

POSUDOK VEDÚCEHO BAKALÁRSKEJ PRÁCE

Názov: Andersonova veta

Autor: Filip Bočinec

ZHRNUTIE OBSAHU PRÁCE

Andersonova veta (1955) hovorí, že integrál symetrickej kvázikonkávnej funkcie f cez posunutie symetrickej konvexnej množiny E je maximalizovaný, ak sú f aj E centrovane v rovnakom bode (BÚNO v počiatku). V predloženej bakalárskej práci je spracovaný prehľadný dôkaz tejto vety a niekoľkých jej zovšeobecnení. V poslednej kapitole práce je uvedených niekoľko aplikácií tohto tvrdenia v pravdepodobnosti a matematickej štatistike.

Okrem spracovania dôkazu Andersonovej vety bolo cieľom práce skúmanie špeciálnych prípadov a rozšírení tejto dôležitej vety. Prvá skúmaná otázka je, kedy môže v Andersonovej nerovnosti nastať rovnosť. Štúdium tohto problému je inšpirované článkom Soms (1991), kde je vyvrátené tvrdenie Andersona (1955) o podmienkach rovnosti. V porovnaní so staršou technickou správou Soms (1984) je však v článku z roku 1991 opravené tvrdenie formulované trochu inak. Jedným z cieľov predloženej práce bolo preskúmať a ujasniť podmienky pre rovnosť v Andersonovej vete.

CELKOVÉ HODNOTENIE PRÁCE

Vlastný príspevok. Práca obsahuje hneď niekoľko vlastných príspevkov autora:

1. V sekcii 2.1 je predvedený detailný dôkaz tvrdenia udávajúceho úplné podmienky pre rovnosť v Andersonovej vete. Tento dôkaz je motivovaný prácami Soms (1984, 1991). Ako je však ukázané, ani Soms neuvádza podmienky úplne korektne (viz poznámka na str. 11). Všetky tieto nejasnosti sú v predloženej práci vysvetlené.
2. V sekcii 2.2 je skúmaná otázka, kedy je Andersonovej vete možné tvrdiť, že integrál je maximalizovaný práve v počiatku. Autor samostatne vyhľadal a spracoval dôkaz takéhoto rozšírenia Andersonovej vety publikovaný v článku Jogdeo (1970). Ako však p. Bočinec ukazuje v sekcii 2.2, znenie tejto vety nie je v práci Jogdeo (1970) formulované korektne, a známy dôkaz zlyháva. Najzaujímavejšou časťou predloženej práce je tvrdenie 2.9, kde autor ponúka vlastnú variantu Jogdeovho tvrdenia s úplným dôkazom. Ukazuje, že za ďalších podmienok na spojitosť a striktnú kvázikonkavitu funkcie f tvrdenie analogické Jogdeovmu skutočne platí. Navyše, v práci je formulovaná aj silnejšia domnienka 2.8, ktorej platnosť zostáva v tejto chvíli otvorenou otázkou.
3. Ďalším zaujímavým vlastným prínosom práce je podrobný dôkaz vety 4.8 o aplikácii Andersonovej vety na simultánne intervalové odhady. Špeciálnym prípadom tohto tvrdenia je tzv. Šidákova korekcia mnohonásobných porovnávaní. Tu p. Bočinec v pomocnom tvrdení 4.7 opravuje chybu v dôkaze vety 4.8 z práce Perlman (1988, vzorec (27)) a tým dopĺňa pôvodný dôkaz tohto tvrdenia (Khatri, 1967).

Matematická úroveň. Matematická úroveň práce je veľmi vysoká. Všetky tvrdenia sú precízne a rigorózne formulované, a všetky dôležité tvrdenia sú detailne dokázané. Množstvo drobných ale aj významnejších dôkazov (napr. tvrdenie 2.9) sú originálne výsledky autora.

Práca so zdrojmi. Zdroje sú citované vhodne a správne. Autor veľmi aktívne nachádzal a kombinoval množstvo ďalších zdrojov z odbornej literatúry.

Formálna úprava. Pokiaľ viem, práca obsahuje iba niekoľko málo formálnych chýb (Jogdeo je v kapitole 2 odkazovaný ako Jodgeo, vo vzorci (2.13) chýba bodka). Výklad je veľmi vhodne dopĺňaný vlastnými príkladmi, obrázkami, a zaujímavou diskusiou. Celá práca (vrátane technických dôkazov) sa dobre číta, pôsobí prehľadne a ucelene.

ZÁVER

Autor pracoval veľmi samostatne a so zaujatím. Sám vyhládal a spracoval väčšinu zdrojov. Kriticky tieto dôkazy skúmal, a opravil v nich hneď niekoľko problematických častí. Najzaujímavejšie sú samozrejme vlastné tvrdenie 2.9 a domnienka 2.8. Tá sa okamžite ponúka pre možné pokračovanie tohto výskumu.

Jedná sa o výborne zvládnutú teoretickú prácu na vysokej úrovni. Odporúčam ju uznať ako bakalársku prácu na MFF UK.

Stanislav Nagy
KPMS MFF UK
21. mája 2022

