

## POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

**Název:** Barvení grafu a formální gramatiky

**Autor:** Sára Elichová

### **Shrnutí obsahu práce**

Práce se zabývá dvěma ekvivalentními reformulacemi problému čtyř barev pomocí vektorového součinu a pomocí formálních gramatik.

### **Celkové hodnocení práce**

**Téma práce.** Téma je zajímavé a není pokryto žádnou přednáškou. Cíl práce, tj. seznámit se s redukcí problému čtyř barev na dvojznačnost jisté gramatiky a srozumitelně ji představit, bylo splněno.

**Vlastní příspěvek.** Práce vychází ze dvou článků (1990,2012). Vlastním příspěvkem je přehledný souhrn vybraných poznatků z těchto článků a doplnění nebo podrobnější vysvětlení některých kroků. Vlastní příspěvky jsou specifikovány velmi podrobně v celé práci. Někdy jsou odchylky a srovnání s původními pracemi vysvětlovány až trochu příliš úzkostlivě (např. v krátkém odstavci nad příkladem na str. 8 se Kauffman objevuje hned šestkrát).

**Matematická úroveň.** Práce se celkově velmi dobře čte a matematická úroveň je rovněž velmi dobrá. Některá intuitivně přijatelná tvrzení se nedokazují, což je správné a umožňuje se soustředit na hlavní myšlenky. Přesto by na některých místech bylo vhodné uvést podrobnější komentáře (viz např. drobné připomínky 2, 8, 9 níže). Dalších několik drobných výhrad se týká přehlednosti textu (6, 11).

**Práce se zdroji.** Zdroje jsou řádně citovány, práce neobsahuje doslova přeložené pasáže původních textů.

**Formální úprava.** V pořádku.

### **Připomínky a otázky**

1. Poznámka pod větou 1.1 (str. 5) říká, že stěnové a vrcholové verze problému čtyř barev jsou zřejmě ekvivalentní. Vysvětlete toto prosím podrobněji (přijde mi totiž, že alespoň jednu netriviální skutečnost je třeba si uvědomit než je tvrzení zřejmé).
2. Za větou 2.5 (str. 15) píšete "...dokážeme, že každá polygonální triangulace tvoří duální graf nějakého grafu tvaru  $M(L,R)$ ". Vysvětlete, co přesně zde znamená slovo "tvoří".
3. Přijde mi, že použití vektorového součinu nemá oproti kvaternionům v daném kontextu žádnou výhodu, pouze nevýhody. Přehlédl jsem něco?

### **Závěr**

Práci považuji za velmi dobrou a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.



### **Drobné připomínky (není třeba na ně při obhajobě reagovat)**

1. Str. 3, "definice grafu, izomorfního grafu, orientovaného grafu,...": Vhodnější by bylo psát "definice grafu, izomorfních grafů, ...", protože "být izomorfní" není vlastnost grafu.
2. Str. 5, "Zřejmě platí, že duální graf rovinného grafu je vždy rovinný": Přejde mi to intuitivně uvěřitelné, ale ne zřejmé. Bylo by lepší změnit formulaci a přidat odkaz.
3. Str. 6, definice 2.1: formulace "spolu s distributivitou a skalární linearitou" je nejasná (distributivita vzhledem k čemu? Co je skalární linearita?). V diskuzi za definicí je drobná inkonzistence ve značení, vektory se najednou značí tučně.
4. Str. 6: Poznámka "právě neasociativita...je základní motivací..." je divná – spousta věcí je neasociativních, proč by právě vektorový součin měl být ten správný neasociativní objekt?
5. Str. 7, definice 2.2: Definice mi přijde formálně nejasná (např. je nějaký rozdíl mezi  $L$  a  $L(X)$ ?)
6. Str. 10, sekce 2.3: V této sekci by se dala lépe objasnit logická struktura textu. Například v prvním odstavci se říká, že se bude dokazovat jedna z implikací. V druhém odstavci se začíná bez varování dokazovat pomocné tvrzení, že z řešení  $L(X)=R(X)$  lze vytvořit obarvení grafu  $M(L,R)$ . Na tomto místě není jasné, co se dělá ani proč se to dělá. Explicitně je to formulované až na str. 13.
7. Str. 12: Popisky hran a stěn by bylo dobré lépe umístit.
8. Str. 13, "hrana  $h$ , přes kterou sousedí stěny ....": Toto by bylo dobré podrobněji vysvětlit.
9. Str. 14, důkaz tvrzení 2.4: Dvě věci by bylo dobré podrobněji okomentovat: jak vyměnit vnitřní a vnější hrany (proč to jde?) a jak probíhá rozdělení (po rozdělení nevzniknou pravidelné  $n$ -úhelníky!)
10. Str. 15, „...jak souvisí polygonální triangulace s grafy tvaru  $M(L,R)$ , které již obarvit umíme“: Zde by bylo vhodné poznamenat, že se jedná o stěnové obarvení.
11. Str. 15-17: Popis konstrukce je trochu nepřesvědčivý, určitě by se dal zpřehlednit. Poslední věta sekce 2.3 je matoucí, dokazuje se přece jedna implikace ve větě 2.1.
12. Str. 18: Definici 2.6 by bylo dobré dát do souvislosti s dříve definovaným pojmem oblouk.
13. Str. 24: V definici 3.5 mi přijde nejasná formulace "zleva doprava a shora dolů"