

OPONENTSKÝ POSUDEK BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název práce: Hlubší vlastnosti kuželoseček v projektivní rovině

Autor práce: Pavel Dvořák

Vedoucí práce: Mgr. Lukáš Krump, Ph.D.

Oponent práce: RNDr. Jana Hromadová, Ph.D.

Cílem práce bylo nastudovat a prezentovat zajímavé konstrukce a analytické vlastnosti kuželoseček v projektivní rovině, na které se nedostalo v rámci základního kurzu projektivní geometrie. Snahou bylo psát práci tak, aby byla srozumitelná i začínajícím studentům projektivní geometrie.

Předložená bakalářská práce je členěna do tří kapitol. V první jsou připomenuty základní pojmy a principy projektivní geometrie. Druhá kapitola je věnována základním vlastnostem a konstrukcím kuželoseček v projektivní rovině. Nejobsáhlejší třetí kapitola je věnována pokročilejším vlastnostem a konstrukcím kuželoseček.

Úlohy popisované ve třetí kapitole jsou zcela jistě netriviální a vyžadovaly hlubší vhled do dané problematiky. Kapitola obsahuje odvození výpočtů vedoucích k rozkladu složené kuželosečky na dvě přímky, nalezení průsečíku kuželosečky s přímkou a průsečíků dvou kuželoseček, vše s využitím maticové reprezentace kuželoseček. Každý z výpočtů je pak prezentován na konkrétním číselném zadání. Dále kapitola obsahuje odvození konstrukce kuželosečky zadané čtyřmi body a jednou tečnou. Vnímám jistý nepoměr mezi úvodními dvěma kapitolami a touto třetí. Není mi zcela jasné, proč podstatná část práce je věnována opakování pojmů z projektivní geometrie, když jsou pak využity jen na posledních třech stranách práce, popřípadě vůbec. Spíše bych ocenila podrobnější vysvětlení částí v níž pracujeme s maticovou reprezentací kuželoseček.

Práce je psaná spisovným jazykem, obsahuje jen málo překlepů či pravopisných chyb. Bohužel práce obsahuje více matematických chyb a nepřesných formulací, které ztěžují pochopení textu.

Velkým nedostatkem práce jsou obrázky. Bohužel jsou až na pár výjimek zcela nečitelné, malinké a nepřispívají k snazší orientaci v textu. V textu chybí odkazy na obrázky.

Z textu není příliš zřejmé, co je vlastním přínosem autora a co je převzato z literatury (doporučuji toto u obhajoby zdůraznit). Až na jednu poznámku pod čarou a jeden odkaz na jsem v práci nenašla žádný další odkaz na použitou literaturu.

Postrádám nějaké didaktické zpracování, jaké by se dalo očekávat od studenta učitelství. Např. bych ocenila podrobnější vysvětlení některých konstrukcí, vysvětlení, v čem je popsán přístup výhodnější oproti jiným, na první pohled jednodušším, metodám.

Uvádím několik vybraných připomínek k práci:

Str. 3 – homogenní souřadnice pro vlastní body zavádíte ve tvaru $[x\omega: y\omega: \omega]$, kde $\omega \neq 0$.

K homogenním souřadnicím nevlastních bodů jen poznamenáváte, že $\omega = 0$. Mají tedy podle Vás všechny nevlastní body souřadnice $[0: 0: 0]$?

U homogenních souřadnic nevlastní přímky je zdůrazněno, že se jedná o vektor, který vznikne jako vektorový součin homogenních souřadnic dvou nevlastních bodů. U vlastních přímek toto snad neplatí?

Str. 4 – 2. řádek – spíše než poměr dvou poměrů bych psala „podíl dvou dělicích poměrů“

Neměl být 3. odstavec až po 4. odstavci, když teprve ve 4. zavádíte dvojpoměr čtyř bodů?

Ve 4. odstavci by asi stálo za to konstatovat, že pracujete s homogenními souřadnicemi bodů na přímce.

Str. 5 – první věta posledního odstavce by si asi zasloužila trochu přesnější formulaci (rozlišovat vzor obraz).

