



**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA**
Univerzita Karlova

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Tomáš Moravčík

**Fotometrická a spektroskopická analýza dvojhvězdného
systému**

Astronomický ústav UK

Vedoucí bakalářské práce: doc. RNDr. Petr Zasche, Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: FP

Praha 2023

Na tomto mieste by som rád poďakoval vedúcemu bakalárskej práce doc. RNDr. Petrovi Zášemu, Ph.D. za odborné vedenie, konzultácie a cenné rady, bez ktorých by táto práca vznikla len ťažko. Taktiež by som rád poďakoval prof. RNDr. Petrovi Harmancovi, DrSc. a Mgr. Adamovi Harmancovi za rady a technickú pomoc pri práci s programom reSPEFO.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů. Tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V..... dne.....
.....
Podpis autora

Název práce: Fotometrická a spektroskopická analýza dvojhvězdného systému

Autor: Tomáš Moravčík

Ústav: Astronomický ústav UK

Vedoucí bakalářské práce: doc. RNDr. Petr Zasche, Ph.D., Astronomický ústav UK

Abstrakt: Táto práca bola zameraná na detailnú fotometrickú a spektroskopickú analýzu zákrytovej dvojhviezdy V355 And, pre ktorú existuje len jedna jej ďalšia detailná analýza. K analýze boli použité spektra namerané v observatóriu v Ondřejove v priebehu rokov 2013–2017, z ktorých boli programom reSPEFO určené radiálne rýchlosti oboch zložiek dvojhviezdy. Fotometrické dáta vo forme svetelnej krivky boli prevzaté z archívu TESS-u. Svetelná krivka s krivkami radiálnych rýchlostí oboch zložiek dvojhviezdy boli následne analyzované v programe PHOEBE. Analýzou sa zistilo, že ide o oddelený systém s dominantnejšou primárnou zložkou. Ukázalo sa, že systém má excentrickú dráhu s excentricitou $e = 0,019 \pm 0,008$. Dvojhviezda V355 And je taktiež komponentom vizuálnej dvojhviezdy WDS 00442-4614, a preto bol do analýzy zapojený aj vplyv tretieho svetla na dvojhviezdu V355 And.

Klíčová slova: fotometrie, spektroskopie, dvojhviezda, svetelná krivka, radiální rychlosti, vícenásobný systém

Title: Photometric and spectroscopic study of a binary star

Author: Tomáš Moravčík

Institute: Astronomical Institute of Charles University

Supervisor: doc. RNDr. Petr Zasche, Ph.D., Astronomical Institute of Charles University

Abstract: This thesis was focused on a detailed photometric and spectroscopic analysis of the eclipsing binary star V355 And, for which exists only one another detailed analysis. The spectra measured at the observatory in Ondřejov during the years 2013–2017 were used for the analysis, from which the radial velocities of both components of the binary star were determined by the reSPEFO program. The photometric data in the form of a light curve were taken from the TESS archive. The light curve with the radial velocity curves of both components of the binary star were subsequently analyzed in the PHOEBE program. Analysis revealed that the binary star is a detached system with a dominant primary component. The system was shown to have an eccentric orbit with eccentricity $e = 0.019 \pm 0.008$. The binary star V355 And is also a component of the visual binary star WDS 00442-4614, therefore the influence of the third light on the binary star V355 And was also included in the analysis.

Keywords: photometry, spectroscopy, binary, light curve, radial velocities, multiple system

Obsah

Úvod.....	1
1 Teória	2
1.1 Dvojhviezdy	2
1.2 Delenie dvojhviezd.....	2
1.3 Zákrytové dvojhviezdy.....	3
1.4 Rocheov model.....	4
1.5 Dopplerov jav	7
1.6 Hviezdna veľkosť a Pogsonova rovnica.....	7
1.7 Fáza	8
1.8 Určovanie hmotného pomeru z kriviek radiálnych rýchlostí	9
2 Spracovanie dát	10
2.1 Skúmaný systém.....	10
2.2 Prevzaté dáta.....	12
2.3 Program reSPEFO	13
2.3.1 Nahrание spektier	14
2.3.2 Rektifikácia spektier.....	14
2.3.3 Meranie radiálnych rýchlostí.....	15
2.3.4 Výsledky merania radiálnych rýchlostí.....	17
2.4 Program PHOEBE.....	18
2.4.1 Nahrание dát	19
2.4.2 Počiatočné nastavenia	20
2.4.3 Fitovací proces	20
2.4.4 Výsledky fitovania	22
2.4.5 Odhad veku dvojhviezdy.....	27
3 Diskusia výsledkov	28
Záver.....	32
Zoznam použitej literatúry.....	33
Zoznam tabuliek.....	37
Zoznam obrázkov	38

Úvod

Dvojhviezdy patria v astrofyzike k veľmi cenným zdrojom poznatkov o fyzikálnych vlastnostiach a štruktúre hviezd. Je možné ich využiť aj pri štúdiu vývoja hviezd či meraní hviezdnych vzdialeností. Vo všeobecnosti ide o systém dvoch k sebe gravitačne viazaných hviezd, nazývaných aj ako zložky dvojhviezdy, ktoré obiehajú okolo spoločného ťažiska. Práve vďaka interakcii týchto hviezd je možné určiť pre tieto hviezdy celý rad parametrov, ako sú napr. hmotnosti, polomery či teploty jednotlivých hviezd tvoriacich systém dvojhviezdy.

Veľmi dôležitým typom dvojhviezdy sú zákrytové dvojhviezdy. Ich výnimočnosť spočíva v tom, že sme schopní ich pozorovať ako fotometrickou, čo spočíva v pozorovaní vzájomných zákrytov zložiek dvojhviezdy, tak aj spektroskopickou metódou. Vďaka kombinácii týchto pozorovaní sme schopní ľahšie určiť parametre jednotlivých zložiek a celého systému dvojhviezdy, ako v prípade, keby sme použili len jednu túto metódu. Zákrytové dvojhviezdy sú taktiež veľmi presným zdrojom určovania vzdialeností.

Cieľom tejto práce je detailná analýza zákrytovej dvojhviezdy V335 And. Ide o zákrytovú dvojhviezdu typu Algol a komponentu vizuálnej dvojhviezdy WDS 00442-4614 (The Washington Double Star Catalog; Worley a Douglass, 1997). Jej dvojhviezdna povaha bola objavená družicou Hipparcos (ESA, 1997). Zákrytová dvojhviezda V355 And je dvojhviezda, ku ktorej existuje len jedna nedávna detailná analýza (Özkardeş, 2021). K analýze tejto dvojhviezdy máme k dispozícii spektrá namerané v observatóriu v Ondřejeve a fotometrické dáta z archívu TESS-u (Transiting Exoplanet Survey Satellite; Ricker a kol., 2015). Zo spektier zmeriame radiálne rýchlosti jednotlivých zložiek dvojhviezdy, ktoré využijeme pri analýze. Časť diskusie venujeme aj porovnaniu hodnôt nami vypočítaných radiálnych rýchlostí so staršími meraniami radiálnych rýchlostí (Imbert, 2006).

V rámci analýzy bude diskutovaný aj možný vplyv tretej zložky na systém dvojhviezdy.

1 Teória

1.1 Dvojhviezdy

Dvojhviezdou sa nazýva dvojica hviezd, ktoré sú k sebe v priestore gravitačne viazané a obiehajú okolo spoločného ťažiska po kruhovej alebo eliptickej dráhe. Hviezdy, tvoriace takúto dvojhviezdu, nazývame zložkami dvojhviezdy. Z hľadiska fotometrie sa jasnejšia z týchto hviezd označuje ako primárna zložka alebo primár. Druhá, menej jasná hviezda, sa označuje ako sekundárna zložka alebo sekundár.

Štúdium dvojhviezd má v astrofyzike veľký význam, vďaka ich širšiemu spôsobu využitia. Pomocou nich je možné doposiaľ najpresnejšie určovať základné fyzikálne vlastnosti hviezd, ako napr. hmotnosti, polomery či žiarivé výkony. Dvojhviezdy je možné využiť aj pri určovaní hviezdnych vzdialeností a vďaka čoraz výkonnejším optickým ďalekohľadom to môžeme aplikovať aj na blízke cudzie galaxie. Môžu slúžiť pri kalibrácii iných metód určovania vzdialeností alebo pomôcť pri spresňovaní základných škál vzdialeností.

Pre štúdium dvojhviezd je možné využiť niekoľko metód pozorovania. Predovšetkým sa využíva fotometria a spektroskopia. Vo fotometrii sa meria v určitom filtri, teda v určitom rozsahu vlnových dĺžok, intenzita prichádzajúceho svetla z dvojhviezdy a jej zmena v čase. V spektroskopii sa meria závislosť intenzity prichádzajúceho svetla na vlnovej dĺžke.

1.2 Delenie dvojhviezd

Na základe pozorovania je možné rozdeliť dvojhviezdy do nasledujúcich kategórií (Harmanec, Mayer a Zasche, 2023):

- Vizuálne dvojhviezdy – ide o dvojhviezdy, pre ktoré je možné rozlíšiť ich jednotlivé zložky priamym pozorovaním ďalekohľadom. Tvoria len veľmi malé percento takto pozorovaných dvojhviezd.
- Astrometrické dvojhviezdy – jednu zo zložiek dvojhviezdy nie je možné vidieť pri priamom pozorovaní z dôvodu malej jasnosti tejto zložky v porovnaní s druhou zložkou. Prítomnosť tejto zložky sa však dá zistiť z periodických porúch v pohybe viditeľnej zložky pri dlhšom časovom pozorovaní.

- Spektroskopické dvojhviezdy – dvojhviezdna povaha týchto dvojhviezd je určená na základe spektroskopického pozorovania, pri ktorom je možné vidieť periodické zmeny polohy spektrálnych čiar, v ideálnom prípade oboch zložiek, ktoré sú zapríčinené Dopplerovým javom.
- Zákrytové dvojhviezdy – tieto dvojhviezdy sa vyznačujú tým, že sklon ich obežnej dráhy je blízky smeru, z ktorého na nich hľadá pozorovateľ, čo sa prejaví vzájomnými periodickými zákrytmi oboch zložiek dvojhviezdy. Tieto zákryty sa dajú veľmi dobre zaznamenať pomocou fotometrického merania, a to ako dva periodicky sa opakujúce poklesy jasnosti sústavy dvojhviezdy.

V literatúre sa môžeme stretnúť aj s pojmom optické dvojhviezdy. V skutočnosti však nejde o dvojhviezdy, ale o nezávislé hviezdy, ktoré sa len ako dvojhviezdy javia pri vizuálnom pozorovaní. To, že ide o nezávislé hviezdy, sa prejaví pri štúdiu týchto hviezd, kedy sa ukáže, že jednotlivé vzdialenosti týchto hviezd, sú od nás podstatne odlišné, v porovnaní s prípadom vzdialeností zložiek dvojhviezdy, a preto tieto hviezdy spolu vôbec nesúvisia.

1.3 Zákrytové dvojhviezdy

Zákrytové dvojhviezdy sú v astronómii veľmi presným zdrojom určovania vzdialeností. Analýzou ich fotometrických a spektroskopických pozorovaní je možné určiť niektoré parametre týchto dvojhviezd.

Zo spektroskopického pozorovania je možné zo zmien polôh spektrálnych čiar zostrojiť krivku radiálnych rýchlostí, a to v dôsledku Dopplerovho javu. Radiálnou rýchlosťou rozumieme rýchlosť objektu do smeru k pozorovateľovi, kde kladná radiálna rýchlosť znamená vzdalovanie objektu od pozorovateľa (Harmanec, 2021). S využitím krivky radiálnych rýchlostí sme schopní určiť hmotnostný pomer q jednotlivých zložiek dvojhviezdy a parametre dráhy, ako sú napr. radiálna rýchlosť celého systému dvojhviezdy γ či excentricita e .

Vo fotometrii sa využíva analýza takzvanej svetelnej krivky, ktorá je závislosťou svetelného toku (po prípadne magnitúdy) na fáze obehu (po prípadne na čase pozorovania). Jej analýzou môžeme určiť okrem niektorých parametrov dráhy aj relatívne svietivosti, relatívne polomery zložiek či efektívne teploty zložiek dvojhviezdy.

Zákrytové dvojhviezdy môžeme rozdeliť v závislosti od tvaru svetelnej krivky. Historicky sa rozlišovali tri tvary svetelných kriviek (Harmanec a kol., 2023):

- Krivka typu Algol – pomenovaná podľa prvej objavenej zákrytovej dvojhviezdy. Svetelná krivka sa vyznačuje konštantným svetelným tokom mimo zákryty a taktiež v totálnej časti zákrytu.
- Krivka typu β -Lyrae – pomenovaná podľa druhej objavenej zákrytovej dvojhviezdy. Svetelná krivka sa vyznačuje tým, že sa jasnosť sústavy vo všetkých fázach obehu plynule mení, pričom hĺbka zákrytov jednotlivých zložiek je pre tento typ krivky výrazne odlišná.
- Krivka typu W UMa – má plynulú zmenu jasnosti podobne ako krivka typu β -Lyrae, ale oproti krivke tohto typu sa vyznačuje podobne hlbokými zákrytmi zložiek a krátkou obežnou periódou.

Podľa práce Slawsona a kol. (2011), ktorí vychádzali z dát získaných družicou Kepler, najviac dvojhviezd spadá do typu Algol.

1.4 Rocheov model

Jeden z modelov využívaných pri štúdiu dvojhviezd je Rocheov model (Roche, 1859). Pri popise tohto modelu vychádzame z Harmanec a kol. (2023), v ktorom je uvedené odvodenie Rocheovho modelu pre kruhovú dráhu. Vychádzame z predpokladu, že hmotnosti zložiek dvojhviezdy sú koncentrované do hmotných bodov o hmotnostiach M_1 a M_2 . Hmotnostný pomer zložiek dvojhviezdy definujeme ako $q = M_2/M_1$.

Pre systém volíme kartézsku sústavu súradníc s počiatkom v bode M_1 , osou X mieriacou z M_1 do M_2 , osou Y ležiacou v rovine obehu a osou Z kolmou na rovinu obehu. Vzdialenosť medzi M_1 a M_2 volíme rovnú jednotkovej vzdialenosti.

