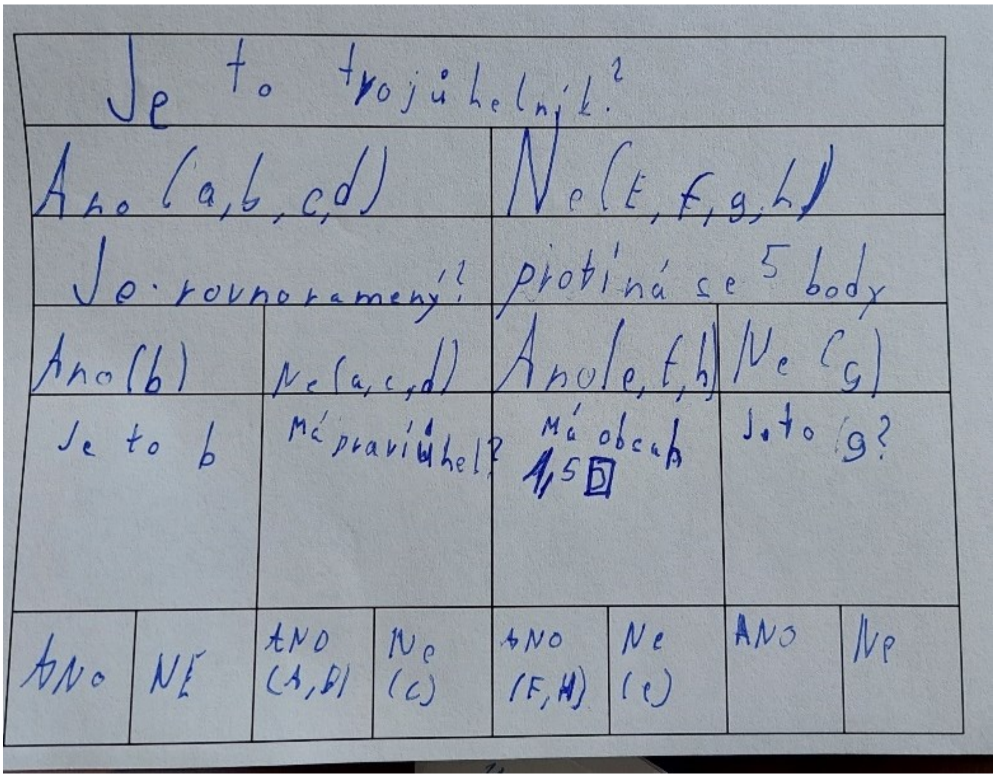
- L01


JE TO ČTIŘUHENÍK
NE (A,B,C,B)
JE ROVNORAMENNÝ
NE
ANO
JE TO ČTIŘUHELNÍK
JE TO OSOVĚ SOUMĚRNÝ
JE JEHO OBSAH POLOVINOU
PROCHÁZÍ ZLOMKEM
ANO (A)
NE (F)
ANO (E)
NE (G)
ANO (A)
NE (D)
ANO (A)
NE (C)

- K1

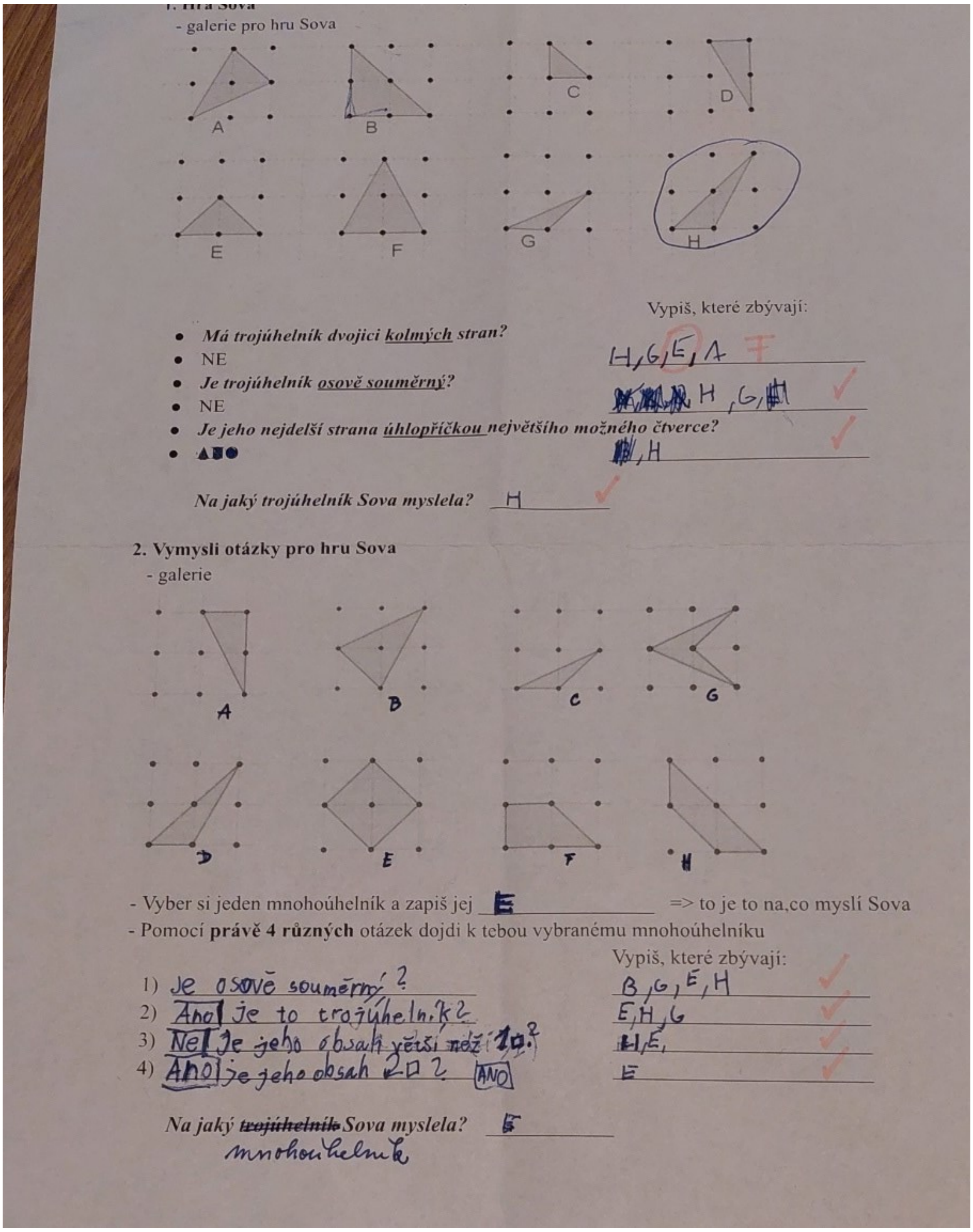

je to trojúhelník?
ANO (A,B,C,D)
NE (H,G,E,F)
má 4 body?
má alespoň 2. strany stejně dlouhé?
ANO (E,G,D,A)
NE (F,B,H,C)
ANO (E,B)
NE (C,D)
je pravoúhlý
prochází 5. bodama?
když ho přepůlím má polovinu
má obsah méně než 1.□
ANO (A)
NE (B,F,H)
ANO (F,H)
NE (E,B,G,A)
ANO (H,G)
NE (F,B)
ANO (G,D)
NE (F)