Str. 9 – 2. odstavec – opravdu Apollónios definuje kuželosečky jako řezy obecné kuželové plochy?

4. odstavec – stálo by za to poznamenat, že takto nelze vytvořit kružnici. A je nutné doplnit, že $\epsilon > 0$.

Str. 10 – formulaci pod obrázky je nutno zpřesnit – „... dva z našich zadaných bodů by byly body dotyku ZADANÝCH tečen s naší hledanou kuželosečkou ...“, každý ze zadaných bodů je totiž bodem dotyku nějaké tečny. A hned v následující větě – místo bod na tečně je třeba psát bod dotyku tečny, není to totéž.

Poslední odstavec – „Pascalova věta platí i v případech, kdy jeden až tři po sobě jdoucí body jsou shodné ...“ – spíše mělo být „dva až tři“, pro všechny body různé není třeba to znovu psát.

Str. 11 – odstavec pod obrázky – první věta je jen velmi těžko srozumitelná. Například namísto „... s přímkou d , jež je přímkou, na které leží průsečíky spojnic, ...“ stačilo psát „Pascalovou přímkou“, ale i tak v té větě cosi chybí.

Kapitola 2.4 – konec 2. odstavce – psala bych „ p je tečna a P JEJÍ bod dotyku“, bez toho to je nepřesné.

Poslední odstavec téže kapitoly – opravdu libovolné tři body a jejich poláry vzhledem k téže kuželosečce tvoří polární trojúhelník? Nemusí mít tyto body a přímky nic dalšího společného?

Str. 12 – důkaz věty 3 – zasloužil by si více zdůvodňovat postup. Místy se tam objevuje přímka q , která není zavedena, poté zase bod q , který měl být Q , tyto drobné překlapy komplikují čtení textu. Nebo např. v 5. odstavci důkazu se píše, že „Každá kuželosečka prochází těmito body v případě, že...“ cosi platí – opravdu každá? Nemělo by v posledním odstavci důkazu být slovo „libovolný“ nahrazeno slovem „každý“?

Str. 13 – věta 4 – proč jsou body najednou značeny malými písmeny abecedy?

Str. 15 – a některé další – občas nerozlišujete mezi pojmy kuželosečka a matice kuželosečky, což pak vede k nepřesným formulacím.

Kapitola 3.2 – první odstavec – z textu to vypadá, že za singulární kuželosečku považujete pouze dvě různoběžné přímky...

Tatáž kapitola – 2. odstavec – nejsem si jista, zda ve vzorci pro rozklad matice A na součet součinů nechybí koeficient $\frac{1}{2}$.

Řada kroků odvozovaných v této části práce by si zasloužila větší zdůvodnění, kroky často spadnou z nebe.

Str. 17 – řešený příklad – některé kroky bych rozepsala podrobněji, bez nahlížení do předchozích vět je nelze pochopit. Ve 3. řádku zdola zřejmě mělo být $p = (3, 2, 2)^T$.

Str. 19 – u vlastního průsečíku dvou přímek, které tvoří kuželosečku, obvykle hovoříme o středu kuželosečky (kuželosečka je podle něj středově souměrná). Autor jej v textu několikrát nazývá vrcholem – je to omyl, nebo je to převzato z nějaké literatury?

Str. 20 – hledání průsečíků s nevlastní přímkou by šlo zapsat o dost stručněji, než jak předvádí autor. Zápis homogenních souřadnic nalezených nevlastních bodů se liší od zápisu uvedeného v úvodu (forma, pořadí souřadnic), je k tomu nějaký důvod?

Str. 21-22 – postup řešení příkladu je poměrně komplikovaný ve srovnání s řešením soustavy dvou rovnic (lineární a kvadratické) o dvou neznámých. Trochu v textu postrádám vysvětlení, v čem je tato metoda přínosná a kdy je vhodné ji používat.

Ocenila bych v práci seznam použitého značení, usnadnilo by to orientaci v textu.

Práce splňuje požadavky na bakalářskou práci na učitelském studiu, a i přes řadu výtek ji doporučuji k obhajobě.

V Praze dne 8. 6. 2022

Jana Hromadová