Pridajme do sústavy infinitezimálne testovacie teliesko o hmotnosti m . Na toto teliesko budú pôsobiť tri sily. Ide o príťažlivé sily jednotlivých hmotných bodov a odstredivú silu obežného pohybu. Potenciál výslednice týchto síl bude podľa nami zvolenej sústavy súradníc daný vzťahom:

$$W = \frac{GM_1}{r_1} + \frac{GM_2}{r_2} + \frac{1}{2}\omega^2 r_3^2, \quad (1.1)$$

kde ω je uhlová rýchlosť sústavy, r_1, r_2 sú vzdialenosti telieska od hmotných bodov M_1, M_2 a r_3 je vzdialenosť telieska od ťažiska sústavy. Vzdialenosti sú dané vzťahmi:

$$\vec{r}_1 = (x, y, z), \quad \vec{r}_2 = (x - 1, y, z), \quad \vec{r}_3 = \left(x - \frac{M_2}{M_1 + M_2}, y, 0\right), \quad (1.2)$$

$$r_1 = |\vec{r}_1|, \quad r_2 = |\vec{r}_2|, \quad r_3 = |\vec{r}_3|. \quad (1.3)$$

Uhlovú rýchlosť ω je možné upraviť pomocou 3. Keplerovho zákona:

$$\omega^2 = G(M_1 + M_2)a^{-3} = GM_1(1 + q), \quad (1.4)$$

kde $a = 1$, pretože hlavná polos je v podstate vzdialenosť medzi M_1 a M_2 , ktorú sme si zvolili ako jednotkovú.

Ak výraz pre uhlovú rýchlosť (1.4) dosadíme do potenciálu (1.1) a tento potenciál následne vydelíme členom GM_1 , dostaneme po úpravách potenciál v tvare

$$W = \frac{1}{r_1} + \frac{q}{r_2} + \frac{1+q}{2}(x^2 + y^2) - qx + \frac{q^2}{2(1+q)}. \quad (1.5)$$

Podľa Kopal (1959), je možné v prípade vyšetovania exponenciálnych plôch zanedbať pre potenciál výraz, ktorý závisí len na hmotnostnom pomere q a tým dostať nový potenciál:

$$\Omega = W - \frac{q^2}{2(1+q)}. \quad (1.6)$$

S využitím prechodu do sférických súradníc:

$$x = r \cos \varphi \sin \vartheta = r\lambda, \quad (1.7)$$

$$y = r \sin \varphi \sin \vartheta = r\mu, \quad (1.8)$$

$$z = r \cos \vartheta = rv, \quad (1.9)$$

kde sme zaviedli aj smerové kosíny λ, μ, ν , dostaneme po úpravách potenciál v tvare

$$\Omega = \frac{1}{r} + q \left(\frac{1}{(1 + r^2 - 2r\lambda)^{1/2}} - r\lambda \right) + \frac{1 + q}{2} r^2 (1 - \nu^2). \quad (1.10)$$

Ďalej sa zameriame na prípad, kedy je výslednica síl daná potenciálom rovná nule. Táto diferenciálna rovnica má práve päť riešení závislých jedine na hmotnostnom pomere q , ktoré sa nazývajú Lagrangeovými bodmi. Tri Lagrangeové body sa nachádzajú na osi X a ostatné dva ležia na vrcholoch rovnostranných trojuholníkov spolu s oboma hmotnými bodmi.

Vzťah pre potenciál (1.10) však platí len v prípade kruhovej dráhy a prípadu, že zložky dvojhviezdy rotujú synchronne. Pre všeobecnejší prípad je možné nahliadnuť do práce Wilsona (1979), kde sa uvádza zložitejší vzťah pre tento potenciál Ω . Pre dané Ω je potom možné spočítať polomer r Newton-Rapsonovou metódou.

V práci Wilsona a Devinneyho (Wilson a Devinney, 1971) sú definované polomery zložiek, ktoré je možné získať prevodom z potenciálov jednotlivých zložiek Ω a Ω' . Ide konkrétne o štyri polomery:

- r_{pola} – polárny polomer, v smere osi Z ,
- r_{side} – rovníkový polomer, v smere osi Y ,
- r_{point} – polomer pozdĺž osi X , smerujúci k druhej zložke,
- r_{back} – polomer pozdĺž osi X , smerujúci od druhej zložky, teda má smer opačný ako r_{point} .

Primárne nás zaujíma ekvipotenciálna plocha obsahujúca Lagrangeov bod L_1 , nachádzajúci sa na osi X v oblasti medzi hmotnými bodmi M_1, M_2 . Nazývame ju Rocheova medza a v Rocheovom modeli predstavuje medzu dynamickej stability dvojhviezdy. Na skutočnosť, že Rocheov model je výhodné použiť k úvahám o dynamickej stabilite dvojhviezdy, poukázal Kuiper (1941). Dvojhviezda sa stáva dynamicky nestabilná, ak rozmer jednej alebo oboch zložiek dvojhviezdy je väčší ako Rocheova medza, čím dochádza k pretoku plynu z atmosféry jednej jej zložky k druhej zložke.

Na základe dynamickej stability je možné rozdeliť dvojhviezdy na:

- Oddelené systémy – obe zložky dvojhviezdy sa nachádzajú vnútri kritickej Rocheovej medze.
- Polo-dotykové systémy – jedna zložka je vnútri Rocheovej medze a druhá túto medzu rozmerovo presahuje.
- Kontaktné systémy – obe zložky presahujú Rocheovú medzu a majú spoločnú atmosféru.

1.5 Dopplerov jav

V prípade elektromagnetického žiarenia určitého zdroja ide o fyzikálny jav, pri ktorom výsledná energia vyžiarených fotónov závisí na radiálnej rýchlosti zdroja RV voči pozorovateľovi. Následkom zmeny energie fotónov je, že pozorované vlnové dĺžky λ sa líšia od laboratórných pokojových vlnových dĺžok λ_{lab} . Dopplerov jav je v klasickej fyzike možné popísať vzťahom (Harmanec, 2021):

$$RV = \frac{c}{\lambda_{lab}} (\lambda - \lambda_{lab}), \quad (1.11)$$

kde c je rýchlosť svetla vo vákuu .

1.6 Hviezdna veľkosť a Pogsonova rovnica

Množstvo elektromagnetického žiarenia prichádzajúceho z hviezdy sa dá popísať fyzikálnou veličinou nazývanou svetelný tok f , ktorá reprezentuje tok žiarivej energie z hviezdy nameraný na Zemi. Niekedy však namiesto svetelného toku používame veličinu hviezdna veľkosť alebo inak nazývanú ako magnitúda m . Tá sa využíva najčastejšie na popis jasnosti hviezd.

Základom škály hviezdnych veľkostí sa stala škála vytvorená Hipparchom, ktorú využil vo svojom katalógu hviezd. Moderná škála hviezdnych veľkostí bola vytvorená na návrh Pogsona (1856). Jeho pracovný vzťah spájal hviezdnu veľkosť m so svetelným tokom prichádzajúcim z hviezdy f . Tento vzťah pre výpočet hviezdnych veľkostí sa dnes nazýva Pogsonova rovnica a má tvar (Harmanec, 2021):

$$m_2 - m_1 = 2,5 \log \frac{f_1}{f_2}, \quad (1.12)$$

kde indexy 1, 2 označujú hviezdnu veľkosť m a svetelný tok f pre dve rôzne hviezdy. Jednotkou hviezdnej veľkosti je magnitúda označovaná skratkou mag.

Pretože svetelný tok závisí na vlnovej dĺžke, je veľmi dobré zaistiť rozsah vlnových dĺžok, v ktorých pozorujeme. To je možné zaistiť použitím filtrov, ktoré prepúšťajú elektromagnetické žiarenie v závislosti na vlnovej dĺžke.

Najznámejším a najpoužívateľnejším je Johnsonov UBV systém (Johnson a Morgan, 1953), ktorý je definovaný troma filtrami:

- U (ultraviolet) s priepustnosťou od 300 nm do 420 nm a s max. v 360 nm,
- B (blue) s priepustnosťou od 360 nm do 560 nm a s max. v 420 nm,
- V (visible) s priepustnosťou od 460 nm do 740 nm a s max. v 535 nm.

Zavedli aj farebné indexy ($U - B$) a ($B - V$) ako rozdiely merných hviezdnych veľkostí v dvoch susedných filtroch. Ďalšie informácie k tomuto, ale aj iným filtrom je možné nájsť v Harmanec (2021).

Používanie fotometrických filtrov ovplyvňuje aj magnitúdu hviezdy a tá sa potom líši v závislosti na použítom filtri. Preto sa zavádzajú rôzne magnitúdy. Patrí tu napr. absolútna magnitúda M_V , ktorá je definovaná ako magnitúda vo V filtri, ktorú by hviezda mala vo vzdialenosti 10 pc. Ďalšou je absolútna bolometrická magnitúda M_{bol} definovaná ako magnitúda hviezdy vzhľadom na celé elektromagnetické spektrum.

1.7 Fáza

Občas je výhodnejšie pracovať pre periodicky sa opakujúce pozorovania vo fázovom diagrame. To znamená, že všetky dáta získané v dlhších časových rozstupoch poskladáme dokopy tak, aby to vyzeralo, že boli všetky dáta merané v časovom intervale jednej periódy P . To je možné urobiť v prípade, že časy jednotlivých pozorovaní t prepočítame na fázu φ , ktorá je daná vzťahom (Harmanec a kol., 2023):

$$\varphi = \text{frac}\left(\frac{t - T_0}{P}\right), \quad (1.13)$$

kde T_0 je počiatok fázy (pre svetelné krivky dvojhviezd je za počiatok považovaný okamih minima primárneho zákrytu). Funkcia $\text{frac}(x)$ nadobúda hodnoty zlomkovej časti x pre nezáporné hodnoty x a nadobúda hodnoty $1 - \text{absolútna hodnota zlomkovej časti } x$ pre záporné hodnoty x .

1.8 Určovanie hmotného pomeru z kriviek radiálnych rýchlostí

V prípade spektroskopického pozorovania nemusíme vždy pozorovať obe zložky dvojhviezdy. Ak však máme spektrá, pre ktoré sme schopní určiť radiálne rýchlosti oboch zložiek, tak z nich môžeme vytvoriť krivky radiálnych rýchlostí jednotlivých zložiek a z nich určiť polovičné amplitúdy K_1 a K_2 . Z týchto polovičných amplitúd vieme určiť hmotnostný pomer zložiek q vzťahom (Harmanec a kol., 2023):

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{M_2}{M_1} = q. \quad (1.14)$$

2 Spracovanie dát

2.1 Skúmaný systém

Predmetom skúmania bola zákrytová dvojhviezda V355 And. Niektoré užitočné informácie o tejto dvojhviezde je možné nájsť na webovej stránke Centra astronomických dát na univerzite v Štrasburgu¹. Súradnice tejto dvojhviezdy sú (J2000):

RA: $00^h 44^m 11,264^s$

DEC: $+46^\circ 19' 08,01''$



Pozn: Prevzaté z Interactive Sky Atlas². Kruh predstavuje okolie vo vzdialenosti 10 arcmin.

Obrázok 2.1: Hviezdne okolie V355 And

Iné názvy tejto dvojhviezdy v rôznych katalógoch: HIP 3435 (The HIPPARCOS Catalogue; Perryman a kol., 1997), WDS J00442+4614AB (The Washington Double

¹ <http://simbad.cds.unistra.fr/simbad/>

² <http://aladin.cds.unistra.fr/aladin.gml>

Star Catalog; Worley a Douglass, 1997), GC 871 (General catalogue; Boss a kol., 1936).

Medzi ďalšie informácie o danej dvojhviezde uvedené na tejto stránke patrí aj spektrálny typ dvojhviezdy, určený ako F5 (Cannon a Pickering, 1993). Známa je aj radiálna rýchlosť ťažiska systému dvojhviezdy $\gamma = 6,93 \text{ km.s}^{-1}$ (Imbert, 2006) a paralaxa dvojhviezdy $p = 8,51 \text{ mas}$ (van Leeuwen, 2007).

To, že ide o zákrytovú dvojhviezdu, sa ukázalo z pozorovania družice Hipparcos a taktiež sa ukázalo, že patrí do typu Algol (ESA, 1997). Je o nej možné nájsť niekoľko ďalších informácií z rôznych štúdií, no existuje len jedna detailnejšia analýza tejto dvojhviezdy.

K dvojhviezde V535 And bola publikovaná kompletná svetelná krivka so spočítanými hodnotami efemeríd, konkrétne periódy $P = 4,71841 \pm 0,00002 \text{ d}$ a minima primárneho zákrytu $T_0 = 2452295,088 \pm 0,08 \text{ HJD}$ (Tikkanen, 2002). V tejto práci však nebola vykonaná analýza svetelnej krivky s odvodením parametrov dvojhviezdy. Hubscherovi (2015) sa podarilo pre systém V355 And zaznamenať jedno svetelné minimum pre *I*-filter. V práci Imberta (2006) boli určené spektroskopické orbity 25 dvojhviezd, medzi ktorými bola aj V355 And. Pre túto dvojhviezdu boli v práci určené hodnoty polovičných amplitúd kriviek radiálnych rýchlostí oboch zložiek $K_1 = 85,01 \pm 0,28 \text{ km.s}^{-1}$, $K_2 = 96,59 \pm 0,30 \text{ km.s}^{-1}$ a radiálna rýchlosť ťažiska systému $\gamma = 6,93 \pm 0,17 \text{ km.s}^{-1}$. Ďalšia informácia o V355 And pochádza z katalógu vizuálnych dvojitých systémov so zákrytovou dvojhviezdou ako jedným komponentom, ktorý bol prezentovaný Zaschem a kol. (2009). V ňom navrhujú pre túto dvojhviezdu periódu vizuálnej dráhy v odhade 3000 rokov. Niektoré fotometrické vlastnosti o dvojhviezde V355 And je možné nájsť aj v ďalších katalógoch (Malkov a kol., 2006; McDonald, Zijlstra a Boyer, 2012; Avvakumova, Malkov a Kniazev, 2013; Paunzen, 2015; Soubiran a kol., 2016).

Pred niekoľkými rokmi vyšla analýza svetelných kriviek dvojhviezdy V355 And (Özkardeş, 2021). Táto štúdia vychádza zo spektroskopických dát (Imbert, 2006) a svetelných kriviek získaných z ASAS-SN (The All-Sky Automated Survey for Supernovae; Shappee a kol., 2014; Kochanek a kol. 2017; Jayasinghe a kol., 2018), KWS (Kamogata/Kiso/Kyoto Wide-field; Maehara, 2014) a TESS-u.