- N2

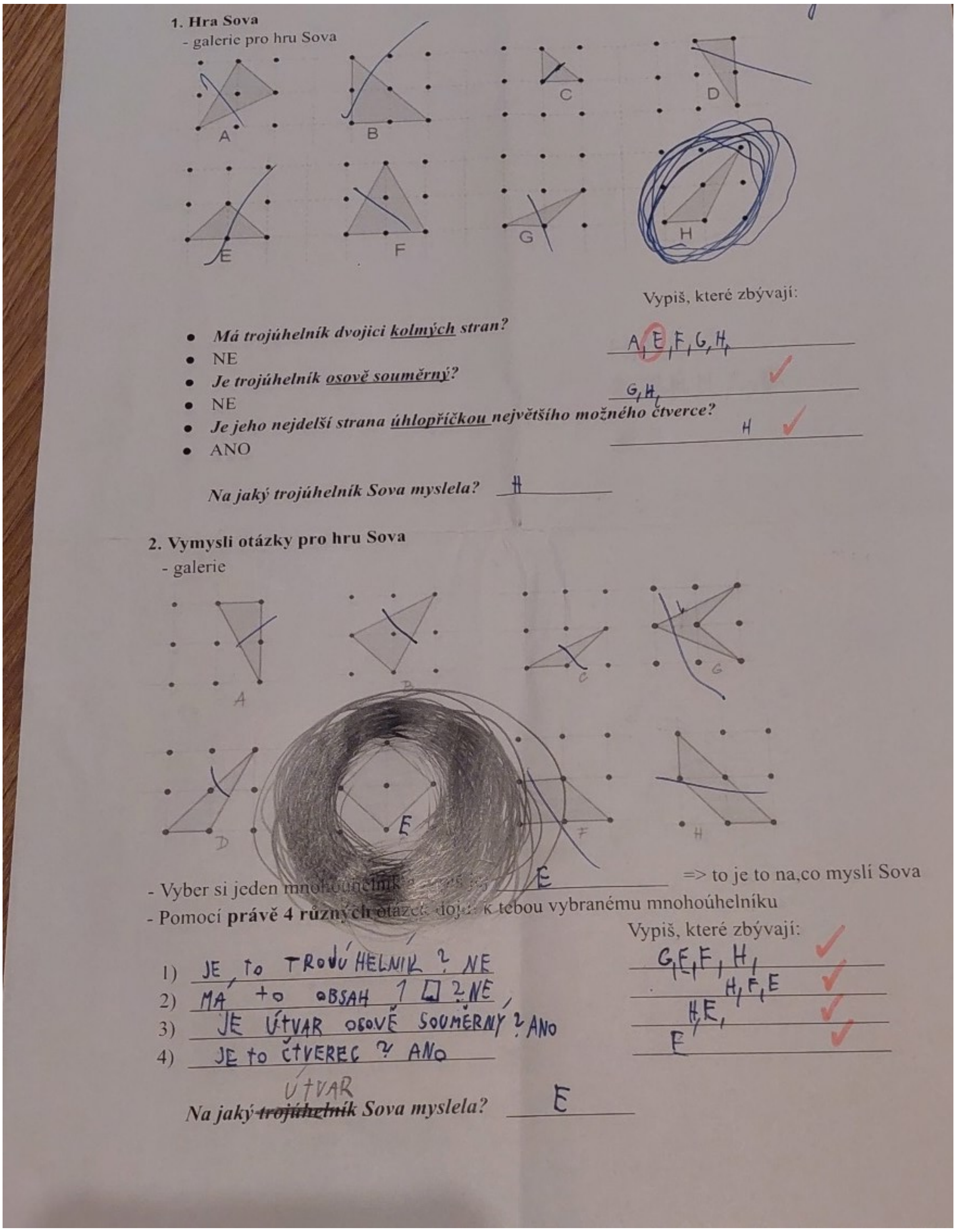

Je to trojúhelník?
Ano (a,b,c,d)
Ne (e,f,g,h)
Je rovnoramenný?
protíná se 5 body
Ano (b)
Ne (a,c,d)
Ano (e,f,h)
Ne (g)
Je to b
Má pravý úhel?
Má obsah
J. to g?
ANO
NE
ANO (A,D)
Ne (C)
ANO (F,H)
Ne (E)
ANO
Ne

Dotazník žáků skupiny A

- M01



- M02


1. **Hra Sova**
 - galerie pro hru Sova

A B C D E F G H

Vypiš, které zbývají:

- *Má trojúhelník dvojici kolmých stran?* A, E, F, G, H,
- NE
- *Je trojúhelník osově souměrný?* G, H,
- NE
- *Je jeho nejdelší strana úhlopříčkou největšího možného čtverce?* H
- ANO

Na jaký trojúhelník Sova myslela? H

2. **Vymysli otázky pro hru Sova**
 - galerie

A B C G D E F H

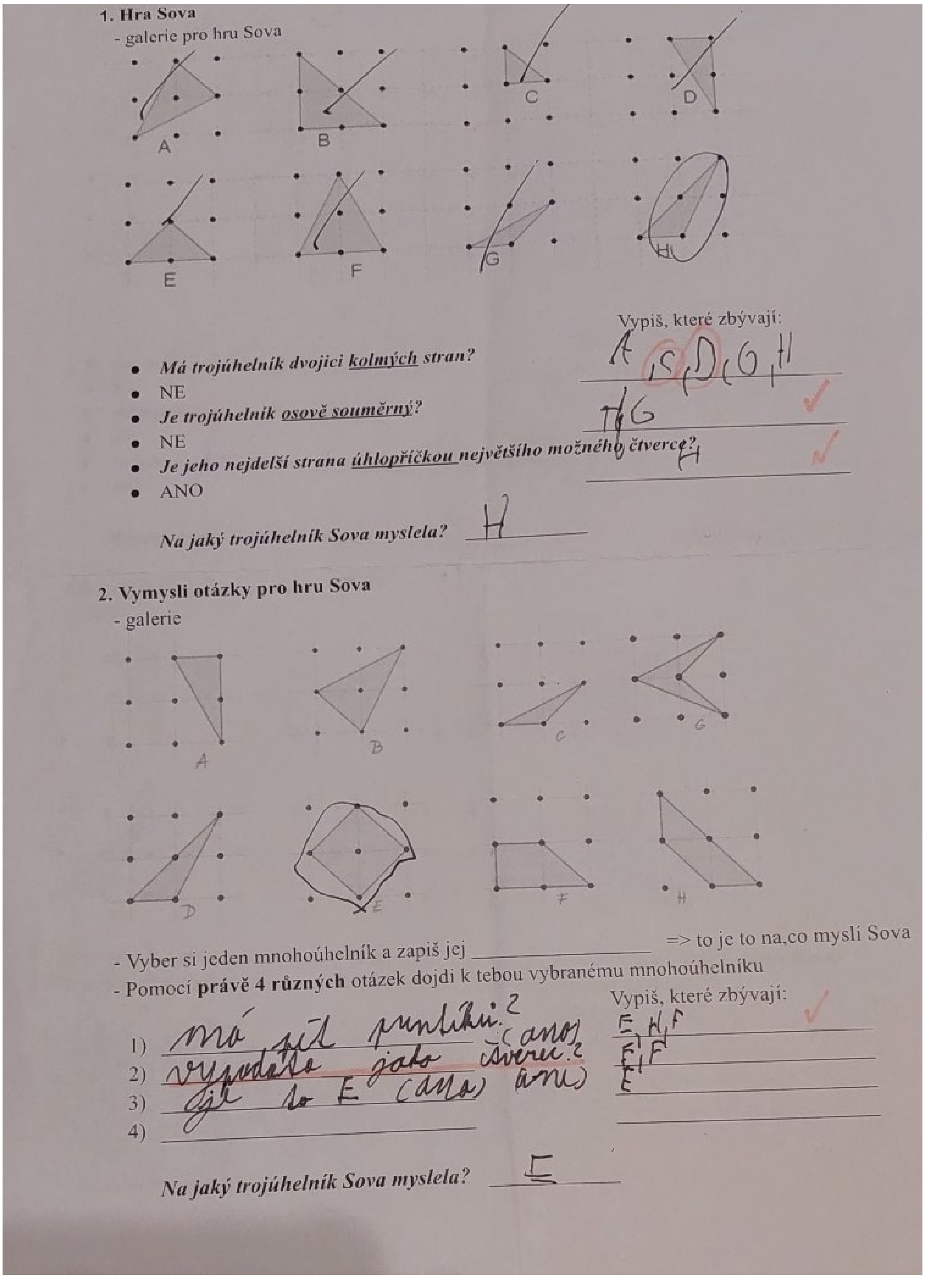
- Vyber si jeden mnohoúhelník E => to je to na,co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

Vypiš, které zbývají:

1) JE TO TROJÚHELNIK ? NE G, E, F, H,
2) MÁ TO OBSAH 1 □ ? NE H, F, E
3) JE ÚTVAR OSOVĚ SOUMĚRNÝ ? ANO H, E,
4) JE TO ČTVEREC ? ANO E

Na jaký ~~trojúhelník~~ ÚTVAR Sova myslela? E

- K01



1. Hra Sova

- galerie pro hru Sova

Vypiš, které zbývají:

- ***Má trojúhelník dvojici kolmých stran?*** A, C, D, G, H
- NE
- ***Je trojúhelník osově souměrný?*** H, G
- NE
- ***Je jeho nejdelší strana úhlopříčkou největšího možného čtverce?*** H
- ANO

