Posudek vedoucího diplomové práce

Autor práce: **Bc. Lukáš Macek**

Název práce: **Orientace vektorového prostoru**

Práce je věnována zavedení orientace vektorového prostoru, zaměřena je zejména na důkladnou motivaci, následnou postupnou formalizaci názorné představy a na souvislost orientace s dalšími pojmy (znaménko permutace, determinant). V českém prostředí i v zahraničí není orientaci věnováno příliš prostoru, v knihách je většinou uvedena definice pomocí znaménka determinantu matice přechodu; nějakou motivací je podepřená spíše chatrně, většinou naznačením, jak si orientaci představit v prostorech dimenze nejvýše tři, avšak bez následné skutečné formalizace.

V první kapitole je vybudována názorná představa souhlasnosti dvou bází daného vektorového prostoru. Postupováno je od báze prostoru jednorozměrného až po prostor čtyřrozměrný. Vše doplňují obrázky, představy jsou vždy formalizovány do jednoduchých a přirozených podmínek. S postupným narůstáním dimenze se může zdát, že se celá problematika komplikuje, do hry čím dál tím citelněji vstupují grupy permutací. Autorovi se však podařilo odhalit jádro problému a soustředit se na formulaci podmínek, z nichž pak lze vycházet při dalším rozvíjení teorie.

Druhá kapitola je věnována souhlasnosti ortonormálních bází, uvažován je vektorový prostor se skalárním součinem. Jedná se o průzkum oblasti, která bývá opomíjena. Není totiž k vyslovení formální definice souhlasnosti bází nutná. Základní myšlenka vychází z pozorování, že vztahy mezi ortonormálními bázemi lze popsat pomocí rotace a pomocí permutací bázových vektorů. Autor prochází jednotlivé případy (záměna dvou vektorů báze, změna jednoho vektoru na opačný) a dochází k pěkné souvislosti se znaménkem permutace. To samostatně prozkoumal a dal do souvislosti různé možnosti jeho zavedení. Všiml si také, že potřeba permutací zmizí, je-li možno bázi otáčet v prostoru dimenze aspoň o jednu vyšší. Toto klíčové pozorování pak používá dále při důkazu existence pouze dvou tříd ekvivalence souhlasnosti.

Třetí kapitola obsahuje zobecnění předchozích úvah na libovolné báze. Postupně se ukazuje, že klíčovým nástrojem je determinant matice přechodu. Zde se objevují dva přístupy:

1. determinant známe a ověřujeme, že jeho vlastnosti jsou vhodné pro popis souhlasnosti dvou bází,

2. determinant neznáme, odvozujeme vztah pro snadné rozhodování souhlasnosti dvou bází, s užitím názorných představ a Gaussovy eliminace docházíme k determinantu.

Přechod od ortonormálních bází k obecným je také proveden pomocí Gramova–Schmidtova ortogonalizačního procesu.

Samotná orientace vektorového prostoru je definována v závěrečné čtvrté kapitole. Uvedeny jsou zde různé souvislosti, některé z nich shrnují výsledky předchozího zkoumání.

V celé práci je patrné, že autor problematiku souhlasnosti a orientace dlouhodobě promýšlel. Dostupná literatura příliš nepomáhala porozumění hlubším souvislostem, a tak se autor pustil do základního výzkumu. Celá práce je tak psána podrobně, místy velmi pečlivě (ve snaze ohlídat správnost konceptů, o nichž představa teprve vzniká), místy volněji (při formulaci názorných představ, při navazování na okolní úvahy). Vznikl tak dosti netypický text, který je plný zajímavých souvislostí a snah o postupnou formalizaci názorných představ. Jsem si jist, že by autor byl schopen pojem souhlasnosti vybudovat mnohem úsporněji a efektivněji; ztratilo by se však mnoho: nejen četné souvislosti, ale i onen vzácný náboj skutečného objevování.

Autor při vypracovávání postupoval velmi samostatně. Mé směrování se omezilo na základní osnovu a sérii nesnadných otázek (postupně se proměňujících, aby reagovaly na některé vznikající hypotézy), které měly diplomanta navést k řešení „těch správných“ problémů. Velmi oceňuji, že se mu řešení všech otázek podařilo, z práce je patrné, že problematice souhlasnosti porozuměl do značné hloubky.

Členění práce je přehledné, text je pěkně vysázen v TEXu a doplněn samostatně narýsovanými obrázky. Velmi oceňuji snahu dostatečně motivovat všechny podstatné kroky.

Vzhledem k výše uvedenému předloženou práci **doporučuji k obhajobě** a navrhuji hodnocení ***výborně.***

Praha, 16. července 2023

Zdeněk Halas, DiS., Ph.D.
Katedra didaktiky matematiky