

Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

## DIPLOMOVÁ PRÁCE



Michal Šindler

### **Dynamika vírů v supravodičích**

Katedra fyziky nízkých teplot MFF UK

a

Fyzikální ústav AV ČR, v.v.i.

Vedoucí diplomové práce: prof. RNDr. Ladislav Skrbek, DrSc.

Konzultanti diplomové práce: RNDr. Jan Koláček CSc.  
RNDr. Roman Tesař

Studijní program: Fyzika kondenzovaných soustav a materiálů  
Fyzika nízkých teplot

2008

## Poděkování

V první řadě musím poděkovat konzultantům nejen za podnětné připomínky k této práci. RNDr. Janu Koláčkovi za to, že si vždy našel čas na mé otázky ohledně teorií supravodivosti. RNDr. Romanu Tesařovi za pomoc při tvorbě měřících programů a za spolupráci při experimentech. Nelze opomenout Ing. Miloše Zíku, který zajišťoval technickou podporu při experimentech.

Dále je nutné poděkovat lidem ze skupiny supratekutosti z MFF UK. Profesorovi Ladislavu Skrbkovi za vedení práce a za to, že mi v průběhu diplomové práce vycházel všemožně vstříc. Za konzultace o problémech programování v LabView bych rád poděkoval Timovi Chagovetsovi a Michaelle Králové. Za pomoc s formulací anglické verze abstraktu děkuji Davidu Schmoranzeroovi.

V neposlední řadě bych rád poděkoval své rodině za podporu v průběhu studia a Zuzce Dočekalové za morální podporu.

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Praze dne

Michal Šindler

# Obsah

Úvod	6
<b>1 Supravodivost</b>	<b>8</b>
1.1 Historie supravodivosti . . . . .	8
1.2 Základní vlastnosti supravodičů . . . . .	9
<b>2 Optické vlastnosti kovů</b>	<b>11</b>
2.1 Komplexní index lomu . . . . .	11
2.2 Šíření světla vrstevnatým prostředím . . . . .	12
2.3 Dielektrické vlastnosti kovů . . . . .	14
2.4 Drudeho-Lorentzův model . . . . .	15
<b>3 Teorie BCS a elektrodynamika supravodičů</b>	<b>19</b>
3.1 Úvod do teorie BCS . . . . .	19
3.1.1 Výpočet koherenčních koeficientů pomocí kanonické transformace . . . . .	22
3.1.2 Supravodič při $T > 0K$ . . . . .	25
3.1.3 Teplotní závislost parametru zakázaného pásu . . . . .	26
3.1.4 Hustota stavů . . . . .	27
3.2 Koherenční jevy . . . . .	27
<b>4 Experiment</b>	<b>31</b>
4.1 Experimentální uspořádání . . . . .	31
4.2 Měření . . . . .	33
<b>5 Výsledky měření</b>	<b>35</b>
5.1 Transmise v nulovém poli . . . . .	35
5.2 Transmise v nenulovém magnetickém poli . . . . .	40
<b>Literatura</b>	<b>48</b>

Název práce: Dynamika vírů v supravodičích  
Autor: Michal Šindler  
Katedra (ústav): Katedra fyziky nízkých teplot MFF UK  
Vedoucí diplomové práce: Prof. RNDr. Ladislav Skrbek, DrSc.  
e-mail vedoucího: skrbek@fzu.cz

Abstrakt: Předložená diplomová práce představuje měření transmise v daleké infračervené oblasti v závislosti na teplotě tenké supravodivé vrstvy NbN. Pro interpretaci naměřených dat jsme počítali transmisi vrstvy, kde jsme pro výpočet komplexní vodivosti  $\tilde{\sigma}(\omega, T)$  NbN použili formule dle Zimmermanna a Brandta [17], založené na teorii BCS. Pro nulové pole se nám povedlo dosáhnout dobré shody vypočtených a naměřených křivek. S rostoucím magnetickým polem se experimentální data odchylojí od křivek získaných na základě námi použitého modelu, neboť tento model zanedbává vliv kvantovaných vírů na transmisi. Kvantované víry si lze představit jako částice, které se vlivem elektromagnetického záření pohybují ve viskózním prostředí. Absorbují přitom energii a v důsledku toho mění odrazivost i transmisi. V současnosti není znám způsob, jak z teorie BCS vypočítat vodivost v přítomnosti kvantovaných vírů.

Klíčová slova: daleká (vzdálená) infračervená spektroskopie, supravodivost, koherenční jevy, dynamika kvantovaných vírů, teorie BCS

Title: Vortex dynamics in superconductors  
Author: Michal Šindler  
Department: Department of Low Temperature Physics  
Supervisor: Prof. RNDr. Ladislav Skrbek, DrSc.  
Supervisor's e-mail address: skrbek@fzu.cz

Abstract: This Master's Thesis presents measurements of temperature dependent far-infrared transmission (laser thermal spectroscopy) of a thin layer of a NbN superconductor. In order to interpret our experimental data, we calculated the transmission of the NbN layer using the relations for complex conductivity from Zimmermann and Brandt [17]. For zero magnetic field, the experimental and computed data are in good agreement. With increasing field, the experimental data start to exhibit deviations from the predictions of the mentioned theoretical model, which neglects the effects of quantized vortices penetrating the superconductor. Vortices can be thought of as particles in a viscous medium set in motion by electromagnetic radiation. When moving, they absorb energy and in consequence, they affect reflection and transmission. Presently, no way of calculating the complex conductivity in the presence of quantized vortices from the BCS theory is known.

Keywords: far-infrared spectroscopy, superconductivity, coherence effects, vortex dynamics, BCS theory

# Úvod

Supravodivost již od svého objevu vzbuzovala a stále vzbuzuje velká očekávání lidstva ohledně možných aplikací. Přes značný pokrok v poznání tohoto výjimečného fenoménu, očekávání stále zaostávají za skutečností. Supravodivé materiály za pokojových teplot se stále zdají býti nedostižným snem a využití supravodičů se nadále omezuje pouze na speciální účely.

Díky pokroku ve fyzice a technologii supravodivých materiálů je dnes možné vyrábět supravodivé magnety dosahující intenzit až ke dvěma desítkám tesla, jež se uplatňují ve vědě (např. v CERNu v urychlovačích částic), v medicíně (magnetická rezonance je dnes standardním diagnostickým nástrojem ve všech větších nemocnicích) a jinde. Levitace supravodičů v magnetickém poli umožnila vznik zcela nových vlaků, tzv. „Maglevů“, které při pohybu nebrzdí třecí síla mezi koly a kolejnicí. Tyto vlakové soupravy dosahují rychlostí až 500 km/h a významně překonávají dřívější vlaky. Další důležitou aplikací supravodivých vlastností je využití supravodivých materiálů pro výrobu radiofrekvenčních a mikrovlnných filtrů, jež se uplatňují v telekomunikačních technologiích (mobilní sítě). V New Yorku se plánuje nahradit současné elektrické vedení tvořené měděnými kabely vysokoteplotními supravodivými dráty [4]. Dalšími aplikacemi supravodivosti jsou supravodivý omezovač proudu („pojistka“), supravodivý transformátor a jiné. Nedostatkem současných supravodivých materiálů je nutnost chladit je na velmi nízké teploty. Je zřejmé, že pro optimální využití supravodivosti je třeba další základní i aplikovaný výzkum.

Pro střídavý proud je odpor supravodičů nenulový a dochází k disipaci energie. Jedním z mechanismů disipace u supravodičů je pohyb kvantovaných vírů. Kvantované víry jsou zodpovědné za vyšší kritické pole supravodičů a umožňují aplikace supravodičů ve vyšších magnetických polích. Dosud nebyl nalezen přesný popis dynamiky kvantovaných vírů. Na pochopení této problematiky pracuje řada pracovišť po celém světě a byla publikována řada rozdílných hypotéz.

Právě netradiční fyzikální jevy spojené se supravodivostí, které zároveň nejsou pouhým akademickým problémem, ale jejichž poznání vede k celé řadě aplikací, mě přilákaly ke studiu fyziky nízkých teplot. Zaujaly mě hlavně makroskopické kvantové jevy jako je supratekutost a supravodivost. Jedním z jevů, kde se kvantovou teorií řídí makroskopické jevy, je oblast fyziky zabývající se kvantovanými víry. Možnost zabývat se kvantovanými víry v supravodičích mě vedla ke spolupráci s laboratoří daleké infračervené spektroskopie při fyzikálním ústavu Akademie věd ČR v Praze v Cukrovarnické ulici.

Hlavním cílem laboratoře daleké infračervené spektroskopie je zkoumání vlastností kvantovaných vírů pomocí měření transmise (případně reflexe) tenkých supravodivých vrstev. Konečným cílem našeho úsilí je změření efektivní hmotnosti kvantovaného víru a pochopení dynamiky kvantovaných

vírů. Kontrolovaný pohyb kvantovaných vírů by mohl položit základy nového oboru výpočetní techniky, tzv. „fluxtroniky“ (z anglického *flux*).

V průběhu diplomové práce se povedlo dobudovat laboratoř pro měření transmise v infračervené oblasti při nízkých teplotách. Nainstalovali jsme kryostat pro optická měření a připravili software v prostředí LabView 8.1 na automatizovaná synchronizovaná měření. Měřili jsme transmisi supravodivé ultratenké vrstvy NbN v závislosti na teplotě pro různé frekvence při nulovém magnetickém poli a pro vybranou frekvenci pro různé hodnoty magnetického pole ve dvou orientacích: vektor magnetické indukce  $\vec{B}$  kolmý k vrstvě vzorku a paralelní s vrstvou. Měření jsou interpretována ve čtvrté kapitole (Výsledky měření). Pro nulová pole jsme byli nuceni kvantitativně interpretovat naše měření na základě teorie BCS. Měření v nenulovém poli jsme interpretovali kvalitativně pomocí představ o supravodivosti z teorie BCS a na základě popisu kvantovaných vírů.

# Kapitola 1

## Supravodivost

### 1.1 Historie supravodivosti

V roce 1911 se holandský fyzik Heike Kamerlingh-Onnes, který vyvinul nové aparatury pro dosahování nízkých teplot a zkapalnil helium, rozhodl zkoumat vlastnosti elektrického odporu čistých kovů při nízkých teplotách. Pro svá měření použil čistou rtuť, kterou je možné velmi výhodně čistit destilací. Při dosažení teploty 4,2 K klesl odpor rtuti na neměřitelně malou hodnotu. Tento jev byl později pojmenován supravodivost, dle schopnosti vést bez odporu stejnosměrný elektrický proud. Hned rok nato Kamerlingh-Onnes zjistil, že dostatečně silné magnetické pole zruší nulový odpor. Dále objevil další látky vykazující nulový odpor při nízkých teplotách. Až v roce 1933 byla objevena Meissnerem a Ochsenfeldelem druhá typická vlastnost supravodičů - schopnost vytěšňovat magnetické pole ze svého objemu. Tento jev byl dle objevitelů pojmenován Meissnerův-Ochsenfeldův jev, častěji známý jen jako Meissnerův jev. Jako první vysvětlili tento jev bratři Londonové, Fritz a Heinz, jejichž fenomenologická teorie vztáhla elektrický proud k vektorovému potenciálu  $\vec{A}$  a byla schopna určit penetrační délku vniku magnetického i elektrického pole.

Další pokrok v pochopení supravodivosti byl učiněn modifikací obecné Landauovy teorie fázových přechodů. Ginzburg s Landauem upravili tuto teorii pro supravodiče a odvodili na jejím základě Ginzburgovy-Landauovy rovnice, jež umožňují popsat makroskopické chování supravodičů. I tato teorie však byla fenomenologická a nevysvětlila vznik supravodivosti na základě fundamentálních principů fyziky.

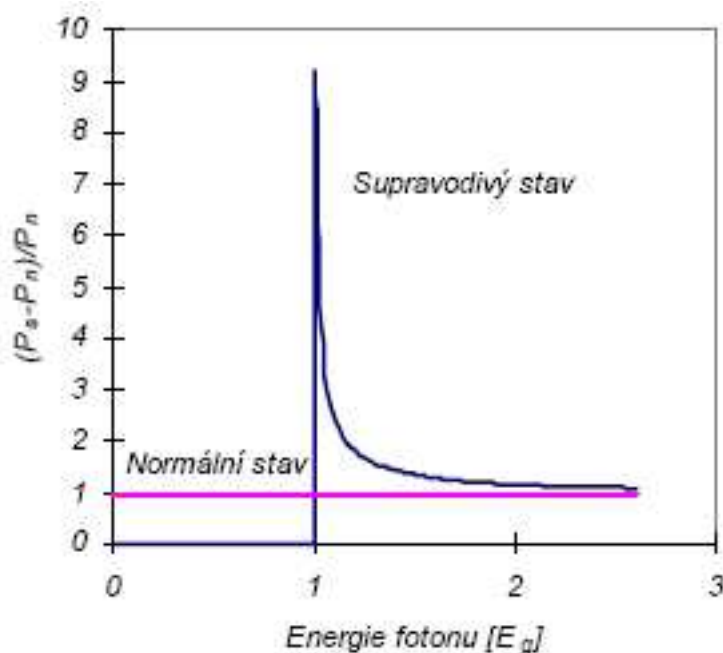
V roce 1950 předpověděl H. Frohlich, že teplota přechodu bude záviset na průměrné izotopické hmotnosti. Tento jev, tzv. *izotopický efekt*, byl ještě téhož roku experimentálně potvrzen a naznačil, že supravodivost je způsobena fonon-elektronovou interakcí. O sedm let později přišli J. Bardeen, L. Cooper a J. R. Schrieffer se svojí teorií, dnes známou zkráceně jako teorie BCS (dle úvodních písmen jmen autorů). Tato teorie předpokládá tvorbu elektronových párů, které vedou supravodivý proud za pomoci přitažlivé



elektron-fononové interakce. Tato teorie je v souladu s dříve formulovanými teoriemi bratří Londonů a Ginsburga s Landauem. Teorie BCS do dnešních dnů nebyla překonána a v limitě tzv. slabé vazby je stále platná. U některých supravodičů se však místo fonon-elektronové interakce předpokládá jiný mechanismus přitažlivé interakce.

## 1.2 Základní vlastnosti supravodičů

Jak jsme již zmínili, pro supravodiče jsou charakteristické dvě základní vlastnosti: schopnost vést stejnosměrný proud bez odporu a schopnost vytěsnit magnetické pole ze svého objemu. Je nutno zdůraznit, že supravodiče vedou bez odporu jen stejnosměrný proud. Supravodivý proud vedený Cooperovými páry zkratuje v supravodiči normální proud, jelikož supravodič stíní elektrické pole, čímž brání elektrickému poli působit na normální elektrony. Při střídavém proudu není supravodič schopen okamžitě stínit měnící se elektrické pole a pole začne působit i na normální elektrony, což vede k disipaci energie a k nenulovému odporu.



Obrázek 1.1: Absorbovaný výkon supravodivé a normální fáze ([12])

Dalším typickým společným znakem supravodičů je reakce na elektromagnetické záření. Pro viditelné světlo můžeme pozorovat, že při přechodu do supravodivého stavu se optické vlastnosti nemění. Rozdíly nastávají v oblasti spektra od statických polí až po infračervenou oblast. Měření absorpce ukázala, že v supravodivé fázi existuje ve spektru elektronů energetická mezera  $E_g$ . V oblasti elektromagnetického záření s energií srovnatelnou s energií

$E_g$  nabývá absorpce maxima, pro energie fotonů  $\hbar\omega > E_g$  se normální a supravodivá fáze chovají stejně. Názorně lze vše vidět na obrázku 1.1.

Stínění magnetického pole není pro všechny supravodivé materiály dokonalé. Dle schopnosti stínit magnetické pole se dělí supravodiče na dva základní typy. Supravodiče I. druhu se vyznačují ideálním diamagnetismem až do *kritického magnetického pole*  $B_c$ . Po překročení této meze přestane být materiál supravodivým. Supravodiče II. typu se při nízkých magnetických polích až do tzv. *dolního kritického pole*  $B_{c1}$  chovají stejně jako supravodiče I. druhu. Pro vyšší magnetická pole však neztrácejí supravodivé vlastnosti skokem. Supravodič pustí do svého nitra magnetické pole ve formě kvantovaných vírů a zvyšuje svou susceptibilitu plynule z hodnoty  $-1$  (ideální diamagnetismus) až na nulu. Nulové susceptibility nabude supravodič při tzv. *horním kritickém poli*  $B_{c2}$ , kdy ztratí supravodivé vlastnosti a přejde do normálního stavu. Velikost kritických polí závisí na teplotě a pro kritické pole  $B_c(T)$  byla experimentálně nalezena závislost

$$B_c(T) = B_c(0) \sqrt{1 - \frac{T^2}{T_c^2}}. \quad (1.1)$$

# Kapitola 2

## Optické vlastnosti kovů

Experiment, který si dále představíme, spočívá v měření transmise tenké vrstvy supravodivého materiálu. Měření transmise probíhala v závislosti na teplotě v normálním a supravodivém stavu. Nejprve v této kapitole budeme zkoumat optické vlastnosti normálního stavu. Pro supravodivý stav zůstanou rovnice v platnosti až na změnu konstant způsobenou změnou vodivosti. Optické vlastnosti můžeme popsat pomocí komplexní permitivity.