Na jaký trojúhelník Sova myslela? H

2. Vymysli otázky pro hru Sova

- galerie

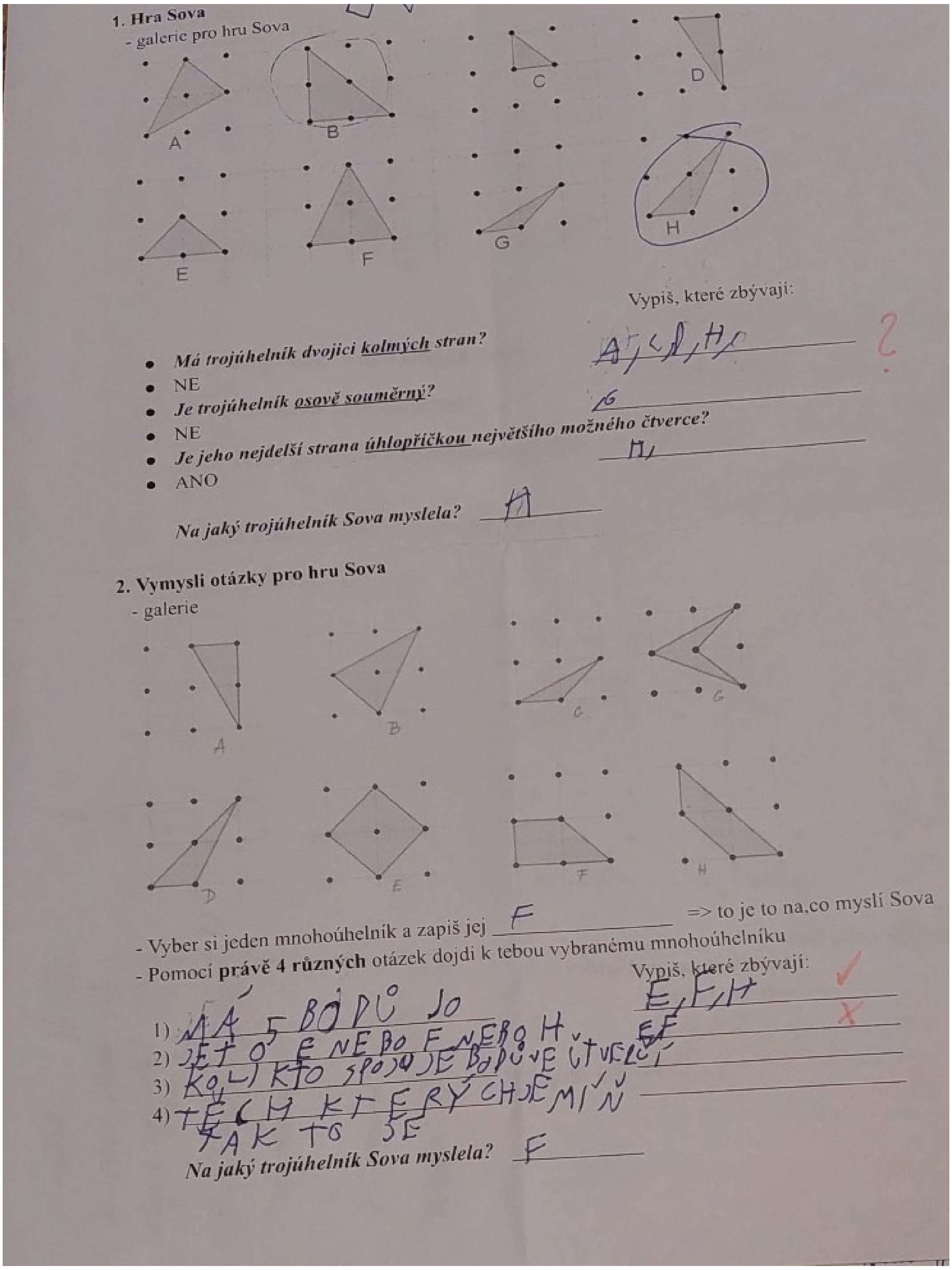
- Vyber si jeden mnohoúhelník a zapiš jej ________ => to je to na,co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

Vypiš, které zbývají:

1) má pět puntíků? (ano) — E, H, F
2) vypadá to jako čtverec? (ano) — E, F
3) je to E (ano) — E
4) ________

Na jaký trojúhelník Sova myslela? E

- R01



1. Hra Sova
- galerie pro hru Sova

A B C D E F G H

Vypiš, které zbývají:

- ***Má trojúhelník dvojici kolmých stran?*** A, C, D, H, ?
- NE
- ***Je trojúhelník osově souměrný?*** G
- NE
- ***Je jeho nejdelší strana úhlopříčkou největšího možného čtverce?*** H,
- ANO

Na jaký trojúhelník Sova myslela? H

2. Vymysli otázky pro hru Sova
- galerie

A B C G D E F H

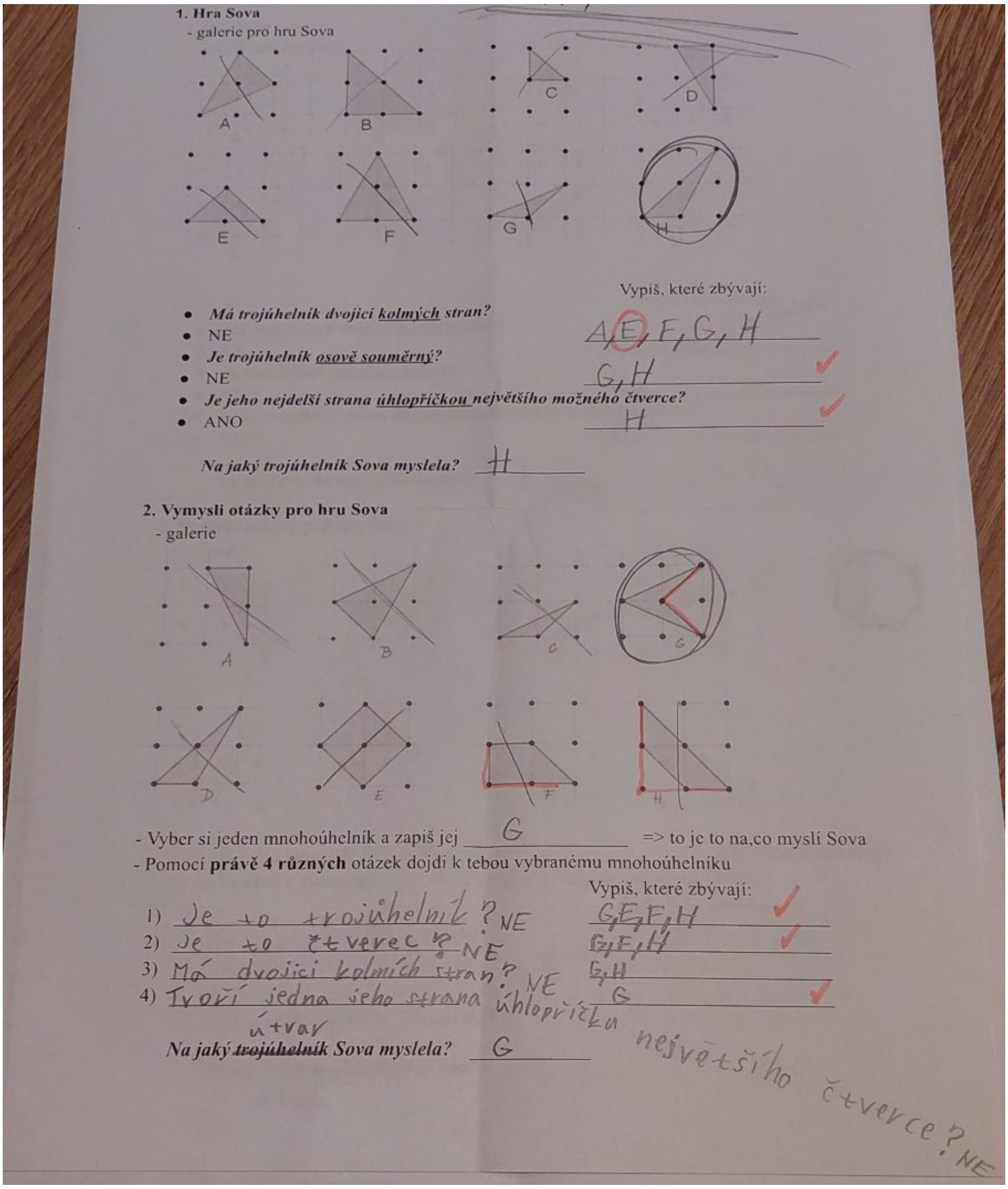
- Vyber si jeden mnohoúhelník a zapiš jej F => to je to na,co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

Vypiš, které zbývají:

1) MÁ 5 BODŮ JO E, F, H
2) JE TO E NEBO F NEBO H EF
3) KOLIK TO SPOJUJE BODŮ VE ČTVERCI
4) TĚCH KTERÝ CHCEMI? Ň TAK TO JE

Na jaký trojúhelník Sova myslela? F

- H1



1. Hra Sova
- galerie pro hru Sova

A B C D E F G H

Vypiš, které zbývají:

- ***Má trojúhelník dvojici kolmých stran?*** A, E, F, G, H
- NE
- ***Je trojúhelník osově souměrný?*** G, H
- NE
- ***Je jeho nejdelší strana úhlopříčkou největšího možného čtverce?*** H
- ANO