Na analýzu svetelných kriviek využili kód Wilsona a Devinneyho (Wilson a Devinney, 1971) s Monte Carlo algoritmom (Zola a kol., 2010). V rámci analýzy

fitovali nasledujúce parametre: inklináciu i , teplotu sekundára T_2 , povrchové potenciály zložiek Ω_1 a Ω_2 , luminozitu primára L_1 a pomer tretieho svetla L_3/L_{total} k celkovej luminozite systému. V priebehu celého fitovania uvažovali kruhovú dráhu systému dvojhviezdy.

Výsledkom fitovacieho procesu bola tabuľka fyzikálnych parametrov dvojhviezdy. Medzi týmito parametrami boli aj absolútne parametre zložiek dvojhviezdy, ako sú napr. hmotnosti $M_1 = 1,56 \pm 0,01 M_{\odot}$ a $M_2 = 1,38 \pm 0,01 M_{\odot}$, polomery $R_1 = 1,70 \pm 0,03 R_{\odot}$ a $R_2 = 1,38 \pm 0,03 R_{\odot}$ alebo efektívne teploty $T_1 = 6650 \pm 200$ K a $T_2 = 6235 \pm 200$ K. Z ich najlepšieho fitovacieho modelu dospeli k záveru, že ide o oddelený systém typu Algol, ktorého primárna a sekundárna zložka vyplňajú 34 % a 31 % z Rocheovho laloku. Taktiež porovnaním fyzikálnych parametrov s teoretickými modelmi prišli na to, že zložky dvojhviezdy patria do hlavnej postupnosti HR-diagramu (Hertzprung-Russell diagram) a odhadli vek dvojhviezdy na $\sim 1,26$ Gyr.

2.2 Prevzaté dáta

Na skúmanie našej dvojhviezdy sme využili ako fotometrické tak aj spektroskopické dáta. Tieto dáta sme analyzovali a odvodili sme z nich ako orbitálne, tak aj fyzikálne parametre sústavy dvojhviezdy.

Fotometrické dáta boli prevzaté z archívu TESS-u³. Dáta sa dajú stiahnuť pomocou kódu napísaného v jazyku python. Na stiahnutie je však potrebné mať nainštalovaný v pythone aj balíček „*lightkurve*“ (Cardoso a kol., 2018).

TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite; Ricker a kol., 2015), bol vyneseny na obežnú dráhu 18. 4. 2018⁴. Hlavnou úlohou TESS-u je na určitej zvolenej časti oblohy nájsť a katalogizovať tranzitné exoplanéty, teda exoplanéty, ktoré periodicky blokujú časť svetla svojej host'ovskej hviezdy. Jeho cieľom je 200000 najjasnejších hviezd blízkych Slnku, ale pri skúmaní týchto hviezd zaznamená aj žiarenie z iných zdrojov.

Jedným z týchto zdrojov je aj naša skúmaná dvojhviezda. Dvojhviezda bola pozorovaná TESS-om celkovo v dvoch sektoroch (sektor 17 a 57), pričom pre oba

³ <https://heasarc.gsfc.nasa.gov/cgi-bin/tess/webtess/wtv.py>

⁴ <https://www.nasa.gov/content/about-tess>

sektory bola použitá tá istá kamera (konkrétne je uvedená kamera číslo 2). My sme zvolili k analýze dáta namerané v sektore 57, v ktorom bola dvojhviezda pozorovaná od 30. 9. 2022 do 29. 10. 2022 v piatich cykloch. Dôvodom tejto voľby bol väčší počet zaznamenaných dátových bodov v tomto sektore. Dáta obsahovali informácie o čase pozorovania v jednotkách BJD (Barycentrického Juliánskeho dáta), o zaznamenanom svetelnom toku a o chybe tohto svetelného toku.

Spektroskopické dáta sme prevzali z dátového archívu Astronomického ústavu, konkrétne z rozhrania CZVO⁵ (Czech Virtual Observatory), kde sa nachádzajú dáta, ktoré sú k dispozícii vedeckej komunite. Dáta boli namerané v observatóriu v Ondřejove, Česká Republika.

Na meranie bol využitý Perkův ďalekohľad s primárnym zrkadlom o priemere 2 m, ktorý je najväčším optickým astronomickým prístrojom pre výskum hviezd a extra solárnych planét v Českej republike⁶. Súčasťou ďalekohľadu sú tri prístroje. Ide o Echelletový spektrograf, Jednoriadkový spektrograf a Fotometrickú kameru. Naše dáta boli namerané na Jednoriadkovom spektrografe. Ide o klasický vlákňami napájaný spektrograf pracujúci v prvom (5100–8900 Å) a druhom (4000–5100 Å) ráde spektra. Rozlíšenie spektrografa v oblasti čiary H α je \sim 13000. V prístroji je použitý CCD detektor PyLoN 2048x512BX (E2V 42-10 BX) s rozmerom pixelu 13,5 μ m.

Ak sa zameriame na samotné prevzaté dáta, išlo o 15 spektier nameraných pracovníkmi astronomického ústavu v období od 30. 8. 2013 do 13. 6. 2017. Dáta boli dostupné vo forme súborov typu FIT.

2.3 Program reSPEFO

Na určovanie radiálnych rýchlostí z prevzatých spektroskopických dát sme využili program reSPEFO, ktorého autorom je Adam Harmanec. Ide o spustiteľný JAR archív, ktorý je modernejšou verziou programu SPEFO. Program SPEFO (SPEktrOFotometria) bol vytvorený v roku 1990 Hornom pre operačný systém MS-DOS (Horn a kol., 1996). Program SPEFO bol primárne určený na spracovanie spektier získaných z detektora RECTICON na observatóriu v Ondřejove, no možné ho je použiť aj na dáta z iných zdrojov, ak sú uložené vo formáte FIT (Škoda, 1996).

⁵ <http://voarchive.asu.cas.cz/>

⁶ <https://stelweb.asu.cas.cz/cs/perkuv-dalekohled/>

Program reSPEFO má dve verzie. Prvú stabilnú a druhú, ktorá je stále vo vývoji. Obe verzie je možné stiahnuť zo stránky programu⁷. V práci sme využili druhú verziu, konkrétne ide o verziu 2 (2023-02-14). K tomuto programu je na tých istých stránkach dostupný aj manuál pre obe verzie, ktorého súčasťou sú všetky dostupné funkcie programu ako aj informácie na čo slúžia a ako s nimi pracovať.

2.3.1 Nahranie spektier

Prvou úlohou v reSPEF-u bolo nahráť všetky spektrá uložené v súboroch typu FIT a priradiť ich do jedného celku nazývaného v programe ako „*project*“. Po tomto kroku bolo možné zmeniť jednotlivé spektrá na súbory typ SPF, s ktorými sa pracuje v programe reSPEFO. Každé spektrum sa upravilo a po tomto kroku sa pristúpilo k samotnému meraniu radiálnych rýchlostí každého spektra.

2.3.2 Rektifikácia spektier

Na úpravu spektier sme použili funkciu RECTIFY. Ako názov napovedá, ide o takzvanú rektifikáciu, alebo inak povedané normalizáciu daného spektra. Dôvodom tejto úpravy je samotné meranie radiálnych rýchlostí. Výhodnejšie je pri meraní pracovať so spektrami, ktoré majú konštantnú hodnotu intenzity žiarenia v oblasti mimo spektrálne čiary, označovanej ako kontinuum, a relatívne hodnoty intenzít, vzhľadom k zvolenej konštantnej hodnote, pre oblasť so spektrálnymi čiarami. To znamená, že absorpčné čiary budú mať hodnoty intenzít v intervale (0,1) a pre kontinuum máme hodnotu intenzity rovnú 1.

V neupravenom spektre je však hodnota intenzity závislá na vlnovej dĺžke. Na to, aby sme spektrum znormovali na požadovaný tvar, použili sme práve v reSPEF-e funkciu RECTIFY. Tá nám dovolila určiť v spektre niekoľko bodov, cez ktoré bol programom preložený polynóm, ktorého formula bola navrhnutá Hillom (Hill, 1982). Týmto polynómom sú následne podelené hodnoty intenzít pre dané vlnové dĺžky, čím získame práve výhodnejšie normalizované spektrum.

Pre naše spektrá z Ondřejova bolo postačujúce určiť len niekoľko bodov, pretože vyšetřovaná oblasť vlnových dĺžok spektra je krátka. Výsledný polynóm pre normalizáciu bol vďaka tomu veľmi podobný lineárnej funkcii.

⁷ <https://astro.troja.mff.cuni.cz/projects/respefo/>

2.3.3 Meranie radiálnych rýchlostí

V tomto kroku sme sa dostali k samotnému meraniu radiálnych rýchlostí pomocou funkcie RV MEASURE. Pred meraním bolo potrebné nahráť STL súbory, ktoré sme mali k spektrám. Tieto súbory obsahovali tabulované hodnoty spektrálnych čiar niektorých prvkov. Prvý súbor obsahujúci spektrálne čiary H α (656,28 nm), He I (667,81 nm), Si II (634,70 nm; 637,13 nm) a niekoľko čiar Fe sme použili na meranie radiálnych rýchlostí jednotlivých zložiek dvojhviezdy. Druhý súbor obsahujúci niekoľko spektrálnych čiar vody a kyslíka sme použili na meranie radiálnych rýchlostí atmosférických čiar.

Po nahratí STL súborov sme sa dostali k samotnému meraniu. Úlohou bolo v každom spektre určiť čo najpresnejšie polohu každej spektrálnej čiary. Na to sme využili osciloskopickú metódu, ktorá spočíva v snahe určiť polohu konkrétnej spektrálnej čiary prekrytím s jej zrkadlovo prevráteným obrazom tak, aby sme docielili čo najlepšiu zhodu priamej a prevrátenej čiary (Škoda, 1996). Pri tejto metóde sa predpokladá symetria čiar, avšak to nemusí platiť pre spektrá reálnych hviezd, kedy symetriu môže ovplyvniť šum či to, že môže dôjsť k skladaniu jednotlivých spektrálnych čiar. Po úsudku, že nami nájdená zhoda je najlepšia, necháme program spočítať z rozdielu tejto zhody od tabulovanej hodnoty vlnovej dĺžky danej čiary radiálnu rýchlosť RV a to pomocou Dopplerovho javu (1.11).

Meranie bolo treba vo väčšine prípadov opakovať, lebo zhoda prekrytia priamej a prevrátenej čiary nebola veľmi presná. Ak sa v okolí laboratórnej vlnovej dĺžky niektorej spektrálnej čiary objavovalo viac absorpčných čiar, bolo potrebné zmerať všetky čiary a vybrať z nich tú správnu. Výber spočíval v porovnaní zmeraných radiálnych rýchlostí týchto čiar s nameranými radiálnymi rýchlosťami ostatných spektrálnych čiar v danom spektre. Na konci sme ešte porovnali všetky zmerané spektrálne čiary a odstránili sme z výsledného merania čiary, ktorých radiálne rýchlosti sa od ostatných veľmi odlišovali. Pre jedno spektrum sme sa týmto postupom snažili určiť čo najviac polôh nám dostupných spektrálnych čiar prvkov a meranie sme opakovali pre všetkých 15 spektier. Niektoré spektrálne čiary sa nám však nepodarilo nájsť v každom spektre. Obrázok 2.2 zachytáva meranie jednej spektrálnej čiary touto osciloskopickou metódou.

Namerané radiálne rýchlosti jednotlivých spektrálnych čiar boli pre každé spektrum uložené zvlášť. Tie bolo možné zobrazit' pre každé spektrum v tabuľke

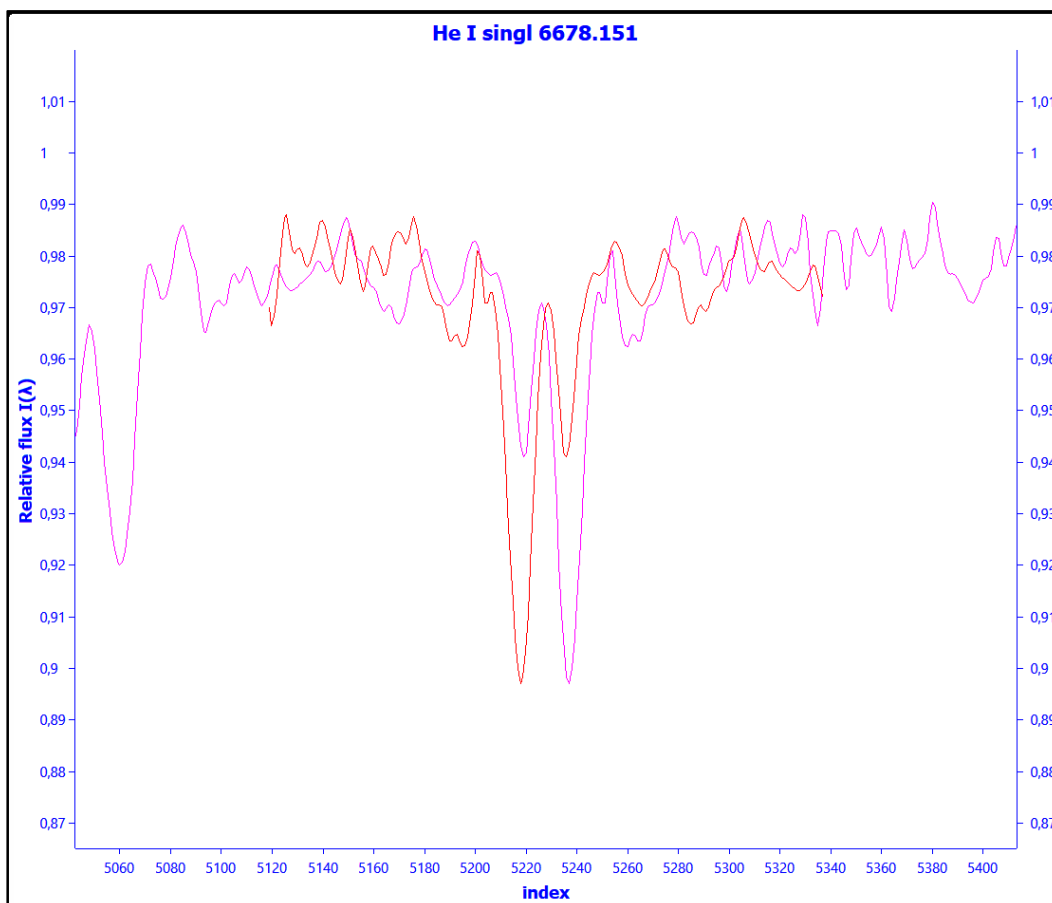
použitím funkcie RV RESULTS. K nim bola programom vypočítaná aj priemerná radiálna rýchlosť zvoleného spektra ako aritmetický priemer všetkých radiálnych rýchlostí spektrálnych čiar, ktoré sa nám podarilo určiť osciloskopickou metódou.