### 2.1 Komplexní index lomu

Pro popis interakce světla s látkou vycházíme z popisu elektrické části rovinné monochromatické vlny<sup>1</sup>

$$E(\vec{r}, t) = E_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}, \quad (2.1)$$

kde  $\vec{r}$  je polohový vektor,  $t$  je čas,  $\vec{k}$  je vlnový vektor,  $\omega$  je kruhová frekvence,  $E_0$  je amplituda elektrické složky světla a „ $\cdot$ “ standardně označuje skalární součin.

Tento vztah si dále zjednodušíme předpokladem, že se elektromagnetická vlna šíří ve směru osy  $z$

$$E(z, t) = E_0 e^{i(kz - \omega t)}. \quad (2.2)$$

Velikost vlnového vektoru  $k = |\vec{k}|$  se dá vyjádřit jako

$$k = \frac{2\pi}{\lambda/n} = \frac{n\omega}{c}, \quad (2.3)$$

kde  $n$  je index lomu,  $\lambda$  je vlnová délka světla ve vakuu a  $c$  je rychlost světla ve vakuu. Směr vlnového vektoru  $\vec{k}$  je dán směrem šíření světla. Pro popis typických kovových vlastností jako je vysoká odrazivost (tzv. „kovový lesk“)

---

<sup>1</sup>Často se používá jiný matematický popis světla  $E(\vec{r}, t) = E_0 e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$ , který však vede k jen formálně jiným vztahům než následující popis (2.1).

a absorpce světla při průchodu kovem, nevystačíme s reálným vlnovým vektorem a je nutné zavést komplexní vlnový vektor

$$\tilde{k} = \tilde{n} \frac{\omega}{c} = (n + i\kappa) \frac{\omega}{c}, \quad (2.4)$$

čímž jsme zároveň zavedli komplexní index lomu  $\tilde{n}$ . Dosadíme-li do rovnice (2.1) nově zavedený komplexní vlnový vektor (2.4), dostáváme

$$E(z, t) = E_0 e^{i(\omega \tilde{n} z / c - \omega t)} = E_0 e^{-\kappa \omega z / c} e^{i(\omega n z / c - \omega t)}, \quad (2.5)$$

což ukazuje, že nenulový extinční koeficient  $\kappa$  vede k exponenciálnímu poklesu intenzity světla v prostředí. Optická intenzita je přímo úměrná čtverci elektrického pole, tj.  $I \propto EE^*$ . Intenzita světla tudíž klesne při průchodu prostředím na vzdálenosti  $d$  jako  $e^{-2\kappa \omega d / c}$ .

## 2.2 Šíření světla vrstevnatým prostředím

Narazí-li světlo při svém šíření na povrch, to jest na nespojitost v indexech lomu, část světla se odrazí a část projde do nového prostředí. Prošlé světlo může být dále na své trase absorbováno. Odraz a transmise světla závisí na indexech lomu prostředí a na polarizaci vlny. Při kolmém dopadu, kterým se zde budeme výhradně zabývat, však nelze rozlišit polarizaci vlny kolmou k rovině dopadu od polarizace rovnoběžné s rovinou dopadu, neboť pro kolmý dopad nelze jednoznačně definovat rovinu dopadu a vztahy pro obě polarizace jsou identické. V dalším výkladu budeme používat značení dle obrázku (2.2). Index  $i$  značí dopadající, index  $r$  odraženou a index  $t$  prošlou vlnu. Číselný index u indexu lomu  $n$  se pak vztahuje k  $n$ -té vrstvě<sup>2</sup>, přičemž nultá vrstva je prostředí, ze kterého na vrstvu dopadá vlna. Pro popis odrazu světla zavedeme amplitudový koeficient odrazu [2]

$$r_{01} = \frac{E_{0r}}{E_{0i}} = \frac{\tilde{n}_0 - \tilde{n}_1}{\tilde{n}_0 + \tilde{n}_1} \quad (2.6)$$

a amplitudový koeficient transmise

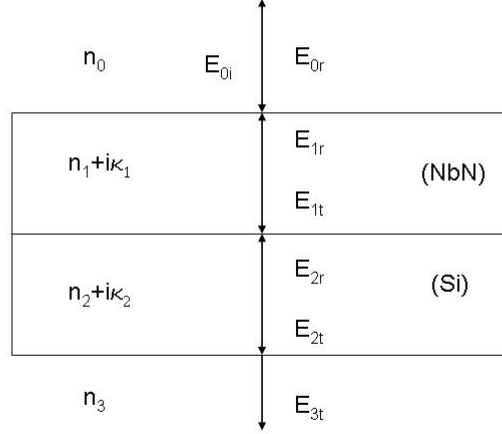
$$t_{01} = \frac{E_{1t}}{E_{0i}} = \frac{2\tilde{n}_0}{\tilde{n}_0 + \tilde{n}_1}. \quad (2.7)$$

Vezměme nyní vrstvu o tloušťce  $d_1$  obklopenou různými prostředími o indexech lomu z jedné strany  $n_0$  a z druhé strany  $n_2$ . Světlo bude dopadat z prostředí 0 kolmo na povrch a budeme hledat výslednou amplitudu prošlého světla. Do výpočtu je třeba zahrnout absorpci a vícenásobný odraz ve vrstvě. Zavedeme

$$\delta_1 = \frac{\tilde{n}_1 \omega}{c} d_1 \quad (2.8)$$

---

<sup>2</sup> $n$  značí index lomu,  $n$  označuje pořadí vrstvy.



Obrázek 2.1: Odraz, šíření a transmise světla vrstevnatým prostředím

a nyní můžeme sčítat jednotlivé vlny. Suma se bude skládat z vlny, která projde přes obě rozhraní, dále z vlny, která projde přes první rozhraní, dvakrát se odrazí ve vrstvě a projde druhým rozhraním atd.

$$\frac{E_{2t}}{E_{0i}} = t_{01}e^{i\delta_1}t_{12} + t_{01}e^{i\delta_1}r_{12}e^{i\delta_1}r_{10}e^{i\delta_1}t_{12} + t_{01}e^{i\delta_1}r_{12}e^{i\delta_1}r_{10}e^{i\delta_1}r_{12}e^{i\delta_1}r_{10}e^{i\delta_1}t_{12} + \dots, \quad (2.9)$$

což lze upravit

$$\frac{E_{2t}}{E_{0i}} = t_{01}e^{i\delta_1}t_{12}(1 + r_{12}e^{i\delta_1}r_{10}e^{i\delta_1} + r_{12}e^{i\delta_1}r_{10}e^{i\delta_1}r_{12}e^{i\delta_1}r_{10}e^{i\delta_1} + \dots). \quad (2.10)$$

Členy v závorce tvoří součet geometrické řady o kvocientu  $q = r_{12}r_{10}e^{i2\delta_1}$ , jehož absolutní hodnota je menší než jedna ( $|q| < 1$ ) a tudíž součet geometrické řady  $S$  konverguje a je roven

$$S = \frac{1}{1 - q}. \quad (2.11)$$

Celkově tedy dostáváme pro podíl prošlého a dopadajícího záření pro jednu vrstvu

$$t_{02} = \frac{E_{2t}}{E_{0i}} = \frac{t_{01}t_{12}e^{i\delta_1}}{1 - r_{12}r_{10}e^{i2\delta_1}}. \quad (2.12)$$

Obdobným výpočtem získáme i amplitudový koeficient reflexe pro jednu vrstvu

$$r_{02} = \frac{E_{0r}}{E_{0i}} = \frac{r_{01} + r_{12}e^{2i\delta_1}}{1 + r_{01}r_{12}e^{2i\delta_1}}. \quad (2.13)$$

Pro více vrstev již není výhodné použít sčítání jednotlivých paprsků, ale je možné použít méně názorné, avšak efektivnější metody [1]. Výsledkem jsou rekurentní vztahy pro amplitudové koeficienty pro (n-1) vrstev<sup>3</sup>

$$r_{0n} = \frac{r_{01} + r_{1n}e^{2i\delta_1}}{1 + r_{01}r_{1n}e^{2i\delta_1}} \quad (2.14)$$

$$t_{0n} = \frac{t_{01}t_{1n}e^{i\delta_1}}{1 + r_{01}r_{1n}e^{2i\delta_1}}. \quad (2.15)$$

Koeficient  $t_{1n}$  vypočítáme jako  $t_{0(n-1)}$ , když v rovnici (2.14) provedeme změnu indexů ( $1 \rightarrow 0, 2 \rightarrow 1$  atd.) a obdobně si poradíme s  $r_{1n}$ . Koeficient  $t_{12}$ , respektive  $r_{12}$ , vypočítáme na základě vztahu (2.7), respektive (2.6). V dalším průběhu nás bude zajímat dvojrstva NbN a Si (viz obrázek 2.2). Pro úplnost uvádíme explicitně transmisní amplitudový koeficient pro dvojrstvu

$$t_{03} = \frac{t_{01} \left[ \frac{t_{12}t_{23}e^{i\delta_2}}{1+r_{12}r_{23}e^{i2\delta_2}} \right] e^{i\delta_1}}{1 + r_{01} \left[ \frac{r_{12}+r_{23}e^{2i\delta_2}}{1+r_{12}r_{23}e^{i2\delta_2}} \right] e^{i2\delta_1}}. \quad (2.16)$$

V experimentech neměříme amplitudy, ale intenzitu  $I$ , která je amplitudě úměrná,  $I \sim EE^*$ . Zavedeme proto intenzitní koeficient transmise a reflexe, které budeme značit velkými písmeny  $T$  a  $R$

$$R = \frac{I_r}{I_i} = rr^* \quad (2.17)$$

$$T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{n_n}{n_0} tt^*. \quad (2.18)$$

## 2.3 Dielektrické vlastnosti kovů

Reálný index lomu  $n$  je roven  $\sqrt{\varepsilon_r}$ . V předchozí kapitole jsme zavedli komplexní index lomu  $\tilde{n}$ , což implikuje existenci komplexní permitivity. Nejprve se budeme zabývat reálnou permitivitou, která vstupuje do vztahu mezi elektrickou intenzitou a elektrickou indukcí

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0(1 + \chi) \vec{E}, \quad (2.19)$$

kde  $\vec{P}$  je polarizace a  $\chi$  je susceptibilita. Definujeme relativní permitivitu

$$\varepsilon_r = 1 + \chi. \quad (2.20)$$

---

<sup>3</sup>n je index prostředí, do kterého světla z vrstevnatého prostředí vystupuje.

Pro odvození komplexní permitivity vyjdeme z Maxwellovy rovnice

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j} \quad (2.21)$$

a využijeme Ohmova zákona a časové závislosti ve tvaru  $e^{-i\omega t}$

$$\nabla \times \vec{H} = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} + \sigma\vec{E} = -i\omega\varepsilon_0 \left( \varepsilon_r + i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} \right). \quad (2.22)$$

Výraz v závorce vyjadřuje komplexní permitivitu<sup>4</sup>

$$\tilde{\varepsilon}_r = \varepsilon_r + i\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}. \quad (2.23)$$

Vztah mezi komplexní permitivitou a komplexním indexem lomu je analogický vztahu mezi reálnými veličinami

$$\tilde{n} = \sqrt{\tilde{\varepsilon}_r}. \quad (2.24)$$

Výraz pro komplexní permitivitu může být dále zobecněn

$$\tilde{\varepsilon}_r(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{i\tilde{\sigma}(\omega)}{\varepsilon_0\omega}, \quad (2.25)$$

kde  $\varepsilon_\infty$  je konstantní vysokofrekvenční část permitivity a druhý člen je příspěvek od valenčních elektronů, vyjádřený pomocí komplexní vodivosti

$$\tilde{\sigma}(\omega) = \sigma_1(\omega) + i\sigma_2(\omega). \quad (2.26)$$

Reálná složka vodivosti  $\sigma_1$  není na imaginární složce  $\sigma_2$  zcela nezávislá. Jejich vzájemnou závislost vyjadřují Kramersovy-Kroningovy relace

$$\sigma_1(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\omega' \sigma_2(\omega') d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2} + \text{konst} \quad (2.27a)$$

$$\sigma_2(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sigma_1(\omega') d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2}. \quad (2.27b)$$

Komplexní vodivost normální fáze je možné dobře popsat pomocí Drudeho modelu, jemuž se věnujeme v následující sekci.

## 2.4 Drudeho-Lorentzův model

Nyní se budeme zabývat vlastnostmi kovů ovlivněnými valenčními elektrony. Drudeho model předpokládá, že elektrony jsou volné a interagují spolu jen

<sup>4</sup>V dalším textu míváme permitivitou relativní permitivitu.

prostřednictvím srážek, při kterých se jejich hybnost mění skokem a výsledná hybnost nezávisí na minulosti částice. Elektronový plyn je v tomto modelu v termodynamické rovnováze s okolím a elektrony se řídí Maxwellovým-Boltzmanovým rozdělením (klasická statistika). Lorentz vylepšil Drudeho model přidáním tlumící síly. Pohybovou rovnici pro valenční elektrony můžeme v jeho přiblížení napsat ve tvaru

$$m_e \frac{d^2 x}{dt^2} + m_e \gamma \frac{dx}{dt} = -eE, \quad (2.28)$$

kde  $\gamma$  reprezentuje tlumení a  $e$  je absolutní hodnota náboje elektronu. Uvědomíme-li si, že  $dx/dt$  je rychlost  $v$  a že  $m_e v$  je hybnost  $p$  elektronu, můžeme přepsat rovnici do tvaru

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{p}{\tau} - eE, \quad (2.29)$$

kde jsme navíc ještě nahradili tlumení  $\gamma$  veličinou  $1/\tau$ , kde  $\tau$  je střední doba mezi dvěma srážkami.

Nyní se budeme zabývat působením světla na valenční elektrony. Světlo je elektromagnetické záření, jehož elektrická složka se mění v čase jako  $E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$ . Pro řešení pohybové rovnice (2.29) tudíž zvolíme časovou závislost všech veličin ve stejném tvaru jako je časová závislost světla, tj.  $e^{-i\omega t}$ , a dostáváme

$$-i\omega m_e v e^{-i\omega t} + \frac{m_e v}{\tau} e^{-i\omega t} = -e E_0 e^{-i\omega t}, \quad (2.30)$$

z čehož vyjádříme rychlost  $v$  jako

$$v(t) = \frac{-e\tau}{m_e} \frac{1}{1 - i\omega\tau} E(t). \quad (2.31)$$

Hustota elektrického proudu je svázaná s rychlostí i s elektrickým polem Ohmovým zákonem

$$j = -N e v = \sigma E, \quad (2.32)$$

kde  $\sigma$  je elektrická vodivost. Dosazením za rychlost z rovnice (2.31) a porovnáním obou stran rovnice (2.32) po úpravě, dostane výraz pro komplexní vodivost

$$\tilde{\sigma}(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}, \quad (2.33)$$

kde

$$\sigma_0 = \frac{N e^2 \tau}{m_0} \quad (2.34)$$

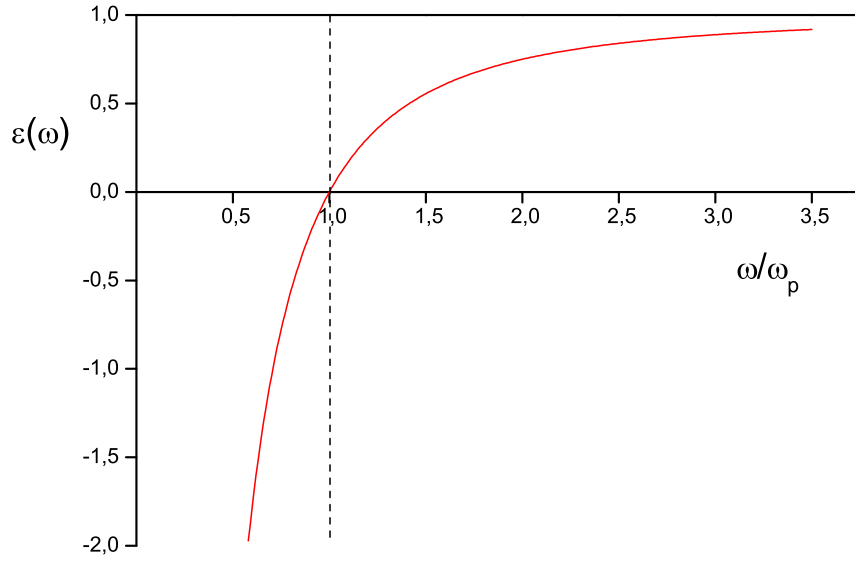
je vodivost, kterou naměříme ve stejnosměrném elektrickém poli.