Na jaký trojúhelník Sova myslela? H

2. Vymysli otázky pro hru Sova
- galerie

A B C G D E F H

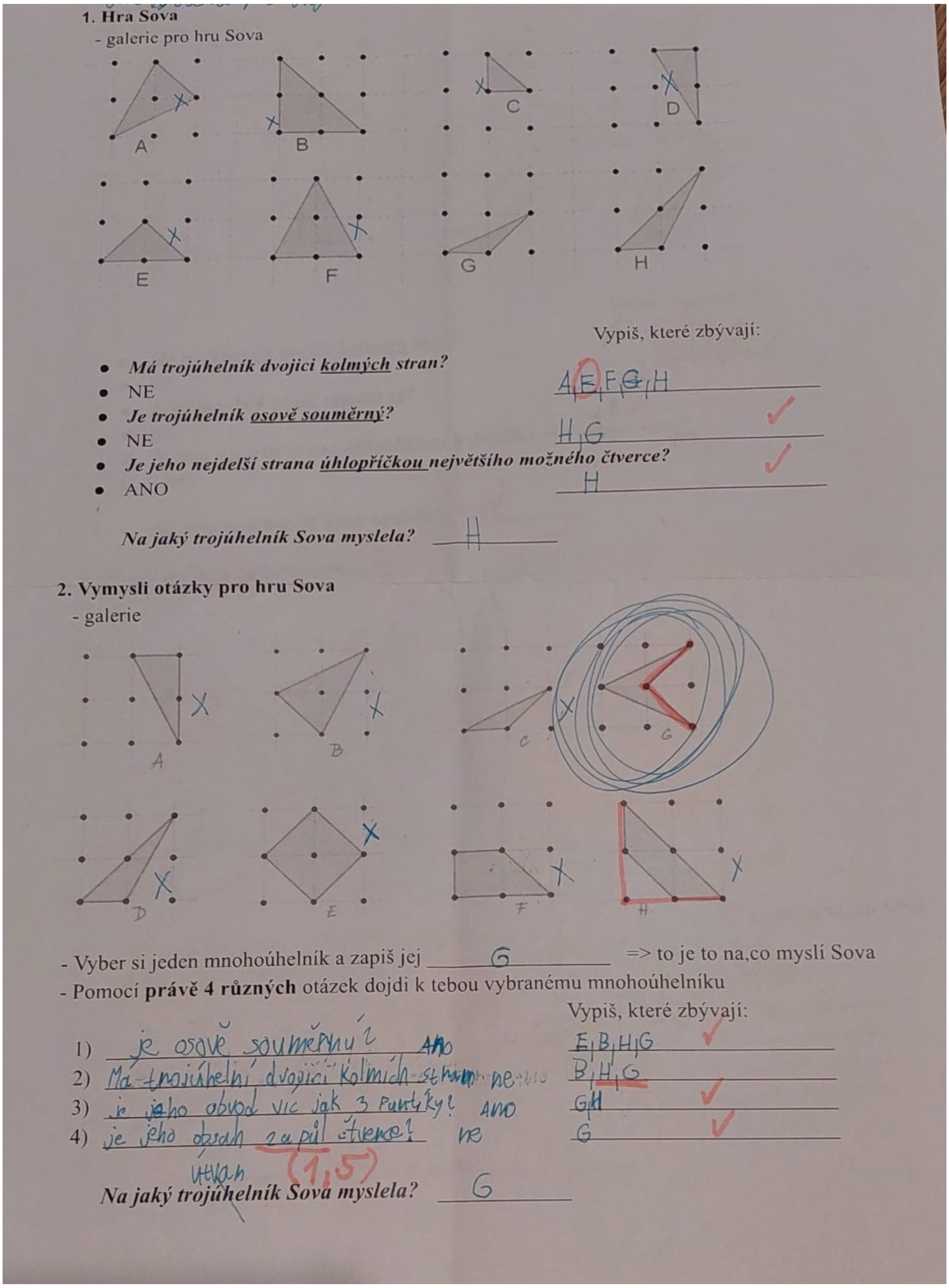
- Vyber si jeden mnohoúhelník a zapiš jej G => to je to na,co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

Vypiš, které zbývají:

1) Je to trojúhelník? NE — G,E,F,H
2) Je to čtverec? NE — G,E,H
3) Má dvojici kolmích stran? NE — G,H
4) Tvoří jedna jeho strana úhlopříčka největšího čtverce? NE — G

Na jaký ~~trojúhelník~~ útvar Sova myslela? G

- P1



1. Hra Sova

- galerie pro hru Sova

A B C D E F G H

Vypiš, které zbývají:

- *Má trojúhelník dvojici kolmých stran?* A,E,F,G,H
- NE
- *Je trojúhelník osově souměrný?* H,G
- NE
- *Je jeho nejdelší strana úhlopříčkou největšího možného čtverce?* H
- ANO

Na jaký trojúhelník Sova myslela? H

2. Vymysli otázky pro hru Sova

- galerie

A B C G D E F H

- Vyber si jeden mnohoúhelník a zapiš jej G => to je to na,co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

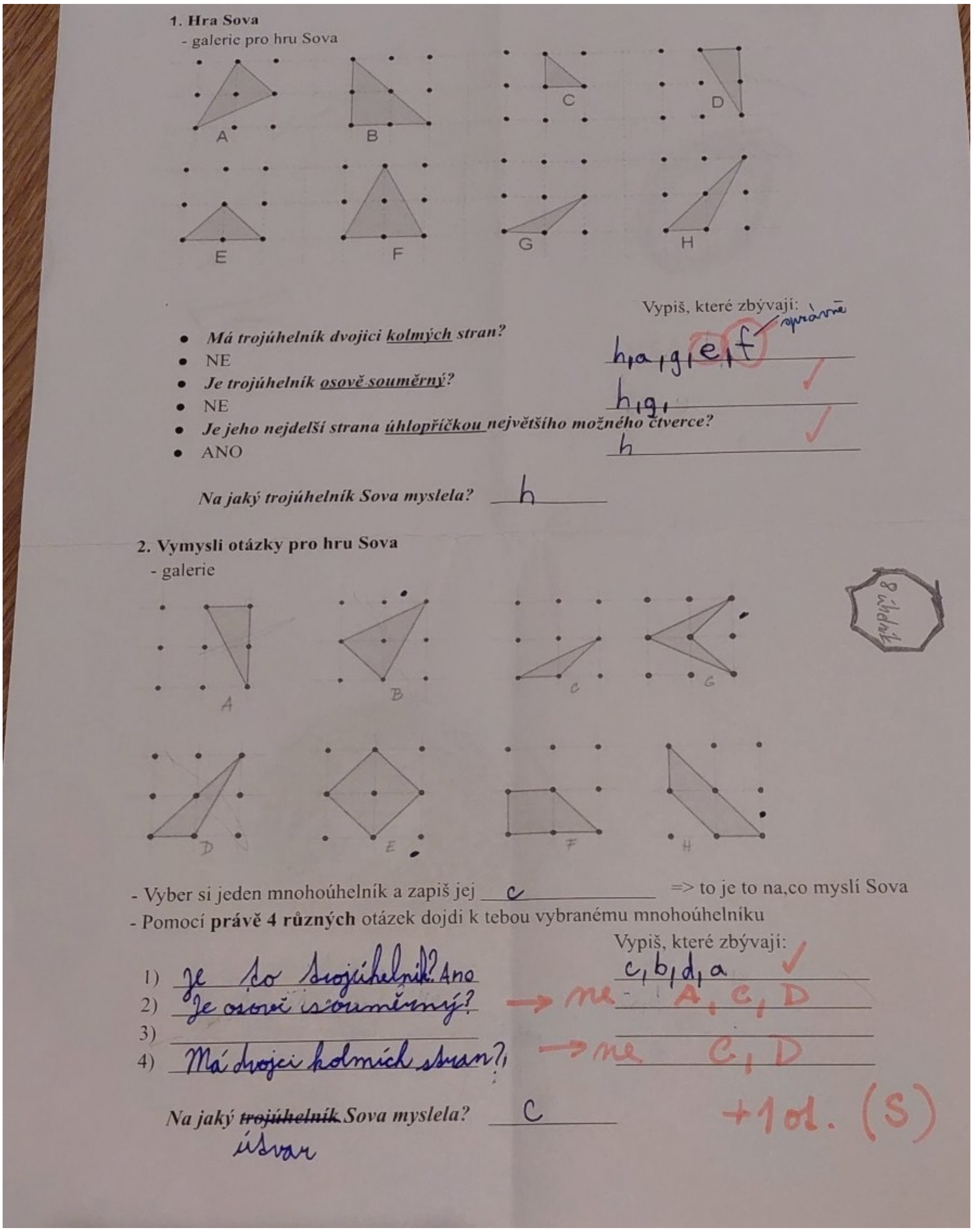
Vypiš, které zbývají:

1) je osově souměrný? ano — E,B,H,G
2) Má trojúhelník dvojici kolmích stran ne — B,H,G
3) je jeho obvod víc jak 3 puntíky? ano — G,H
4) je jeho obsah za půl čtverce? ne — G

(1,5)

Na jaký trojúhelník (útvar) Sova myslela? G

- T1



1. Hra Sova
- galerie pro hru Sova

A B C D E F G H

Vypiš, které zbývají:

- *Má trojúhelník dvojici kolmých stran?* h, a, g, e, f (správně)
- NE
- *Je trojúhelník osově souměrný?* h, g,
- NE
- *Je jeho nejdelší strana úhlopříčkou největšího možného čtverce?* h
- ANO

Na jaký trojúhelník Sova myslela? h

2. Vymysli otázky pro hru Sova
- galerie

A B C G D E F H

8 úhelník

- Vyber si jeden mnohoúhelník a zapiš jej c => to je to na,co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