Meranie radiálnych rýchlostí atmosférických čiar bolo menej komplikované. Dôvodom bol väčší počet spektrálnych čiar než pre meranie jednotlivých zložiek dvojhviezdy, ktoré bolo možné zmerať a to, že v okolí laboratórnej vlnovej dĺžky danej spektrálnej čiary boli viditeľné jedna až max. tri spektrálne čiary, z ktorých bolo treba určiť tú správnu.

Telurické alebo inak povedané atmosférické čiary sa nachádzajú v spektrách získaných z pozemných prístrojoch. Tieto dodatočné absorpčné čiary, konkrétne v našom prípade k nim zmerané radiálne rýchlosti, sa využívajú na dodatočnú korekciu radiálnych rýchlostí zložiek dvojhviezdy. Tá spočíva v tom, že tabelované hodnoty týchto čiar sú od zmeraných čiar posunuté, a to napr. z dôvodu posunu nulového bodu škály vlnových dĺžok kvôli technickým možnostiam prístroja. Spočítané radiálne rýchlosti atmosférických čiar sa preto porovnávajú s heliocentrickou korekciou radiálnych rýchlostí, ktorá predstavuje opravy o pohyb Zeme okolo Slnka a o ich rozdiel sa následne opraví výsledné radiálne rýchlosti jednotlivých zložiek. Program dokáže tieto opravy o korekcie spočítať sám, ak sa rozhodneme vypísať výsledné radiálne rýchlosti ako súbor typu COR.

Meranie radiálnych rýchlostí jednotlivých zložiek prebiehalo rovnako, no bolo potrebné urobiť viacej krokov. Dôvodom bolo to, že meranie každej čiary prebiehalo dvakrát, pretože sme potrebovali radiálnu rýchlosť pre obe zložky dvojhviezdy.

Správne prísúdiť absorpčnú čiaru k zložke dvojhviezdy nebolo jednoduché vyčítať zo spektra. K riešeniu tohto problému sme si pomohli vykreslením výslednej krivky radiálnych rýchlostí všetkých spektier, a to pre obe zložky dvojhviezdy. Z grafu sme si overili, či sme správne volili zložky, ale i to, či sa namerané hodnoty približne zhodujú s teoretickou závislosťou, alebo ich treba znovu premerať. Ak nastala len zámena zložiek v niektorom spektre, tak stačilo v programe prehodiť výsledné radiálne rýchlosti zložiek pre toto spektrum. V prípade veľmi podobnej radiálnej rýchlosti zložiek nebolo možné zmerať rýchlosti oboch zložiek, a preto sme určili len rýchlosť primárnej zložky.



Pozn: Zobrazená je časť spektra (fialová čiara) a jej zrkadlovo prevrátený obraz (červená čiara) v mieste meranej spektrálnej čiary

Obrázok 2.2: Meranie radiálnej rýchlosti spektrálnej čiary v programe reSPEFO

2.3.4 Výsledky merania radiálnych rýchlostí

Výsledkom celého merania bola tabuľka, ktorú sme si mohli zobrazit' pomocou funkcie RV RESULTS. Tentokrát sme ale túto funkciu použili pre zobrazenie radiálnych rýchlostí všetkých spektier, ktoré je v reSPEF-e označované ako „project“. Tabuľka obsahovala pre každé spektrum heliocentrickú korekciu RV_{Hcor} , priemerné radiálne rýchlosti atmosférických čiar RV_{atm} , čas pozorovania t v jednotkách redukovaného HJD (RHJD), v ktorom boli jednotlivé spektra pozorované, pre každú zložku dvojhviezdy spočítanú priemernú hodnotu radiálnych rýchlostí RV_1 , RV_2 z nameraných radiálnych rýchlostí jednotlivých spektrálnych čiar a aj príslušné chyby týchto jednotlivých typov radiálnych rýchlostí (viď. Tabuľka 2.1).

Túto tabuľku sme následne uložili do súboru obsahujúcu časy, priemerné radiálne rýchlosti opravené o korekciu a chyby radiálnych rýchlostí pre každé spektrum. Súbor s týmito dátami sme využili ako vstupné dáta k analýze v ďalšom programe.

t [RHJD]	RV_{Hcor} [km.s ⁻¹]	RV_{atm} [km.s ⁻¹]	RV_1 [km.s ⁻¹]	RV_2 [km.s ⁻¹]
56534,5454	18,84	20,32 ± 0,36	11,63 ± 0,42	
56540,5317	17,35	17,43 ± 0,31	85,82 ± 1,82	-89,50 ± 1,72
56590,3422	-0,42	-0,78 ± 0,41	-64,77 ± 0,97	90,51 ± 1,26
56590,5512	-0,75	-0,05 ± 0,53	-54,55 ± 1,51	72,67 ± 2,73
56592,4477	-1,43	-0,35 ± 0,47	90,59 ± 1,62	-88,55 ± 1,98
56862,5409	23,38	23,88 ± 0,39	-3,65 ± 1,10	
56924,4305	11,67	12,97 ± 0,44	-47,46 ± 1,41	56,58 ± 1,58
57248,4659	22,02	22,65 ± 0,43	86,17 ± 1,20	-79,56 ± 1,50
57260,5527	19,82	21,53 ± 0,55	-54,62 ± 1,45	76,93 ± 0,79
57275,5799	16,03	17,79 ± 0,50	46,67 ± 0,35	-34,26 ± 1,33
57323,3659	-1,50	-1,73 ± 0,47	83,93 ± 1,30	-80,34 ± 1,31
57330,3484	-4,35	-7,03 ± 1,53	-56,65 ± 1,16	79,52 ± 0,39
57868,5888	1,38	3,80 ± 0,45	-73,39 ± 0,89	96,75 ± 1,18
57876,5904	4,57	6,72 ± 0,34	49,46 ± 0,81	-37,81 ± 0,94
57917,5466	18,15	18,62 ± 0,047	57,94 ± 1,08	-47,32 ± 1,07

Tabuľka 2.1: Výsledné priemerné radiálne rýchlosti atmosférických a hviezdnych čiar pre jednotlivé spektrá

2.4 Program PHOEBE

Program PHOEBE (PHysics Of Eclipsing BinariEs) je voľne dostupný program určený na modelovanie svetelných kriviek a kriviek radiálnych rýchlostí zákrytových dvojhviezd. Program bol vytvorený Andrejom Pršom a jeho tímom (Prša a Zwitter, 2005) na základe modelu Wilsona a Devinneyho (Wilson a Devinney, 1971), ktorý vychádza z Rocheovho modelu. V súčasnosti je program písaný v jazyku python a stále vyvíjaný ako nový program PHOEBE 2.

Na stránkach tohto projektu⁸ je možné nájsť aktuálne, ale aj staršie verzie programu a zároveň aj dokumentácie a manuály k programu. My využívame pôvodný program PHOEBE 1, ktorý je možné nainštalovať do operačného systému Windows a konkrétne používame verziu 0.32. Pri práci s týmto programom sme sa riadili aj step-by-step manuálom (Zasche, 2016).

Na výpočet modelu dvojhviezdy v programe PHOEBE je možné si zvoliť dve metódy. Ide o metódu diferenciálnych korekcií (DC) a simplexovú metódu. My sme

⁸ <http://phoebe-project.org/>

pri fitovaní dát využili DC metódu, kde mieru kvality fitu udáva takzvaná „*cost function*“, čo je suma štvorcov rezíduí *O-C* (Prša a Zwitter, 2005).

2.4.1 Nahranie dát

Dáta pred nahratím do PHOEBE bolo treba upraviť tak, aby obsahovali len tri stĺpce hodnôt. Fotometrické dáta sme nahrali v podobe, v ktorej obsahovali nasledujúce hodnoty veličín: fáza obehu, hodnota magnitúdy a tretí stĺpec bol prázdny.

Dáta sme nahrali v magnitúde, pretože hodnoty svetelných tokov boli veľmi vysoké, čo viedlo pri vykresľovaní krivky spočítanej programom PHOEBE k pádu celého programu. Pretože dáta z TESS-u boli udávané v svetelnom toku, previedli sme ich na magnitúdy pomocou Pogsonovej rovnice (1.12) a transláciou sme hodnoty magnitúdy posunuli tak, aby mimo zákryty nadobúdali dáta nulovú magnitúdu.

Pretože dátových bodov z TESS-u bolo niečo cez 10 000, fitovací proces by sa veľmi predĺžil. Preto sme sa rozhodli TESS dáta sfázovať podľa (1.13) a spriemerovať každých sedem takto sfázovaných dátových bodov. Hodnoty periódy P a minima primárneho zákrytu T_0 sú uvedené nižšie v sekcii 2.4.2. Výsledkom bol dátový súbor obsahujúci 1470 dátových bodov.

Radiálne rýchlosti sme nahrali s hodnotami, ktoré sme dostali z reSPEF-a teda, čas pozorovania, radiálne rýchlosti a chyba radiálnych rýchlostí. Každá zložka dvojhviezdy mala vlastný dátový súbor. Taktiež bolo potrebné dať si pozor na to, aby sme mali unifikované jednotky veličín, s ktorými pracujeme. Preto sme volili čas v jednotkách redukovaného HJD (RHJD).

Pri nahrávaní dát bolo potrebné okrem správnych veličín nastaviť aj filter a hodnotu sigma σ . Filter sme vybrali len pri fotometrických dátach. Vo PHOEBE nebola možnosť vybrať TESS filter, preto sme vybrali širokopásmový filter *Hiparcos:Hp*, ktorý sa zo všetkých filtrov dostupných vo PHOEBE najlepšie zhodoval s TESS-ovým filtrom.

Sigma σ je štandardná odchýlka vzťahnutá na celý dátový súbor a používa sa na váženie jednotlivých súborov dát, ktoré potom fitujeme. Hodnotu σ sme nastavovali podľa toho, či sme poznali chyby veličín a toho, koľko sme mali k dispozícii dátových bodov. Pre svetelnú krivku sme volili $\sigma = 0,1$ a pre krivky radiálnych rýchlostí oboch zložiek $\sigma = 10$.

2.4.2 Počiatočné nastavenia

Po nahraní súborov sme pristúpili k počiatočným nastaveniam. Bolo potrebné zvoliť typ systému. Z tvaru svetelnej krivky vyplýva, že ide o oddelený systém, preto sme vo PHOEBE zvolili možnosť „*detached binary*“.

Ďalej sme ešte nastavili hodnotu „*zero magnitude*“ ako hodnotu svetelného toku/magnitúdy mimo zákryty. Ako bolo vyššie uvedené, TESS dáta sme previedli na hodnoty magnitúd a to tak, aby bola v týchto bodoch magnitúda nulová, a preto sme hodnotu „*zero magnitude*“ nastavili na 0,00 mag.

Potom sme pristúpili k nastaveniu počiatočných parametrov. Bolo potrebné mať nastavenú periódu obehu a efektívnu teplotu primárnej zložky. Hodnota periódy bola odvodená z dlhodobého sledovania okamihov zákrytov, z ktorých plynie hodnota periódy $P = 4,7183782$ d. Tieto sledovania okamihov zákrytov boli zozbierané z viacerých publikovaných prác a následne zanalyzované, avšak v dobe písania tejto práce ešte neboli tieto závery publikované. Hodnotu pre efektívnu teplotu primárnej zložky sme prevzali z (Özkardeş, 2021) ako hodnotu $T_1 = 6650$ K.

Ďalším nastaveným parametrom bol „*Origin of HJD time*“ (HJD_0), predstavujúci heliocentrický čas zákrytu primárnej zložky, v ktorom bola hodnota svetelného toku minimálna T_0 . Táto hodnota vyplývala tiež z rovnakých zdrojov ako perióda a bola stanovená ako $T_0 = 52295,070798$ RHJD. Tieto hodnoty ostali v priebehu celého fitovania zafixované.

Ostatné parametre sme nechali na začiatku tak, ako boli prednastavené v programe PHOEBE.

2.4.3 Fitovací proces

Po všetkých spomenutých nastaveniach sme pristúpili k samotnému fitovaniu. Cieľom fitovania bolo dostať čo najlepší fit znížením „*cost function*“. Pri fitovaní sme si museli dávať pozor na to, aby veličiny ostávali fyzikálne reálne. Okrem znížovania „*cost function*“ sme prihliadali na korelačnú maticu medzi jednotlivými fitovanými parametrami. Na túto skutočnosť upozorňuje aj Zasche (2016). Pokiaľ kvalita fitu nebola veľká, bolo lepšie, ak sa fitovalo čo najmenej parametrov a prihliadalo sa na to, aby korelačná matica nemala mimo diagonály väčšie hodnoty

ako 0,8. Silná korelácia by mala za následok odklon od fyzikálneho riešenia, aj keby „*cost function*“ ďalej klesala.

Na úplnom začiatku sme sa obmedzili len na fitovanie piatich parametrov. Pred samotným fitom sme sa pokúsili priblížiť čo najlepšie k nameraným hodnotám len manuálnou zmenou týchto parametrov. Následne sme každý parameter fitovali samostatne a nakoniec došlo aj k fitovaniu ich kombinácií. Išlo o luminozitu primárnej zložky L_1 , inklináciu i , efektívnu teplotu sekundárnej zložky T_2 , povrchový potenciál primárnej Ω_1 a sekundárnej zložky Ω_2 . Potom ako „*cost function*“ prestala klesať, sme začali do fitovacieho procesu pridávať aj ďalšie parametre.