Komplexní vodivost udává příspěvek vodivostních elektronů k permitivitě<sup>5</sup>

$$\tilde{\epsilon}_r(\omega) = 1 + \frac{i\tilde{\sigma}(\omega)}{\epsilon_0 \omega}. \quad (2.35)$$

<sup>5</sup>Uvažujeme zde jen valenční elektrony, proto  $\epsilon_\infty = 1$ .





Obrázek 2.2: Permittivita v závislosti na frekvenci v Drudeho modelu (v limitě nulového tlumení  $\gamma \rightarrow 0$ )

Informace obsažená ve vysokofrekvenční vodivosti  $\sigma(\omega)$  je ekvivalentní informaci obsažené v permittivitě  $\varepsilon_r(\omega)$ <sup>6</sup>. Zavedeme tzv. *plasmovou frekvenci*  $\omega_p$

$$\omega_p = \left( \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.36)$$

a dosazením výsledku (2.33) do vzorce (2.35) explicitně vyjádříme komplexní permittivitu  $\tilde{\varepsilon}_r = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2$

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (2.37)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\omega_p^2 \tau}{\omega(1 + \omega^2 \tau^2)}. \quad (2.38)$$

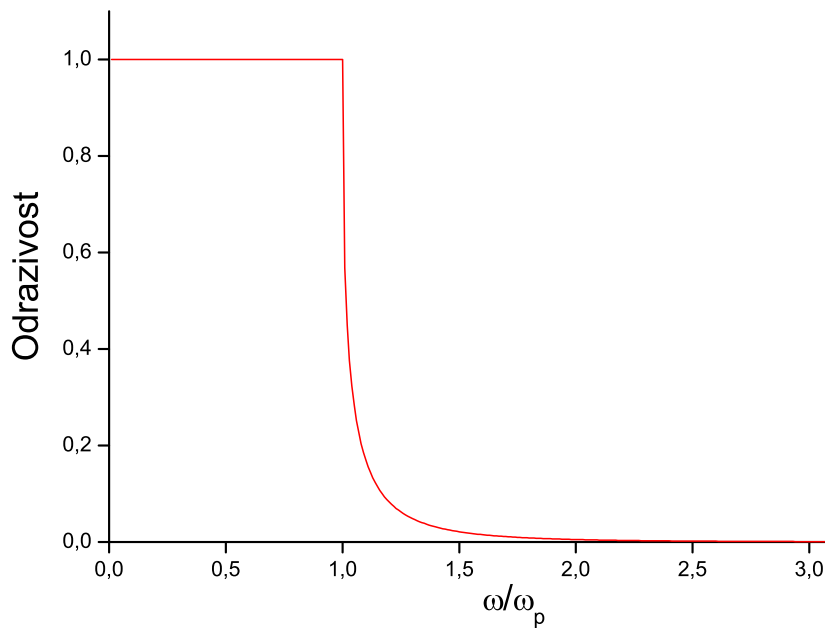
Význam plasmové frekvence  $\omega_p$  se názorně projeví v limitě nulového tlumení,  $\gamma \rightarrow 0$  nebo ekvivalentně při  $\tau \rightarrow \infty$ . Vzorec pro permittivitu se značně zjednoduší

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}. \quad (2.39)$$

Relativní permittivita je čistě reálná a to buď  $\varepsilon_r < 0$  pro  $\omega < \omega_p$  nebo  $\varepsilon_r > 0$

---

<sup>6</sup>Za výše zmíněného předpokladu zanedbání všech příspěvků k permittivitě až na vodivostní elektrony.



Obrázek 2.3: Odrazivost v Drudeho-Lorentzově modelu (pro limitu nulového tlumení  $\gamma \rightarrow 0$ )

pro  $\omega > \omega_p$  a právě nulová pro  $\omega = \omega_p$ , viz obrázek 2.2. Připomeneme-li si, že index lomu je roven  $\sqrt{\epsilon_r}$ , vidíme, že index lomu  $n$  bude reálný pro  $\omega > \omega_p$  a světlo bude materiálem procházet. Naopak, bude-li permitivita záporná, bude index lomu čistě komplexní a světelná vlna bude evanescentní, tj. bude v materiálu rychle utlumena a všechno světlo se odrazí ( $R = 1$ ). Kovy tedy odrazí většinu světla o frekvencích menších než plasmová frekvence a odrazivost pro frekvence větší než  $\omega_p$  klesá, viz obrázek 2.3. Drudeho-Lorentzův model je samozřejmě značným zjednodušením reality, nicméně velmi dobře vystihuje základní rysy optických vlastností kovů.

# Kapitola 3

## Teorie BCS a elektrodynamika supravodičů

V této kapitole popíšeme základy Bardeenovy-Cooperovy-Schriefferovy teorie supravodivosti (teorie BCS) a ukážeme si, jak se tato teorie zohledňuje interakci elektromagnetického záření se supravodičem. Vzhledem k obsáhlosti teorie BCS odkazujeme čtenáře pro podrobnější čtení na literaturu [11, 15].

### 3.1 Úvod do teorie BCS

Teorie BCS vysvětluje supravodivost mikroskopicky. Předpokládá, že v supravodiči existuje přitažlivá interakce mezi dvojicí elektronů, která překoná odpudivou Coulombickou interakci a dvojice elektronů se spáruje. Párují se elektrony s opačným spinem, tudíž celkový spin páru bude nulový a pár se bude chovat podobně jako boson. Tyto tzv. *Cooperovy páry* jsou zodpovědné za supravodivost.

Začněme s úplně nejjednodušší představou, jak dojít k přitažlivé interakci mezi párem elektronů. Záporně nabitý elektron pohybující se v poli kladně nabitých jader je přitahuje. Mřížka kladných iontů je v jistém smyslu rigidní, ale dokáže se lehce deformovat. Výsledkem Coulombova přitahování mezi elektronem a kladně nabitými jádry je zvýšení hustoty kladného náboje na trajektorii elektronu. Zvýšená koncentrace kladného náboje přitahuje další elektron a to vede ke vzniku přitažlivé interakce. Je nutné podotknout, že fluktuační kladného náboje průchodem elektronu je nestabilní a jádra relaxují zpět do původních poloh.

Přesnější popis dostáváme pomocí kvantové teorie, jíž popíšeme elektron-fononovou interakci. Představme si, že elektron ve stavu  $|k\rangle$  emituje fonon  $|q\rangle$  a přejde do stavu  $|k - q\rangle$ . Druhý elektron ve stavu  $|k'\rangle$  absorbuje vyzařovaný fonon  $|q\rangle$  a přejde do stavu  $|k' + q\rangle$ . Výsledkem tohoto procesu je změna stavu obou elektronů a nezměněná fononová bilance. Podobným způsobem se za pomoci fotonů popisuje elektromagnetická interakce. Výměna

intermediálních fononů vede k efektivnímu potenciálu [3]

$$V_{qk}^{ef} = \frac{2|M_q|^2\hbar\omega(q)}{[E(k) - E(k - q)]^2 - \hbar^2\omega^2(q)}, \quad (3.1)$$

kde

$$M_q = \langle k|H|k - q\rangle. \quad (3.2)$$

V závislosti na frekvenci  $\omega(q)$  může být elektron-fononová interakce přitažlivá nebo odpudivá. Odpudivá interakce ke vzniku supravodivosti nevede, a tak se budeme zabývat přitažlivou interakcí. Ta nastává při splnění podmínky

$$|E(k) - E(k \pm q)| < \hbar\omega(q). \quad (3.3)$$

Je nutné si uvědomit, že elektrony se řídí Pauliho vylučovacím principem, takže přechod mezi stavy může nastat jen z obsazeného stavu do prázdného. Podmínku (3.3) lze splnit pouze pro elektrony na povrchu Fermiho sféry do hloubky  $\hbar\omega_{\max}$ , kde  $\omega_{\max}$  je maximální možná frekvence fononu.

Pro vznik supravodivosti je nutné započítat i odpudivou Coulombickou interakci a celkový efektivní potenciál musí být přitažlivý. Napišme si Fourierův obraz efektivního potenciálu [3]

$$V_{k,q} = V_c + \frac{2|M_q|^2\hbar\omega(q)}{[E(k) - E(k - q)]^2 - \hbar^2\omega^2(q)}, \quad (3.4)$$

kde  $V_c$  je Fourierův obraz Coulombova potenciálu. Pouze při splnění podmínky (3.3) může být interakce přitažlivá. O tom, zda převládne Coulombická či elektron-fononová interakce, rozhoduje velikost maticového elementu  $|M_q|$ . Supravodivost tedy budeme hledat v látkách se silnou elektron-fononovou interakcí, což jsou za normálních podmínek špatné vodiče<sup>1</sup>.

Cooper ukázal, že elektron ve stavu  $|k \uparrow\rangle$  se bude párovat s druhým elektronem, který bude ve stavu  $|-k \downarrow\rangle$ . Požadavek opačných spinů je zřejmý, jelikož párování antiparalelních spinů je energeticky výhodnější. Takto vázané elektrony tvoří tzv. *Cooperův pár*. Kinetická energie páru je vyšší než původní energie nespárovaných elektronů, nicméně díky přitažlivé interakci je celková energie nižší. Elektrony z okolí Fermiho sféry se párují a obsazují stavy nad Fermiho sférou. Kinetická energie každého následujícího vzniklého páru je vyšší než předchozího, až absolutní hodnoty kinetické energie a energie přitažlivého potenciálu jsou si rovny. Tvorba dalších párů je dále energeticky nevyhodná. V supravodičích se spáruje asi jen  $10^{-4}$  všech elektronů. Přitažlivá interakce je dalekodosahová a vzdálenost elektronů v Cooperově páru je makroskopická (až  $10^{-4}$  cm), tudíž se mnohé Cooperovy páry překrývají.

Pro popis elektronů se používá vícečástečková vlnová funkce  $\psi$ , která je lineární kombinací jednoelektronových vlnových funkcí a musí být pro fermiony antisymetrická. K jejímu popisu poslouží *Slaterův determinant*, viz [7].

<sup>1</sup>silná elektron-fononová interakce vede k rozptylu elektronů a tím ke zvýšení odporu.

Slaterovy determinanty můžeme elegantně vyjádřit pomocí formalismu *druhého kvantování*. Formalismus druhého kvantování pracuje s kreačními a anihilačními operátory, které pro fermiony musí splňovat antikomutační relace

$$[c_{k\sigma}, c_{k'\sigma'}^*]_+ \equiv c_{k\sigma}c_{k'\sigma'}^* + c_{k'\sigma'}^*c_{k\sigma} = \delta_{kk'}\delta_{\sigma\sigma'} \quad (3.5)$$

$$[c_{k\sigma}, c_{k'\sigma'}]_+ = [c_{k\sigma}^*, c_{k'\sigma'}^*]_+ = 0, \quad (3.6)$$

kde  $\sigma$  značí spin. Operátor počtu částic  $n_{k\sigma}$  je definován vztahem

$$n_{k\sigma} = c_{k\sigma}^*c_{k\sigma} \quad (3.7)$$

a jeho vlastní hodnoty pro fermiony jsou 1, pokud působí na obsazený stav, a 0 při působení na prázdný stav.

Bardeen, Cooper a Schrieffer postulovali vlnovou funkci základního stavu ve tvaru

$$|\psi_G\rangle = \prod_k (u_k + v_k c_{k\uparrow}^* c_{-k\downarrow}^*) |0\rangle, \quad (3.8)$$

kde  $|0\rangle$  je vakuová funkce pro ideální elektronový plyn. Koefficienty  $u_k$  a  $v_k$  jsou *koherenční koeficienty*, jež jsou obecně komplexní čísla splňující podmínku

$$|u_k|^2 + |v_k|^2 = 1, \quad (3.9)$$

což implikuje význam pravděpodobnosti.  $|u_k|^2$  je pravděpodobnost, že stav  $|+\vec{k}\uparrow; -\vec{k}\downarrow\rangle$  je prázdný,  $|v_k|^2$  je pravděpodobnost, že je obsazen. Vlnová funkce základního stavu představuje fázově koherentní superpozici jednoelektronových stavů. Speciální případ vlnové funkce BCS s koeficienty rovnými

$$u_k = 0, \quad v_k = 1, \quad \text{pro } k < k_F \quad (3.10)$$

$$u_k = 1, \quad v_k = 0, \quad \text{pro } k > k_F \quad (3.11)$$

odpovídá normálnímu stavu.

Vyjádríme nyní hamiltonián supravodivé fáze

$$H = \sum_{k\sigma} \epsilon_k n_{k\sigma} + \sum_{kl} V_{kl} c_{k\uparrow}^* c_{-k\downarrow}^* c_{l\downarrow} c_{-l\uparrow}, \quad (3.12)$$

přičemž jsme zanedbali všechny členy, které jsou společné pro supravodivou a normální fázi a vedou pouze k aditivní konstantě v energii. Dále budeme pracovat v grandkanonickém souboru, takže je třeba regulovat střední počet částic. Toho docílíme přidáním členu  $-\mu \sum_{k\sigma} n_{k\sigma}$  k hamiltoniánu supravodivé fáze

$$H = \sum_{k\sigma} \xi_k n_{k\sigma} + \sum_{kl} V_{kl} c_{k\uparrow}^* c_{-k\downarrow}^* c_{l\downarrow} c_{-l\uparrow}, \quad (3.13)$$

kde  $\xi_k = \epsilon_k - \mu$  je energie jedné částice vzhledem k Fermiho energii. K výpočtu základního stavu hamiltoniánu bude třeba určit koherenční koeficienty.

### 3.1.1 Výpočet koherenčních koeficientů pomocí kanonické transformace

Základní stav dle teorie BCS je fázově koherentním stavem elektronů a tudíž střední hodnota operátorů

$$b_k = \langle c_{-k\downarrow} c_{k\uparrow} \rangle \quad (3.14)$$

bude nenulová. V normální fázi jsou fáze náhodné a proto  $b_k = 0$ .

Hamiltonián (3.12) přepíšeme pomocí nově zavedených operátorů

$$H = \sum_{k\sigma} \xi_{k\sigma} n_{k\sigma} + \sum_{kl} V_{kl} (c_{k\uparrow}^* c_{-k\downarrow}^* b_l + b_k^* c_{-l\downarrow} c_{l\uparrow} - b_k^* b_l), \quad (3.15)$$

kde  $b_k$  a  $b_l$  se určí selfkonzistentně z rovnice (3.14). Dále definujeme *parametr zakázaného pásu*

$$\Delta_k = - \sum_l V_{kl} b_l = - \sum_l V_{kl} \langle c_{-l\downarrow} c_{l\uparrow} \rangle \quad (3.16)$$

a hamiltonián dostane tvar

$$H = \sum_{k\sigma} \xi_{k\sigma} n_{k\sigma} + \sum_k (\Delta_k c_{k\uparrow}^* c_{-k\downarrow}^* + \Delta_k^* c_{-l\downarrow} c_{l\uparrow} - \Delta_k^* b_l). \quad (3.17)$$

Daný hamiltonián lze upravit zavedením tzv. *Bogoljubovovy kanonické transformace*

$$\begin{aligned} c_{k\uparrow} &= u_k^* \gamma_{k0} + v_k \gamma_{k1}^* \\ c_{-k\downarrow}^* &= -v_k^* \gamma_{k0} + u_k \gamma_{k1}^*. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Vhodné je vyjádřit nové operátory pomocí kreačních a anihilačních operátorů inverzní transformací

$$\begin{aligned} \gamma_{k0} &= u_k c_{k\uparrow}^* - v_k c_{-k\downarrow}^* \\ \gamma_{k1}^* &= u_k^* c_{-k\downarrow}^* + v_k^* c_{k\uparrow}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Nyní prozkoumáme působení operátorů na základní stav BCS

$$\gamma_{k0} |\psi_G\rangle = \gamma_{k0} |\psi_G\rangle = 0 \quad (3.20)$$

$$\gamma_{k0}^* |\psi_G\rangle = c_{k\uparrow}^* \prod_{l \neq k} (u_l + v_l c_l c_l) |0\rangle \quad (3.21)$$

$$\gamma_{k1}^* |\psi_G\rangle = c_{-k\downarrow}^* \prod_{l \neq k} (u_l + v_l c_l c_l) |0\rangle \quad (3.22)$$

Je vidět, že operátory  $\gamma$  a  $\gamma^*$  jsou anihilační a kreační kvazičasticové operátory. Kvazičástici označíme  $|k \uparrow\rangle$ , čímž budeme rozumět elektron ve stavu

$|k \uparrow\rangle$ , přičemž stav  $| -k \downarrow\rangle$  je prázdný. Pro  $|k| > k_F$  se na kvazičástici díváme jako na elektron, pro  $|k| < k_F$  jako na díru. Absorbuje-li supravodivý elektron foton s energií  $\hbar\omega \geq 2\Delta$ , pak dojde k excitaci kvazičástice.

