

Oponentský posudek na disertační práci  
Barbory Batíkové

„Completion of semi-uniform spaces and quasitopological groups“

Disertační práce Barbory Batíkové je věnována různým zobecněním klasických pojmů a konstrukcí z obecné topologie.

Od dob Eduarda Čecha je v české matematice věnována pozornost uzávěrovým prostorům, tj. takovým strukturám, které vzniknou z pojmů „topologický prostor“ vynecháním axiomů o uzavřenosti uzávěru. V metrických prostorech tomu odpovídá vynechání trojúhelníkové nerovnosti a v uniformních prostorech axiom, že každé uniformní okolí diagonály  $\mathcal{U}$  obsahuje  $\mathcal{V} \circ \mathcal{V}$  pro vhodné uniformní okolí diagonály  $\mathcal{V}$ .

Vzniklý pojem se nazývá semi-uniformita a studium chování semi-uniformit z nejrůznějších aspektů tvoří náplň disertační práce Barbory Batíkové.

Práce Barbory Batíkové je rozdělena do pěti kapitol. První má rešeršní charakter. Autorka zde uvádí přehled různých jiných zobecnění topologických a uniformních prostorů, které jsou uváděny v literatuře. Zde cituje zejména řadu prací H. P. A. Künziho, D. Doičinova a monografii P. Fletchera a W. F. Lingreva „Quasi-uniform spaces“, což jsou útvary vzniklé z pojmu uniformní prostor vynecháním axiomu symetrie.

Další kapitola už je věnována vlastnímu předmětu disertační práce, tj. zkoumání t-semi-uniformních prostorů. Jsou to takové semi-uniformní prostory, které jsou „poněkud blíže“ obvyklým uniformním prostorům : jimi indukovaná uzávěrová operace je přece jen topologie.

Zde uvádí základní vlastnosti kategorie t-semi-uniformních prostorů : projektivní a induktivní vytváření, konstrukce a vlastnosti jemné a hrubé t-semi-uniformity a další. Další kapitola je již věnována úplným t-semi-uniformním prostorům. Ukazuje se, že jsou čtyři „rozumná“ zobecnění „Cauchyovských filtrů uniformních prostorů a tedy klasická definice úplnosti, že každý Cauchyovský filtr je konvergentní, zde dává čtyři různé pojmy úplnosti. Autorka je shrnuje pod pojmem  $\mathcal{L}$ -úplnosti, kde  $\mathcal{L}$  je některá ze tříd těch zobecněných Cauchyovských filtrů. Pro ně pak vyšetřuje nejrůznější vlastnosti a vztahy, např. absolutní uzavřenost, epirefektivitu v kategorii všech Hausdorffových t-semi-uniformních prostorů a další. Ve čtvrté kapitole autorka diskutuje možné konstrukce zúplnění. Ukazuje, že zde je velmi málo „positivních výsledků“ a dokládá to vtipnými protipříklady. „Positivních výsledků“ je ještě méně

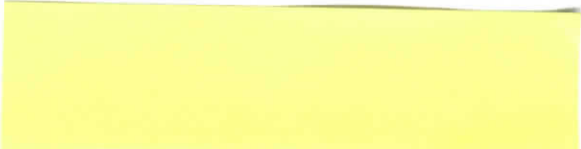
v poslední, páté kapitole věnované úplnosti a zúplňování analogických zobecnění topologických grup. Tento nedostatek pozitivních výsledků není však nedostatkem autorky. B. Batíková dokládá neplatnost řady zobecnění klasických pozitivních výsledků protipříklady, často značně sofistikovanými a cennými.

Závěr : Disertační práce B. Batíkové má 44 stran a je napsána slohem adekvátním zkoumané problematice. Výsledky jsou původní, většinou nikoliv překvapující. Cenné jsou zejména protipříklady, vyžadující invenci a dobrou orientaci v látce.

Práce je vypracována velice pečlivě, našla jsem pouze 2 přepisy na str. 38 a 39. B. Batíková předloženou disertační prací prokázala schopnost samostatně zpracovat dané téma a získat v něm nové poznatky.

Tím práce splňuje všechny požadavky kladené na disertační práce, doporučuji ji k obhajobě a po úspěšné obhajobě přiznání titulu Ph. D.

V Praze, dne 3. 7. 2008



Prof. RNDr. V. Trnková, DrSc.