Ako prvý sme pridali hmotnostný pomer q , hlavnú polos systému a a radiálnu rýchlosť ťažiska systému voči nám γ . Tieto parametre môžeme fitovať vďaka tomu, že máme k dispozícii okrem svetelnej krivky aj krivku radiálnych rýchlostí. Ďalším pridaným parametrom bol „*pshift*“, ktorý určuje posun minima primárneho zákrytu od nulovej fázy $\varphi = 0$.

Je dobré poukázať aj na to, že lepšiu hodnotu fitu dostaneme, ak zvýšime počet bodov, ktorými sa v programe modeluje a vykresľuje povrch zložiek dvojhviezdy. Avšak cenou za toto zlepšenie je dlhší čas fitovania. Vzhľadom na zmienené efekty sme sa snažili nastaviť mriežky, s ktorými sa vykresľujú povrchy jednotlivých zložiek na čo najoptimálnejšiu hodnotu. Pre mriežky sa nám v priebehu fitovania osvedčila hodnota 50×30 .

Na vykreslení svetelnej krivky v programe PHOEBE bolo vidieť, že minimá primárneho a sekundárneho zákrytu nie sú vo fázach $\varphi_1 = 0$ a $\varphi_2 = 0,5$. Z danej skutočnosti vyplýva, že spoločná obežná dráha zložiek nemôže byť kruhová. Z tohto dôvodu sme pristúpili k zmene excentricity e a argumentu pericentra ω . Snažili sme sa tieto parametre najprv určiť čo najlepšie manuálnou zmenou a až potom sme pristúpili k ich fitovaniu.

Od tohto momentu sme sa snažili fitovať aj pomer tretieho svetla L_3 ku celkovej luminozite L_{Total} dvojhviezdy. Tretie svetlo predstavuje časť celkového zaznamenaného žiarenia, ktoré pochádza z iného zdroja žiarenia ako pozorovaný objekt.

Ďalej sme do fitovania pridali aj parametre gravitačného zjasnenia zložiek G a albedá zložiek A . Zároveň sme do fitovania pridali aj parametre okrajového stemnenia zložiek ldx_1 a ldx_2 .

Počas fitovania sme zafixovali hodnotu parametra „*pshift*“ na hodnotu, pri ktorej samostatné fitovanie tohto parametra dávalo najnižšiu hodnotu „*cost function*“.

Ako posledný krok sme sa pokúsili fitovať svetelnú krivku pre rôzne zákony okrajového stemnenia. Vo PHOEBE bolo možné zvoliť jeden z troch zákonov. V priebehu celého fitovania sme používali „*logarithmic law*“ a následne sme sa pokúsili fitovať aj s použitím „*linear cosine law*“ a „*square root law*“.

2.4.4 Výsledky fitovania

Pretože sme na konci fitovali pre všetky tri zákony okrajového stemnenia, dostali sme sa k trom rôznym fitom. Tabuľka 2.2 obsahuje absolútne parametre zložiek a Tabuľka 2.3 obsahuje jednotlivé polomery zložiek. Hodnoty týchto parametrov a polomerov boli spočítané PHOEBE z jednotlivých výsledných fitov. Tabuľka 2.4 obsahuje parametre fitovania spolu s výslednou „*cost function*“. Chyby parametrov boli odhadnuté porovnaním výsledných fitov s parametrickým priestorom ich okolia, ktorého „*cost function*“ bola rozdielna o 7 až 10 %. Taktiež uvádzame chyby parametrov fitovania spočítané programom PHOEBE (viď. Tabuľka 2.5).

Tieto výsledné fity sme následne vykreslili do grafov spolu s použitými dátami. Obrázok 2.3 predstavuje výsledný fit krivky radiálnych rýchlostí a Obrázok 2.4 predstavuje výsledný fit svetelnej krivky. Taktiež sme do grafov vykreslili aj hodnoty rezíduí svetelných kriviek pre výsledné fity jednotlivých zákonov okrajového stemnenia (viď. Obrázok 2.5, Obrázok 2.6 a Obrázok 2.7).

	Linear cosine law	Logarithmic law	Square root law
$\Omega_1(L_1)$	$3,668 \pm 0,026$	$3,654 \pm 0,012$	$3,684 \pm 0,041$
$\Omega_2(L_2)$	$3,106 \pm 0,007$	$3,106 \pm 0,007$	$3,106 \pm 0,007$
$M_1 [M_\odot]$	$1,408 \pm 0,002$	$1,408 \pm 0,002$	$1,408 \pm 0,002$
$M_2 [M_\odot]$	$1,289 \pm 0,007$	$1,289 \pm 0,007$	$1,289 \pm 0,007$
$R_1 [R_\odot]$	$1,779 \pm 0,029$	$1,755 \pm 0,005$	$1,807 \pm 0,056$
$R_2 [R_\odot]$	$1,288 \pm 0,038$	$1,258 \pm 0,008$	$1,317 \pm 0,067$
$M_1^{Bol} [\text{mag}]$	$2,880 \pm 0,036$	$2,910 \pm 0,006$	$2,847 \pm 0,068$
$M_2^{Bol} [\text{mag}]$	$3,889 \pm 0,064$	$3,941 \pm 0,012$	$3,842 \pm 0,111$
$\log(g_1)$	$4,086 \pm 0,014$	$4,098 \pm 0,002$	$4,073 \pm 0,028$
$\log(g_2)$	$4,328 \pm 0,026$	$4,349 \pm 0,005$	$4,308 \pm 0,045$

Tabuľka 2.2: Absolútne parametre zložiek dvojhviezdy spočítané PHOEBE pre

výsledné fity jednotlivých zákonov okrajového stemnenia

	Linear cosine law	Logarithmic law	Square root law
r_1^{pole}	$0,1079 \pm 0,0018$	$0,1064 \pm 0,0003$	$0,1095 \pm 0,0034$
r_1^{point}	$0,1080 \pm 0,0018$	$0,1065 \pm 0,0003$	$0,1096 \pm 0,0034$
r_1^{side}	$0,1082 \pm 0,0018$	$0,1067 \pm 0,0003$	$0,1099 \pm 0,0035$
r_1^{back}	$0,1082 \pm 0,0018$	$0,1067 \pm 0,0003$	$0,1098 \pm 0,0034$
r_2^{pole}	$0,0781 \pm 0,0022$	$0,0763 \pm 0,0004$	$0,0799 \pm 0,0040$
r_2^{point}	$0,0782 \pm 0,0023$	$0,0764 \pm 0,0005$	$0,0800 \pm 0,0041$
r_2^{side}	$0,0782 \pm 0,0023$	$0,0764 \pm 0,0005$	$0,0800 \pm 0,0041$
r_2^{back}	$0,0782 \pm 0,0023$	$0,0764 \pm 0,0005$	$0,0800 \pm 0,0041$

Tabuľka 2.3: Jednotlivé relatívne polomery zložiek dvojhviezdy spočítané PHOEBE pre výsledné fity jednotlivých zákonov okrajového stemnenia

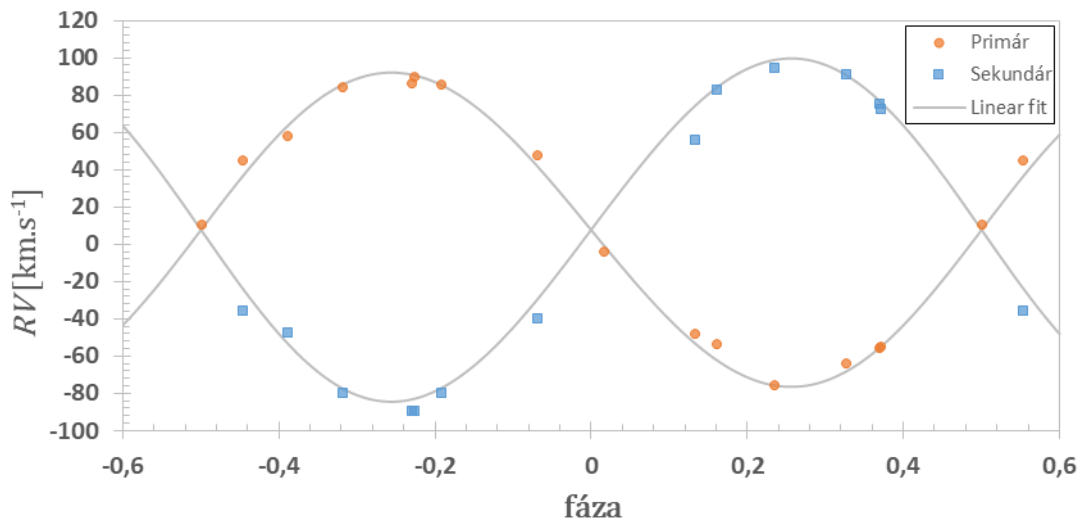
	Linear cosine law	Logarithmic law	Square root law
P [d]	4,71838 (fix)	4,71838 (fix)	4,71838 (fix)
T_0 [RHJD]	52295,070798 (fix)	52295,070798 (fix)	52295,070798 (fix)
$pshift$	$(-2 \pm 1) \times 10^{-5}$	$(-2 \pm 1) \times 10^{-5}$	$(-2 \pm 1) \times 10^{-5}$
a [R_{\odot}]	$16,473 \pm 0,008$	$16,473 \pm 0,008$	$16,473 \pm 0,008$
q	$0,915 \pm 0,011$	$0,915 \pm 0,011$	$0,915 \pm 0,011$
γ [km.s^{-1}]	$7,710 \pm 0,033$	$7,710 \pm 0,033$	$7,710 \pm 0,033$
i [$^{\circ}$]	$86,217 \pm 0,153$	$86,396 \pm 0,026$	$86,000 \pm 0,371$
e	$0,019 \pm 0,009$	$0,015 \pm 0,004$	$0,025 \pm 0,014$
ω [rad]	$4,768 \pm 0,049$	$4,785 \pm 0,031$	$4,756 \pm 0,060$
Ω_1	$10,198 \pm 0,147$	$10,323 \pm 0,022$	$10,064 \pm 0,280$
Ω_2	$12,773 \pm 0,344$	$13,048 \pm 0,069$	$12,516 \pm 0,600$
T_1 [K]	6650 (fix)	6650 (fix)	6650 (fix)
T_2 [K]	6195 ± 201	6195 ± 201	6192 ± 204
A_1	$0,591 \pm 0,068$	$0,563 \pm 0,039$	$0,716 \pm 0,192$
A_2	$0,394 \pm 0,009$	$0,385 \pm 0,001$	$0,471 \pm 0,086$
G_1	$0,013 \pm 0,037$	$0,049 \pm 0,001$	$0,050 \pm 0,001$
G_2	$0,372 \pm 0,191$	$0,585 \pm 0,022$	$0,156 \pm 0,407$
L_1	$8,569 \pm 0,151$	$8,560 \pm 0,160$	$8,646 \pm 0,074$
L_2	$3,776 \pm 0,014$	$3,749 \pm 0,042$	$3,812 \pm 0,021$
L_3	$0,210 \pm 0,165$	$0,247 \pm 0,202$	$0,095 \pm 0,050$
ldx_1	$0,787 \pm 0,011$	$0,871 \pm 0,073$	$0,626 \pm 0,172$
ldx_2	$0,391 \pm 0,081$	$0,392 \pm 0,082$	$0,285 \pm 0,024$
$cost$ <i>function</i>	18,783	19,277	19,280

Tabuľka 2.4: Parametre výsledného fitu pre jednotlivé zákony okrajového stemnenia s odhadnutými chybami parametrov