Dosažením z rovnice (3.18) upravíme hamiltonián (3.17) do tvaru

$$\begin{aligned} H = & \sum_k \xi_k [(|u_k|^2 - |v_k|^2)(\gamma_{k0}^* \gamma_{k0} + \gamma_{k1}^* \gamma_{k1}) + 2|v_k|^2 + 2u_k^* v_k^* \gamma_{k1} \gamma_{k0} \\ & + 2u_k v_k \gamma_{k0}^* \gamma_{k1}^*] + \sum_k [(\Delta_k u_k v_k^* + \Delta_k^* u_k^* v_k)(\gamma_{k0}^* \gamma_{k0} + \gamma_{k1}^* \gamma_{k1} - 1) \\ & + (\Delta_k v_k^{*2} - \Delta_k^* u_k^{*2}) \gamma_{k1} \gamma_{k0} + (\Delta_k^* v_k^2 - \Delta_k u_k^2) \gamma_{k0}^* \gamma_{k1}^* + \Delta_k b_k^*]. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Zvolíme-li koherenční koeficienty tak, aby členy obsahující  $\gamma_{k1} \gamma_{k0}$  a  $\gamma_{k1}^* \gamma_{k0}^*$  vymizely, hamiltonián získá diagonální tvar. Koeficienty musí splňovat podmínku

$$2\xi_k u_k v_k + \Delta_k^* v_k^2 - \Delta_k u_k^2 = 0. \quad (3.24)$$

Zavedeme *kvazičásticovou excitační energii*

$$E_k = (\Delta_k^2 + \xi_k^2)^{1/2} \quad (3.25)$$

a z podmínky (3.24) plyne

$$\frac{\Delta_k^* v_k}{u_k} = (\xi_k^2 + |\Delta_k|^2)^{1/2} - \xi_k = E_k - \xi_k. \quad (3.26)$$

Jelikož  $E_k$  a  $\xi_k$  jsou reálná čísla, musí být poměr  $\Delta_k^* v_k / u_k$  reálný. Rozdíl fáze  $v_k$  a  $u_k$  je roven fázi  $\Delta_k$ . Pro řadu účelů je možné  $u_k, v_k$  a  $\Delta$  zvolit jako reálná čísla.

S ohledem na podmínku (3.9) dostáváme z rovnice (3.26)

$$|v_k|^2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\xi_k}{E_k} \right) \quad (3.27a)$$

$$|u_k|^2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\xi_k}{E_k} \right) = 1 - |v_k|^2. \quad (3.27b)$$

Dosadíme-li za koherenční koeficienty do diagonalizovaného hamiltoniánu, dostaneme

$$H_{\text{red}} = \sum_k (\xi_k - E_k + \Delta_k b_k^*) + \sum_k E_k (\gamma_{k0}^* \gamma_{k0} + \gamma_{k0}^* \gamma_{k1}). \quad (3.28)$$

První člen je konstantní a druhý člen vyjadřuje energii kvazičástic. Základní stav s nejnižší energií bude stav bez kvazičástic, tj. druhý člen hamiltoniánu vypadne. Energií nejnižšího stavu je možné odvodit, aproximujeme-li obecný potenciál  $V_{kl}$

$$V_{kl} = \begin{cases} -V & \text{pokud } |\xi_k| \text{ a } |\xi_l| \leq \hbar\omega_{\text{max}} \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}, \quad (3.29)$$

kde  $V$  je kladná konstanta a  $\omega_{\max}$  je maximální fononová frekvence, která je zhruba rovna Debyově frekvenci  $\omega_D = k_B T_D / \hbar$ . Přepíšeme-li operátory  $c_k$  pomocí Bogoljubovy transformace v rovnici (3.16), získáme

$$\Delta_k = - \sum_l V_{kl} \langle c_{-l\downarrow} c_{l\uparrow} \rangle = - \sum_l V_{kl} u_l^* v_l \langle 1 - \gamma_{l0}^* \gamma_{l0}^* - \gamma_{l1}^* \gamma_{l1} \rangle. \quad (3.30)$$

Při výpočtu jsme zanedbali nediagonální členy, neboť jejich střední hodnoty jsou nulové. Pro základní stav s nejnižší energií vypadnou i členy  $\gamma_{l0}^* \gamma_{l0}^*$  a  $\gamma_{l1}^* \gamma_{l1}$  z důvodů zmíněných dříve a využitím aproximace pro potenciál (3.29) získáváme

$$\Delta_k = \begin{cases} \Delta & \text{pro } |\xi_k| < \hbar\omega_{\max} \\ 0 & \text{pro } |\xi_k| > \hbar\omega_{\max} \end{cases}. \quad (3.31)$$

Z rovnic (3.27) a (3.16) získáme self-konzistentní rovnici pro parametr zakázaného pásu

$$\Delta = V \sum_l \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{\xi_l^2}{E_l^2}} = \frac{V}{2} \sum_l \frac{\Delta}{\sqrt{\xi_l^2 + \Delta^2}}. \quad (3.32)$$

Zkrátíme  $\Delta$

$$1 = \frac{V}{2} \sum_l \frac{1}{\sqrt{\xi_l^2 + \Delta^2}}. \quad (3.33)$$

Nahradíme sumu integrálem od  $-\hbar\omega_m$  do  $+\hbar\omega_m$

$$1 = \frac{V}{2} \int_{-\hbar\omega_m}^{+\hbar\omega_m} \frac{N(\varepsilon) d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2}} \approx VN(0) \int_0^{\hbar\omega_m} \frac{d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2}}. \quad (3.34)$$

V druhém kroku jsme aproximovali hustotu stavů její hodnotu pro Fermiho energii a využili jsme symetrie integrálu. Vyřešením rovnice (3.34) získáváme

$$\Delta \approx \frac{\hbar\omega_m}{\sinh(1/VN(0))}. \quad (3.35)$$

Pro většinu supravodičů platí přiblížení slabé vazby, tj.  $N(0)V \ll 1$ , čímž se rovnice (3.35) ještě zjednoduší

$$\Delta = 2\hbar\omega_m e^{-1/VN(0)}. \quad (3.36)$$

Jelikož nás nezajímá aditivní konstanta hamiltoniánu, bude nejnižší energetický stav supravodiče roven kondenzační energii supravodivé fáze

$$E_c = \langle E \rangle_s - \langle E \rangle_n. \quad (3.37)$$

Energii supravodivé fáze vyjádříme z rovnice (3.12) použitím (3.27) a (3.32)

$$\langle \psi_G | H - \mu \hat{N} | \psi_G \rangle = \sum_k \left( \xi_k - \frac{\xi_k^2}{E_k} \right) - \frac{\Delta^2}{V} \quad (3.38)$$



a energie normální fáze při  $T = 0$  K odpovídá stavu BCS s koeficienty (3.10), což odpovídá

$$\langle \psi_n | H - \mu \hat{N} | \psi_n \rangle = \sum_{|k| < k_F} 2\xi_k. \quad (3.39)$$

Přejdeme-li od sum k integrálům a s využitím rovnice (3.36) získáme

$$\langle E \rangle_s - \langle E \rangle_n = \left[ \frac{\Delta^2}{V} - \frac{1}{2} N(0) \Delta^2 \right] - \frac{\Delta^2}{V} = -\frac{1}{2} N(0) \Delta^2. \quad (3.40)$$

Člen v hranatých závorkách představuje kinetickou energii, která je v supra-  
vodivém stavu vyšší než v normálním stavu, avšak je kompenzována druhým  
členem, jež charakterizuje přitažlivou potenciální energii.

### 3.1.2 Supravodič při $T > 0$ K

Vrátíme se znovu k hamiltoniánu (3.28) a rozebereme vlastnosti druhého  
členu. Operátory  $\gamma_{k_0}^* \gamma_{k_0}$  a  $\gamma_{k_0}^* \gamma_{k_1}$  jsou kvazičásticové operátory počtu částic  
a  $E_k$  má význam kvazičásticové excitační energie. Pravděpodobnost vybu-  
zení kvazičástice v termodynamické rovnováze je dána Fermiho-Diracovým  
rozdělením

$$f(E_k) = (e^{\beta E_k} + 1)^{-1}, \quad (3.41)$$

kde  $\beta = 1/k_B T$ , jak je ve statistické fyzice běžné. Můžeme nyní vyjádřit  
rovnici pro parametr zakázaného pásu z rovnice (3.30)

$$\begin{aligned} \Delta_k &= - \sum_l V_{kl} u_l^* v_l [1 - f(E_k)] \\ &= - \sum_l V_{kl} \frac{\Delta_l}{2E_l} \tanh \frac{\beta E_l}{2}. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Použijeme aproximaci potenciálu (3.29)

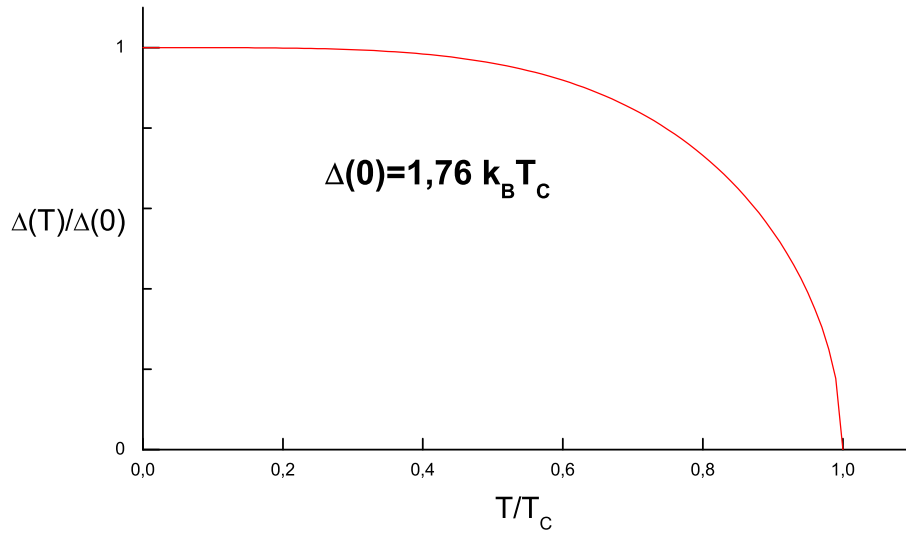
$$\frac{1}{V} = \frac{1}{2} \sum_k \frac{\tanh(\beta E_k / 2)}{E_k}. \quad (3.43)$$

Rovnice (3.43) představuje rovnici pro určení teplotní závislosti parametru  
zakázaného pásu. Budeme-li ji řešit pro  $\Delta(T) = 0$  a tudíž  $E_k = |\xi_k|$ , což jsou  
hodnoty pro normální stav, získáme kritickou teplotu přechodu. Od sumy  
přejdeme k integrálu obdobně jako v rovnici (3.34) a dostaneme

$$\frac{1}{N(0)V} = \int_0^{\hbar\omega_c} \frac{\tanh(\frac{1}{2}\beta\xi)}{\xi} d\xi. \quad (3.44)$$

Tento integrál je třeba řešit numericky a pro supravodiče, které splňují  
podmínku slabé vazby, získáme vztah pro kritickou teplotu

$$2\Delta(0) = 3,528 k_B T_c. \quad (3.45)$$



Obrázek 3.1: Závislost parametru zakázaného pásu  $\Delta$  na teplotě

Numerický faktor byl testován pro různé materiály a v praxi velmi dobře odpovídá. V praxi se hodnota  $2\Delta(0)$  pro různé materiály přece jenom liší, a to v intervalu od  $3 k_B T_c$  do  $4,5 k_B T_c$ , avšak nejčastější je hodnota předpovězená teorií BCS, což je považováno za její velký úspěch.

### 3.1.3 Teplotní závislost parametru zakázaného pásu

Přejdeme-li od sumy (3.43) k integraci, dostaneme integrál

$$\frac{1}{N(0)V} = \int_0^{\hbar\omega_c} \frac{\tanh \frac{1}{2}\beta(\xi^2 + \Delta^2)^{\frac{1}{2}}}{(\xi^2 + \Delta^2)^{\frac{1}{2}}} d\xi, \quad (3.46)$$

ze kterého můžeme numericky určit  $\Delta(T)$ . Pro supravodiče se slabou vazbou, tj.  $\hbar\omega_c/kT_c \gg 1$ , je poměr  $\Delta(T)/\Delta(0)$  funkcí redukované teploty  $t = T/T_c$ , která monotónně klesá z hodnoty 1 při 0 K na nulu při kritické teplotě (viz obrázek 3.1). V okolí absolutní nuly je funkce téměř konstantní, dokud není potřebná teplota k excitaci podstatného počtu kvazičástic. V blízkosti  $T_c$  padá funkce  $\Delta(T)$  k nule jako:

$$\frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} \approx 1,74 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.47)$$

Obdobná závislost na teplotě je typická pro všechny teorie „středního pole“. Je však možné vytvořit funkci, která popíše teplotní závislost parametru zakázaného pásu  $\Delta(T)$  v celém teplotním intervalu od 0K do  $T_c$ .

Pöpel [10] uvádí vztah

$$\frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} = \sqrt{\cos \left[ \frac{\pi}{2} \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right]}, \quad (3.48)$$

který se odchyľuje od přesných numerických výpočtů maximálně o 3%.

### 3.1.4 Hustota stavů

Celkový počet elektronů v kovu je stejný pro normální i supravodivou fázi. Proto platí

$$N_s(E)dE = N_n(\xi_k)d\xi_k. \quad (3.49)$$

Budeme se zajímat jen o okolí Fermiho energie široké několik meV, tak můžeme místo  $N_n(E)$  vzít hustotu stavu na Fermiho ploše. To vede k výsledku

$$N_s(E) = N(0) \frac{d\xi_k}{dE} = \begin{cases} \frac{E}{(E^2 - \Delta^2)^{1/2}} & (E > \Delta) \\ 0 & (E < \Delta). \end{cases} \quad (3.50)$$

## 3.2 Koherenční jevy

Nyní se budeme zabývat efekty vznikajícími působením vnějších vlivů na supravodič. Působení vnějších vlivů lze popsat pomocí interakčního hamiltoniánu

$$H_1 = \sum_{k\sigma, k'\sigma'} B_{k'\sigma', k\sigma} c_{k'\sigma'}^* c_{k\sigma}, \quad (3.51)$$

kde  $B_{k'\sigma', k\sigma}$  jsou maticové elementy operátoru poruchy (bude nás zajímat operátor poruchy popisující elektromagnetickou vlnu) mezi jednoelektronovými stavy normálního kovu. V normálním stavu jsou jednotlivé členy sumy nezávislé, naopak v supravodivém stavu, který je fázově koherentní superpozicí jednoelektronových stavů, jsou členy vzájemně závislé. Závislé budou členy  $c_{k'\sigma'}^* c_{k\sigma}$  a  $c_{-k-\sigma}^* c_{-k'-\sigma'}$ , neboť působí na stejné kvazičásticové stavy. Abychom mohli tyto členy sečíst, je třeba najít vztah mezi  $B_{k'\sigma', k\sigma}$  a  $B_{-k-\sigma, -k'-\sigma'}$ . Ty se naštěstí liší jen znaménkem, neboť oba reprezentují procesy se změnami hybnosti elektronu  $k' - k$  a spinu je  $\sigma' - \sigma$ , a dostáváme

$$B_{k'\sigma', k\sigma} (c_{k'\sigma'}^* c_{k\sigma} \pm c_{-k-\sigma}^* c_{-k'-\sigma'}), \quad (3.52)$$

kde znaménko závisí na typu poruchy. Mohou tedy nastat dva typy koherenčních jevů. První případ odpovídá hornímu znaménku a zahrnuje hlavně elektron-fononové procesy (např. útlum ultrazvuku). Druhý případ je typický pro interakci elektronů s fotony, kterou popisuje interakční člen  $\vec{p} \cdot \vec{A}$ , kde  $\vec{p}$  značí hybnost,  $\vec{A}$  je vektorový potenciál magnetického pole a „ $\cdot$ “ značí

skalární součin. Při záměně  $k \rightarrow -k$  s příslušným otočením spinu mění součin  $\vec{p} \cdot \vec{A}$  znaménko. Dále se budeme zabývat jen procesy, pro které platí  $\sigma = \sigma'$  a předpokládáme, že koherenční koeficienty  $u$  a  $v$  jsou reálná čísla. Nyní vyjádříme rovnici (3.52) pomocí kvazičásticových operátorů

$$B_{k'\sigma',k\sigma} [(u_{k'}u_k \mp v_{k'}v_k)(\gamma_{k'\sigma'}^* \gamma_{k\sigma} \pm \gamma_{-k-\sigma}^* \gamma_{-k'-\sigma'}) + (v_k u_{k'} \pm u_k v_{k'})(\gamma_{k'\sigma'}^* \gamma_{-k-\sigma}^* \pm \gamma_{-k'-\sigma'} \gamma_{k\sigma})]. \quad (3.53)$$

Z rovnice (3.53) vidíme, že pravděpodobnosti přechodu mezi jednoelektronovými stavy budou úměrné nejen druhé mocnině maticového elementu  $|B_{k'\sigma',k\sigma}|^2$ , ale i tzv. *koherenčním faktorům*

$$(uu' \mp vv')^2 \quad \text{pro rozptyl kvazičástic} \quad (3.54)$$

$$(vu' \pm uv')^2 \quad \text{pro reakci a anihilaci kvazičástic} \quad (3.55)$$

Upravíme koherenční faktory dosazením za koherenční koeficienty z rovnice (3.27) a dostáváme

$$(uu' \mp vv')^2 = \frac{1}{2} \left( 1 \mp \frac{\Delta^2}{EE'} \right) \quad (3.56)$$

$$(vu' \pm uv')^2 = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \frac{\Delta^2}{EE'} \right). \quad (3.57)$$

Použijeme-li znaménkovou konvenci, ve které každé excitované či anihilované kvazičástici odpovídá záporná energie, tak oba koherenční faktory dostanou stejnou podobu

$$F(\Delta, E, E') = \frac{1}{2} \left( 1 \mp \frac{\Delta^2}{EE'} \right). \quad (3.58)$$

Dále se budeme zabývat jen koherenčními faktory druhého typu, tj. vezmeme rovnici (3.58) s kladným znaménkem. Koherenční faktor se rychle mění pro energie  $E$  a  $E'$  o velikosti blízké velikosti parametru zakázaného pásu. Pro malé energie fotonů,  $\hbar\omega \ll \Delta$ , kvazičástice nevznikají a  $F \approx 1$ . Při energiích  $\hbar\omega \geq 2\Delta$  se budou excitovat kvazičástice a  $F \ll 1$ . Pokud  $E, E' \gg \Delta$ , supravodivá koherence se neuplatní a vlastnosti normálního a supravodivého stavu budou stejné.

