

POSUDEK OPONENTA

Název práce: Matematické duely a truely

Autor: Anton Matis

Shrnutí:

Práce se zabývá duely a truely, tedy souboji, v nichž po sobě střílejí dva, resp. tři hráči, z pohledu pravděpodobností výhry jednotlivých hráčů. V části týkající se truelů jsou rozebrány i vhodné volby strategie jednotlivých hráčů. Zvolené téma lze považovat za zajímavou součást rekreační matematiky, které je vhodné pro studenty, kteří již absolvovali základní kurz pravděpodobnosti na vysoké škole.

Práce je psaná čtivě, obsahuje minimum překlepů či chyb a část týkající se markovských řetězců je vhodně doplněna názornými obrázky. Použité zdroje jsou řádně citovány. Množství gramatických chyb nejsem vzhledem k zvolenému jazyku práce schopen zhodnotit. Pro zlepšení čtivosti textu pro zamýšlené čtenáře by ale bylo lépe některé pasáže podrobněji vysvětlit, použité pojmy definovat a přidat více odkazů na literaturu. Zvláště v části o markovských řetězcích by bylo dobré zvážit drobný úvod do tématu, jelikož tato látka často není součástí základního kurzu teorie pravděpodobnosti, a tedy se s ní případný čtenář nemusel setkat. Některé z konkrétních připomínek či návrhů na vylepšení práce uvádím v následujících odstavcích.

Konkrétní připomínky:

- Str. 2: Zavedení značení $P(A)$ by bylo vhodné přesunout před část 1.1, jelikož se používá v celé první kapitole, nejen v části 1.1. Je rovněž otázka, zda je toto značení optimální, jelikož u $P(A)$ očekáváme, že A značí náhodný jev, ale u nás je A označení hráče. Tedy zde vlastně používáme označení A jak pro hráče, tak pro jev, že tento hráč vyhrál duel.
- Str. 3: Formulace "Pokud netrefí, hráč B může dvakrát zatočit zásobníkem a vystřelit na hráče A" není nejlépe formulována. Čtenář by ji mohl pochopit tak, že hráč B nejdříve zatočí dvakrát zásobníkem a až poté jednou vystřelí.
- Str. 5: Jelikož cesàrův součet není často součástí sylabu základního kurzu matematické analýzy, bylo by vhodné přidat odkaz, kde může čtenář tento pojem dohledat.