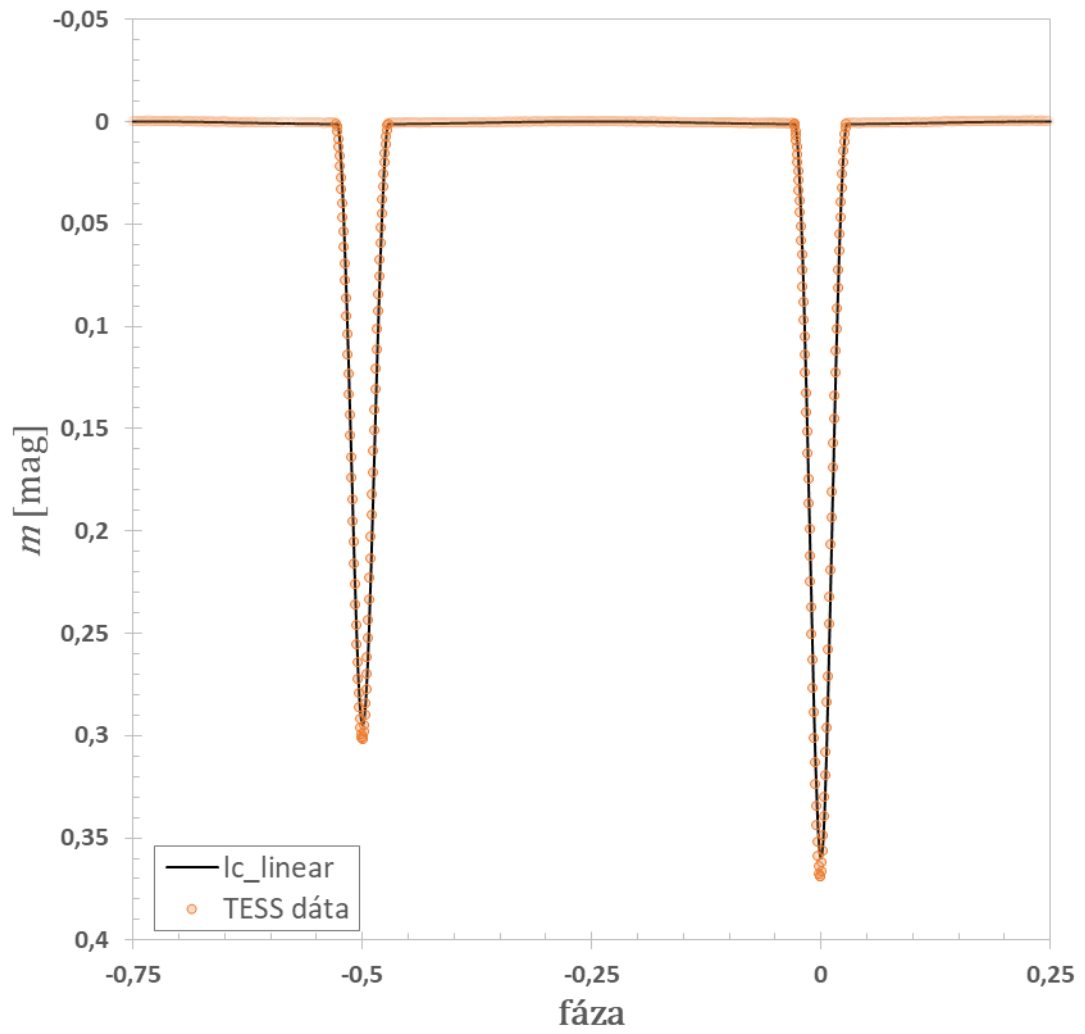
	Linear cosine law	Logarithmic law	Square root law
P [d]	4,71838 (fix)	4,71838 (fix)	4,71838 (fix)
T_0 [RHJD]	52295,070798 (fix)	52295,070798 (fix)	52295,070798 (fix)
$pshift$	$(-18 \pm 8) \times 10^{-6}$	$(-18 \pm 8) \times 10^{-6}$	$(-18 \pm 8) \times 10^{-6}$
a [R_{\odot}]	$16,473 \pm 0,324$	$16,473 \pm 0,324$	$16,473 \pm 0,324$
q	$0,915 \pm 0,036$	$0,915 \pm 0,036$	$0,915 \pm 0,036$
γ [km.s^{-1}]	$7,710 \pm 1,145$	$7,710 \pm 1,148$	$7,710 \pm 1,144$
i [$^{\circ}$]	$86,217 \pm 0,009$	$86,396 \pm 0,008$	$86,000 \pm 0,007$
e	$0,019 \pm 0,001$	$0,015 \pm 0,001$	$0,025 \pm 0,001$
ω [rad]	$4,768 \pm 0,003$	$4,785 \pm 0,004$	$4,756 \pm 0,002$
Ω_1	$10,198 \pm 0,007$	$10,323 \pm 0,007$	$10,064 \pm 0,007$
Ω_2	$12,773 \pm 0,012$	$13,048 \pm 0,008$	$12,516 \pm 0,001$
T_1 [K]	6650 (fix)	6650 (fix)	6650 (fix)
T_2 [K]	6195 ± 204	6195 ± 204	6192 ± 204
A_1	$0,591 \pm 0,034$	$0,563 \pm 0,036$	$0,716 \pm 0,032$
A_2	$0,394 \pm 0,023$	$0,385 \pm 0,025$	$0,471 \pm 0,022$
G_1	$0,013 \pm 0,049$	$0,049 \pm 0,056$	$0,050 \pm 0,043$
G_2	$0,372 \pm 0,294$	$0,585 \pm 0,357$	$0,156 \pm 0,251$
L_1	$8,569 \pm 0,007$	$8,560 \pm 0,007$	$8,646 \pm 0,007$
L_2	$3,776 \pm 0,007$	$3,749 \pm 0,007$	$3,812 \pm 0,007$
L_3	$0,210 \pm 0,001$	$0,247 \pm 0,001$	$0,095 \pm 0,001$
ldx_1	$0,787 \pm 0,006$	$0,871 \pm 0,007$	$0,626 \pm 0,005$
ldx_2	$0,391 \pm 0,007$	$0,392 \pm 0,008$	$0,285 \pm 0,006$
$cost$ <i>function</i>	18,783	19,277	19,280

Tabuľka 2.5: Parametre výsledného fitu pre jednotlivé zákony okrajového stmnenia.

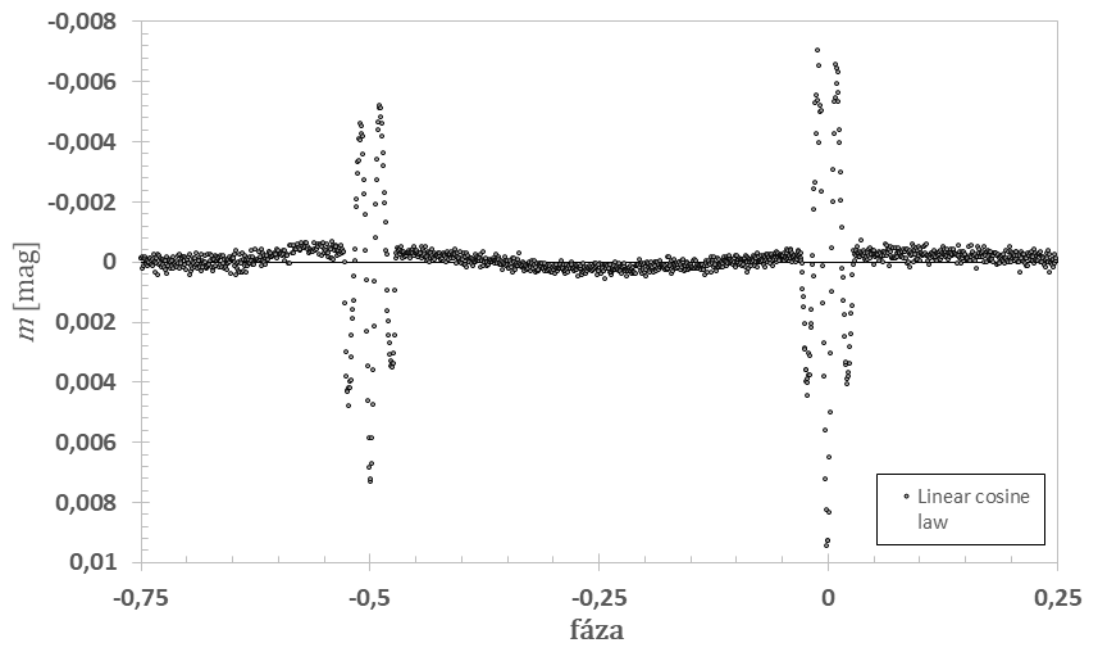
Chyby parametrov spočítané PHOEBE



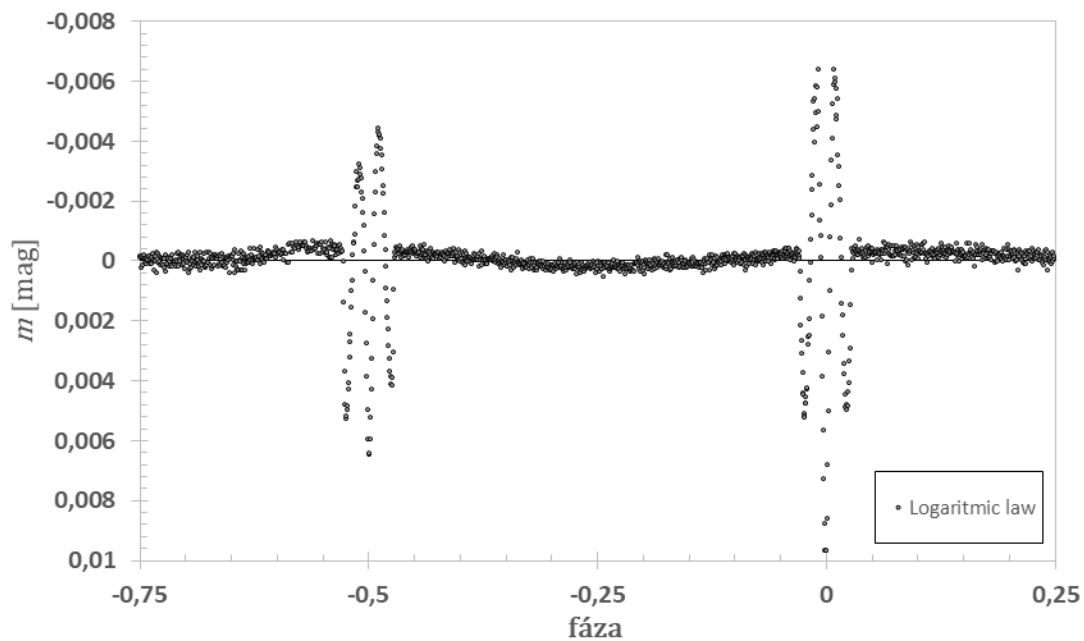
Obrázok 2.3: Výsledný fit krivky radiálnych rýchlostí



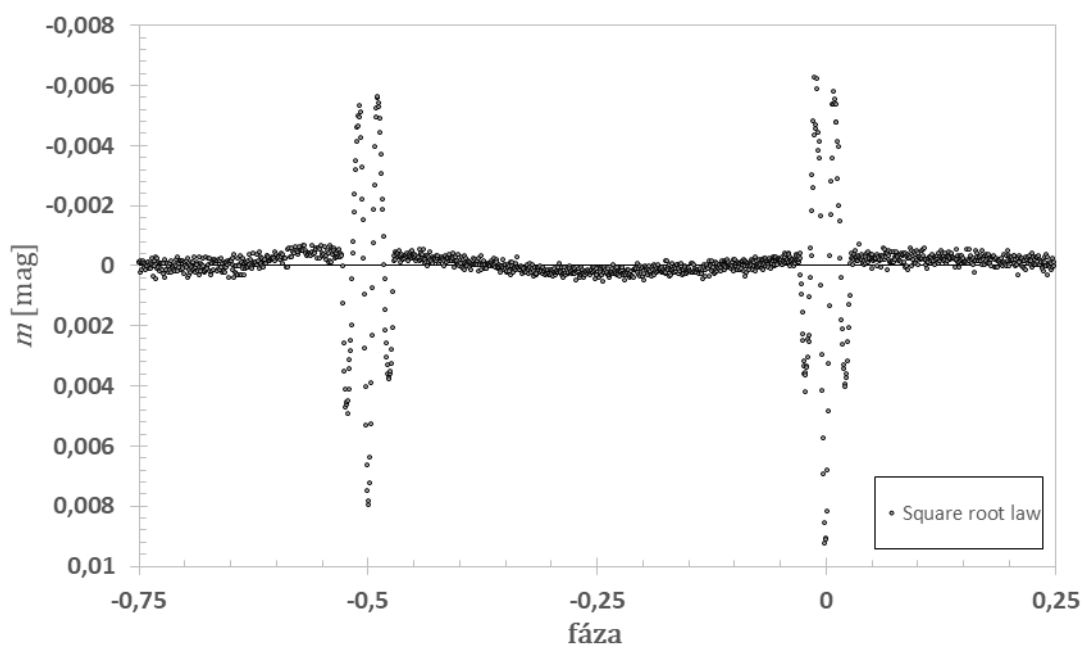
Obrázok 2.4: Výsledný fit svetelnej krivky



Obrázok 2.5: Rezíduá svetelnej krivky pre prípad „linear cosine law“



Obrázok 2.6: Rezíduá svetelnej krivky pre prípad „logarithmic law“

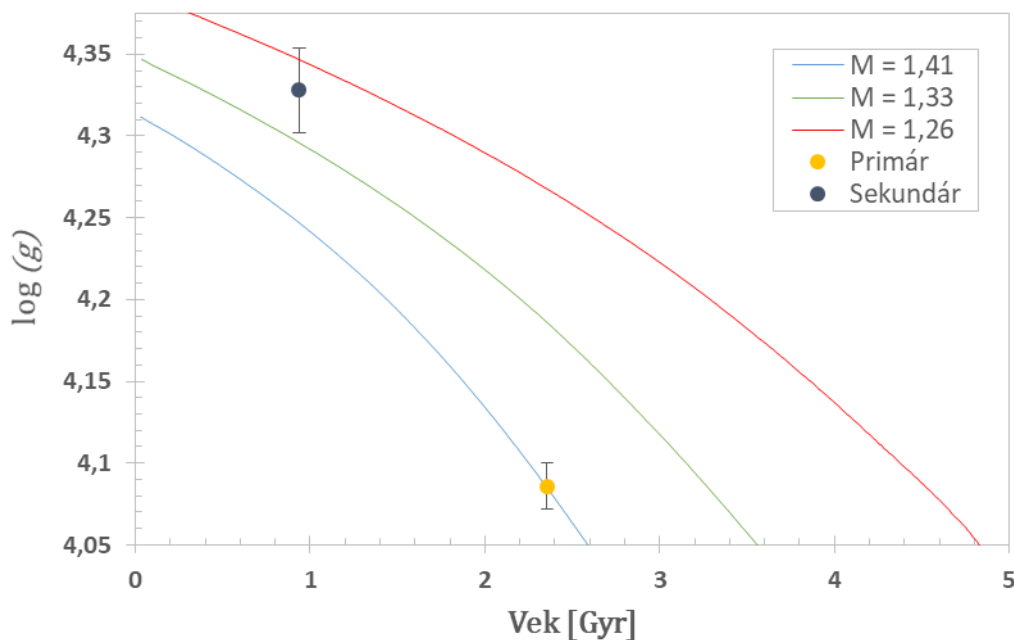


Obrázok 2.7: Rezíduá svetelnej krivky pre prípad „square root law“

2.4.5 Odhad veku dvojhviezdy

Z výsledných parametrov (viď. Tabuľka 2.2) sme schopní odhadnúť vek dvojhviezdy. Použijeme výsledky pre „linear cosine law“ ako fit s najlepšou hodnotou „cost function“. Na určenie veku využijeme výsledky práce Clareta (2004), konkrétne krivku závislosti veku hviezdy na $\log(g)$ pre danú hmotnosť M hviezdy. V tejto práci sú však uvedené len hodnoty veličín pre niektoré hmotnosti hviezd. Na porovnanie sme vybrali hmotnosti čo najbližšie k našim výsledným hmotnostiam. Primárnu zložku sme porovnali s krivkou o hmotnosti $M = 1,41 M_{\odot}$. Pre výslednú hmotnosť sekundárnej zložky nie je možné jednoznačne určiť blízku hmotnosť, preto sme vybrali dve najbližšie hmotnosti $M = 1,33 M_{\odot}$ a $M = 1,26 M_{\odot}$. Porovnaním kriviek uvedených hmotností s našimi výslednými hodnotami sme odhadli vek týchto zložiek. Odhad veku primárnej zložky vyšiel na $2,35 \pm 0,25$ Gyr a sekundárnej zložky na $0,94 \pm 0,80$ Gyr. K chybám veku musíme ešte pripočítať chyby určenia hmotností a hmotnostného pomeru q . Do úvah o chybách ďalej započítame fakt, že naša kvalita fitu nie je najlepšia. Odhadneme preto chyby veku oboch zložiek na hodnotu 1,00 Gyr. Vek dvojhviezdy odhadneme ako priemernú hodnotu $\sim 1,61$ Gyr.