Intenzita přechodů (pravděpodobnost přechodů za jednotku času) mezi elektronovými stavy o energiích  $E$  a  $E + \hbar\omega$  lze vyjádřit jako

$$\alpha_s = \int |M|^2 F(\Delta, E, E + \hbar\omega) N_s(E) N_s(E + \hbar\omega) \times [f(E) - f(E + \hbar\omega)] dE, \quad (3.59)$$

kde index  $s$  zdůrazňuje, že se jedná o veličinu vztahující se k supravodivému stavu,  $N_s$  je hustota stavů a  $M$  je příslušný maticový element jednoelektronových stavů. Vyjádříme-li explicitně koherenční faktor dle rovnice (3.58) a hustotu stavů dle rovnice (3.50), dostáváme

$$\alpha_s = |M|^2 N^2(0) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|E(E + \hbar\omega) + \Delta^2| [f(E) - f(E + \hbar\omega)]}{(E^2 - \Delta^2)^{1/2} [(E + \hbar\omega)^2 - \Delta^2]^{1/2}} dE. \quad (3.60)$$

Integrál od  $-\infty$  do  $\infty$  je třeba chápat jako integrál přes celý obor reálných čísel, ze kterého však vyloučíme intervaly, pro které platí  $|E|$  či  $|E'| < \Delta$ . Tuto rovnici lze použít i pro normální stav, položíme-li  $\Delta$  rovno nule a integraci dostaneme

$$\alpha_n = |M|^2 N(0)^2 \hbar \omega. \quad (3.61)$$

Získali jsme poměr mezi intenzitami přechodů mezi jednoelektronovými stavy v supravodivém a normálním stavu

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_n} = \frac{1}{\hbar \omega} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|E(E + \hbar \omega) + \Delta^2| [f(E) - f(E + \hbar \omega)]}{(E^2 - \Delta^2)^{1/2} [(E + \hbar \omega)^2 - \Delta^2]^{1/2}} dE. \quad (3.62)$$

Absorpce elektromagnetického záření je úměrná  $\sigma_1(\omega)E^2$ , kde  $\sigma_1$  je reálná část komplexní vodivosti<sup>2</sup>. Absorpce je rovněž úměrná intenzitě přechodů mezi jednoelektronovými stavy  $\alpha$ , tudíž podíl  $\sigma_{1s}/\sigma_{1n}$  bude roven  $\alpha_{1s}/\alpha_{1n}$

$$\frac{\sigma_{1s}}{\sigma_{1n}} = \frac{1}{\hbar \omega} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|E(E + \hbar \omega) + \Delta^2| [f(E) - f(E + \hbar \omega)]}{(E^2 - \Delta^2)^{1/2} [(E + \hbar \omega)^2 - \Delta^2]^{1/2}} dE. \quad (3.63)$$

Tento integrál je i pro nejjednodušší případy nutné řešit numericky. Imaginární složku komplexní vodivosti je možné dopočítat na základě Kramersových-Kroningových relací (2.27b).

Zimmermann a Brandt uvádějí ve svém článku [17] rovnice pro komplexní vodivost, vhodné pro numerické výpočty. Jejich rovnice platí dobře v lokální limitě pro izotropní BCS supravodiče se sférickou Fermiho plochou. V následující serii rovnic značí  $\tau$  střední dobu mezi srážkami,  $\sigma_0$  je vodivost normálního stavu při nulové frekvenci a  $i$  značí imaginární jednotku.

$$\tilde{\sigma}_s(\omega) = \frac{\sigma_0 i}{2\omega\tau} \times \left( J + \int_{\Delta}^{\infty} I_2 dE \right) \quad (3.64)$$

$$J(\hbar\omega \leq 2\Delta) = \int_{\Delta}^{\hbar\omega+\Delta} I_1 dE \quad (3.65)$$

$$J(\hbar\omega \geq 2\Delta) = \int_{\Delta}^{\hbar\omega-\Delta} I_3 dE + \int_{\hbar\omega-\Delta}^{\hbar\omega+\Delta} I_1 dE \quad (3.66)$$

$$I_1 = \tanh \frac{E}{2k_B T} \left\{ \left[ 1 - \frac{\Delta^2 + E(E - \hbar\omega)}{P_4 P_2} \right] \frac{1}{P_4 + P_2 + i/\tau} - \left[ 1 + \frac{\Delta^2 + E(E - \hbar\omega)}{P_4 P_2} \right] \frac{1}{P_4 - P_2 + i/\tau} \right\} \quad (3.67)$$

---

<sup>2</sup> $\sigma$  již neznačí spinovou proměnou, ale do konce práce značí vodivost.

$$\begin{aligned}
I_2 = \tanh \frac{E + \hbar\omega}{2k_B T} & \left\{ \left[ 1 + \frac{\Delta^2 + E(E + \hbar\omega)}{P_1 P_2} \right] \frac{1}{P_1 - P_2 + i/\tau} - \right. \\
& \left. - \left[ 1 - \frac{\Delta^2 + E(E + \hbar\omega)}{P_1 P_2} \right] \frac{1}{-P_1 - P_2 + i/\tau} \right\} + \\
& + \tanh \frac{E}{2k_B T} \left\{ \left[ 1 - \frac{\Delta^2 + E(E + \hbar\omega)}{P_1 P_2} \right] \frac{1}{P_1 + P_2 + i/\tau} - \right. \\
& \left. - \left[ 1 + \frac{\Delta^2 + E(E + \hbar\omega)}{P_1 P_2} \right] \frac{1}{P_1 - P_2 + i/\tau} \right\} \quad (3.68)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_3 = \tanh \frac{E}{2k_B T} & \left\{ \left[ 1 - \frac{\Delta^2 + E(E - \hbar\omega)}{P_3 P_2} \right] \frac{1}{P_3 + P_2 + i/\tau} \right. \\
& \left. - \left[ 1 + \frac{\Delta^2 + E(E - \hbar\omega)}{P_3 P_2} \right] \frac{1}{P_3 - P_2 + i/\tau} \right\} \quad (3.69)
\end{aligned}$$

$$P_1 = \sqrt{(E + \hbar\omega)^2 - \Delta^2} \quad (3.70)$$

$$P_2 = \sqrt{E^2 - \Delta^2} \quad (3.71)$$

$$P_3 = \sqrt{(E - \hbar\omega)^2 - \Delta^2} \quad (3.72)$$

$$P_4 = i\sqrt{\Delta^2 - (E - \hbar\omega)^2}. \quad (3.73)$$

# Kapitola 4

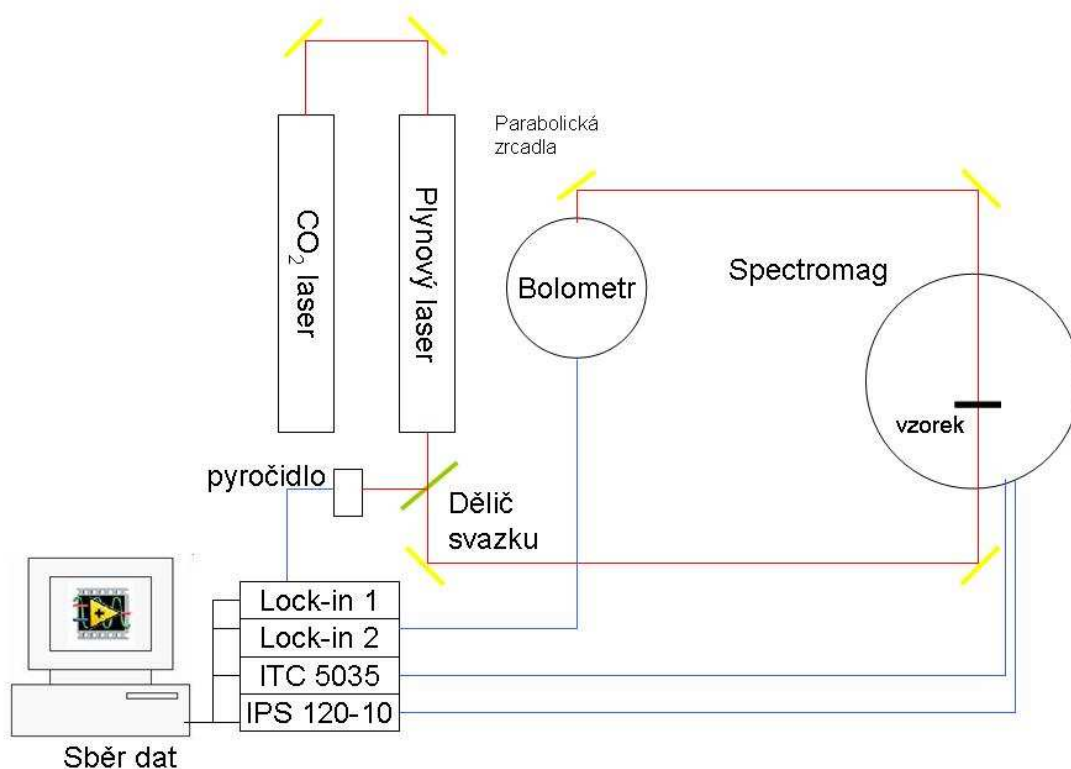
## Experiment

V této kapitole popíšeme uspořádání laboratoře daleké infračervené spektroskopie ve Fyzikálním ústavu Akademie věd České republiky, v.v.i., v Cukrovarnické ulici v Praze, ve které byla měřena tato diplomová práce. Představíme veškeré měřicí přístroje a vysvětlíme princip měření.

### 4.1 Experimentální uspořádání

Měřili jsme transmisi ultratenké supravodivé vrstvy v závislosti na teplotě a na magnetickém poli pro elektromagnetické záření o vlnových délkách ležících v daleké infračervené oblasti. Obrázek 4.1 schématicky zobrazuje naše experimentální vybavení. Zdrojem záření byla dvojice laserů. CO<sub>2</sub> laser slouží k optickému čerpání plynového laseru. Plynový laser je v závislosti na nastavení budící čáry CO<sub>2</sub> laseru a na použitém pracovním plynu (používáme hlavně kyselinu mravenčí a methanol) schopen zářit na vybraných vlnových délkách, viz tabulka 4.1. Délku rezonátoru plynového laseru jsme doladovali krokovým motorkem. Optimalizací všech parametrů jsme dosahovali optimálního výkonu. Lasery provozujeme v pulsním režimu, což maximalizuje výkon jednotlivých pulsů a umožňuje principem synchronní detekce eliminovat vliv optického pozadí.

Budeme nyní sledovat optickou trasu dle obrázku 4.1. Laserový paprsek je po výstupu z CO<sub>2</sub> laseru rozdělen na dva nestejně intenzivní paprsky mylarovým děličem paprsku (angl. *beamsplitter*). Odražený paprsek vstupuje do pyročidla a slouží jako reference a k monitorování výkonu laseru. Prošlý paprsek odrazem od pozlacených zrcadel prochází ke vzorku, část svazku prochází vzorkem a odrazem od dalších pozlacených zrcadel se laserový paprsek dostává až do bolometru. Zlato odráží v infračervené oblasti až 99% intenzity záření, což minimalizuje ztráty intenzity světla. Parabolický tvar zrcadel soustřeďuje laserový paprsek na vzorek. Pro měření reference je pyročidlo naprosto dostačující, avšak pro prošlý paprsek, který je hlavně odrazem a absorpcí vzorku oslaben na řádově 1% původního výkonu, je třeba použít citlivější detektor infračerveného záření než pyročidlo. Tím je



Obrázek 4.1: **Experimentální uspořádání**

na heliovou teplotu chlazený bolometr LN-6/C firmy IR Labs. Bolometr je termální detektor, u kterého je díky nízké pracovní teplotě (4,2 K) minimalizován teplotní šum a čidlo může dosáhnout vysoké citlivosti. Pro odstínění okolní radiace je vstupní apertura bolometru opatřena dvojicí filtrů, které vymezují vstupující spektrum ( $3 \times 10^{11}$  Hz až  $2 \times 10^{13}$  Hz). Výstupní napětí z bolometru je snímáno fázově citlivým zesilovačem (angl. *lock-in*).

Pro měření vzorku v supravodivém stavu je nutné ochladit vzorek na nízké teploty. Toho docílíme měřicí aparaturou Spectromag firmy Oxford Instruments, což je kryostat konstruovaný na magneto-optická měření. Kryostat je izolován od pokojové teploty vakuovým pláštěm a dusíkovým prostorem. Nízkých teplot je dosahováno chlazením kapalným heliem a teplota je monitorována inteligentním přístrojem ITC 150, který příkonem do topného odporu, přítokem helia a odtahem plynu reguluje teplotu dle zvoleného nastavení. Magnetické pole je generováno supravodivými Helmholtzovými cívkami. Cívky nejsou stíněné, takže v okolí Spectromagu je poměrně silné rozptylové magnetické pole. Magnetické pole je regulováno generátorem proudu IPS 120-10, který umožňuje nastavit magnetické pole až do 10 T<sup>1</sup>. Optickou

<sup>1</sup>Při teplotě 2,1 K při čerpání par helia je možné docílit dokonce až 11 T.



Tabulka 4.1: Tabulka laserových čar

Frekvence THz	Energie fotonů meV	Vlnová délka $\mu\text{m}$	Vlnočet $\text{cm}^{-1}$
0,4037	1,670	742,6	13,5
0,5617	2,323	533,7	18,7
0,5844	2,417	513,0	19,5
0,6538	2,704	458,5	21,8
0,6929	2,866	432,7	23,1
0,7162	2,962	418,6	23,9
0,9622	3,979	311,6	32,1
1,8213	7,533	164,6	60,8
1,8388	7,605	163,0	61,3
2,3141	9,570	129,5	77,2
2,5228	10,433	118,8	84,2
3,1059	12,845	96,5	103,6
4,2517	17,584	70,5	141,8
4,8657	20,123	61,6	162,3

trasu lze Spectromagem vést dvěma možnými způsoby. První dvojice mylarových oken umožňuje nastavit optickou trasu kolmo k cívkám magnetu a druhá dvojice mylarových oken umožňuje optickou trasu paralelně s cívkami magnetu. Pro změnu jedné konfigurace do druhé je třeba Spectromag otočit o  $90^\circ$  a nastavit držák vzorku tak, aby laserový svazek dopadal kolmo k povrchu vrstvy.

Zkoumaný vzorek je vysoce kvalitní ultratenká vrstva polykrystalického nitridu niobu NbN na křemíkovém substrátu připravená Š. Benačkou v Institutu elektrického inženýrství Slovenské akademie věd v Bratislavě. Substrát z křemíku je všude stejně tlustý. Parametry vzorku jsou uvedeny přehledně v tabulce 4.2 ( $d_1$  je tloušťka vrstvy NbN,  $T_c$  je teplota přechodu do supraovodivého stavu,  $\sigma_N(0)$  je vodivost normální fáze NbN při nulové frekvenci,  $d_2$  je tloušťka substrátu a  $n_2$  je index lomu substrátu).