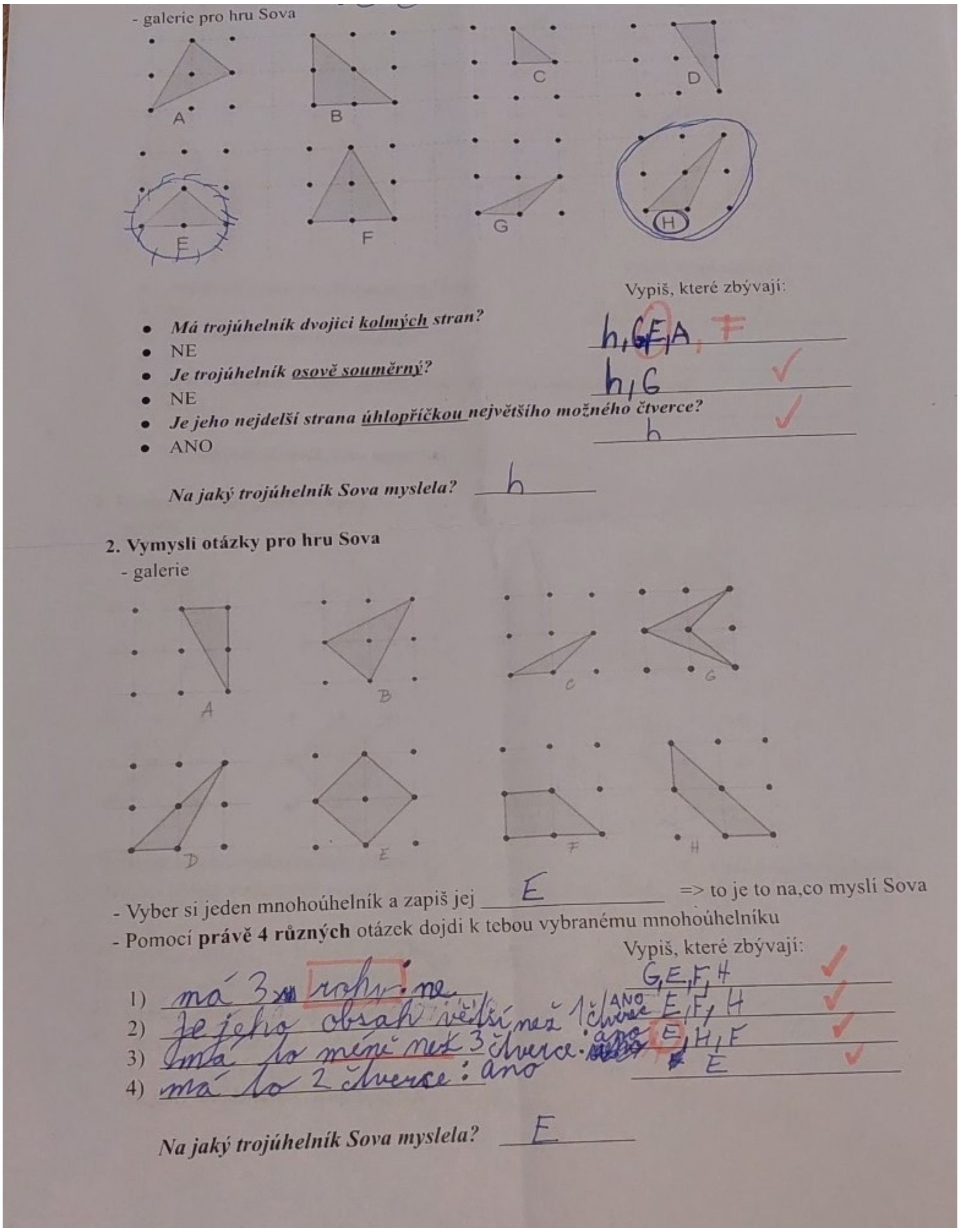
Vypiš, které zbývají:

1) Je to trojúhelník? Ano — c, b, d, a
2) Je osově souměrný? → ne — A, C, D
3)
4) Má dvojci kolmích stran?, → ne — C, D

Na jaký ~~trojúhelník~~ útvar Sova myslela? C

+1 b. (S)

- L1



- galerie pro hru Sova

A B C D

E F G H

Vypiš, které zbývají:

- *Má trojúhelník dvojici kolmých stran?* h, ~~G~~ E, A, F
- NE
- *Je trojúhelník osově souměrný?* h, G
- NE
- *Je jeho nejdelší strana úhlopříčkou největšího možného čtverce?* h
- ANO

Na jaký trojúhelník Sova myslela? h

2. Vymysli otázky pro hru Sova

- galerie

A B C G

D E F H

- Vyber si jeden mnohoúhelník a zapiš jej E => to je to na,co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

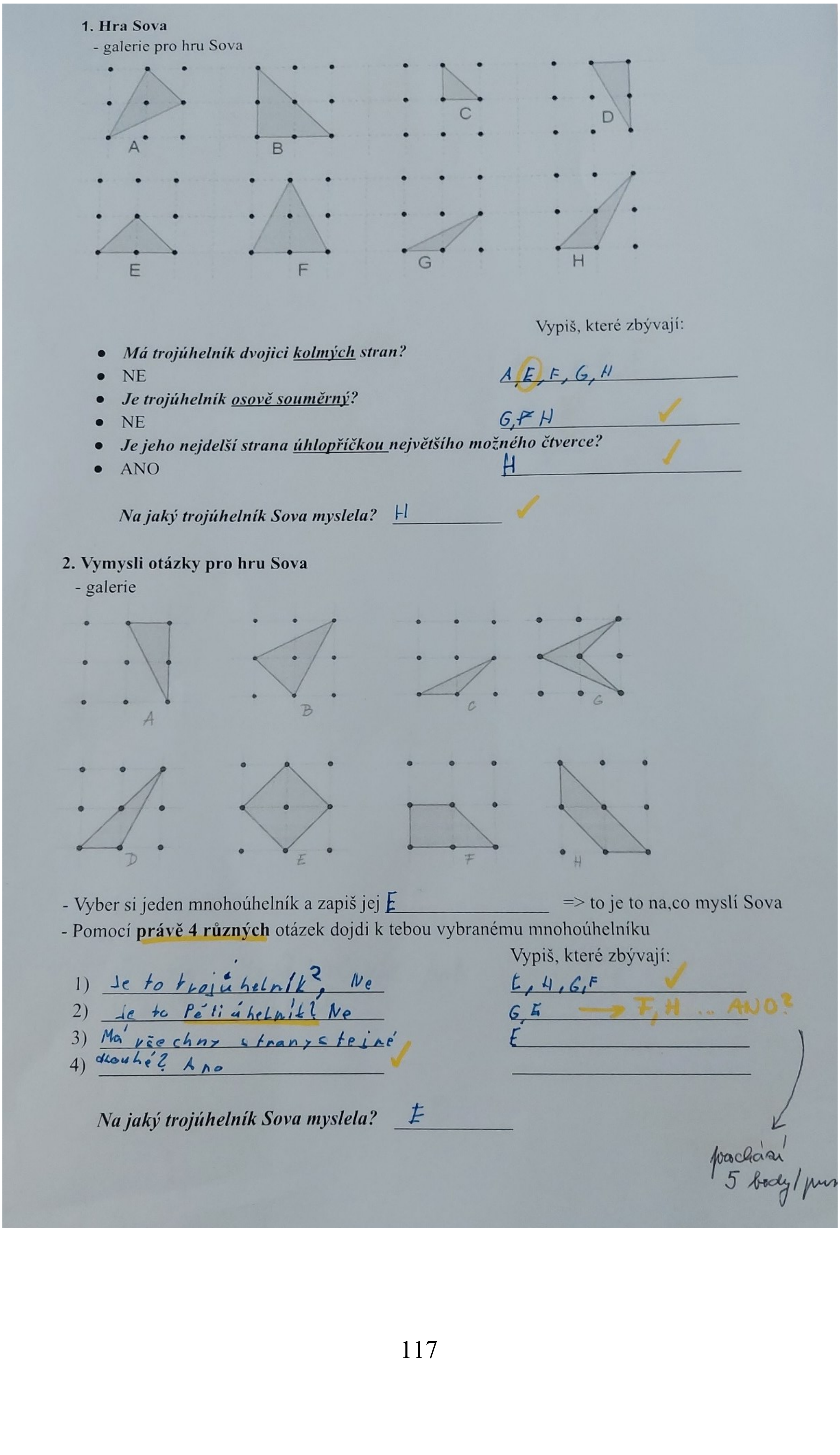
Vypiš, které zbývají:

1) má 3 rohy: ne — G, E, F, H
2) Je jeho obsah větší než 1 čtverec: ANO — E, F, H
3) má to méně než 3 čtverce: ano — E, H, F
4) má to 2 čtverce: ano — E

Na jaký trojúhelník Sova myslela? E

Dotazník žáků skupiny B

- N2



1. Hra Sova

- galerie pro hru Sova

A B C D E F G H

Vypiš, které zbývají:

- ***Má trojúhelník dvojici kolmých stran?***
- NE — A, E, F, G, H
- ***Je trojúhelník osově souměrný?***
- NE — G, F, H ✓
- ***Je jeho nejdelší strana úhlopříčkou největšího možného čtverce?***
- ANO — H ✓

Na jaký trojúhelník Sova myslela? H ✓

2. Vymysli otázky pro hru Sova

- galerie

A B C G D E F H

- Vyber si jeden mnohoúhelník a zapiš jej E => to je to na,co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