Odhad veku zložiek dvojhviezdy porovnaním prevzatých dát s našimi výslednými hodnotami parametrov zložiek uvádzame aj v grafickej podobe (viď. Obrázok 2.8).

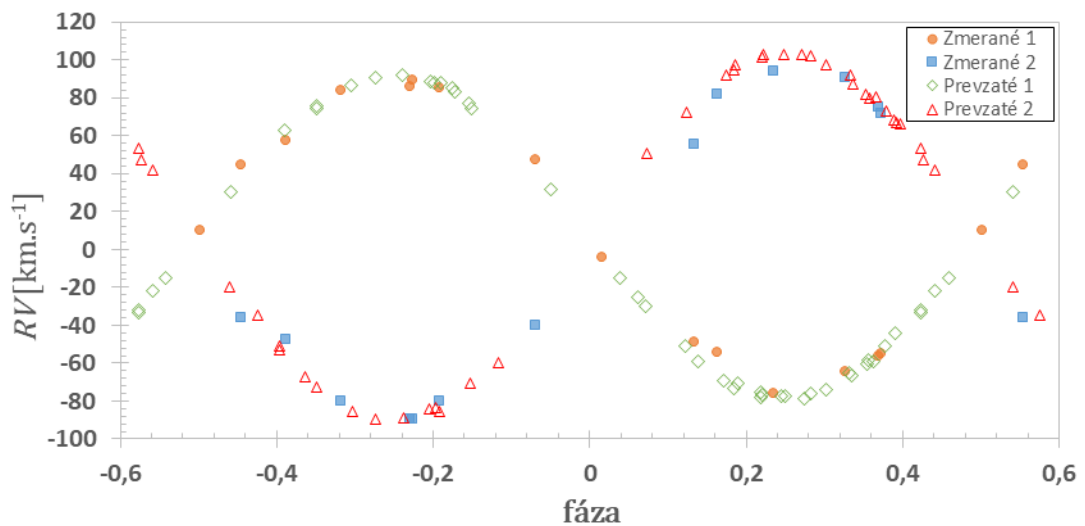


Pozn: Hmotnosti sú uvedené v jednotkách slnečných hmotností M_{\odot} .

Obrázok 2.8: Odhad veku zložiek dvojhviezdy

3 Diskusia výsledkov

Naše zmerané radiálne rýchlosti zo spektier z observatória v Ondřejove je možné porovnať so staršími hodnotami radiálnych rýchlostí (Imbert, 2006). Z vykreslenia týchto hodnôt (vid. Obrázok 3.1) nie je vidieť nejaký veľký rozdiel, a preto musíme porovnať hodnoty hmotnostného pomeru q a radiálnej rýchlosti ťažiska systému dvojhviezdy γ , ktoré sa dajú určiť z krivky radiálnych rýchlostí. Zo starších meraní radiálnych rýchlostí sa podarilo určiť hodnoty parametrov $K_1 = 85,01 \pm 0,29 \text{ km.s}^{-1}$ a $K_2 = 96,59 \pm 0,30 \text{ km.s}^{-1}$, z ktorých je možné určiť pomocou vzťahu (1.14) hodnotu hmotnostného pomeru $q = 0,88 \pm 0,01$. Hodnota radiálnej rýchlosti ťažiska systému bola v starších meraniach určená ako $\gamma = 6,93 \pm 0,17 \text{ km.s}^{-1}$. Ak tieto hodnoty porovnáme s našimi hodnotami, (vid'. Tabuľka 2.2) vidíme, že sa zhodujú len v rámci chýb. V našom prípade však hodnoty vykazujú väčšiu nepresnosť merania. Väčší rozdiel pre radiálnu rýchlosť γ mohol byť spôsobený aj tým, že existuje veľký časový odstup medzi nameranými spektrami v staršom a našom prípade, počas ktorého sa mohla hodnota radiálnej rýchlosti ťažiska sústavy zmeniť. Taktiež k nezhode týchto parametrov prispeli rozdielne hodnoty efemeríd. V prípade staršieho merania boli použité hodnoty periódy $P = 4,71835 \pm 0,00002 \text{ d}$ a minima primárneho zákrytu $T_0 = 48929,674 \pm 0,007 \text{ RHJD}$.



Obrázok 3.1: Porovnanie nami nameraných radiálnych rýchlostí so staršími meraniami (Imbert, 2006)

K neistote našich zmeraných radiálnych rýchlostí v programe reSPEFO prispel hlavne fakt, že počet skúmaných spektier bol v našom prípade menší. Taktiež sme mali dve spektrá, v ktorých boli radiálne rýchlosti spektier približne rovnaké, a preto sme mohli určiť len rýchlosť jednej zložky. K neistote mohlo prispieť aj samotné meranie radiálnych rýchlostí, pretože osciloskopická metóda je tým presnejšia, čím viacej polôh spektrálnych čiar sme schopní identifikovať. Je to vidieť aj vo výsledku meraní radiálnych rýchlostí atmosférických a hviezdnych čiar, kedy pre atmosférické čiary sme boli schopní určiť viacej čiar, a preto vychádzajú vo väčšine prípadov s menšou chybou ako hviezdne čiary.

S týmito neistotami sme takpovediac predpokladali, a preto sme volili väčšiu hodnotu sigma σ v programe PHOEBE. Táto hodnota sigmy sa následne premietla do výsledných chýb parametrov (viď. Tabuľka 2.2 až 2.5).

Lepšie hodnoty parametrov by sme dostali, ak by sme do fitovania zapojili aj tieto staršie namerané hodnoty radiálnych rýchlostí.

Čo sa týka samotného fitovania vo PHOEBE, najlepšiu hodnotu fitu sa nám podarilo dostať v prípade „*linear cosine law*“ pre okrajové stemnenia. Avšak ak sa pozrieme na grafické výsledky, konkrétne na hodnoty rezíduí svetelných kriviek (viď. Obrázok 2.5 až 2.7), tak zistíme, že nami získané fity sa úplne nezhodujú s fotometrickými dátami získaných z TESS-u. Tento rozdiel môže byť spôsobený viacerými skutočnosťami.

Porovnaním našich výsledkov s výsledkami práce Özkardeş (2021) zistíme, že jedným parameter, ktorý sa v rámci chyby zhoduje, je efektívna teplota sekundára T_2 . Veľmi blízke hodnoty je však vidieť v prípade absolútnych hmotností M a polomerov R zložiek. Celkovo sú vo väčšej zhode parametre primárnej zložky, ako parametre sekundárnej. Najväčší rozdiel je možné pozorovať v prípade luminozít, pretože v našom prípade bola hodnota tretieho svetla vo výslednom fite malá. S čím sa náš výsledný fit s touto prácou zhodujú je to, že aj v našom prípade sa potvrdilo, že ide o oddelený systém s dominantnejšou primárnou zložkou. Okrem hodnôt tretieho svetla je možné pripísať tieto rozdiely tomu, že v našej a predošlej analýze boli použité iné modelovacie programy. Predošlá analýza taktiež uvažovala kruhovú dráhu, zatiaľ čo my sme fitovali aj excentricitu.

Jedna zo skutočností ovplyvňujúca kvalitu nášho výsledného fitu je tá, že sme nemali vybraný správny filter. TESS filter, v ktorom boli namerané fotometrické dáta,

nebol vo PHOEBE na výber, a preto sme museli použiť iný. Avšak táto skutočnosť mala na kvalitu fitu menší vplyv v porovnaní s ostatnými.

Väčší vplyv na výsledok majú naše krivky radiálnych rýchlostí diskutované vyššie. V určitom bode sme upustili od fitovania týchto kriviek, keďže samotný fit kriviek radiálnych rýchlostí sa už nezlepšoval. Krivky radiálnych rýchlostí totiž ovplyvňujú hodnotu parametrov hmotnostného pomeru q , radiálnej rýchlosti ťažiska systému γ a spolu so svetelnou krivkou aj hodnotu hlavnej polosi a spolu s ich neistotami, ktoré nie sú úplne zanedbateľné, a tým mohli ovplyvniť výsledný fit. Ako bolo uvedené vyššie, jedným z riešení tohto problému by bolo zahrnutie starších hodnôt radiálnych rýchlostí z Imbert (2006) do fitovacieho procesu.

Ak sa teraz zameriame na hodnotu tretieho svetla a jeho pomer k celkovej luminozite, tak sa jeho hodnota pre jednotlivé zákony okrajového stemnenia pohybuje okolo 0,7 % až 1,6 %. Ak sa pozrieme na hodnotu pomeru tretieho svetla, ktorú dostali v analýze (Özkardeş, 2021), tak ich výsledná hodnota je približne 30 %. Dvojhviezda V355 And je súčasťou vizuálnej dvojhviezdy, ktorej zložky majú vo V filtre hodnoty magnitúd $7,87 \pm 0,01$ mag pre V355 And a $8,95 \pm 0,02$ mag pre druhý komponent (Fabricius a kol., 2002). Dosadením týchto hodnôt magnitúd do Pogsonovej rovnice (1.12), dostaneme pre pomer tretieho svetla ku celkovej luminozite hodnotu 27 %, čo v našom prípade znamená odchýlku 25 až 26 % od našej výslednej hodnoty.

Keďže najväčšiu hodnotu rezíduí vidíme v oblasti zákrytov, tak problém môže spočívať v hodnotách okrajového stemnenia. Pokúsili sme sa preto fitovať každý zákon okrajového stemnenia dostupných vo PHOEBE. Rezíduá ani tretie svetlo sa však v ostatných zákonoch tiež výraznejšie nezmenili. Riešenie tohto problému by mohlo spočívať vo využití iného modelovacieho programu ako je PHOEBE, ktorý využíva lepší model pre okrajové stemnenia, alebo umožňuje zahrnutie aj iných efektov do fitovania.

Efekt, ktorý je možné vo PHOEBE do fitovania zahrnúť, sú svetelné škrvny na povrchu jednotlivých zložiek. Tieto škrvny by však bolo vidieť ako nesymetrie na svetelnej krivke. Na našej svetelnej krivke však nie sú viditeľné nijaké výraznejšie nesymetrie. V tomto prípade je preto ťažké určiť nejaké svetelné škrvny.

Teoreticky by sme mohli dostať lepší fit v prípade, ak by sme vo fitovaní uvoľnili aj ďalšie parametre. Medzi parametre, ktoré sme vôbec do fitovania nezahrnuli, no je

možné ich fitovať vo PHOEBE, patria napr. parametre synchronicity $F_{1,2}$. Pre veľký počet voľných parametrov však nemusíme vždy dospieť fitovaním ku globálnemu minimu, ale len k niektorému lokálnemu. Daný problém je možné vyriešiť manuálnou zmenou niektorého parametra a následným fitovaním, no nič nezaručuje, že zvolená zmena prinesie lepší výsledok fitovania.

Nakoniec sa zameriame na odhad veku dvojhviezdy. Porovnaním s prácou Özkardeşa (2021) vidíme, že sa nezhodujú. Táto nezhoda bola očakávaná, z dôvodu rozdielneho výsledného fitu a použitého programu fitovania, ako bolo diskutované vyššie.

Postup, ktorý sme využili na odhad veku dvojhviezdy, bol zaťažený viacerými nepresnosťami, ktoré sa premietli do výslednej chyby. Z tohto dôvodu sme chybu odhadli, no v skutočnosti môže byť oveľa väčšia. Chyba je spôsobená hlavne tým, že sme na odhad využili hodnoty veličín, ktoré vychádzajú pre iné hmotnosti, ako sú naše výsledné hmotnosti zložiek. Výsledná chyba je ovplyvnená aj kvalitou nášho výsledného fitu, ktorý sme využili na odhad veku dvojhviezdy.

Lepšie výsledky by sme mohli dostať využitím iného postupu. Jeden postup zahŕňa vykreslenie zložiek v H-R diagrame. Program PHOEBE aj spočítal hodnoty luminozít (prípadne bolometrických magnítud) a teplôt oboch zložiek potrebných pre tento postup. No ako diskutujeme vyššie, nepodarilo sa nám fitovaním dosiahnuť hodnotu tretieho svetla, akú dosahovali v starších prácach. Tento výrazný rozdiel hodnoty tretieho svetla ovplyvňuje luminozitu jednotlivých zložiek, a tým ovplyvňuje aj výsledok tohto postupu. Taktiež fitovanie teplôt nie je veľmi presné, čomu odpovedá chyba efektívnej teploty sekundára.

Záver

V tejto práci sme s využitím spektier z observatória v Ondřejove a fotometrických dát z TESS-u zanalyzovali zákrytovú dvojhviezdu V355 And. V práci sme zhrnuli niekoľko informácií, ktoré boli doposiaľ o tejto dvojhviezde známe. Čitateľov sme zoznámili s programami použitými v tejto práci na analýzu dvojhviezdy.

Pomocou programu reSPEFO sme si upravili spektrá a následne sme z týchto upravených spektier v tom istom programe vypočítali radiálne rýchlosti zložiek dvojhviezdy, ktoré sme ďalej podrobili analýze.

Svetelnú krivku a krivku radiálnych rýchlostí sme následne nechali fitovať v programe PHOEBE. Pred samotným fitovaním sme nastavili určité parametre dvojhviezdy, ktoré sme prevzali z rôznych zdrojov. Išlo o typ svetelnej krivky, periódu obehu a teplotu primárneho zákrytu. V práci sme taktiež uviedli postup, ktorým sme fitovali ostatné parametre v programe PHOEBE.

Výsledok fitovania sme diskutovali, kde sme taktiež venovali pozornosť hodnote tretieho svetla v našom výslednom fite. Hodnota tretieho svetla nám vyšla minimálna, čo je však v rozpore s predchádzajúcimi štúdiami a riešeniu tohto problému sme taktiež venovali pozornosť v diskusií. Diskutovali sme aj porovnanie nášho výsledného fitu so staršími spočítanými hodnotami parametrov.

Z nášho výsledného fitu a jeho porovnania so staršími štúdiami vyplýva, že dvojhviezdu je možné klasifikovať ako oddelený systém s dominantnejšou primárnou zložkou. Efektívne teploty zložiek dvojhviezdy boli programom PHOEBE stanovené na hodnoty $T_1 = 6650 \pm 200$ K a $T_2 = 6194 \pm 204$ K. Z výsledného fitu taktiež vyplývala excentrická dráha systému s excentricitou $e = 0,019 \pm 0,008$. Nakoniec sme z výsledných absolútnych parametrov zložiek dvojhviezdy odhadli vek dvojhviezdy na $\sim 1,61$ Gyr.