Tabulka 4.2: Parametry vzorku

Vrstva	$d_1$ [nm]	$T_c$ [K]	$\sigma_N(0)$ $\Omega^{-1}.m^{-1}$	Substrát	$d_2$ [mm]	$n_2$
NbN	70-90	10,8	$0,45 \times 10^6$	Si/SiO <sub>2</sub>	0,25	3,5

## 4.2 Měření

Příprava měření transmise spočívala v nastavení optické trasy a ochlazení kryostatu. Vakuový plášť byl čerpán turbomolekulární vývěvou a kapalným dusíkem se předchladila heliová hlavní vana (angl. *Main Helium Bath*) a

naplnil dusíkový plášť. Po propláchnutí heliové hlavní vany plynným heliem se mohlo napouštět kapalné helium. Z hlavní heliové vany se kapalné helium kapilárou přepouští ke vzorku. Prostor vzorku je nutné z pokojové teploty ochladit co nejrychleji, neboť helium při teplotách nad 100 K difunduje skrze okna a výrazně zhoršuje kvalitu vakua ve vakuovém prostoru. Při nižších teplotách tento problém již nenastává.

V rámci prvních měření byla otestována aparatura a měřící software vyvinutý v prostředí Labview 8.1. Pečlivě jsme testovali aparaturu na optickou netěsnost. Vzorek NbN jsme nahradili masivním kovovým vzorkem stejného průřezu, kterým neprojde žádné měřitelné elektromagnetické záření. Měření neodhalila žádnou optickou netěsnost. Testovali jsme dále vliv rozptylového magnetického pole a zjistili jsme, že rozptylové magnetické pole neovlivňuje výkon laseru či činnost bolometru.

Standardní měření teplotních závislostí transmise probíhalo plynulým ochlazováním z teplot vzorku nad kritickou teplotou přechodu do heliových teplot a po dosažení nejnižší teploty jsme se ohříváním vraceli na výchozí teplotu. Rychlost ochlazování či ohřívání jsme regulovali pomocí přístroje ITC 150, který umožňuje definovaným způsobem měnit teplotu. Bylo možné dosáhnout plynulé lineární změny teploty v závislosti na čase. Teplota byla měřena odporovým teplotním čidlem Cernox umístěným v blízkosti vzorku. Chyba určení teploty je pod 3,5 % pro teplotu 2 K při 10 T, pro teploty vyšší než 2,6 K je chyba měření nižší než 2%. Pro nižší pole a vyšší teploty je chyba výrazně nižší, viz [5]. Výsledné měření transmise je zpracováno jako poměr mezi napětím na bolometru a na referenčním pyročidle, takže nezávisí na výkonu laseru. Tento poměr je dále normalizován tak, aby transmise vzorku v normální stavu byla jednotková. Při měření vzorku NbN jsme normovali transmisi tak, aby byla jednotková při teplotě 11K.

# Kapitola 5

## Výsledky měření

V této kapitole popíšeme výsledky měření transmise supravodivé NbN vrstvy. Uspořádání experimentu bylo představeno v minulé kapitole. Měření rozdělujeme na měření transmise v nulovém magnetickém poli a v magnetickém poli.

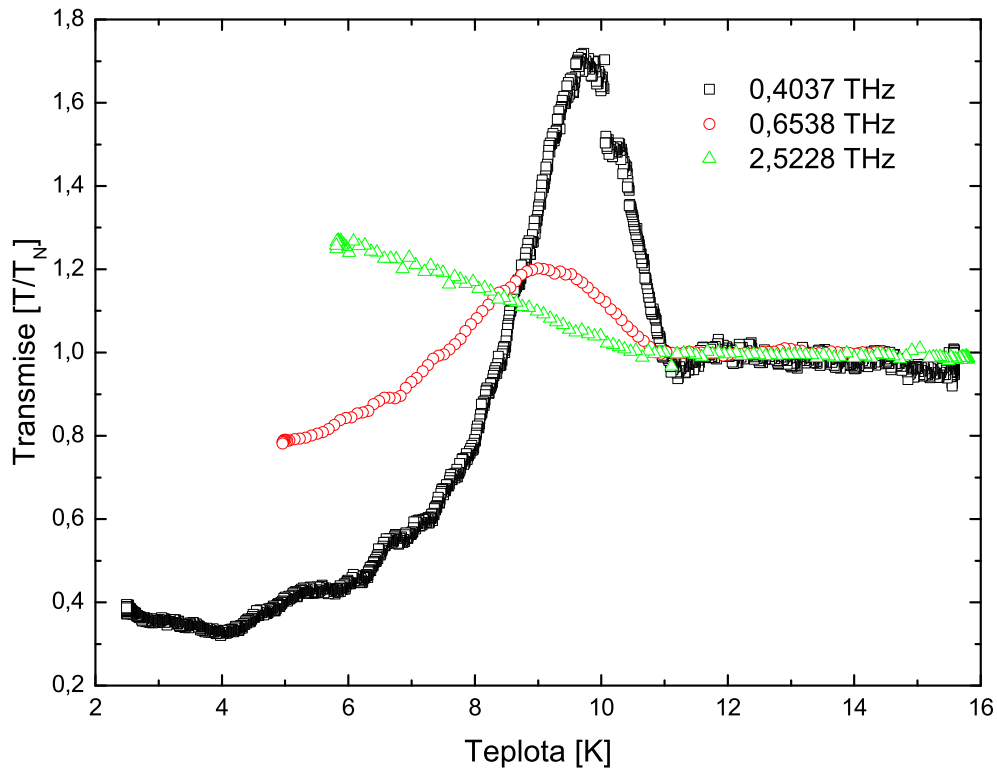
### 5.1 Transmise v nulovém poli

Teplotní závislost transmise při nulovém poli<sup>1</sup> vrstvy NbN byla již měřena dříve [14], ale tato měření byla prováděna na jiné aparatuře. Pro měření jsme zvolili laserové čáry o frekvencích: 2,5228 THz (10,433 meV), 0,6538 THz (2,704 meV) a 0,4037 THz (1,670 meV). Výsledky měření transmise jsou na obrázku (5.1). Měřená transmise je normována na hodnotu transmise  $T$  v normálním stavu, tj.  $T/T_n$ . Měření při ochlazování a při ohřívání se takřka neliší a uvádíme zde pouze experimentální data získaná při ochlazování vzorku. Naměřené hodnoty pro frekvence 0,40 THz a 2,52 THz souhlasí s dřívějšími měřeními [14]. Transmise pro frekvenci 0,65 THz dříve měřena nebyla.

Pro interpretaci transmisních měření je třeba vypočítat transmisní koeficient dle rovnice (2.18). K výpočtu transmise je třeba znát tloušťku vrstev a indexy lomu všech prostředí. Všechny tyto hodnoty jsou známy (viz tabulka 4.2), index lomu NbN jsme určili z komplexní vodivosti pomocí vztahů (2.24 a 2.25), kde jsme pro hodnotu  $\varepsilon_\infty$  zvolili 1, což odpovídá zanedbání všech příspěvků k permitivitě kromě vodivosti. Poměr komplexní vodivosti supravodivé fáze  $\sigma_s(\omega)$  a normální fáze  $\sigma_N(0)$  lze vypočítat z teorie BCS, například pomocí vztahů (3.64 - 3.73). Tyto rovnice platí v lokální limitě pro supravodiče, které splňují přiblížení slabé vazby a mají sférickou energetickou mezeru. Náš polykrystalický vzorek NbN tyto předpoklady dobře splňuje.

---

<sup>1</sup>Dolní kritické pole NbN je 9,3 mT pro masivní vzorek [8], proto považujeme vliv magnetického pole Země za zanedbatelný a hovoříme tedy o nulovém poli.



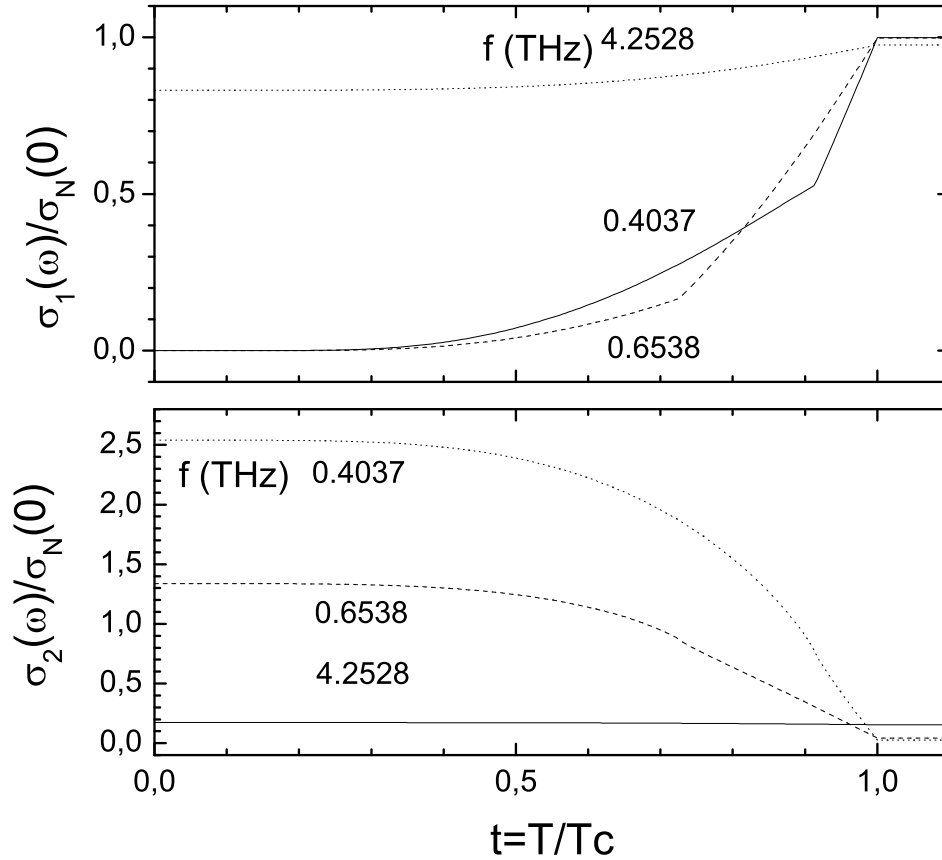
Obrázek 5.1: Měření transmise v nulovém poli

Rovnice (3.64 - 3.73) obsahují netriviální integrály a je nutné je řešit numericky. Pro numerické výpočty jsme modifikovali program Zimmermanna a Brandta pro výpočet komplexní vodivosti supravodičů<sup>2</sup> [17]. Pro teplotní závislost parametru zakázaného pásu jsme použili formuli pro teplotní závislost parametru zakázaného pásu dle Pöpela (vztah 3.48). Modifikovaným programem jsme reprodukovali výsledky Zimmermanna a Brandta [17], čímž jsme ověřili funkčnost našeho programu. Pro vodivost normálního stavu jsme uvažovali hodnoty na základě Drudeho-Lorentzova vztahu (2.33). Parametr  $\tau$  jsme odhadli jako  $10^{-14}$  s z hodnot běžných pro kovy. Parametry pro výpočet normální vodivosti uvažujeme jako teplotně nezávislé, tudíž vypočtená vodivost v normálním stavu bude nezávislá na teplotě. Výsledky numerických výpočtů pro vodivost v závislosti na teplotě pro frekvence použité v našich měření jsou na obrázku 5.2.

Pro závislost transmise na teplotě je důležité porovnání energie záření s velikostí energetické mezery  $2\Delta(0)$ . Energetickou mezeru<sup>3</sup> našeho vzorku NbN o kritické teplotě 10,8 K dobře odhaduje teorie BCS vztahem (3.45),

<sup>2</sup>Modifikovaný program jsme nazvali *BCSvodivost.m* a je přiložen na CD disku v adresáři „Programy“ spolu s dalšími programy.

<sup>3</sup>Energetickou mezerou  $E_g$  nazýváme výraz  $2\Delta$  (angl. *optical gap*),  $\Delta$  je parametr zakázaného pásu (angl. *energy gap* nebo jen *gap*.)

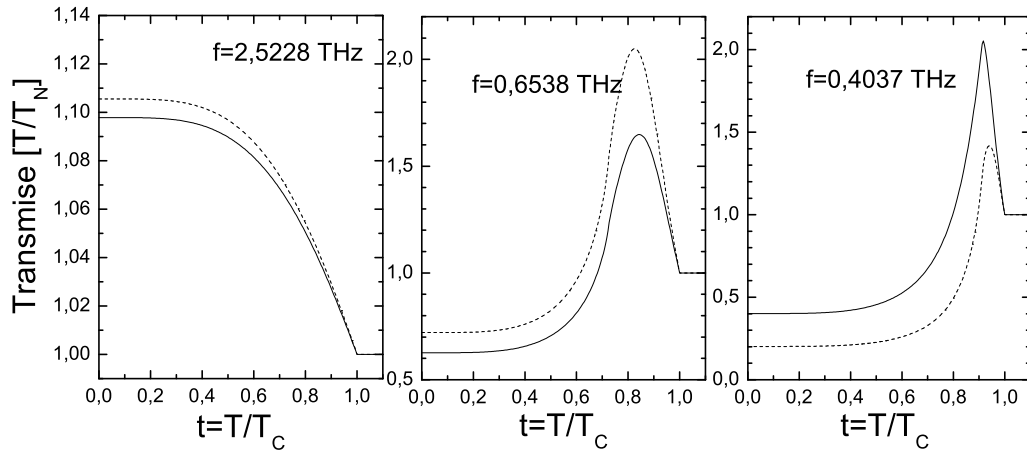


Obrázek 5.2: Komplexní vodivost NbN vrstvy dle teorie BCS jako funkce teploty. Parametry použité pro výpočet:  $T_c = 10,8 \text{ K}$ , energetická mezera  $2\Delta(0) = 3,53k_B T_c$ , střední srážková doba  $\tau = 10^{-14} \text{ s}$ .

z něhož jsme odhadli velikost energetické mezery přibližně jako  $3,28 \text{ meV}$ . Pro fotony o energii  $10,4 \text{ meV}$  ( $2,52 \text{ THz}$ ) platí  $\hbar\omega > 2\Delta(0)$  a tyto fotony vyvolávají přechod „supravodivých“ elektronů do volných stavů nad energetickou mezerou a vodivost supravodivé fáze se blíží vodivosti v normálním stavu. Energie fotonů o frekvencích  $0,65 \text{ THz}$  a  $0,40 \text{ THz}$  jsou nižší než velikost energetické mezery při nulové teplotě. Velikost parametru zakázaného pásu  $\Delta$  s rostoucí teplotou klesá dle vztahu (3.48), až při určité teplotě je energie fotonů rovna energetické mezeře,  $\hbar\omega = 2\Delta(T)$ . Dále s rostoucí teplotou platí  $\hbar\omega > 2\Delta(T)$  a při kritické teplotě dosáhne velikost energetické mezery nulové hodnoty. Pro vyšší teploty je materiál v normálním stavu a velikost energetické mezery je nulová. Pro elektromagnetické záření, pro které platí  $\hbar\omega < \Delta(0)$ , můžeme očekávat píky v transmisi. Při snižování teploty pod  $T_c$  transmise roste až dosáhne maxima. Pro nižší teploty transmise

klesá, jak je vidět na obrázku 5.1 pro elektromagnetické záření o frekvencích 0,40 THz a 0,65 THz.

S vypočtenými závislostmi komplexní vodivosti je možné vypočítat relativní transmissi  $T_S/T_N$  dvojrstvy NbN a Si. Numerické výpočty<sup>4</sup> ukázaly, že do výsledné transmise silnou měrou přispívá interference v substrátu, viz obrázek 5.3. Obrázek 5.3 ukazuje rozdíl transmise mezi vrstvou NbN bez substrátu a se substrátem. Je názorně vidět, že interference významně ovlivňuje transmissi. Interferenci ovlivňuje tloušťka substrátu, index lomu substrátu a použitá frekvence elektromagnetického záření. Tyto veličiny je třeba při výpočtu uvádět co nejpřesněji, neboť významně ovlivňují tvar křivky. Dále jsme zkoumali, co se stane, nebude-li vzorek nastaven přesně kolmo k dopadajícímu záření, ale bude natočen o několik stupňů. Zobecněním vztahů (2.7, 2.6, 2.8 a 2.18) pro obecné úhly<sup>5</sup> je možné přidat do numerických výpočtů novou proměnnou: úhlové natočení vzorku. Výpočty však dokázaly, že nepřekročí-li vychýlení vzorku  $6^\circ$ , bude změna interference zanedbatelná. Této přesnosti se v experimentu povedlo dosáhnout a úhlové natočení vzorku by nemělo ovlivnit měření.