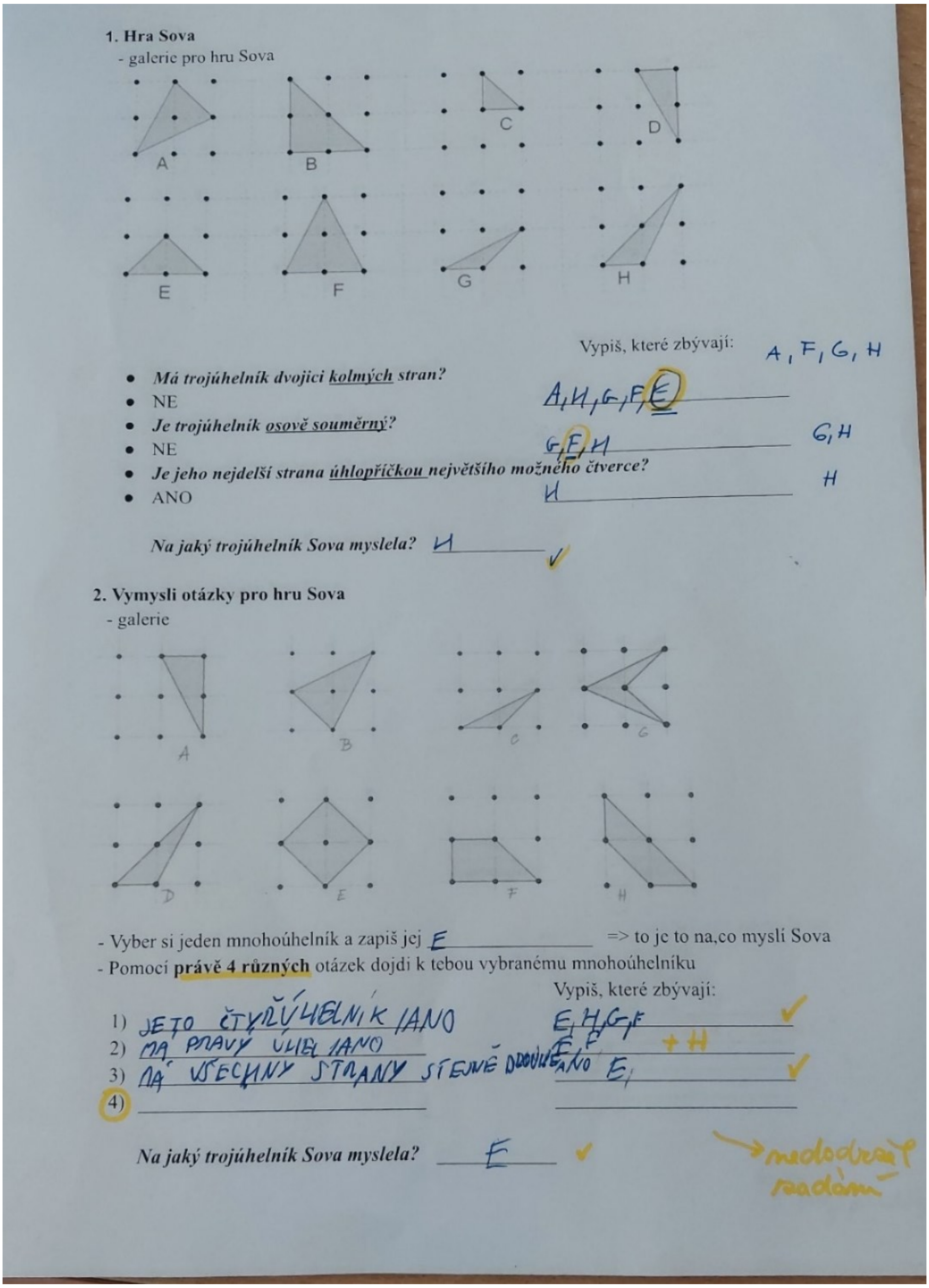
Vypiš, které zbývají:

1) Je to trojúhelník? Ne — E, H, G, F ✓
2) Je to Pětiúhelník? Ne — G, E → F, H … ANO?
3) Má všechny strany stejně dlouhé? Ano ✓ — E
4)

Na jaký trojúhelník Sova myslela? E

pochází
5 body / pr

- K01



1. Hra Sova

- galerie pro hru Sova

A B C D E F G H

Vypiš, které zbývají: A, F, G, H

- *Má trojúhelník dvojici kolmých stran?* A, H, G, F, E
- NE
- *Je trojúhelník osově souměrný?* G, F, H — G, H
- NE
- *Je jeho nejdelší strana úhlopříčkou největšího možného čtverce?* H — H
- ANO

Na jaký trojúhelník Sova myslela? H ✓

2. Vymysli otázky pro hru Sova

- galerie

A B C G D E F H

- Vyber si jeden mnohoúhelník a zapiš jej E => to je to na,co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

Vypiš, které zbývají:

1) JE TO ČTYŘÚHELNÍK / ANO — E, H, G, F ✓
2) MÁ PRAVÝ ÚHEL / ANO — E, F + H
3) MÁ VŠECHNY STRANY STEJNĚ DLOUHÉ / ANO — E, ✓
4)

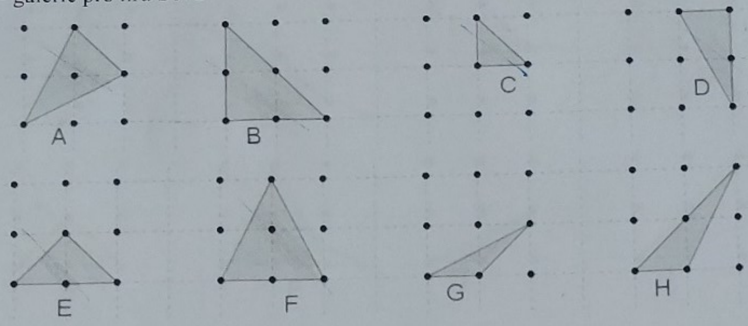
Na jaký trojúhelník Sova myslela? E ✓

→ nedodržel zadání

- K1

1. Hra Sova

- galerie pro hru Sova



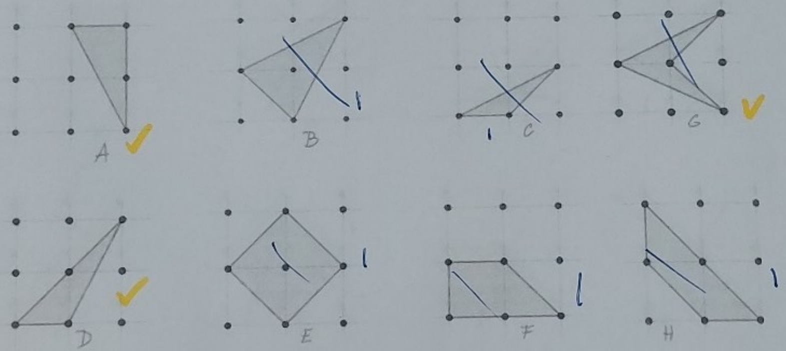
Vypiš, které zbývají:

- ***Má trojúhelník dvojici <u>kolmých</u> stran?***
- NE — A, E, F, G, H
- ***Je trojúhelník <u>osově souměrný</u>?***
- NE — G, H ✓
- ***Je jeho nejdelší strana <u>úhlopříčkou</u> největšího možného čtverce?***
- ANO — H ✓

Na jaký trojúhelník Sova myslela? H ✓

2. Vymysli otázky pro hru Sova

- galerie



- Vyber si jeden mnohoúhelník a zapiš jej A => to je to na,co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

NE?

Vypiš, které zbývají:

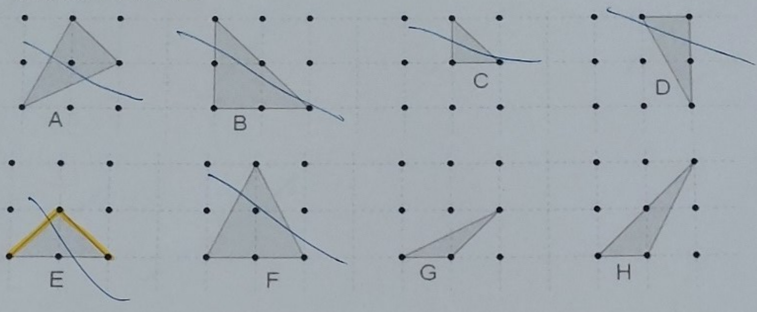
1) Má obsah 10? ANO — B, C, E, F, H
2) Je osově souměrný? NE — G x C, F,
3)
4)