- Str. 6: Rovnost $u_i^j = \sum_{k=0}^2 p_i^k u_k^i$ by bylo dobré aspoň trochu vysvětlit. Rovněž by bylo vhodné doplnit informaci, že jde vlastně o verzi Chapman-Kolmogorovy rovnosti, a přidat odkaz, kde lze tuto rovnost najít v literatuře.
- Str. 7: Vysvětlení pravděpodobností $\frac{(1-a)^j}{2^j}$ a $\frac{(1-b)^{k-1-j}}{2^{k-1-j}}$ by mělo být přesnější. Pravděpodobnost, že hráč A mine svých j výstřelů, je $(1-a)^j$. Pravděpodobnost, že hráč A bude střílet právě j -krát z $k-1$ výstřelů, je $\binom{k-1}{j} \frac{1}{2^j} \cdot \frac{1}{2^{k-1-j}}$, tedy $(1-a)^j$ lze interpretovat jako podmíněnou pravděpodobnost, že A mine své výstřely, za podmínky že střílel právě j -krát.
- Str. 8: Formulace "V porovnání s náhodným duelem je třeba rozšířit stav, kdy jsou oba hráči naživu" mi nepřijde vhodná. Nerozšiřujeme stav, ale dělíme ho na dva podstavy.
- Str. 9:
 - Proč je zde najednou zavedeno značení $f(a, b)$, resp. $f(b, a)$ pro pravděpodobnost, že vyhraje hráč A, resp. hráč B, když do této doby (a rovněž dál v textu) jsou tyto pravděpodobnosti označovány $P(A)$, resp. $P(B)$? Z postupu dále se zdá, že ve skutečnosti má $f(a, b)$ být pravděpodobnost, že vyhraje hráč A, za podmínky, že tento hráč začíná, a podobně $f(b, a)$ je pravděpodobnost, že vyhraje hráč B za podmínky, že začíná hráč B. Tyto pravděpodobnosti jsou ale dále v textu značeny $P_A(A, B)$, resp. $P_B(B, A)$. Proto je značení $f(a, b)$ a $f(b, a)$ zmatečné.
 - Formulace "z čehož plyne $b = \frac{a}{1-a}$, což může nastat pouze pro $b > a$ " mi nepřijde dost přesná. Spíše bych napsal "z rovnosti $b = \frac{a}{1-a}$ plyne, že $b > a$ ".
- Str. 11: Zde se hovoří o množině stavů $\{ABC, AB, AC, BC, A, B, C\}$, ale v celé práci jsou přitom používány stavy $0, 1, 2, \dots$ a označení ABC, AB, \dots je používáno k popisu stavů $0, 1, \dots$. Bylo by dobré se držet jednotného značení. Rovněž je zde použit pojem absorpční stav, který není ani zaveden, ani vysvětlen. Navíc z hlediska dalšího výpočtu není potřeba, a také není využit. Je otázkou, proč se autor právě zde rozhodl upozornit čtenáře, že jsou stavy 4, 5 a 6 absorpční. Pokud autor považoval za nutné tuto vlastnost čtenáři sdělit, bylo by vhodnější to učinit při první možné příležitosti, tj. v sekci o duelech, a určitě by chtělo aspoň naznačit, co tento pojem znamená.
- Str. 16: Při výpočtu $P_C(A, B, C)$ pro $a < b < c$ by bylo zajímavé upozornit čtenáře, jak lze hledanou pravděpodobnost získat z $P_A(A, B, C)$ pro $a > b > c$.

- Str. 18:
 - Na konci sekce 2.3 autor uvádí, že diskutovaný truel nemá konečný počet kol. Tento pojem ale nezavedl, takže případný čtenář může být na pochybách, co tento pojem znamená. Je otázka, zda předchozí verze truelů mají konečný počet kol.
 - V sekci 2.4 by bylo opět vhodné čtenáře upozornit, že při vytvoření paktu se změni situace v truelu tím způsobem, že se pozice jednotlivých hráčů v podstatě prohodí. Hráč A se při paktu v ocitá v pozici hráče B bez paktu, hráč B se ocitá v pozici hráče C a hráč C se dostává na pozici hráče A (jelikož na něj útočí oba hráči A a B). Jediný rozdíl je, že po tomto prohození nezačíná hráč C, ale pořád hráč A. Tedy hledané pravděpodobnosti můžeme jednoduše získat z již známých výsledků.
- Str. 19: V předposledním odstavci sekce 2.4 autor píše že připouštíme stav, že hráči A a B pakt nedodrží. Tuto možnost ale uvažujeme až v další části. Proto by bylo vhodnější zvolit například formulaci "V další části se podíváme i na situaci, kdy hráči A a B mohou porušit domluvený pakt".
- Str. 20: Na konci sekce 2.4.1 autor použije pojem "věžňovo dilema", aniž by tento pojem více rozebral či přidal alespoň odkaz na nějakou literaturu. Přitom tento pojem považuje za tak důležitý, že ho zmiňuje i v závěru práce. Očekával bych, že se o tomto pojmu autor alespoň trochu rozepíše a přidá odkaz na literaturu, neboť tento pojem rozhodně nepovažuji za tak známý, jak autor píše.

Závěr:

Ačkoliv práce neobsahuje žádnou složitější matematiku, je zvolené téma zpracováno poměrně pěkně a čtivě. Proto práci doporučuji uznat jako závěrečnou práci. Vzhledem k většímu počtu připomínek však navrhuji hodnocení známkou "velmi dobře".

RNDr. Jakub Staněk, Ph.D.
V Praze, dne 29.5.2022