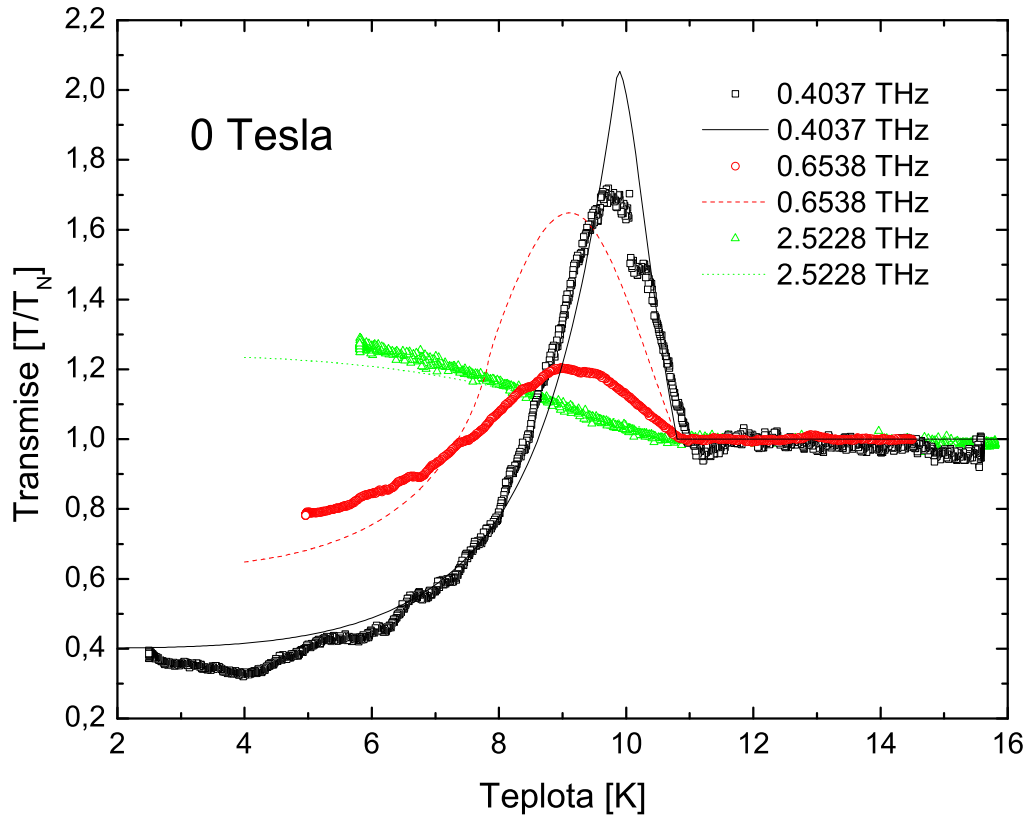


Obrázek 5.3: Vypočtená transmise pro vrstvu NbN bez substrátu (čárkovaně) a se substrátem (plná čára). Parametry použité pro výpočet:  $T_c = 10,8 \text{ K}$ , energetická mezera  $2\Delta(0) = 3,53 k_B T_c$ , střední srážková doba  $\tau = 10^{-14} \text{ s}$ , stejnosměrná vodivost v normálním stavu  $\sigma_N(0) = 0,45 \times 10^6 \text{ } \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ , tloušťka vrstvy NbN  $d_1 = 80 \text{ nm}$ , tloušťka sustrátu Si  $d_2 = 0,25 \text{ mm}$  a index lomu substrátu  $n_2 = 3,5$ .

Na obrázku 5.4 jsou porovnána experimentální data s teoretickými křivkami dle modelu diskutovaného výše. Pro velikost energetické mezery jsme použili standardní hodnotu  $3,53 k_B T_c$  dle teorie BCS a velikost dalších parametrů byla známa či diskutována dříve. Velikost parametru zakázaného

<sup>4</sup>Program *transmise.m* je v adresáři „Programy“ na přiloženém CD disku.

<sup>5</sup>Je též nutné uvážit i obě možné polarizace světla.



Obrázek 5.4: Závislost transmise supravodivé vrstvy NbN na teplotě. Experimentální data jsou vynesena jako body, teoreticky vypočtené hodnoty jsou reprezentovány křivkami. Pro teoretické výpočty byly použity hodnoty:  $d_1 = 80$  nm,  $d_2 = 0,25$  mm,  $n_2 = 3,5$ ,  $\sigma_N(0) = 0,45 \times 10^6 \Omega^{-1}.m^{-1}$ ,  $\tau = 10^{-14}$  s,  $T_c = 10,8$  K,  $2\Delta(0) = 3,53 k_B T_c$ .

pásu významně ovlivňuje šířku píku a částečně i výšku píku. Relativní shoda experimentu s teorií dokazuje, že jsme zvolili správný model pro interpretaci naměřených dat. Výše zmíněný model předpovídá správně závislost pro elektromagnetické záření o frekvenci 2,52 THz splňující  $\hbar\omega > 2\Delta(0)$  i pro frekvence 0,40 THz a 0,65 THz, pro které  $\hbar\omega < 2\Delta(0)$ .

Pro vylepšení shody experimentálních dat s teorií je možné zdokonalit experiment i teoretické fity. Pro měření by bylo vhodné použít vzorky na substrátu klínovitého tvaru, čímž by se potlačila nežádoucí interference v substrátu. Dále je možné nastavit s větší přesností úhlové natočení vzorku (požadujeme nulové natočení, tj. kolmý dopad infračerveného záření). Vylepšení teoretických křivek by bylo možné přesnějším určením parametrů. Doplnující měření by však byla obtížná a potřebné parametry nelze získat z literatury, neboť parametry supravodivé tenké vrstvy jsou významně ovlivněny tloušťkou, stářím a historií vrstvy.

## 5.2 Transmise v nenulovém magnetickém poli

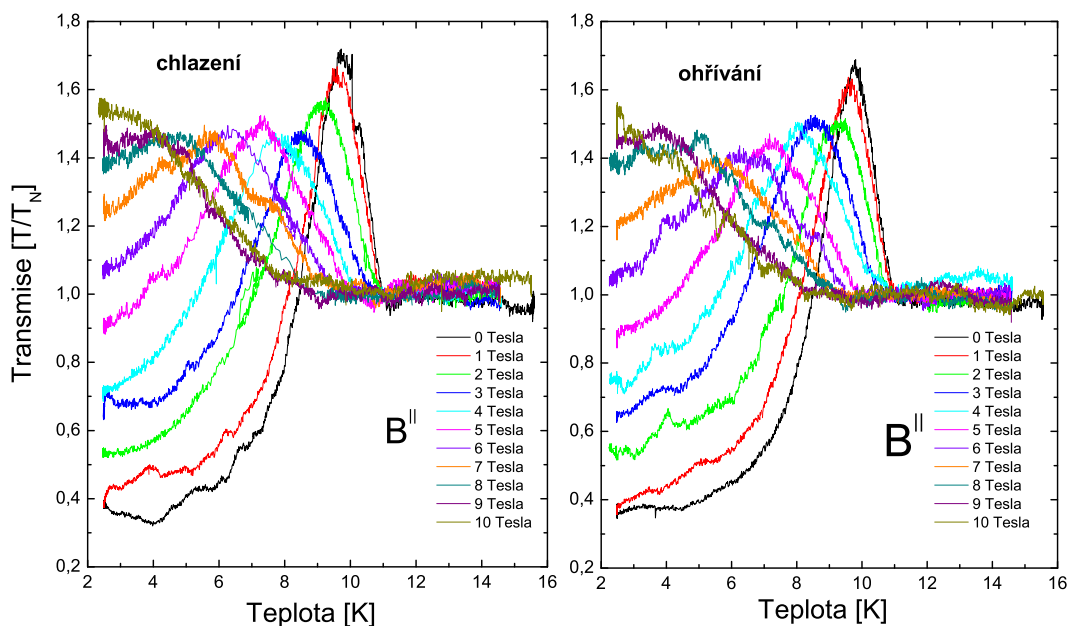
Dále jsme měřili transmisi v magnetickém poli. Supravodivý materiál NbN je supravodič II. druhu s dolním kritickým polem maximálně 93 mT, takže pro pole použitá v experimentu (minimálně 1 T) se vzorek nachází v tzv. *smíšeném stavu*. Měřili jsme transmisi pro dvě orientace pole: paralelní s rovinou vrstvy (viz obrázek 5.5) a kolmé na rovinu vrstvy (viz obrázek 5.6). Vzorek byl z normálního stavu chlazen do supravodivého stavu při dobře definovaném konstantním magnetickém poli (angl. *field cooled*) a v konstantním poli byl i ohřát nad kritickou teplotu supravodivého přechodu zpět do normálního stavu. Teplotní závislosti získané při ochlazování i při ohřevu se výrazně neliší. Z technických důvodů jsme při ochlazování dokázali plynule měnit teplotu lépe než při ohřívání. Pro měření s magnetickým polem paralelním s vrstvou bylo nutné otočit Spectromag o 90° a měření probíhala v jiné konfiguraci. Shoda výsledků měření při nulovém magnetickém poli pro obě konfigurace kryostatu naznačuje, že změna konfigurace neovlivnila výsledky měření a rozdílné výsledky získané pro nenulová pole je nutné interpretovat rozdílným působením paralelního a kolmého magnetického pole.

Z grafů 5.5 a 5.6 lze upozorovat, že s rostoucím magnetickým polem se transmisní píky posouvají k nižším teplotám. Je to způsobeno změnou kritické teploty přechodu do supravodivého stavu v závislosti na poli. Dále je vidět, že s rostoucím polem klesá výška píku a mění se tvar transmisní křivky. Pro vysoká pole už není pík pozorován a závislost transmise na teplotě v supravodivém stavu se stává téměř lineární. Pro pole kolmé k vrstvě jsou změny v závislosti transmise na poli výraznější. Pro lepší porovnání křivek jsme vynesli závislosti transmise na redukované teplotě  $t = T/T_c$ , viz obrázek 5.7. Při normování na redukovanou teplotu je třeba znát teplotu přechodu při daném poli. Tu jsme určili z transmisních křivek, jak si ukážeme dále.

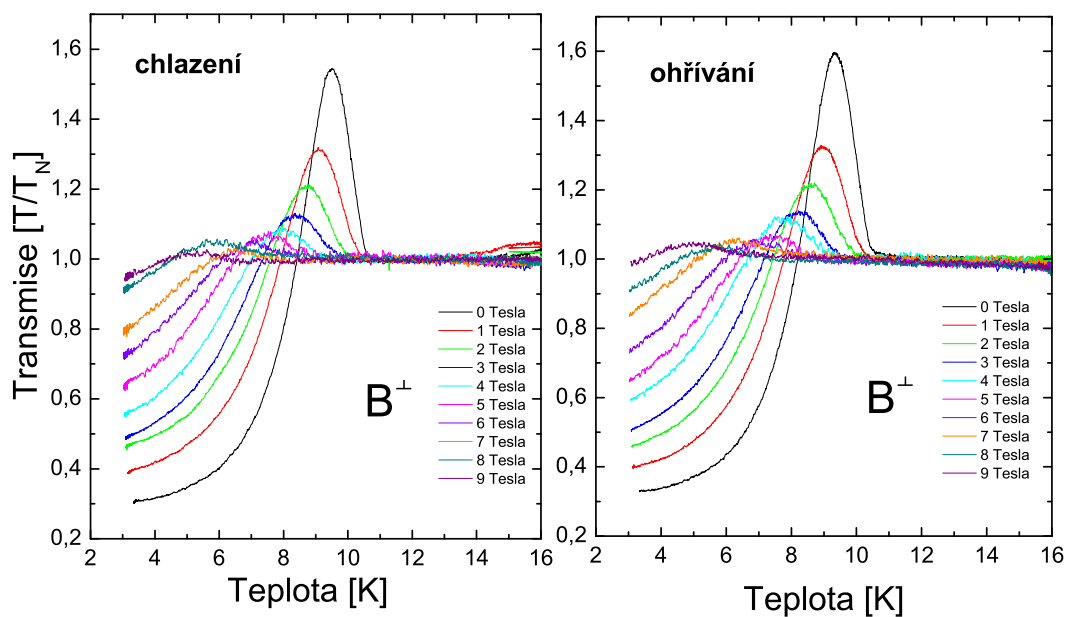
Pokusili jsme se aplikovat výše uvedený model pro výpočet transmise. Pro teoretické výpočty transmise v magnetickém poli jsme použili stejné parametry jako v nulovém poli s výjimkou velikosti parametru zakázaného pásu a kritické teploty. Tyto dva parametry jsou závislé na poli a jejich hodnoty jsme zvolili tak, abychom optimalizovali fitovanou křivku.

První způsob určení kritické teploty byl na základě dříve zmíněného modelu, když poloha píku závisí na teplotě. Nafitovali jsme experimentální data tak, aby vypočtená křivka udávala správně polohu píku. Kritická teplota použitá pro výpočet fitované křivky je hledaná kritická teplota pro dané pole. Druhá metoda určení  $T_c$  vychází z pozorování, že pro normální stav je transmise konstantní a v našem normování jednotková. Sledujeme-li transmisi od vyšších teplot odpovídajících normálnímu stavu k nižším teplotám, narazíme na nárůst transmise. Naměřenými hodnotami odchylovající se od jednotkové normální transmise v okolí počátku nárůstu jsme proložili přímkou a lineární regresí jsme určili teplotu přechodu. Obě metody jsou přibližné pro určení teploty přechodu, neboť experimentální data jsou zašuměna, což značně ztěžuje rozpoznání začátku píku. Přesnější metodou pro

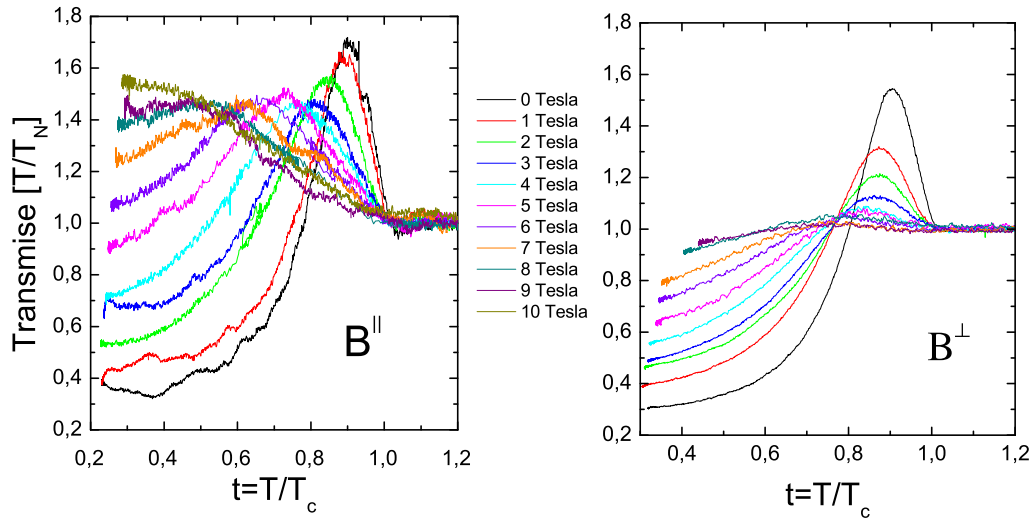




Obrázek 5.5: Závislost transmise vzorku NbN na teplotě pro pole rovnoběžné s rovinou vrstvy. Vlevo jsou měření získaná při ochlazování, pravý graf zahrnuje křivky získané při ohřívání.



Obrázek 5.6: Závislost transmise vzorku NbN na teplotě pro pole kolmé na rovinu vrstvy. Vlevo jsou měření získaná při ochlazování, pravý graf zahrnuje křivky získané při ohřívání.



Obrázek 5.7: Závislost transmise vzorku NbN na redukované teplotě.