Na jaký trojúhelník Sova myslela? ______

- S1

1. Hra Sova

- galerie pro hru Sova



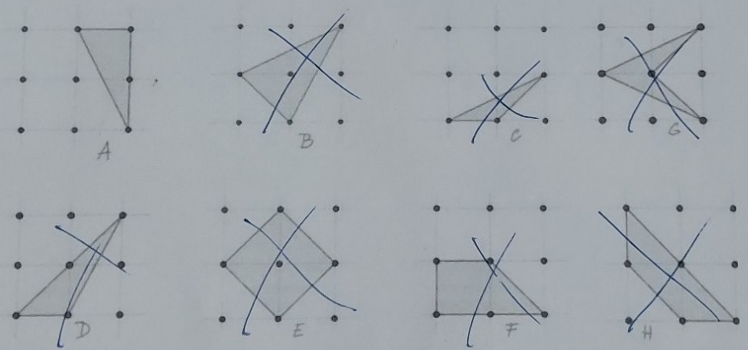
Vypiš, které zbývají:

- ***Má trojúhelník dvojici <u>kolmých</u> stran?*** — A, E, F, G, H
- NE
- ***Je trojúhelník <u>osově souměrný</u>?*** — G, H
- NE
- ***Je jeho nejdelší strana <u>úhlopříčkou</u> největšího možného čtverce?*** — H
- ANO

Na jaký trojúhelník Sova myslela? H

2. Vymysli otázky pro hru Sova

- galerie



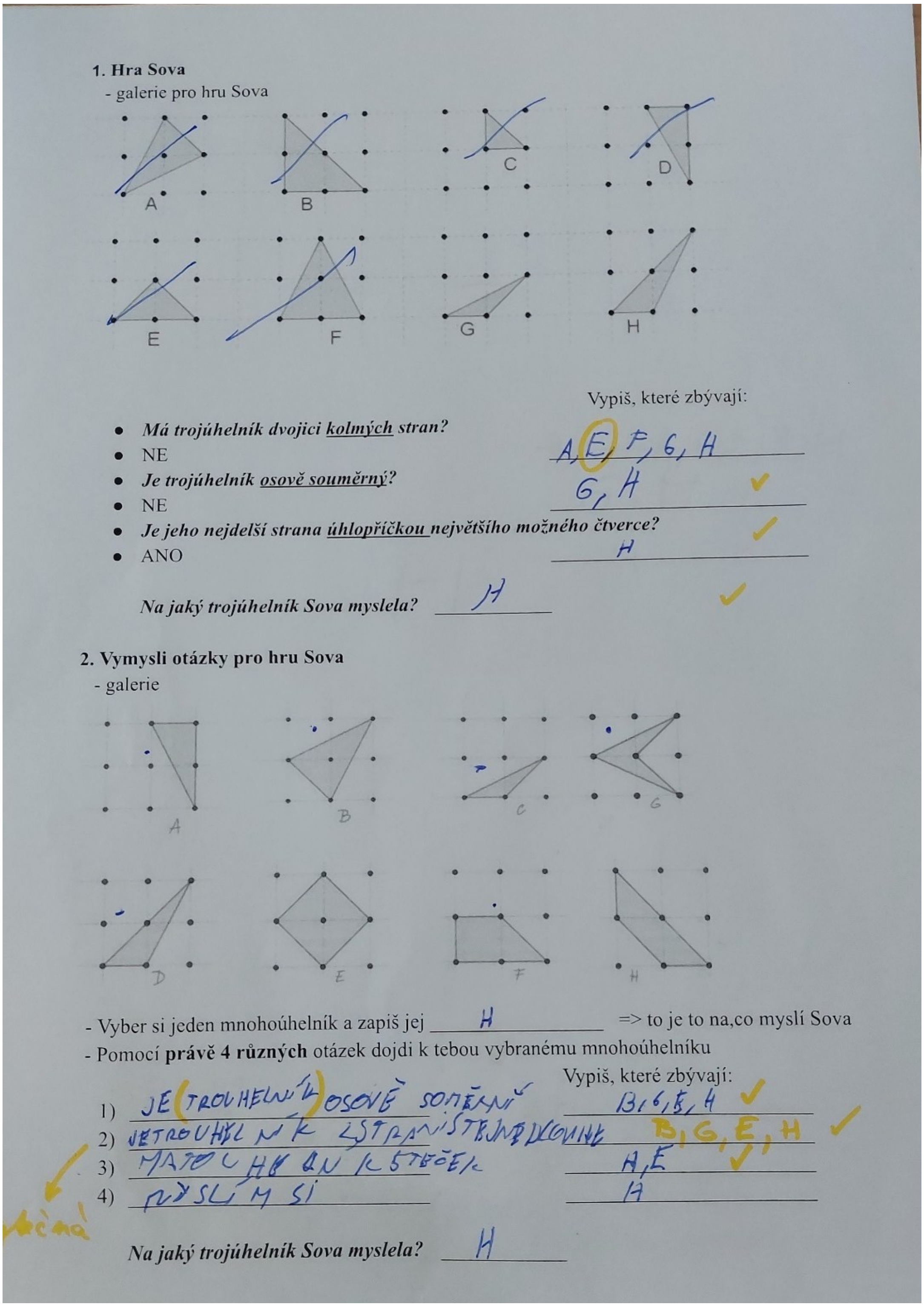
- Vyber si jeden mnohoúhelník a zapiš jej A => to je to na,co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

		Vypiš, které zbývají:
1)	Je to trojúhelník? Ano	A, B, C, D
2)	Je pravoúhlí? Ano	A
3)		
4)		

Na jaký trojúhelník Sova myslela? A

nesplnila zadání

- L01



1. Hra Sova

- galerie pro hru Sova

Vypiš, které zbývají:

- ***Má trojúhelník dvojici kolmých stran?*** A, E, F, G, H
- NE
- ***Je trojúhelník osově souměrný?*** G, H
- NE
- ***Je jeho nejdelší strana úhlopříčkou největšího možného čtverce?*** H
- ANO

Na jaký trojúhelník Sova myslela? H

2. Vymysli otázky pro hru Sova

- galerie

- Vyber si jeden mnohoúhelník a zapiš jej H => to je to na,co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

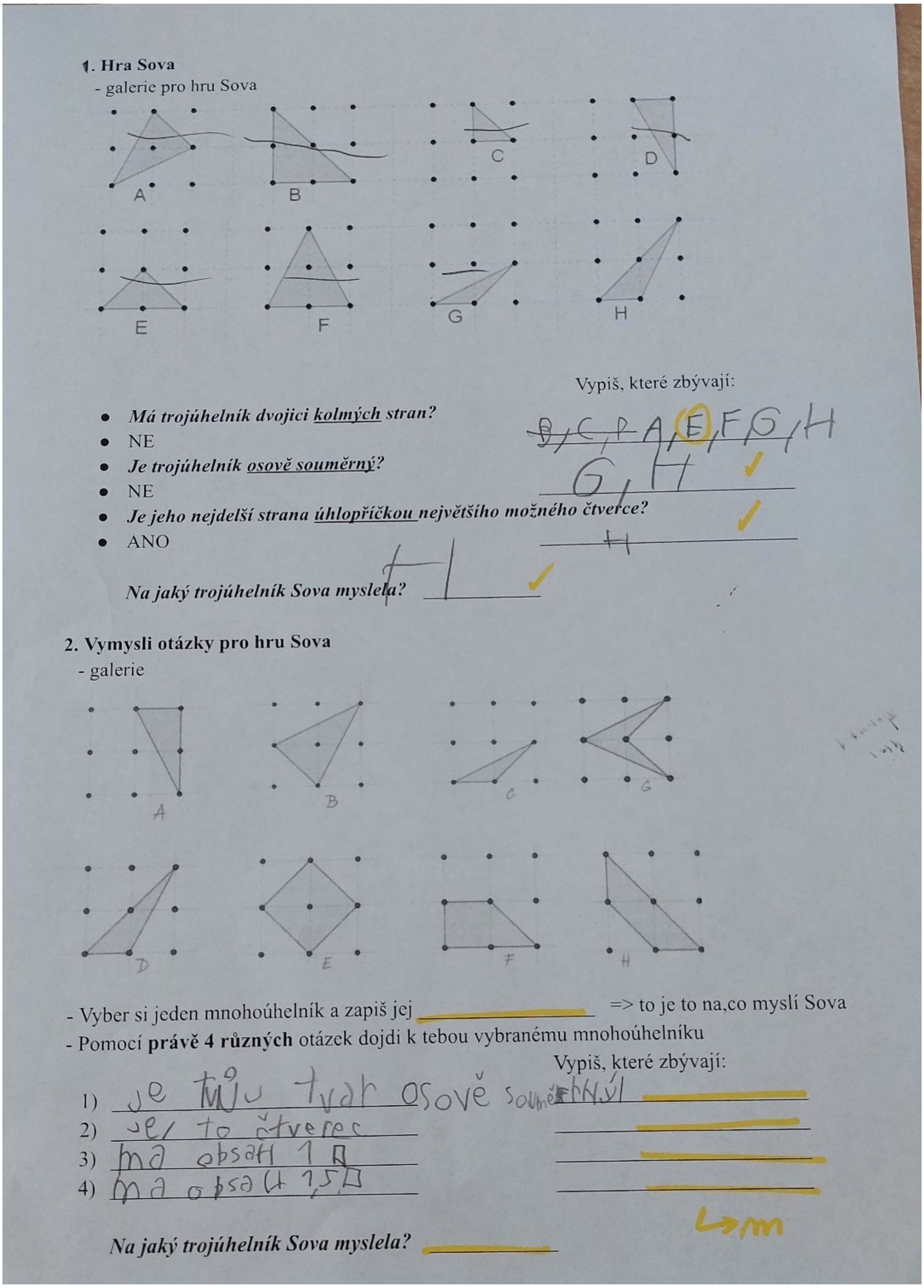
Vypiš, které zbývají:

1) JE TROUHELNÍK OSOVĚ SOMĚRNÍ — B, G, E, H
2) JE TROUHELNÍK S STRANIS TEJNE DLOUHE — B, G, E, H
3) MA TO UHELNÍK 5 TEČEK — A, E
4) MYSLÍM SI — H

hezčí

Na jaký trojúhelník Sova myslela? H

- F01



1. Hra Sova
- galerie pro hru Sova

Vypiš, které zbývají:

- ***Má trojúhelník dvojici kolmých stran?*** ~~B, C, D,~~ A, E, F, G, H
- NE
- ***Je trojúhelník osově souměrný?*** G, H
- NE
- ***Je jeho nejdelší strana úhlopříčkou největšího možného čtverce?*** H
- ANO

Na jaký trojúhelník Sova myslela? H

2. Vymysli otázky pro hru Sova
- galerie

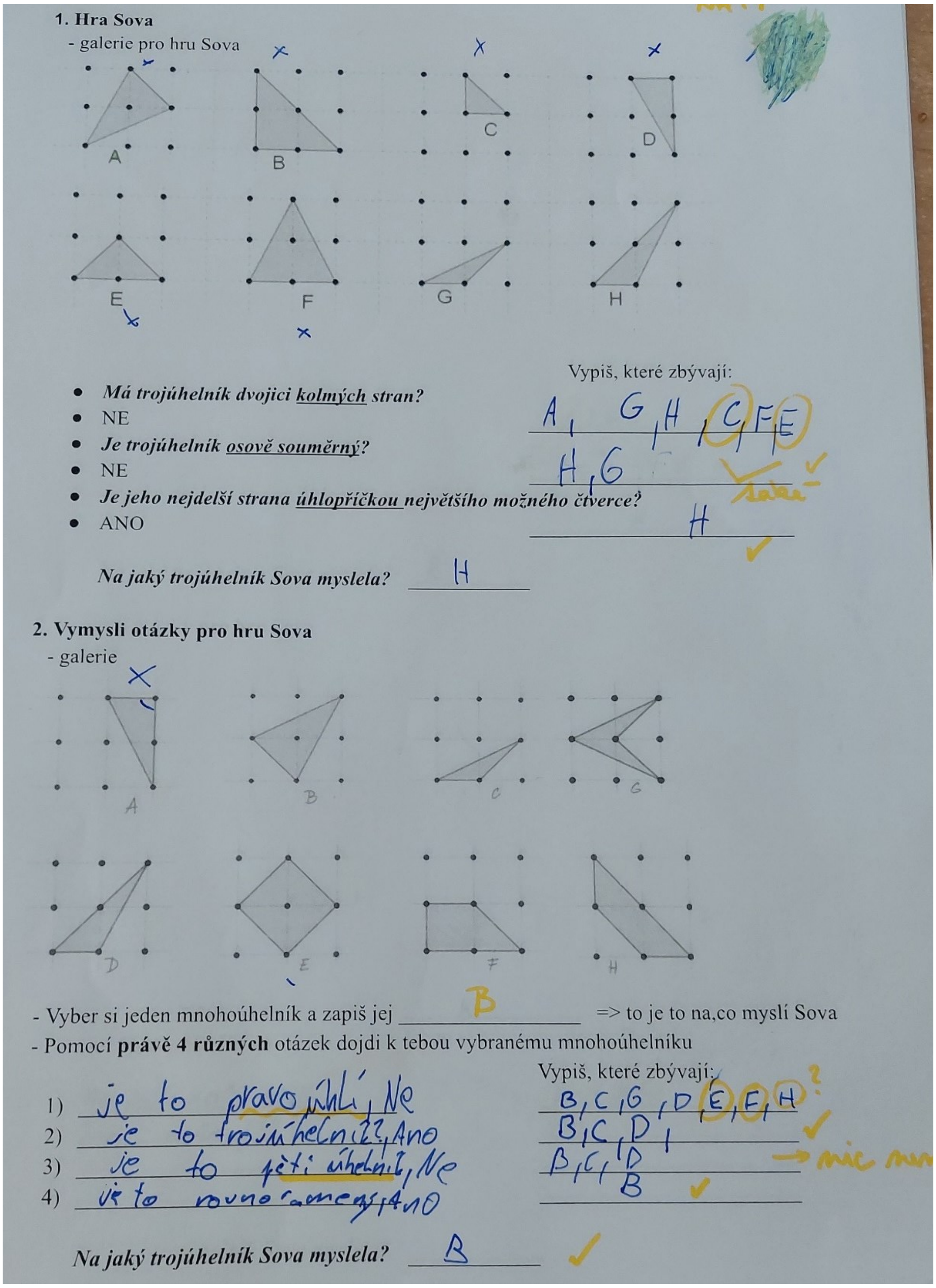
- Vyber si jeden mnohoúhelník a zapiš jej ______ => to je to na,co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

Vypiš, které zbývají:

1) je tvůj tvar osově souměrný
2) je to čtverec
3) má obsah 1 □
4) má obsah 1,5 □

Na jaký trojúhelník Sova myslela? ______

- N1



1. Hra Sova

- galerie pro hru Sova

Vypiš, které zbývají:

- *Má trojúhelník dvojici kolmých stran?*
- NE

A, G, H, C, F, E

- *Je trojúhelník osově souměrný?*
- NE

H, G

- *Je jeho nejdelší strana úhlopříčkou největšího možného čtverce?*
- ANO

H

Na jaký trojúhelník Sova myslela? H

2. Vymysli otázky pro hru Sova

- galerie

- Vyber si jeden mnohoúhelník a zapiš jej B => to je to na,co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

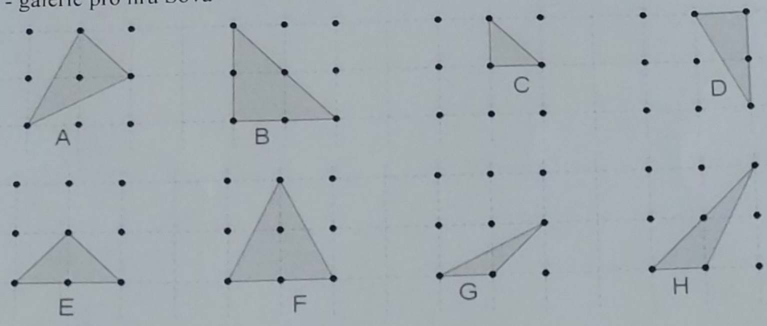
	Otázka	Vypiš, které zbývají:
1)	je to pravo úhlí, Ne	B, C, G, D, E, F, H
2)	je to trojúhelník?, Ano	B, C, D
3)	je to pěti úhelník, Ne	B, C, D
4)	je to rovnoramený, Ano	B

Na jaký trojúhelník Sova myslela? B

- M01

1. Hra Sova

- galerie pro hru Sova



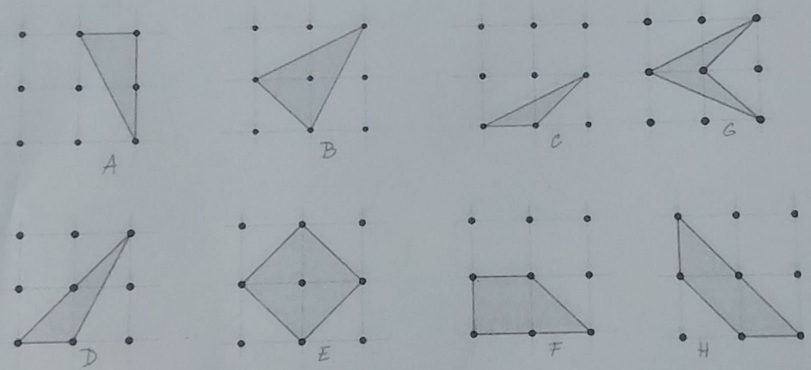
Vypiš, které zbývají:

- ***Má trojúhelník dvojici kolmých stran?*** H, A, G, F, E
- NE
- ***Je trojúhelník osově souměrný?*** E, H, F
- NE
- ***Je jeho nejdelší strana úhlopříčkou největšího možného čtverce?*** H
- ANO

Na jaký trojúhelník Sova myslela? H

2. Vymysli otázky pro hru Sova

- galerie



- Vyber si jeden mnohoúhelník a zapiš jej E => to je to na,co myslí Sova
- Pomocí **právě 4 různých** otázek dojdi k tebou vybranému mnohoúhelníku

Vypiš, které zbývají:

1) JE TO ČTYŘÚHELNÍK / ANO — E, H, F, G
2) JE ROVNO STRANÝ — E
3)
4)

Na jaký trojúhelník Sova myslela? E

→ nesplněné zadání