Zoznam použitej literatúry

- AVVAKUMOVA, E. A., MALKOV, O. Y. a KNIAZEV, A. Y. (2013). Eclipsing variables: Catalogue and classification. *Astronomische Nachrichten*, **334**(8), 860.
- BOSS, B., ALBRECHT, S., JENKINS, H., RAYMOND, H., ROY, A. J., VARNUM, W. B., WILSON, R. E. a BOSS, L. (1936). *General Catalogue of 33342 stars for the epoch 1950*. Washington D. C., Carnegie institution of Washington, 1936-37.
- CANNON, A. J. a PICKERING, E. C. (1993). VizieR Online Data Catalog: Henry Draper Catalogue and Extension (Cannon+ 1918-1924; ADC 1989). *VizieR On-line Data Catalog*, page III/135A.
- CLARET, A. (2004). New grids of stellar models including tidal-evolution constants up to carbon burning. I. From 0.8 to 125 M_{\odot} at $Z = 0.02$. *Astronomy and Astrophysics*, **424**, 919–925.
- ESA (1997). VizieR Online Data Catalog: The Hipparcos and Tycho Catalogues (ESA, 1997). *VizieR Online Data Catalog*, page I/239.
- FABRICIUS, C., HØG, E., MAKAROV, V. V., MASON, B. D., WYCOFF, G. L. a URBAN, S. E. (2002). The Tycho double star catalogue. *Astronomy and Astrophysics*, **384**, 180–189.
- HARMANEC, P. (2021). *Elektronické skriptum: Základy astronomie a astrofyziky II*. URL <https://astro.mff.cuni.cz/vyuka/AST007/ast007.pdf> (Prevzaté 9. 7. 2023)
- HARMANEC, P., MAYER, P., ZASCHE, P. (2023). *Elektronické skriptum: Dvojhvězdy*. URL <https://astro.mff.cuni.cz/vyuka/AST019/ast019.pdf> (Prevzaté 9. 7. 2023)
- HILL, G. (1982). Intep – an Effective Interpolation Subroutine. *Publications of the Dominion Astrophysical Observatory*, **16**, 67.
- HORN, J., KUBAT, J., HARMANEC, P., KOUBSKY, P., HADRAVA, P., SIMON, V., STEFL, S. a SKODA, P. (1996). Spectroscopic orbit of the triple star 55 Ursae Majoris. *Astronomy and Astrophysics*, **309**, 521–529.
- HUBSCHER, J. (2015). BAV-Results of observations – Photoelectric Minima of Selected Eclipsing Binaries and Maxima of Pulsating Stars. *Information Bulletin on Variable Stars*, **6152**, 1
- IMBERT, M. (2006). Vitesses Radiales, Elements Orbitaux et Modeles Pour 25 Systemes Doubles Spectroscopiques. *Romanian Astronomical Journal*, **16**, 3–47.
- JAYASINGHE, T., KOCHANEK, C. S., STANEK, K. Z., SHAPPEE, B. J., HOLOIEN, T. W.-S., THOMPSON, T. A., PRIETO, J. L., DONG, S., PAWLAK, M., SHIELDS, J. V., POJMANSKI, G., OTERO, S., BRITT, C. A. a WILL, D. (2018). The ASAS-SN catalogue of variable stars I: The Serendipitous Survey. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **477**(3), 3145–3163.

- JOHNSON, H. L. a MORGAN, W. W. (1953). Fundamental stellar photometry for standards of spectral type on the Revised System of the Yerkes Spectral Atlas. *The Astrophysical Journal*, **117**, 313.
- KOCHANEK, C. S., SHAPPEE, B. J., STANEK, K. Z., HOLOIEN, T. W.-S., THOMPSON, T. A., PRIETO, J. L., DONG, S., SHIELDS, J. V., WILL, D., BRITT, C., PERZANOWSKI, D. a POJMAŃSKI, G. (2017). The All-Sky Automated Survey for Supernovae (ASAS-SN) Light Curve Server v.1.0. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, **129**(980), 104502.
- KOPAL, Z. (1959). *Close Binary Systems*. The International Astrophysics Series, London: Chapman & Hall.
- KUIPER, G. P. (1941). On the Interpretation of β -Lyrae and Other Close Binaries. *The Astrophysical Journal*, **93**, 133.
- LIGHTKURVE COLLABORATION, CARDOSO, J. V. DE M., HEDGES, C., GULLY-SANTIAGO, M., SAUNDERS, N., CODY, A. M., BARCLAY, T., HALL, O., SAGEAR, S., TURTELBOOM, E., ZHANG, J., TZANIDAKIS, A., MIGHELL, K., COUGHLIN, J., BELL, K., BERTA-THOMPSON, Z., WILLIAMS, P., DOTSON, J. a BARENTSEN, G. (2018). Lightkurve: Kepler and TESS time series analysis in Python. *Astrophysics Source Code Library*, record ascl:1812.013.
- MAEHARA, H. (2014). Automated Wide-field Survey for Transient Objects with a Small Telescope. *JAXA research and development report*, **JAXA-RR-13-010**, 119.
- MALKOV, O. Y., OBLAK, E., SNEGIREVA, E. A. a TORRA, J. (2006). A catalogue of eclipsing variables. *Astronomy and Astrophysics*, **446**(2), 785–789.
- MCDONALD, I., ZIJLSTRA, A. A. a BOYER, M. L. (2012). Fundamental parameters and infrared excesses of Hipparcos stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **427**(1), 343–357.
- ÖZKARDEŞ, B. (2021). V355 And: a neglected detached binary in a multiple star system. *Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso*, **51**(2), 118–131.
- PAUNZEN, E. (2015). A new catalogue of Strömgen-Crawford uvby β photometry. *Astronomy & Astrophysics*, **580**, A23.
- PERRYMAN, M. A. C., LINDEGREN, L., KOVALEVSKY, J., HOEG, E., BASTIAN, U., BERNACCA, P. L., CRÉZÉ, M., DONATI, F., GRENON, M., GREWING, M., VAN LEEUWEN, F., VAN DER MAREL, H., MIGNARD, F., MURRAY, C. A., LE POOLE, R. S., SCHRIJVER, H., TURON, C., ARENOU, F., FROESCHLÉ M., a PETERSEN, C. S. (1997). The HIPPARCOS Catalogue. *Astronomy and Astrophysics*, **323**, L49–L52.
- POGSON, N. (1856). Magnitudes of Thirty-six of the Minor Planets for the first day of each month of the year 1857. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **17**, 12–15.

- PRŠA, A. a ZWITTER, T. (2005). A Computational Guide to Physics of Eclipsing Binaries. I. Demonstrations and Perspectives. *The Astrophysical Journal*, **628**(1), 426–438.
- RICKER, G. R., WINN, J. N., VANDERSPEK, R., LATHAM, D. W., BAKOS, G. Á., BEAN, J. L., BERTA-THOMPSON, Z. K., BROWN, T. M., BUCHHAVE, L., BUTLER, N. R., BUTLER, R. P., CHAPLIN, W. J., CHARBONNEAU, D., CHRISTENSEN-DALSGAARD, J., CLAMPIN, M., DEMING, D., DOTY, J., DE LEE, N., DRESSING, C., DUNHAM, E. W., ENDL, M., FRESSIN, F., GE, J., HENNING, T., HOLMAN, M. J., HOWARD, A. W., IDA, S., JENKINS, J. M., JERNIGAN, G., JOHNSON, J. A., KALTENEGER, L., KAWAI, N., KJELSDEN, H., LAUGHLIN, G., LEVINE, A. M., LIN, D., LISSAUER, J. J., MACQUEEN, P., MARCY, G., MCCULLOUGH, P. R., MORTON, T. D., NARITA, N., PAEGERT, M., PALLE, E., PEPE, F., PEPPER, J., QUIRRENBACH, A., RINEHART, S. A., SASSELOV, D., SATO, B., SEAGER, S., SOZZETTI, A., STASSUN, K. G., SULLIVAN, P., SZENTGYORGYI, A., TORRES, G., UNDRY, S. a VILLASENOR, J. (2015). Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS). *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments and Systems*, **1**, id: 014003.
- ROCHE, E. (1859). *Recherches sur les atmospheres des cometes*. Annales de l’Observatoire imperial de Paris; t. 5; Annales de l’Observatoire de Paris. Memoires; t. 5; Paris: Mallet-Bachelier, 1859., 353–393.
- SHAPPEE, B. J., PRIETO, J. L., GRUPE, D., KOCHANEK, C. S., STANEK, K. Z., DE ROSA, G., MATHUR, S., ZU, Y., PETERSON, B. M., POGGE, R. W., KOMOSSA, S., IM, M., JENCSON, J., HOLOIEN, T. W.-S., BASU, U., BEACOM, J. F., SZCZYGIEL, D. M., BRIMACOMBE, J., ADAMS, S., CAMPILLY, A., CHOI, C., CONTRERAS, C., DIETRICH, M., DUBBERLEY, M., ELPHICK, M., FOALE, S., GIUSTINI, M., GONZALEZ, C., HAWKINS, E., HOWELL, D. A., HSIAO, E. Y., KOSS, M., LEIGHLY, K. M., MORRELL, N., MUDD, D., MULLINS, D., NUGENT, J. M., PARRENT, J., PHILLIPS, M. M., POJMANSKI, G., ROSING, W., ROSS, R., SAND, D., TERNDRUP, D. M., VALENTI, S., WALKER, Z. a YOON, Y. (2014). The Man behind the Curtain: X-Rays Drive the UV through NIR Variability in the 2013 Active Galactic Nucleus Outburst in NGC 2617. *The Astrophysical Journal*, **788**(1), article id. 48, 13.
- SKODA, P. (1996). SPEFO—A Simple, Yet Powerful Program for One-Dimensional Spectra Processing. *Astronomical Data Analysis Software and Systems V*, *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, **101**, 187.
- SLAWSON, R. W., PRŠA, A., WELSH, W. F., OROSZ, J. A., RUCKER, M., BATALHA, N., DOYLE, L. R., ENGLE, S. G., CONROY, K., COUGHLIN, J., GREGG, T. A., FETHEROLF, T., SHORT, D. R., WINDMILLER, G., FABRYCKY, D. C., HOWELL, S. B., JENKINS, J. M., UDDIN, K., MULLALLY, F., SEADER, S. E., THOMPSON, S. E., SANDERFER, D. T., BORUCKI, W. a KOCH, D. (2011). Kepler Eclipsing Binary Stars. II. 2165 Eclipsing Binaries in the Second Data Release. *The Astronomical Journal*, **142**(5), article id. 160, 14.
- SOUBIRAN, C., LE CAMPION, J.-F., BROUILLET, N. a CHEMIN, L. (2016). The PASTEL catalogue: 2016 version. *Astronomy & Astrophysics*, **591**, A118.

- TIKKANEN, A. (2002). 160. list of minima of eclipsing binaries. *Bulletin der Bedeckungsveränderlichen-Beobachter der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft*, **127**, 1.
- VAN LEEUWEN, F. (2007). Validation of the new Hipparcos reduction. *Astronomy and Astrophysics*, **474**(2), 653–664.
- WILSON, R. E. (1979). Eccentric orbit generalization and simultaneous solution of binary stars light and velocity curves. *The Astrophysical Journal*, **234**, 1054–1066.
- WILSON, R. E a DEVINNEY, E. J. (1971). Realization of Accurate Close-Binary Light Curves: Application to MR Cygni. *The Astrophysical Journal*, **166**, 605.
- WORLEY, C. E. a DOUGLASS, G. G. (1997). The Washington Double Star Catalog (WDS, 1996.0). *A & A Supplement series*, **125**, 523.
- ZASCHE, P. (2016). Phoebe – step by step manual. *Open European Journal on Variable Stars*, **176**, 10–17.
- ZASCHE, P., WOLF, M., HARTKOPF, W. I., SVOBODA, P., UHLAŘ, R., LIAKOS, A. a GAZEAS, K. (2009). A Catalog of Visual Double and Multiple Stars With Eclipsing Components. *The Astronomical Journal*, **138**(2), 664–679.
- ZOLA, S., GAZEAS, K., KREINER, J. M., OGLOZA, W., SIWAK, M., KOZIEL-WIERZBOWSKA, D. a WINIARSKI, M. (2010). Physical parameters of components in close binary systems - VII. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **408**(1), 464–474.

Zoznam tabuliek

Tabuľka 2.1: Výsledné priemerné radiálne rýchlosti atmosférických a hviezdnych čiar pre jednotlivé spektrá	18
Tabuľka 2.2: Absolútne parametre zložiek dvojhviezdy spočítané PHOEBE pre výsledné fity jednotlivých zákonov okrajového stemnenia	22
Tabuľka 2.3: Jednotlivé relatívne polomery zložiek dvojhviezdy spočítané PHOEBE pre výsledné fity jednotlivých zákonov okrajového stemnenia	23
Tabuľka 2.4: Parametre výsledného fitu pre jednotlivé zákony okrajového stemnenia s odhadnutými chybami parametrov	23
Tabuľka 2.5: Parametre výsledného fitu pre jednotlivé zákony okrajového stemnenia. Chyby parametrov spočítané PHOEBE	24

Zoznam obrázkov

Obrázok 2.1: Hviezdne okolie V355 And.....	10
Obrázok 2.2: Meranie radiálnej rýchlosti spektrálnej čiary v programe reSPEFO ...	17
Obrázok 2.3: Výsledný fit krivky radiálnych rýchlostí.....	24
Obrázok 2.4: Výsledný fit svetelnej krivky	25
Obrázok 2.5: Rezíduá svetelnej krivky pre prípad „linear cosine law“	25
Obrázok 2.6: Rezíduá svetelnej krivky pre prípad „logarithmic law“	26
Obrázok 2.7: Rezíduá svetelnej krivky pre prípad „square root law“.....	26
Obrázok 2.8: Odhad veku zložiek dvojhviezdy	27
Obrázok 3.1: Porovnanie nami nameraných radiálnych rýchlostí so staršími meraniami (Imbert, 2006)	28