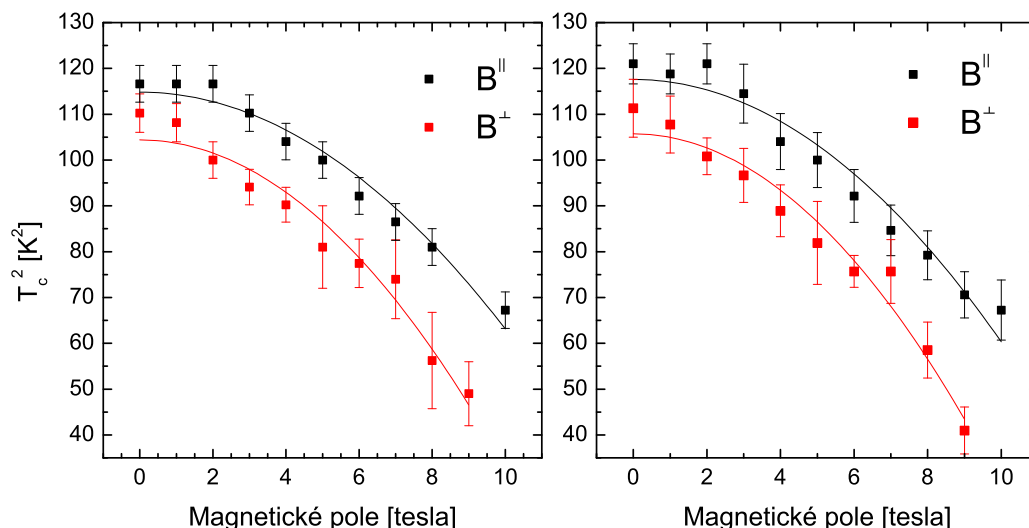
určení kritické teploty by bylo měření odporu, což se do budoucna plánuje. Závislost kritické teploty  $T_c$  na magnetickém poli je možné v mnoha případech popsat vztahem [9]

$$T_c(B) = \sqrt{1 - \left(\frac{B}{B_{c2}}\right)^2}. \quad (5.1)$$

Experimentální data (viz obrázek 5.8) tuto závislost v experimentálně zkoumaném intervalu magnetických polí v rámci chyby potvrzují.

Zatímco parametr kritické teploty vede hlavně k posunu vypočtených transmisních píků, velikost parametru zakázaného pásu určuje tvar křivky. Se snižující se velikostí  $\Delta(0)$  roste velikost a šířka píku v transmissi. Překročí-li velikost energie fotonů velikost energetické mezery  $2\Delta(0)$ , transmisní pík vymizí a transmise roste s klesající teplotou až do teploty absolutní nuly. Při určování velikosti energetické mezery jsme narazili na problém s fitováním velikostí naměřených transmisních píků. Obrázek 5.9 ukazuje pro různá vybraná pole experimentální data spolu s nafitovanými křivkami. Experimentální data vykazují menší píky než jaké jsme schopni nafitovat pomocí našeho modelu. Určení správných hodnot energetické mezery bylo tudíž velmi obtížné a získané hodnoty (viz tabulka 5.1) jsou zatíženy velkou chybou. Pro vysoká pole jsme dokonce nebyli schopni velikost parametru zakázaného pásu spolehlivě určit a v tabulce 5.1 ji proto neuvádíme.

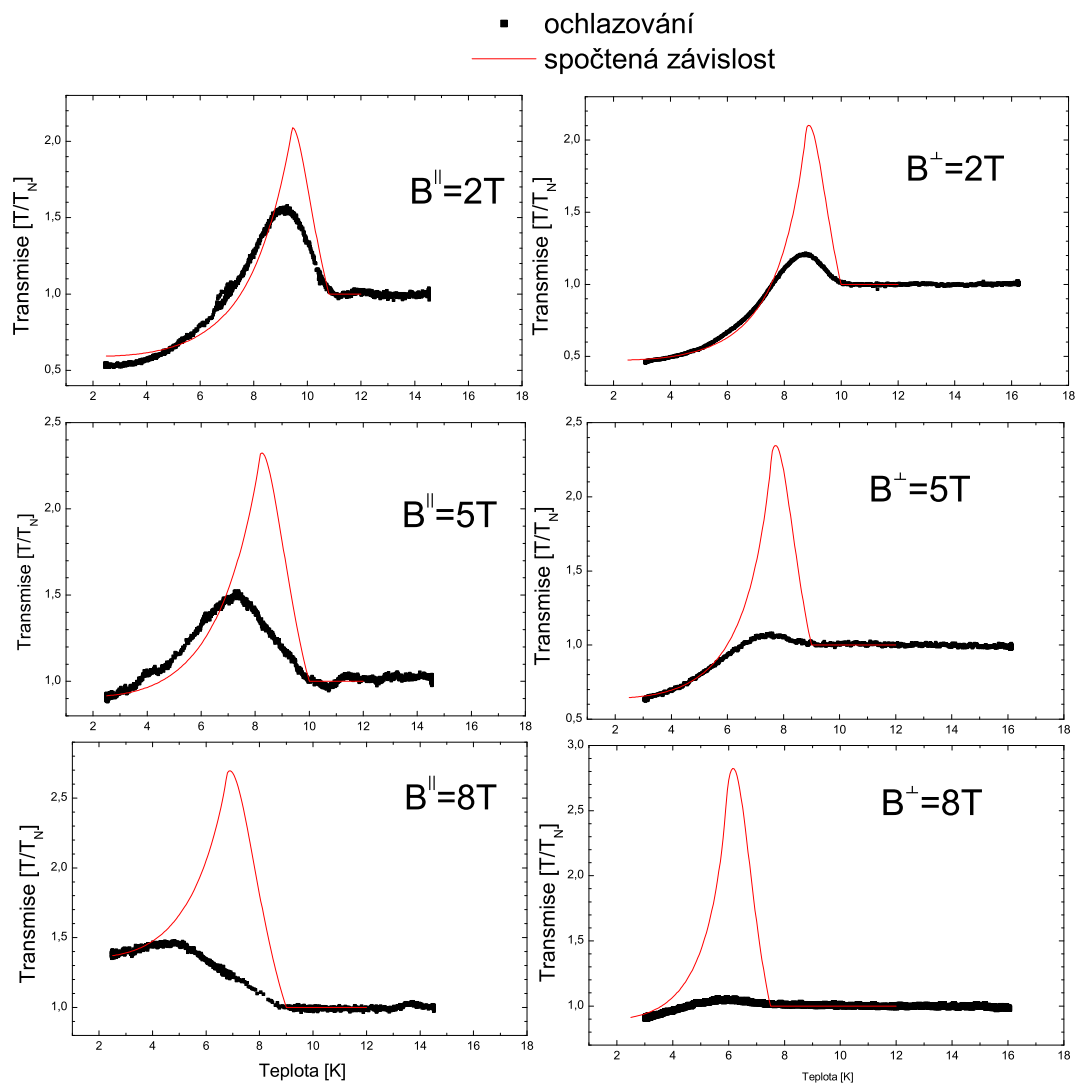
Rozpor výsledků měření a vypočtené transmise si vysvětlujeme přítomností kvantovaných vírů v nenulovém magnetickém poli. Elektromagnetické záření působí na víry Magnusovou silou a způsobuje jejich pohyb. Pohyb kvantovaných vírů si lze představit jako pohyb částice ve viskózním prostředí



Obrázek 5.8: Závislost kritické teploty na poli. Hodnoty v levém grafu byly určeny fitováním dle teorie BCS, hodnoty v pravém grafu byly určeny lineární regresí.

a jakýkoliv pohyb ve viskózním prostředí vede k disipaci energie. Elektromagnetické záření použité v experimentech má vysokou frekvenci (THz) a způsobuje kmitavý pohyb kvantovaných vírů kolem záchytných center. Zvýšená absorpce vzorku ovlivňuje komplexní vodivost a spolu s komplexním indexem lomu se mění reflexní a transmisní koeficienty, což v konečném důsledku znamenalo pozorované nižší píky v transmisi oproti výše zmíněnému modelu. Je však teoreticky možný opačný případ, kdy přítomnost kvantovaných vírů vede sice k větší absorpci, ale současně k nižší odrazivosti, v důsledku čehož se transmise zvýší. Při nižších teplotách je mechanismus absorpce kvantovanými víry omezen, neboť víry jsou výrazně omezeny v pohybu záchytnými centry. Fitovali jsme tedy transmisní křivky tak, aby náš fit správně odhadl teplotu přechodu a shodoval se v oblasti nízkých teplot. To vede ke značně nadsazeným hodnotám koherenčních píků v transmisi, avšak tento rozdíl lze vysvětlit pomocí kvantovaných vírů přítomných v supravodivé vrstvě.

Naše měření ukázala rozdíly mezi transmisi v magnetickém poli kolmém k rovině vrstvy a v magnetickém poli rovnoběžném s rovinou vrstvy – porovnej obrázky (5.5) a (5.6). Pro pole kolmé k rovině vrstvy leží osa víru ve směru šíření elektromagnetického záření. Elektrická složka infračerveného záření působí kolmo k ose kvantovaného víru a způsobuje jeho pohyb. Ideální kvantovaný vír v izotropním prostředí je válcově symetrický a transmise nezávisí na směru lineární polarizace elektromagnetického záření. Naopak pro pole rovnoběžné s vrstvou bude osa víru kolmá ke směru šíření světla. Podle směru lineární polarizace může elektromagnetické záření působit jak kolmo k ose víru, tak paralelně s touto osou. Silové účinky v obou případech jsou



Obrázek 5.9: Porovnání experimentálně získané transmise vzorku s NbN s teoretickými předpověďmi dle teorie BCS pro vybraná pole.

Tabulka 5.1: Hodnoty určeného  $\Delta(0)$

Pole Tesla	$2\Delta_{\parallel}(0)$ meV	$2\Delta_{\perp}(0)$ meV
0	3,3	3,2
1	3,1	3,0
2	2,8	2,8
3	2,6	2,8
4	2,5	2,6
5	2,4	2,5
6	2,2	2,3
7	2,2	2,3
8	2,1	

obecně rozdílné a transmise bude obecně záviset na směru lineární polarizace. V budoucích měření plánujeme měřit závislost transmise na směru lineární polarizace pro pole rovnoběžná s rovinou vrstvy. Z geometrie tenké vrstvy rovněž vyplývá, že kvantované víry v poli paralelním k rovině vrstvy budou delší než víry v poli kolmém na rovinu vrstvy. Můžeme si představit, že kvantované víry budou mít různé efektivní hmotnosti. Rovněž záchytná centra budou různá pro zmíněné orientace vírů. Výše uvedené rozdíly jsou zodpovědné za rozdíl transmisních závislostí pro pole kolmé k vrstvě a paralelní s vrstvou.

Oblasti, ve kterých se významně projevuje absorpce kvantovanými víry, jsou oblasti vhodné pro studium dynamiky kvantovaných vírů. Dynamiku vírů je vhodné studovat při vyšších polích a při teplotách pod  $T_c(B)$ . Při nízkých teplotách jsou víry lépe drženy záchytnými centry, což omezuje jejich pohyb a tyto oblasti jsou méně vhodné pro studium dynamiky vírů. Rozdíl mezi naměřenými údaji a fity nepřímo udává absorpci světla kvantovanými víry. Je evidentní, že pro popis naměřených dat bude třeba vytvořit model zahrnující nejen koherenční jevy z teorie BCS ale i dynamiku kvantovaných vírů.

# Závěr

Jak jsme již zmínili v úvodu, hlubší pochopení fyzikálních jevů v supravodičích není zdaleka jen akademická záležitost, ale skrývá v sobě možnost řady praktických uplatnění. Jejich odhalování je velmi náročnou intelektuální záležitostí a úspěchy v této oblasti byly často oceněny Nobelovými cenami<sup>6</sup>. Nobelovou cenou odměnění fyzici však tvoří hrstku vědců zodpovědných za současné chápání supravodivosti. Současné pochopení bylo získáno složením z mnoha dílků tohoto puzzle. Dalším dílkem do této skládačky by mohla být i naše měření.

Tato práce je úvodem do série měření, jež mají podat experimentální podklad pro pochopení dynamiky kvantovaných vírů v supravodičích. Zprovoznili jsme nízkoteplotní aparaturu pro optická měření Spectromag a proměřili jsme teplotní závislosti transmise. Tyto závislosti byly měřeny dříve [14] a shoda s těmito měřeními prokázala správné nastavení měřící aparatury. Měřené křivky se dobře shodují s teoretickými křivkami dle teorie BCS. Interpretaci měření velmi ztěžovala interference substrátové vrstvy.

Nová byla měření transmise v nenulovém poli. Provedli jsme měření ve dvou geometrických konfiguracích: pole kolmo k vrstvě a pole paralelní s vrstvou. V této práci použitý model pro interpretaci závislosti transmise supravodičů na teplotě zahrnuje magnetické pole do svých rovnic přes závislosti  $T_c(B)$  a  $\Delta(0, B)$ , dle Tinkhama [16] závisí parametr zakázaného pásu pouze na velikosti magnetického pole, nikoliv na jeho orientaci. Vhodnou volbou kritické teploty a velikosti parametru zakázaného pásu jsme zkoušeli nafitovat transmisi na základě modelu dle teorie BCS. Série grafů (5.9) názorně ukazuje, že použitý model není plně schopen objasnit transmisi v nenulových polích, neboť nebere v potaz existenci kvantovaných vírů. Obecně lze říci, že v rámci teorie BCS je velmi obtížné započítat vliv kvantovaných vírů. Kvantované víry jsou schopny absorbovat infračervené záření a důsledkem toho změnit i odrazivost a transmisi vzorku. Teorie BCS je schopná interpretovat transmisi při nízkých teplotách, kdy jsou víry „zamrzlé“ a neovlivňují významně transmisi. Při vyšších teplotách již víry nejsou dostatečně silně zachyceny a snadněji disipují energii svým pohybem a v důsledku toho jsme pozorovali snížení transmisiho píku (až na neznatelnou hodnotu při vysokých magnetických polích).

---

<sup>6</sup>1913 Kamerlingh-Onnes, 1962 Landau, 1972 Bardeen, Cooper a Schrieffer, 1973 Josephson, 1987 Bednorz a Müller, 2003 Abrikosov a Ginzburg.

Naměřené rozdíly mezi transmisními křivkami v poli kolmém a rovnoběžném s rovinou vrstvy si vysvětlujeme rozdílným silovým působením elektromagnetického záření na různě orientované kvantované víry v supravodivé vrstvě. Pro pole kolmé k rovině vrstvy je osa víru rovnoběžná se směrem šíření elektromagnetického záření a toto záření působí silou kolmo k ose víru. V poli paralelním s rovinou vrstvy je osa víru natočena kolmo ke směru šíření infračerveného záření a síla může mít složku kolmou i rovnoběžnou k ose víru v závislosti na směru lineární polarizace. Vzhledem ke geometrii vrstvy budou kvantované víry v této konfiguraci delší a jejich efektivní hmotnost bude větší.

V budoucnosti bychom se rádi pokusili kvantitativně popsat teplotní závislosti transmise v magnetickém poli za pomoci hypotéz, které zohlední koherenční jevy i dynamiku kvantovaných vírů. Plánujeme vylepšit současné experimentální uspořádání a měřit jiné supravodivé materiály. Budeme měřit závislost transmise na směru lineární polarizace a měřit transmisi levotočivého a pravotočivého kruhově polarizovaného elektromagnetického záření. Kromě měření teplotních závislostí transmise budeme rovněž měřit závislost transmise na magnetickém poli při konstantní teplotě.

# Literatura

- [1] Azzam R. M. A., Bashara N. M.: *Ellipsometry and Polarized Light*, Elsevier, Amsterdam, 1987.
- [2] Born M., Wolf E.: *Principles of optics*, Cambridge University Press, 1999.
- [3] Celý J.: *Kvazičástice v pevných látkách*, Vysoké učení technické v Brně, Brno, 2004
- [4] Heger M.: *Superconductors Enter Commercial Utility Service*, <http://www.spectrum.ieee.org/jul08/6428>
- [5] [http://www.lakeshore.com/temp/sen/cernoxts\\_gr1b.html](http://www.lakeshore.com/temp/sen/cernoxts_gr1b.html)
- [6] Kittel Ch.: *Úvod do fyziky pevných látek*, Academia, Praha, 1985.
- [7] Klíma J., Velický B.: *Kvantová mechanika II*, Karolinum, Praha
- [8] Mathur M. P., Deis D. W., Gavaler J. R.: *Lower Critical Field Measurements in NbN Bulk and Thin Films*, J. Appl. Phys. **43** (1972) 3158-3161
- [9] Poole Jr. Ch. P., Farach H. A., Creswick J.R.: *Superconductivity*, Academic Press, San Diego, 1995.
- [10] Pöpel R.: *Surface impedance and reflectivity of superconductors*, J. Appl. Phys. **66** **12** (1991)
- [11] Schrieffer J.R.: *Theory of Superconductivity*, 1999.
- [12] Šafrata R.S. a kolektiv: *Fyzika nízkých teplot*, Matfyzpress, Praha, 1998.
- [13] Sodomka L., Sodomková M.: *Nobelovy ceny za fyziku*, nakladatelství SET OUT, Praha, 1997.
- [14] Tesař R. a kolektiv: *Far-infrared thermal spectroscopy of low- $T_c$  and high  $T_c$  superconductor films*, Supercond. Sci. Technolog. **16** (2003) 916-921
- [15] Tinkham M.: *Introduction to Superconductivity*, Dover Publications, New York, 2004.



- [16] Tinkham M.: *Dependence of the Energy Gap in Superconductors on Position and Magnetic Field*, IBM Journal January (1962) 49-54
- [17] Zimmermann W., Brandt E.H. etc: *Optical conductivity of BCS superconductors with arbitrary purity*, Physica C **183** (1991) 99-104